# 09,08

# Взаимная трансформация световых волн при встречном взаимодействии на отражательной голографической решетке в кристалле Bi<sub>12</sub>SiO<sub>20</sub> среза (001)

© В.Н. Навныко, А.В. Макаревич

Мозырский государственный педагогический университет им. И.П. Шамякина, Мозырь, Беларусь

E-mail: valnav@inbox.ru

Поступила в Редакцию 2 ноября 2022 г. В окончательной редакции 23 декабря 2022 г. Принята к публикации 23 декабря 2022 г.

Проанализированы особенности энергетического обмена при встречном взаимодействии двух линейно поляризованных световых волн в кубическом фоторефрактивном пьезокристалле Bi<sub>12</sub>SiO<sub>20</sub> среза (001). Теоретически исследованы зависимости относительной интенсивности предметной волны от азимута ее поляризации на входе в кристалл при взаимодействии с поляризованной в плоскости падения опорной волной для различных ориентационных углов кристалла. Экспериментально изучена зависимость относительной интенсивности предметной волно от азимута ее поляризации для случаев, когда при распространении в кристалле векторные амплитуды световых волн параллельны и перпендикулярны друг другу. Расчет выполнен на основании численного решения уравнений связанных волн без учета и с учетом самодифракции световых пучков на записываемой в кристалле отражательной голографической решетке. На основании сравнения теоретических и экспериментальных данных проанализировано влияние самодифракции на взаимную трансформацию световых волн при их встречном взаимодействии, а также очерчены границы применимости приближения заданной решетки и динамического приближения при решении уравнений связанных волн.

Ключевые слова: фоторефрактивный кристалл, отражательная голографическая решетка, уравнения связанных волн, самодифракция.

DOI: 10.21883/FTT.2023.03.54745.516

### 1. Введение

Задача о взаимной трансформации двух световых волн при их встречном взаимодействии в кубических фоторефрактивных кристаллах достаточно подробно рассматривалась рядом авторов (см., например, аналитический обзор в [1]). Вследствие относительно малого времени фоторефрактивного отклика и высокой светочувствительности такие кристаллы используются в качестве фоточувствительных сред в устройствах передачи и обработки оптических сигналов, голографических адаптивных интерферометрах, управляемых оптических фильтрах, интегрально-оптических модуляторах и др. [2,3].

При моделировании взаимодействия световых волн в кубических фоторефрактивных кристаллах следует учитывать, что помимо линейного электрооптического эффекта диэлектрическая проницаемость кристалла на оптических частотах может быть дополнительно промодулирована за счет совместного вклада фотоупругого и обратного пьезоэлектрического эффектов. Это обусловлено ролью упругих деформаций, которые сопровождают наведенные в фоторефрактивном пьезокристалле электрические поля [4]. Аналитические выражения для вычисления изменения компонент обратного тензора диэлектрической проницаемости кубического кристалла с учетом линейного электрооптического, фотоупругого и обратного пьезоэлектрического эффектов представлены в [5]. Полученные в работе выражения можно использовать для вычисления коэффициентов связи в уравнениях связанных волн и установления зависимости энергетических и поляризационных характеристик дифрагированного света от ориентации волнового вектора голограммы в кристаллографической системе координат.

Анизотропия фоторефрактивного эффекта в кубических кристаллах классов симметрии 23 и 43m с учетом вклада фотоупругого эффекта теоретически и экспериментально изучена в [6]. Установлены ориентации волнового вектора голографической решетки, лежащего в плоскости (110), относительно кристаллографического направления [110], при которых достигается наибольшая эффективность самодифракции световых волн на динамических голограммах. Уравнения связанных волн, пригодные для моделирования дифракции световой волны на фазовой голографической решетке в кубическом фоторефрактивном кристалле класса симметрии 23 и полученные с учетом линейного электрооптического, фотоупругого, обратного пьезоэлектрического эффектов, а также оптической активности, представлены в [7]. В этой работе исследована зависимость дифракционной эффективности голограммы от ориентационного угла кристалла среза (110) и входного азимута поляризации световой волны. Показано, что учет обратного пьезоэлектрического эффекта и оптической активности обуславливает совпадение экспериментальных данных с результатами теоретических расчетов, полученных на основании аналитического решения уравнений связанных волн. Обзор исследований по изучению свойств голографических решеток, сформированных в кубических оптически активных фоторефрактивных пьезокристаллах, представлен в [8].

Наличие вакансий по кремнию, титану и германию соответственно в нелегированных кубических фоторефрактивных кристаллах типа силленита Bi<sub>12</sub>SiO<sub>20</sub> (BSO),  $Bi_{12}TiO_{20}$  (BTO),  $Bi_{12}GeO_{20}$  (BGO) совместно с фотопроводимостью обусловливает проявление в них заметного циркулярного дихроизма [9]. Методика определения параметра кругового дихроизма в оптически активной поглощающей изотропной среде или кубическом кристалле предложена в [10]. Циркулярный дихроизм может оказывать существенное влияние на дифракционную эффективность пропускающих голограмм, сформированных в кубических фоторефрактивных пьезокристаллах [11]. Результаты изучения особенностей влияния естественного поглощения и циркулярного дихроизма в дрейфовом режиме на коэффициент усиления при двухволновом взаимодействии в пропускающей геометрии для кристалла BSO представлены в [12]. Теоретически показано, что учет циркулярного дихроизма приводит к изменению значений ориентационных углов, при которых достигается наибольший коэффициент усиления пропускающей голограммы. Закономерности влияния циркулярного дихроизма на дифракционную эффективность отражательной голограммы, сформированной в кристалле BSO, рассмотрены в [13]. В работе теоретически определены параметры кристалла (толщина, срез) и поляризация считывающей световой волны, при которых дифракционная эффективность отражательной голограммы в кристалле BSO может достигать наибольших значений.

Эффект самодифракции световых волн и параметры формирующейся в фоторефрактивном кристалле голографической решетки могут быть исследованы с использованием различных методик [14–17]. Точное решение нелинейных уравнений, предназначенных для расчета самодифракции двух световых волн на локальной фоторефрактивной решетке, формирующейся в фоторефрактивном кристалле класса симметрии  $\bar{4}3m$ , получено в [14]. Показано, что эффективность энергетического обмена между связанными волнами и состояние их поляризации имеют периодическую зависимость от приведенной длины взаимодействия. Методика расчета коэффициента усиления при двухволновом взаимодействии в оптически активном фоторефрактивном кристалле BSO в диффузионном режиме с учетом эффекта самодифракции световых волн представлена в [15]. Предложенная методика основана на интегрировании амплитуды сигнальной волны по толщине кристаллического образца и интересна тем, что позволяет учесть влияние оптической активности на коэффициенты связи между взаимодействующими на динамической решетке световыми волнами. В [16] для расчета спектра колебаний интенсивности сигнального пучка при анизотропной самодифракции фазомодулированных пучков в гиротропном фоторефрактивном кристалле использовался матричный метод. Показано, что спектр таких колебаний при локальных и нелокальных откликах кристалла существенно зависит от поляризации записывающей волны. В [17] с использованием метода цифровой голографии произведено измерение периода и выполнена реконструкция голографической решетки, формирующейся при самодифракции световых волн в анизотропном фоторефрактивном кристалле.

Особенности самодифракции световых волн в фоторефрактивных кристаллах рассматривались рядом авторов в недавних публикациях [18-20]. Результаты экспериментального наблюдения самодифракции частотномодулированного света в фоторефрактивном кристалле ВТО представлены в [18]. Показано, что в результате самодифракции света на равноускоренно движущейся голограмме на выходе кристалла происходит изменение мощности пучков света в виде chirp-импульса, который может быть использован при определении фотоэлектрических параметров широкозонных полупроводников. Возможность управления направлением передачи энергии при самодифракции световых пучков высших порядков в фоторефрактивных кристаллах со структурой силленита рассмотрена в [19]. Авторами анализируются закономерности энергетического обмена между световыми пучками при изменении фазового сдвига между интерференционной картиной и голографической решеткой для случая двухволнового взаимодействия в пропускающей геометрии. Особенности самодифракции двумерных световых пучков с различными распределениями интенсивностей проанализированы в недавней работе [20]. Изучены различия в распространении гауссовых и супергауссовых двумерных световых пучков, отмечены преимущества и недостатки использования квадратных и цилиндрических световых пучков с супергауссовым распределением интенсивности. Обнаружена возможность достижения квазисолитонного режима распространения световых пучков при относительно малых значениях напряженности внешнего электрического поля.

При рассмотрении встречного взаимодействия линейно поляризованных световых волн в кубическом фоторефрактивном кристалле в большинстве работ (см., например, [21–23]) анализируется случай, когда векторные амплитуды опорной и предметной волн при распространении внутри кристалла параллельны друг другу. В [21] получено аналитическое выражение для нахождения коэффициента усиления отражательной голограммы и показано, что он достигает наибольших значений в случае, когда векторные амплитуды световых волн совпадают и находятся на малом угловом расстоянии от полуоси эллипса центрального сечения оптической индикатрисы, которой соответствует показатель преломления  $n_0 + \Delta n$ , где  $n_0$  — показатель преломления невозмущенного кристалла,  $\Delta n$  — изменение показателя преломления, соответствующее амплитуде голографической решетки. Более общий случай рассмотрен в [22], где приведены аналитические выражения для нахождения коэффициента усиления отражательной голограммы и ее дифракционной эффективности. В работе также обсуждаются условия голографического эксперимента, при которых достигаются наибольшие значения выходных энергетических характеристик отражательной голограммы в кристалле BSO среза (001). Аналогичная задача с учетом фотоупругого и обратного пьезоэлектрического эффектов, а также оптической активности решена в [23]. Получены выражения для нахождения компонент векторной амплитуды световой волны в случае фоторефрактивного кристалла класса симметрии 23 произвольного среза и проанализированы графики зависимостей выходных энергетических характеристик отражательной голограммы от толщины образцов срезов (001) и (111).

Несмотря на достаточно большое количество публикаций по проблематике исследования, остается открытым вопрос: при каких условиях голографического эксперимента реализуется оптимальный режим самодифракции световых волн на формирующейся в фоторефрактивном кристалле голографической решетке, для которого достигается наибольшая интенсивность предметной волны при встречном двухволновом взаимодействии. Представляет интерес проанализировать общий случай, когда векторные амплитуды световых волн при их распространении в кристалле ориентированы произвольным образом друг по отношению к другу. Проведение такого исследования позволит оценить влияние выбора азимута поляризации световых волн на направление энергетического обмена между ними и интенсивность предметной волны на выходе из кристалла, а также определиться с методикой численного решения уравнений связанных волн, при которой достигается наиболее точное совпадение теоретических результатов с экспериментом.

Таким образом, целью настоящего исследования является изучение закономерностей энергетического обмена при встречном двухволновом взаимодействии в кубическом фоторефрактивном кристалле класса симметрии 23 при различных значениях ориентационного угла кристалла и азимутах линейной поляризации световых волн. Теоретические результаты, представленные в работе, получены на основе численного решения уравнений связанных волн, выполненного в приближении заданной решетки (без учета самодифракции) и в динамическом приближении (с учетом самодифракции). Для подтверждения результатов численных расчетов выполнено экспериментальное исследование интенсивности предметной волны от ее азимута поляризации для различных ориентационных углов кристалла.

# 2. Теоретическая модель

Пусть на противоположные оптически просветленные грани кристалла падают две монохроматические линейно поляризованные опорная (индекс r) и предметная (индекс s) световые волны (см. рис. 1). Тройки единичных векторов  $(\mathbf{q}_r, \mathbf{u}_r, \mathbf{n}_r)$  и  $(\mathbf{q}_s, \mathbf{u}_s, \mathbf{n}_s)$  представляют собой ортогональные базисы, которые используются для задания векторных амплитуд световых волн. Единичные векторы  $\mathbf{n}_r$  и  $\mathbf{n}_s$  совпадают по направлению с волновыми нормалями опорной и предметной волн соответственно. Векторная амплитуда **R** опорной волны лежит в плоскости, образованной векторами  $\mathbf{q}_r$  и  $\mathbf{u}_r$ , и образует азимут  $\psi_r$  с вектором  $\mathbf{u}_r$ , который отсчитывается против часовой стрелки, если смотреть навстречу вектору  $\mathbf{n}_r$ . Азимут  $\psi_s$  является угловым расстоянием между единичным вектором u<sub>s</sub> и векторной амплитудой S предметной волны, отсчитываемым против часовой стрелки, если смотреть навстречу вектору **n**<sub>s</sub>.

На рис. 1 плоскость падения (I) параллельна поверхности голографического стола и перпендикулярна рабочим граням кристалла. Единичные векторы е1 и е2 принадлежат ортогональному базису ( $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$ ), который жестко фиксирован относительно поверхности голографического стола. Единичный вектор е<sub>3</sub> (не показан на рис. 1) совпадает по направлению с осью Ог, вдоль которой отсчитывается толщина кристалла d. Единичный вектор **h** жестко зафиксирован в кристаллографической системе координат и используется для задания положения кристалла относительно поверхности голографического стола посредством ориентационного угла  $\theta$ , который отсчитывается от вектора  $\mathbf{e}_2$  к вектору **h** как показано на рис. 1. На гранях кристалла, перпендикулярных плоскости среза (001), параллельными линиями схематически отображены периодически расположенные фазовые плоскости голограммы, рассеивающие световые волновые фронты. Волновой вектор К отражательной голограммы противоположен по направлению вектору ез и перпендикулярен плоскости среза (001).

Векторные амплитуды **R** и **S** взаимодействующих в кристалле линейно поляризованных опорной и предметной световых волн представим в следующем виде:

$$\mathbf{R} = (R_1 \mathbf{q}_r + R_2 \mathbf{u}_r) \exp(i\vartheta_r), \tag{1}$$

$$\mathbf{S} = (S_1 \mathbf{q}_s + S_2 \mathbf{u}_s) \exp(i\vartheta_s), \tag{2}$$

где  $R_{1,2}$  и  $S_{1,2}$  — скалярные составляющие векторных амплитуд **R** и **S** соответственно;  $\vartheta_{r,s}$  — начальные фазы опорной и предметной волн.

Появление объемных голографических решеток обусловлено формированием объемного заряда в неоднородном световом поле за счет наличия примесных центров в запрещенной зоне фоторефрактивного кристалла [24]. При фотовозбуждении носители электрического заряда в результате диффузии уходят из освещенных областей и захватываются ловушками в неосвещенных



Рис. 1. Схема встречного двухволнового взаимодействия в фоторефрактивном кристалле BSO среза (001).

зонах. В простейшем случае донорами и ловушками могут быть примеси ионов одного и того же типа атомов, но находящиеся в различном валентном состоянии [2]. С использованием одноуровневой зонной модели фоторефрактивного кристалла амплитуда первой гармоники напряженности электрического поля  $E_{sc}$  пространственного заряда фоторефрактивного кристалла может быть найдена по следующей формуле:

$$E_{sc} = -im \, \frac{E_D}{1 + E_D / E_q}.\tag{3}$$

где  $E_D = k_b T K/e$ ,  $E_q = e N_A/(\varepsilon K)$ ,  $K = 2\pi/\Lambda$ . Здесь приняты следующие обозначения:  $E_D$  — напряженность диффузионного электрического поля;  $E_q$  — напряженность электрического поля насыщения ловушек; m глубина модуляции интерференционной картины; i мнимая единица; K — модуль волнового вектора голограммы;  $k_b$  — постоянная Больцмана; T — абсолютная температура; e — элементарный электрический заряд;  $N_A$  — плотность акцепторов;  $\varepsilon$  — диэлектрическая проницаемость кристалла;  $\Lambda$  — пространственный период голографической решетки.

В приближении медленно изменяющихся амплитуд из волнового уравнения для оптически активных сред с использованием выражений (1)–(3) можно получить уравнения связанных волн

$$\frac{dR_1}{dz} = ie^{-i\delta}\kappa_{r1s1}S_1 + ie^{-i\delta}\kappa_{r1s2}S_2 + \rho_r R_2 - \alpha_r R_1, \quad (4)$$

$$\frac{dR_2}{dz} = ie^{-i\delta}\kappa_{r2s1}S_1 + ie^{-i\delta}\kappa_{r2s2}S_2 - \rho_r R_1 - \alpha_r R_2, \quad (5)$$

$$\frac{dS_1}{dz} = ie^{i\delta}\kappa_{s1r1}R_1 + ie^{i\delta}\kappa_{s1r2}R_2 + \rho_s S_2 - \alpha_s S_1, \qquad (6)$$

$$\frac{dS_2}{dz} = ie^{i\delta}\kappa_{s2r1}R_1 + ie^{i\delta}\kappa_{s2r2}R_2 - \rho_sS_1 - \alpha_sS_2, \quad (7)$$

где

$$\kappa_{mknt} = -\kappa_0 (\mathbf{e}_{mk}^* \Delta \varepsilon^{-1} \mathbf{e}_{nt}) / \cos \varphi_m,$$
  
$$\rho_{r,s} = (\rho + i\chi) / \cos \varphi_{r,s}, \quad \alpha_{r,s} = \alpha / \cos \varphi_{r,s}.$$

Параметры к<sub>mknt</sub> являются коэффициентами связи между взаимодействующими на отражательной решетке линейно поляризованными световыми волнами, где m, n = r, s;k, t = 1, 2. Параметр  $\kappa_0$  является постоянной связи и находится из выражения:  $\kappa_0 = \pi n_0^3/(2\lambda)$ , где  $\lambda$  — длина волны, с — скорость света в вакууме. Взаимная связь между компонентами векторных амплитуд опорной и предметной волн задается через тензорные свертки  $(\mathbf{e}_{mk}^* \Delta \hat{\varepsilon}^{-1} \mathbf{e}_{nt})$ , где  $\Delta \hat{\varepsilon}^{-1}$  — изменение обратного тензора диэлектрической проницаемости, компоненты которого можно найти на основании выражений, приведенных в [5]. Угловые расстояния  $\varphi_r$ ,  $\varphi_s$  соответствуют углам Брэгга и откладываются в плоскости I между осью Oz и направлениями векторов  $\mathbf{n}_r$ ,  $\mathbf{n}_s$ . В уравнениях связанных волн (4)–(7) через постоянные  $\rho$ ,  $\alpha$  и  $\chi$  соответственно обозначены удельное вращение плоскости поляризации световых волн, естественное поглощение и циркулярный дихроизм кристалла.

При теоретических расчетах использовались следующие значения физических параметров кристалла BSO: показатель преломления невозмущенного кристалла  $n_0 = 2.54$  при  $\lambda = 633 \cdot 10^{-9}$  m [2]; электрооптический коэффициент  $r_{41} = 5 \cdot 10^{-12}$  m/V [2]; коэффициенты упругости  $c_1 = 12.96 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$ ,  $c_2 = 2.99 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$ ,  $c_3 = 2.45 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$  [25]; коэффициенты фотоупругости  $p_1 = -0.16$ ,  $p_2 = -0.13$ ,  $p_3 = -0.12$ ,  $p_4 = -0.015$  [26]; пьезоэлектрический коэффициент  $e_{14} = 1.12 \text{ C/m}^2$  [25]. Здесь приняты следующие обозначения для ненулевых компонент тензоров линейного электрооптического ( $\hat{r}^s$ ), фотоупругого ( $\hat{p}^E$ ) и обратного пьезоэлектрического ( $\hat{e}$ ) эффектов, а также компонент тензора упругости ( $\hat{c}^E$ ):

$$\begin{aligned} r_{123}^s &= r_{132}^s = r_{213}^s = r_{231}^s = r_{312}^s = r_{321}^s \equiv r_{41}, \\ p_{11}^E &= p_{22}^E = p_{33}^E \equiv p_1, \quad p_{12}^E = p_{23}^R = p_{31}^E \equiv p_2, \\ p_{13}^E &= p_{21}^E = p_{32}^E \equiv p_3, \quad p_{44}^E = p_{55}^E = p_{66}^E \equiv p_4, \\ e_{123} &= e_{132} = e_{213} = e_{231} = e_{312} = e_{321} = e_{312} \\ &= e_{321} \equiv e_{14}, \quad c_{11}^E = c_{22}^E = c_{33}^E = c_1, \\ c_{12}^E &= c_{13}^E = c_{23}^E = c_{21}^E = c_{31}^E = c_{32}^E \equiv c_2, \\ c_{44}^E &= c_{55}^E = c_{66}^E \equiv c_3. \end{aligned}$$

Индекс *S* для тензора линейного электрооптического эффекта  $\hat{r}^s$  означает, что компонента  $r_{41}$  измерялась для зажатого кристалла; компоненты тензоров упругости  $\hat{c}^E$ и фотоупругого эффекта  $\hat{p}^E$  измерялись при постоянном электрическом поле. При нахождении ориентационного угла  $\theta$  принималось, что единичный вектор **h** параллелен одной из кристаллографических осей, перпендикулярных направлению [001].

В результате численного решения уравнений связанных волн (4)–(7) находились компоненты  $S_1$  и  $S_2$  векторной амплитуды **S** предметной волны на выходе из кристалла (z = 0). Начальные условия для решения двухточечной граничной задачи выбирались следующим образом:  $R_1(0) = -R \cos \psi_r$ ,  $R_2(0) = R \sin \psi_r$ ,  $S_1(d) = -S \cos \psi_s$ ,  $S_2(d) = S \sin \psi_s$ . Численное решение уравнений связанных волн (4)–(7) выполнялось с использованием известного метода стрельбы [27].

# 3. Описание экспериментальной схемы

Для изучения особенностей взаимной трансформации линейно поляризованных световых волн при их встречном взаимодействии в кубическом фоторефрактивном кристалле применялась экспериментальная установка, представленная на рис. 2. При выполнении исследований был использован кристаллический образец BSO среза (001) толщины 3.73 mm. Выбор среза кристалла обусловлен тем, что при малых значениях толщины наибольшие значения интенсивности предметной волны на выходе из кристалла при соответствующем выборе входных азимутов линейной поляризации световых волн в кристалле BSO достигаются в случае, если волновой вектор **K** отражательной голограммы направлен вдоль одного из кристаллографических направлений семейства  $\langle 100 \rangle$  (см. [28]). Толщина кристаллического образца

выбиралась таким образом, чтобы угол поворота плоскости поляризации световых волн при их распространении в кристалле был приблизительно равен  $\rho d \approx \pi/2$ . Выбор такой толщины обусловлен тем, что при выполнении указанного условия интенсивность предметной волны на выходе из кристалла является максимальной [28].

Методика проведенного эксперимента заключалась в следующем. Световой пучок от гелий-неонового лазера 1, излучающего на длине волны 632.8 nm, разделялся светоделителем 2 на опорный r и предметный s пучки. Эти пучки, отражаясь от зеркал 3 и 4, проходили через установленные на их пути диафрагмы 6, 7 и взаимодействовали в кристалле BSO 8, формируя в нем отражательную голограмму с волновым вектором К. При проведении эксперимента опорный световой пучок был поляризован в плоскости падения. Поляризация предметного светового пучка до его вхождения в кристалл регулировалась полуволновой фазовой пластинкой 5. За кристаллом на пути распространения предметного пучка устанавливался в качестве регистратора световой интенсивности фотодиод ФД-7К 9, включенный в измерительную цепь, содержащую цифровой вольтметр.

При проведении экспериментальных исследований использовалась методика, аналогичная описанной в [29]. Перед началом голографического эксперимента с использованием цифрового вольтметра измерялась интенсивность предметного пучка на выходе из кристалла в отсутствие опорного пучка и фиксировалось значение  $I_s^0$ . Далее производилось непрерывное освещение кристалла опорным и предметным пучками в течение промежутка времени  $\tau \approx 30$  s, во время которого светочувствительная площадка фотодиода 9 перекрывалась непрозрачным экраном. В течение этого времени в кристалле происходило фотовозбуждение и перераспределение носителей электрического заряда по дефектным центрам, что приводило к формированию пространственно неоднородного распределения заряда [24,2]. Сформированное внутри фоторефрактивного кристалла электрическое поле посредством совместного действия линейного электрооптического, фотоупругого и обратного пьезоэлектрического эффектов обуславливало запись отражательной голограммы. После 30 секундной выдержки непрозрачный экран перед фотодиодом убирался, и на светочувствительную площадку попадал предметный пучок. В этот момент осуществлялось измерение интенсивности предметного пучка в присутствии опорного с фиксированием значения I<sub>s</sub>. После чего изменялся азимут поляризации  $\psi_s$ , и описанная последовательность действий при проведении эксперимента повторялась. Численное значение относительной интенсивности предметной волны определялось как  $\gamma = I_s / I_s^0$ .

Если параметр  $\gamma$  будет равен 1, то это означает, что интенсивность предметной волны на выходе из кристалла равняется ее интенсивности на входе в кристалл. В случае, если параметр  $\gamma$  превышает единицу, то при встречном двухволновом взаимодействии имеет место перекачка энергии из опорной волны в предметную,



**Рис. 2.** Схема экспериментальной установки: *1* — гелий-неоновый лазер, *2* — светоделитель; *3*, *4* — зеркала; *5* — полуволновая фазовая пластинка; *6*, *7* — диафрагмы; *8* — кристалл BSO; *9* — фотодиод ФД-7К.

и происходит усиление предметной волны. Например, при  $\gamma = 1.05$  интенсивность предметной волны на выходе из кристалла будет составлять 105% относительно ее начального значения — интенсивность предметной волны на выходе из кристалла будет больше ее интенсивности на входе в кристалл. При  $\gamma < 1$  энергетический обмен между связанными волнами происходит в обратном направлении, и имеет место уменьшение интенсивности предметной волны относительно ее начального значения.

Перед началом голографического эксперимента опытным путем были оценены параметры удельного вращения, естественного поглощения и циркулярного дихроизма используемого образца BSO и получены следующие результаты:  $\rho = 384 \text{ rad/m}$ ,  $\alpha = 15 \text{ m}^{-1}$ ,  $\chi = 1.5 \text{ m}^{-1}$ . При проведении эксперимента углы Брэгга в кристалле были равны  $\varphi_r = \varphi_s = 2.5^\circ$ , а отношение интенсивностей предметной и опорной волн составляло 1:6.

## 4. Результаты и их обсуждение

Графики зависимостей 1 и 4 на рис. З отображают огибающие максимальных (кривая 1) и минимальных (кривая 4) значений относительной интенсивности  $\gamma$ , которые получены в результате перебора значений ориентационного угла  $\theta$  при каждом значении азимута поляризации  $\psi_s$ , заданном при z = d. Кривые 2 и 3 соответствуют графикам зависимости относительной интенсивности  $\gamma$  от азимута поляризации  $\psi_s$ , рассчитанным при  $\theta = -4^\circ$  (кривая 2) и  $\theta = 86^\circ$  (кривая 3).

При численном решении уравнений связанных волн (4)–(7) значения ориентационного угла  $\theta$ , азимутов поляризации  $\psi_r$  и  $\psi_s$  выбирались следующим образом. Контраст записывающей интерференционной картины является оптимальным, если при распространении световых волн в кристалле векторные амплитуды **R** и **S** остаются параллельными друг другу (**R** || **S**) при любом *z* [21]. Поэтому при расчетах и выполнении эксперимента за точку отсчета азимута  $\psi_s$  выбиралось такое его значение, при котором выполняется условие **R** || **S**. Чтобы найти эту точку отсчета измерялся угол



**Рис. 3.** Графики зависимостей относительной интенсивности предметной волны, рассчитанные при  $\theta = -4^{\circ}$  (кривая 2) и  $\theta = 86^{\circ}$  (кривая 3), а также ее максимальных (кривая 1) и минимальных (кривая 4) значений от азимута поляризации  $\psi_s$  предметной волны: a — приближение заданной решетки, b — динамическое приближение.

поворота плоскости поляризации световых волн при их распространении в опытном образце BSO, который оказался приблизительно равным 82°.

Поскольку предполагалось, что опорная волна при z = 0 поляризована в плоскости падения ( $\psi_r = 0^\circ$ ), ее азимут при z = d будет соответственно равен  $82^\circ$ . Условие **R** || **S** соблюдается, если при z = d азимут  $\psi_s$  равен 98°, которое и было принято за точку отсчета. Уменьшение параметра  $\psi_s$  приводит к образованию угла (98° –  $\psi_s$ ) между векторными амплитудами **R** и **S** внутри кристалла. Например, при  $\psi_s = 8^\circ$  векторные амплитуды **R** и **S** внутри кристалла перпендикулярны друг другу (**R**  $\perp$  **S**). При  $\psi_s = -82^\circ$  векторные амплитуды **R** и **S** параллельны друг другу.

Графики, представленные на рис. 3, *a*, рассчитаны без учета самодифракции записывающих световых волн на формируемой в фоторефрактивном кристалле голограмме (приближение заданной решетки). При численном решении уравнений связанных волн (4)–(7) предполагалось, что записывающая интерференционная картина внутри кристалла по координате *z* является заданной и имеет простейшую периодическую структуру вида:  $I(z) = I_0[1 + m \cos(Kz)]$ , где  $I_0$  — средняя интенсивность света, которая постоянна вдоль оси Oz, *K* — модуль волнового вектора голограммы. Глубина модуляции *m* определяется только интенсивностями световых волн на входе в кристалл и является постоянной величиной при любом значении координаты *z* внутри кристалла (m(z) = const).

Как видно из рис. 3, *а* наибольшие (кривая *I*) и наименьшие (кривая *4*) значения относительной интенсивности  $\gamma$  не зависят от азимута  $\psi_s$ . Это означает, что в приближении заданной решетки параметр  $\gamma$  достигает одинаково наибольших значений как при **R** || **S**, так и при **R**  $\perp$  **S**. Экстремумы графиков зависимости  $\gamma(\psi)$ , полученных при  $\theta = -4^\circ$  (кривая *2*) и  $\theta = 86^\circ$  (кривая *3*), совпадают по величине  $\gamma$ , но кривые сдвинуты друг относительно друга на угол  $\pi$ . Решение уравнений связанных волн (4)–(7) в приближении заданной решетки предсказывает, что при любом значении азимута поляризации  $\psi_s$  за счет изменения ориентационного угла  $\theta$  можно добиться как усиления, так и ослабления предметной волны.

Уравнения связанных волн (4)-(7), записанные с учетом эффекта самодифракции записывающих световых волн на формируемой в фоторефрактивном кристалле голографической решетке (далее — динамическое приближение), использовались при расчете графиков зависимостей, представленных на рис. 3, *b*. Характерное время записи голографической решетки в фоторефрактивном кристалле в большинстве случаев намного больше времени прохождения световыми волнами через толщину образца [2]. Поэтому происходящие дифракционные процессы можно считать квазистационарными и пользоваться уравнениями связанных волн (4)-(7) для нахождения составляющих векторных амплитуд опорной

и предметной волн, которые являются медленно изменяющимися функциями координаты *z*.

Будем считать, что записывающая интерференционная картина и голографическая решетка достигают некоторого взаимосогласованного состояния. Тогда в линейном режиме записи амплитуда голографической решетки в соответствии с выражением (3) пропорциональна глубине модуляции *m* записывающей интерференционной картины, которая в динамическом приближении является функцией координаты z ( $m(z) \neq \text{const}$ ).

Как следует из рис. 3, b в динамическом приближении наибольшие и наименьшие значения у, оптимизированные по ориентационному углу  $\theta$ , становятся функциями параметра  $\psi_s$ . Наибольшее значение параметра  $\gamma$ достигается в случае, когда **R**  $\parallel$  **S**. При **R**  $\perp$  **S** энергетический обмен при встречном двухволновом взаимодействии отсутствует ( $\gamma = 1$ ). График зависимости  $\gamma(\psi_s)$ , полученный в динамическом приближении при  $heta=-4^\circ$ (кривая 2 на рис. 3, b), существенно отличается от аналогичной зависимости, полученной в приближении заданной решетки (кривая 2 на рис. 3, a), — при любом значении азимута  $\psi_s$  выполняется условие  $\gamma \ge 1$ . При  $\theta = 86^{\circ}$  (кривая 3 на рис. 3, b) значения  $\gamma$  не превышают единицы, что означает ослабление предметной волны при любом значении азимута  $\psi_s$ . На аналогичном графике зависимости, полученном в приближении заданной решетки (кривая 3 на рис. 3, a), значения  $\gamma$  в зависимости от ориентационного  $\theta$  угла могут превышать единицу.

Следует отметить, что значения азимута  $\psi_s = 98^\circ$ и -82° фактически соответствуют одному и тому же направлению векторной амплитуды предметной волны, поскольку векторная амплитуда — это амплитуда, умноженная на вектор поляризации, который является двунаправленным. При решении задачи в приближении заданной решетки получается, для одного и того же вектора поляризации достигаются различные направления энергетического обмена между волнами (см. рис. 3, *a*): при  $\psi_s = 98^\circ$  происходит усиление предметной волны  $(\gamma > 1)$ , а при  $\psi_s = -82^\circ$  имеет место ослабление предметной волны (у < 1). Очевидно, что противоположные направления энергетического обмена не могут соответствовать одному и тому же направлению вектора поляризации предметной волны, и это подчеркивает наличие недостатков при использовании приближения заданной решетки для решения уравнений связанных волн. В динамическом приближении азимутам  $\psi_s = 98^\circ$ и  $-82^{\circ}$  соответствует одно и то же значение параметра  $\gamma$ (см. рис. 3, b), что свидетельствует о том, что численное решение уравнений связанных волн в динамическом приближении позволяет получить теоретические результаты, согласующиеся с качественными представлениями о физическом механизме энергетического обмена при встречном двухволновом взаимодействии.

Для проверки справедливости теоретических кривых, представленных на рис. 3, было выполнено экспериментальное исследование зависимости  $\gamma(\psi_s)$  для



**Рис. 4.** Графики зависимостей относительной интенсивности  $\gamma$  предметной волны от азимута поляризации  $\psi_s$ , рассчитанные при  $\theta = -4^{\circ}$  (*a*) и  $\theta = 86^{\circ}$  (*b*): сплошная линия — теоретическая кривая; треугольники и точки соответствуют экспериментальным данным.

ориентационных углов  $\theta = -4^{\circ}$  (рис. 4, *a*) и  $\theta = 86^{\circ}$ (рис. 4, b). Треугольники и точки отображают результаты двух серий экспериментального нахождения графика зависимости  $\gamma(\psi_s)$ . Как видно из эксперимента, при  $\theta = -4^{\circ}$  наибольшее значение  $\gamma$  составляет 1.04, а минимальное значение приблизительно равно единице  $(\approx 0.996)$ . При  $\theta = 86^{\circ}$  наибольшее значение относительной интенсивности у приблизительно равно единице  $(\approx 1.004)$ , а минимальное значение -0.947. Добиться совпадения графиков зависимостей  $\gamma(\psi_s)$ , полученных в приближении заданной решетки, с экспериментальными данными не представляется возможным, поскольку периодичность теоретически полученных графиков (см. кривые 2 и 3 на рис. 3, a) не совпадает с экспериментальными кривыми (рис. 4). Кроме того, в приближении заданной решетки относительная интенсивность у при любом значении азимута  $\psi_s$  за счет соответствующего выбора ориентационного угла  $\theta$  может изменяться от максимально возможного значения до минимального, что не соответствует приведенным на рис. 4 экспериментальным данным.

На рис. 4 сплошные линии представляют графики зависимости  $\gamma(\psi_s)$ , полученные при решении уравнений связанных волн (4)—(7) в динамическом приближении. Как следует из построения, полученные графики за-

висимости достаточно точно соответствуют экспериментальным данным. При выполнении условия  $\mathbf{R} \parallel \mathbf{S}$ наибольшие значения относительной интенсивности  $\gamma$ достигаются при  $\theta = -4^{\circ}$ , а наименьшие — при  $\theta = 86^{\circ}$ . При  $\mathbf{R} \perp \mathbf{S}$ , как теоретически и предсказывалось в динамическом приближении, экспериментально определенное значение относительной интенсивности  $\gamma$  приблизительно равно единице. Периодичность теоретических и экспериментальных графиков зависимости  $\gamma(\psi_s)$  также хорошо согласуется. Таким образом, учет самодифракции световых волн позволяет добиться точного совпадения результатов численных расчетов с экспериментальными данными.

Полученные в работе значения относительной интенсивности  $\gamma$  достаточно малы. Вместе с тем, следует отметить, что значение параметра  $\gamma$  может быть значительно увеличено за счет изменения структуры примесных центров в запрещенной зоне при допировании фоторефрактивного кристалла, а также посредством изменения пространственного периода отражательной голографической решетки [2,30].

# 5. Заключение

Уравнения связанных волн (4)-(7), которые можно использовать для нахождения векторных амплитуд опорной и предметной световых волн при их встречном взаимодействии в фоторефрактивном кристалле класса симметрии 23, выведены с учетом совместного вклада линейного электрооптического, фотоупругого, обратного пьезоэлектрического эффектов, оптической активности, естественного поглощения кристалла, а также циркулярного дихроизма. Эти уравнения численно решены в приближении заданной решетки (без учета самодифракции) и в динамическом приближении (с учетом самодифракции).

Теоретически и экспериментально исследована зависимость относительной интенсивности предметной волны от азимута ее линейной поляризации при фиксированной линейной поляризации опорной волны в плоскости падения. Показано, что в общем случае только использование динамического приближения при решении уравнений связанных волн (4)-(7) позволяет достигать наилучшего согласования теоретических и экспериментальных данных. Результаты, полученные в приближении заданной решетки и динамическом приближении, могут совпадать лишь тогда, когда векторные амплитуды опорной и предметной волн при их распространении в кристалле остаются параллельными друг другу ( $\mathbf{R} \parallel \mathbf{S}$ ). В остальных случаях пренебрежение эффектом самодифракции записывающих световых волн на записываемой голографической решетке приводит к получению погрешности в вычислениях при нахождении интенсивности предметной волны на выходе из кристалла.

Рассмотренный в [21–23] случай встречного двухволнового взаимодействия в кристалле BSO среза (001), при котором внутри кристалла справедливо условие  $\mathbf{R} \parallel \mathbf{S}$ , является оптимальным, поскольку именно при выполнении такого условия достигаются наибольшие значения относительной интенсивности предметной волны. Анализ встречного двухволнового взаимодействия при соблюдении условия  $\mathbf{R} \perp \mathbf{S}$  не представляет интереса, поскольку энергетический обмен между связанными волнами практически отсутствует, что и подтверждено экспериментально.

Полученные результаты могут быть полезными при моделировании взаимной трансформации световых волн при их встречном двух- и четырехволновом взаимодействии в кубическом фоторефрактивном кристалле. Кроме того, представленные данные позволяют более точно предсказывать относительную интенсивность предметной световой волны на выходе из кристалла и находить условия голографического эксперимента, при которых она достигает наибольших значений.

## Благодарности

Автор выражает благодарность рецензентам за внимательное прочтение рукописи и предложенные замечания, что позволило заметно повысить научный уровень статьи.

#### Финансирование работы

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования Республики Беларусь (договор от 22.03.2021 № 1410/2021) в рамках Государственной программы научных исследований № 6 "Фотоника и электроника для инноваций" на 2021–2025 гг. (задание 6.1.14).

#### Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

## Список литературы

- С.М. Шандаров, Н.И. Буримов, Ю.Н. Кульчин, Р.В. Ромашко, А.Л. Толстик, В.В. Шепелевич. Квантовая электрон. 38, 11, 1059 (2008).
- [2] М.П. Петров, С.И. Степанов, А.В. Хоменко. Фоторефрактивные кристаллы в когерентной оптике. Наука, СПб. (1992). 320 с.
- [3] В.М. Петров, А.В. Шамрай. Интерференция и дифракция для информационной фотоники. Лань, СПб (2019). 460 с.
- [4] А.А. Изванов, А.Е. Мандель, Н.Д. Хатьков, С.М. Шандаров. Автометрия 2, 79 (1986).
- [5] С.М. Шандаров, В.В. Шепелевич, Н.Д. Хатьков. Оптика и спектроскопия 70, 5, 1068 (1991).
- [6] С.И. Степанов, С.М. Шандаров, Н.Д. Хатьков. ФТТ 29, 10, 3054 (1987).

- [7] V.V. Shepelevich, S.M. Shandarov, A.E. Mandel. Ferroelectrics 110, 235 (1990).
- [8] В.В. Шепелевич. Журн. прикл. спектр. 78, 4, 493 (2011).
- [9] В.И. Бурков, Ю.Ф. Каргин, В.А. Кизель, В.И. Ситникова, В.М. Скориков. Письма в ЖЭТФ 38, 7, 326 (1988).
- [10] Б.В. Бокуть, Г.С. Митюрич, В.В. Шепелевич. Докл. АН БССР 23, 6, 507 (1979).
- [11] P.P. Khomutovski, V.V. Shepelevich. Proc. SPIE **3347**, 84 (1998).
- [12] А.А. Фирсов, В.В. Шепелевич. Весн. Мозырского гос. пед. ун-та 1, 21 (2005).
- [13] В.Н. Навныко, В.В. Шепелевич, С.М. Шандаров. Оптика и спектроскопия 129, 1, 66 (2021).
- [14] Р.В. Литвинов. Квантовая электрон. 37, 2, 154 (2007).
- [15] H. Lordue G., J.A. Gomez, A. Salazar. Opt. Commun. 284, 446 (2011).
- [16] Н.М. Кожевников. Оптика и спектроскопия 117, 6, 983 (2014).
- [17] S. Plaipichita, P. Buranasiria, C. Ruttanapuna, P. Jindajitawata. Integrated Ferroelectrics 156, *1*, 150 (2014).
- [18] М.А. Брюшинин, В.В. Куликов, И.А. Соколов, Р. Delaye, G. Pauliat. ФТТ 56, 6, 1158 (2014).
- [19] N. Katyal, Natasha, A. Kapoor. Optik 126, 5941 (2015).
- [20] В.В. Давыдовская, В.В. Шепелевич. Вестн. Полоцкого гос. ун-та. Сер. С 12, 54 (2018).
- [21] S. Mallick, M. Miteva, L. Nikolova. J. Opt. Soc. Am. B 14, 5, 1179 (1997).
- [22] M. Weber, E. Shamonina, K.H. Ringhofer, G. von Bally. Opt. Mater 18, 119 (2001).
- [23] В.В. Шепелевич, В.Н. Навныко, С.Ф. Ничипорко С.М. Шандаров, А.Е. Мандель. Письма в ЖТФ 29, 18, 22 (2003).
- [24] N.V. Kukhtarev, V.B. Markov, S.G. Odulov, M.S. Soskin, V.L. Vinetskii. Ferroelectrics 22, 949 (1979).
- [25] К.С. Александров, В.С. Бондаренко, М.П. Зайцева, Б.П. Сорокин, Ю.И. Кокорин, В.М. Зражевский, А.М. Сысоев, Б.В. Соболев. ФТТ 26, 12, 3603 (1984).
- [26] Г.А. Бабонас, А.А. Реза, Е.И. Леонов, В.И. Шандарис. ЖТФ 55, 6, 1203 (1985).
- [27] Y.H. Ja. Opt. Quant. Electron. 15, 529 (1983).
- [28] В.Н. Навныко, В.В. Шепелевич. Письма в ЖТФ 33, 17, 16 (2007).
- [29] В.В. Шепелевич, Н.Н. Егоров. Письма в ЖТФ 17, 5, 24 (1991).
- [30] L. Solymar, D.J. Webb, A. Grunnet-Jepsen. The physics and applications of photorefractive materials. Clarendon Press, Oxford. (1996). 493 p.

Редактор Т.Н. Василевская