

Особенности возбуждения частицы в одноуровневой квантовой яме предельно коротким аттосекундным импульсом

© Р.М. Архипов^{1,2}, М.В. Архипов¹, П.А. Белов¹, А.В. Пахомов¹, Н.Н. Розанов^{1,2}

¹ Санкт-Петербургский государственный университет,
199034 Санкт-Петербург, Россия

² ФТИ им. А.Ф. Иоффе РАН,
194021 Санкт-Петербург, Россия

e-mail: arkhipovrostislav@gmail.com, m.arkhipov@spbu.ru, pavelbelov@gmail.com, antpakhom@gmail.com, nnrosanov@mail.ru

Поступила в редакцию 07.10.2022 г.

В окончательной редакции 07.10.2022 г.

Принята к публикации 21.10.2022 г.

С помощью решения временного уравнения Шредингера изучены особенности возбуждения связанного состояния частицы в одномерной прямоугольной квантовой яме малой глубины предельно коротким световым импульсом. Рассмотрен случай неглубокой ямы, в которой имеется всего один энергетический уровень. При этом система возбуждается аттосекундным импульсом, длительность которого меньше характерного времени, связанного с энергией связанного состояния частицы в яме. Показано, что в этом случае населенность связанного состояния и вероятность ионизации определяются отношением электрической площади импульса к ее атомной мере, обратно пропорциональной ширине ямы. Результаты расчетов показали, что униполярные субцикловые импульсы с ненулевой электрической площадью могут быстрее и эффективнее возбудить систему, чем биполярные импульсы с нулевой площадью. Обсуждается возможность применения униполярных гамма-импульсов зептосекундной длительности для возбуждения дейтрона и приведены численные оценки требуемой длительности и электрической площади импульса.

Ключевые слова: предельно короткие импульсы аттосекундные импульсы, униполярные импульсы, электрическая площадь импульса, атомная мера электрической площади, одномерные квантовые ямы, наноструктуры.

DOI: 10.21883/OS.2023.01.54540.4191-22

Введение

На сегодняшний день прогресс в сокращении длительности электромагнитных импульсов привел к возможности получения импульсов, длительность которых лежит в аттосекундном диапазоне ($1 \text{ as} = 10^{-18} \text{ s}$) [1–5]. В предложенной недавно так называемой каскадной схеме длительность генерируемых импульсов может достигать рекордных значений в 3 as [6]. А в оптическом диапазоне можно генерировать импульсы длительностью в сотни аттосекунд [7], что может быть использовано для изучения сверхбыстрой динамики волновых пакетов в различных материалах [7–11].

Дальнейшее сокращение длительности электромагнитных импульсов с неизбежностью приводит к получению уже униполярных полупериодных импульсов, содержащих полуволну поля одной полярности [12]. У таких импульсов, в отличие от обычных биполярных многоцикловых импульсов, может быть отлична от нуля их электрическая площадь, которая определяется как интеграл напряженности электрического поля \mathbf{E} по времени t в заданной точке пространства [13]

$$\mathbf{S}_E(\mathbf{r}) = \int \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) dt. \quad (1)$$

Интерес к получению униполярных импульсов резко возрос в последние годы, см. обзор [12] и ци-

тируемую литературу. В последнее время появилось также много работ, в которых разбираются различные ситуации, в которых возможно получение таких импульсов, см. например, [14–21]. Ввиду одностороннего воздействия на микрообъекты они могут быть использованы для более быстрого и эффективного возбуждения квантовых систем, ускорения зарядов и др. приложений [12]. Действительно, ранее было показано, что в случае, если длительность такого полупериодного импульса τ_p короче характерного времени, связанного с энергией основного состояния $T_g = 2\pi\hbar/E_1$ (где E_1 — энергия частицы в основном состоянии), то они способны быстрее и эффективнее возбуждать микрообъекты, по сравнению с биполярными многоцикловыми импульсами [22–27]. Для количественной характеристики степени воздействия таких предельно коротких импульсов (ПКИ) на микрообъекты ранее была введена новая физическая величина — атомная мера площади (atomic scale of electrical pulse area), имеющая смысл „собственного“ импульса системы и обратно пропорциональная размеру исследуемой системы [24,25].

Также, когда $\tau_p < T_g$, воздействие ПКИ на квантовую систему, как показывают результаты приближенного решения и прямого численного интегрирования временного уравнения Шредингера (ВУШ), определяется отношением электрической площади импульса к ее

атомной мере, а не энергией импульса [24–28]. Данный вывод является универсальным для широкого класса квантовых систем — атомов [24,25], молекул [23,26], ионов [27] и наноструктур [28].

В работе [28] на основании решения ВУШ изучалось взаимодействие ПКИ с наноструктурами, которые моделировались с помощью одномерной модели прямоугольной потенциальной ямы с бесконечно глубокими стенками. Однако данная модель является очень приближенной и на практике чаще приходится иметь дело с потенциальными ямами конечных размеров. В последнее время имеется значительный интерес к взаимодействию аттосекундных и фемтосекундных импульсов не только с атомными системами, но и с различными наноструктурами, например, со сферическими наночастицами [29,30]. Однако в этих исследованиях используются длинные биполярные импульсы.

В данной работе на основании приближенного и численного решения ВУШ изучается взаимодействие ПКИ с длительностью $\tau_p < T_g$ с одномерной наноструктурой. Последняя моделируется с помощью одномерной прямоугольной потенциальной ямы малой глубины, когда в яме имеется всего один энергетический уровень (рис. 1). Показано, что населенность уровня и вероятность ионизации также определяются отношением электрической площади импульса к ее атомной мере. Обсуждается применения униполярных зептосекундных импульсов в ядерной физике для возбуждения дейтрона.

Возбуждение частицы в одномерной неглубокой прямоугольной потенциальной яме предельно коротким световым импульсом

Рассмотрим частицу в одномерной прямоугольной потенциальной ямы конечной глубины (одномерную наноструктуру). Стационарное уравнение Шредингера имеет вид [31]

$$\psi'' + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U(x))\psi = 0. \quad (2)$$

Потенциальная энергия частицы в такой потенциальной яме описывается выражением

$$U(x) = \begin{cases} 0 & |x| < a/2, \\ U_0 & |x| > a/2, \end{cases} \quad (3)$$

где a — ширина ямы. Схематически данная яма изображена на рис. 1.

Задача о нахождении стационарных состояний частицы в такой яме может быть легко решена аналитически [31]. Ниже нас интересует случай ямы малой глубины, в которой может быть только один уровень энергии (см. рис. 1). Выражение для энергии частицы в этом случае выглядит следующим образом [31]

$$E = U_0 - \frac{ma^2}{2\hbar^2} U_0^2. \quad (4)$$

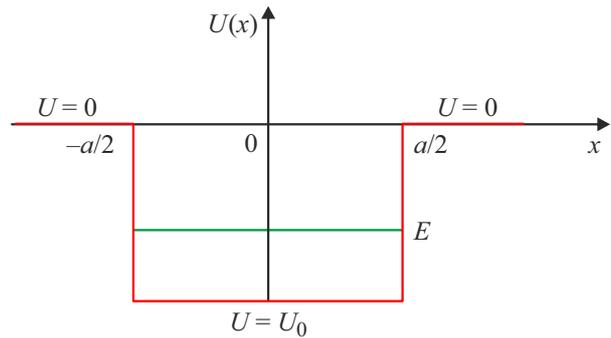


Рис. 1. Одномерная прямоугольная потенциальная яма конечной глубины, в которой имеется только один уровень энергии.

Собственная функция связанного состояния также может быть легко найдена. Опуская подробные выкладки (см. [31]), приведем выражения для волновой функции частицы внутри ямы и вне ее.

Внутри ямы при $|x| < a/2$:

$$\psi'' + \frac{2m}{\hbar^2} E\psi = 0 \rightarrow \psi = \alpha_1 \cos(kx), \quad k^2 = \frac{2m}{\hbar^2} E.$$

Вне ямы при $x > a/2$:

$$\psi'' + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U_0)\psi = 0 \rightarrow \psi = \alpha_2 \exp(-\kappa x),$$

$$\kappa^2 = \frac{2m}{\hbar^2} (U_0 - E).$$

Связь между постоянными α_1 и α_2 находим из условий сшивания волновых функций и ее первой производной на границе ямы. Нетрудно показать, что $\alpha_2 = \alpha_1 \cos(ka/2) \exp(\frac{\kappa a}{2})$.

Значение α_1 нетрудно найти из условия нормировки волновой функции $\int \psi_1^2(x) dx = 1$. Оно имеет вид

$$\alpha_1 = 1 / \left[\frac{a}{2} + \frac{\sin ka}{2k} + \frac{q^2}{\kappa} e^{-\kappa a} \right]^{1/2}.$$

Для описания взаимодействия системы с полем ПКИ далее следуем тому же подходу, который использовался ранее в работах [22–28]. Взаимодействие частицы, находящейся в такой яме с полем ПКИ, описывается временным уравнением Шредингера (ВУШ) для волновой функции электрона $\Psi(x, t)$ [31]

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(x, t) = [H_0 - qx E(t)] \Psi(x, t). \quad (5)$$

Здесь

$$H_0 = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U(x)$$

— собственный гамильтониан системы, $U(x)$ — потенциальная энергия частицы, описываемая формулой (3), m — масса электрона q — заряд электрона, \hbar — приведенная постоянная Планка. Если длительность импульса

короче T_g , то для приближенного решения ВУШ (4), как и в работах [22–28], будем использовать приближение внезапных возмущений Мигдала [32]. В этом приближении выражение для волновой функции электрона после импульса имеет вид [22–28]

$$\Psi_+(x) = \psi_0(x)e^{i\frac{q}{\hbar}S_E x}, \quad (6)$$

где $\psi_0(x)$ — волновая функция до прихода импульса. Если частица до прихода импульса находилась в связанном состоянии с собственной функцией $\psi_1(x)$, то амплитуда связанного состояния a_1 является проекцией $\psi_1(x)$ на волновую функцию системы после импульса $\Psi_+(x)$ (6) и дается выражением

$$a_1 = \int_{-\infty}^{\infty} \psi_1^2(x)e^{i\frac{q}{\hbar}S_E x} dx. \quad (7)$$

При этом населенность связанного состояния определяется через квадрат модуля амплитуды a_1 .

Используя (7) и выведенное выше выражение для собственной волновой функции связанного состояния частицы в яме, можно получить следующее выражение для амплитуды связанного состояния частицы в яме:

$$a_1 = \frac{\sin(S_E/S_{0,QW})}{qS_E/\hbar} + \frac{\sin(ka + S_E/S_{0,QW})}{4k + 2qS_E/\hbar} + \frac{\sin(ka - S_E/S_{0,QW})}{4k - 2qS_E/\hbar} + 2\text{Re} \left(\frac{-ka + iaS_E/S_{0,QW}}{\kappa - iS_E/S_{0,QW}} \right). \quad (8)$$

Здесь $S_{0,QW} = 2\hbar/qa$ — атомная мера площади для квантовой ямы, обратно пропорциональная ее ширине a . Соответствующая вероятность ионизации $w_i = 1 - |a_1|^2$. Таким образом населенность связанного состояния частицы в прямоугольной яме и вероятность ионизации определяются отношением электрической площади импульса к ее мере. Это согласуется с ранее сделанными выводами для атомных и молекулярных систем и частицы в яме с бесконечно высокими стенками [22–28].

Результаты расчетов и анализ полученных результатов

В численных расчетах система возбуждалась ПККИ гауссовой формы $E_e(t) = E_0 e^{-\frac{t^2}{\tau_p^2}} \cos(\omega_p t)$, $\omega_p = 2\pi/T_p$, T_p — период поля. Для ПККИ величины ω_p и T_p имеют условный смысл. Ширина ямы имела значение $a = 1.2$ nm. Амплитуда поля импульса $E_0 = 3 \cdot 10^8$ V/cm, частота $\omega_p = 14 \cdot 10^{15}$ rad/s (длина волны $\lambda_a = 134.6$ nm, период $T_p = 2\pi/\omega_p = 448.8$ as). При указанных параметрах время $T_g = 16$ fs.

Для иллюстрации зависимости населенности $|a_1|^2$ после прохождения импульса от параметров возбуждающих импульсов нами была рассчитана зависимость $|a_1|^2$ от длительности возбуждающих импульсов τ_p (см.

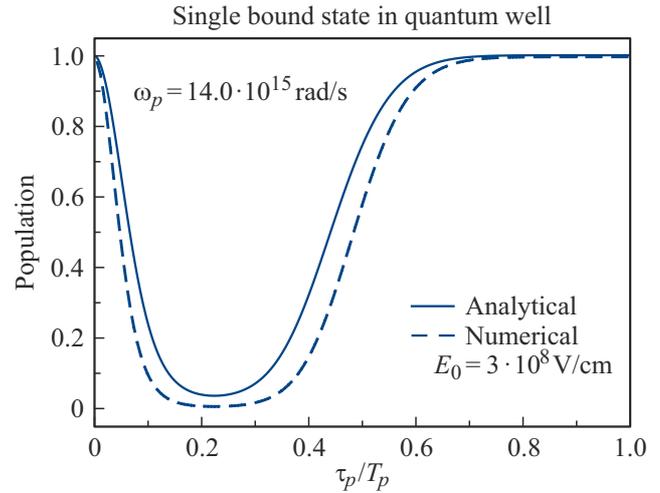


Рис. 2. Зависимость населенности связанного состояния $|a_1|^2$ частицы в одномерной яме от длительности импульса τ_p . Сплошная линия — результат расчета в приближении внезапных возмущений, штриховая линия — результат численного расчета с помощью ВУШ.

рис. 2). Расчет проводился с помощью приближения внезапных возмущений по аналитической формуле (7), что соответствует сплошной линии на рис. 2. Также населенность рассчитывалась с помощью численного решения ВУШ методом Кранка-Николсона [33]. Результат численного расчета изображен пунктирной линией на рис. 2.

Из рисунка видно, что результаты аналитического и численного расчета качественно по форме похожи друг на друга. Аналогичные результаты получаются в случае более глубокой ямы, в которой имеется большее число уровней. Несмотря на некоторые видные количественные отличия между результатами численного и аналитического расчетов, из рисунка виден тривиальный результат — полупериодные импульсы с ненулевой электрической площадью почти полностью опустошают связанное состояние (в интервале $\tau_p = 0.1T_p - 0.4T_p$), что приводит к ионизации частицы из ямы. Когда длительность импульса стремится к периоду поля, его электрическая площадь стремится к нулю, и населенность состояния $|a_1|^2$ стремится к 1. Т.е. биполярные импульсы с $S_E = 0$ не оказывают воздействия на систему, что согласуется с результатами предыдущих исследований [22–28].

Применение униполярных импульсов в ядерной физике — возбуждение дейтрона

Рассмотренная выше модель потенциальной ямы, содержащей только один уровень энергии, используется, например для описания дейтрона [34]. Дейтрон состоит из протона и нейтрона. Они связаны между собой силой, которая характеризуется прямоугольной потенциальной

ямой, в которой имеется только один уровень энергии [34]. Радиус этой ямы $r = 2.8 \cdot 10^{-13}$ см. Энергия связи между ними $E = 2.23$ MeV $= 3.57 \cdot 10^{-6}$ erg. Время $T_g = \frac{2\pi\hbar}{E} = 1.84 \cdot 10^{-21}$ s $= 1.84$ zs $= 0.0018$ as. Величина меры площади для дейтрона $S_{0,QW} = 2\hbar/qr \sim 1.56 \cdot 10^{-5}$ erg·s/cm·ESU. Для сравнения: для атома водорода эта величина на 5 порядков ниже $S_{0,H} \sim 10^{-10}$ erg·s/cm·ESU [24]. Таким образом для эффективного возбуждения дейтронов нужны уже рентгеновские и гамма-импульсы в зептосекундном диапазоне длительности (1 zs $= 10^{-21}$ s) [35]. Возможность применения униполярных гамма-квантов для эффективного управления ядерными реакциями обсуждалась также в работе [16].

Заключение

В работе рассмотрена задача о возбуждении частицы в одномерной прямоугольной потенциальной яме, в которой имеется один уровень энергии, с помощью ПКИ аттосекундной длительности, которая меньше времени, связанного с энергией связанного состояния, $\tau_p < T_g$. Такая модель прямоугольной ямы с одним уровнем энергии может описывать наноструктуры, наночастицы с неглубокими потенциальными ямами [36–38], а также используется в ядерной физике, например, для описания дейтрона [34].

На основании приближенного аналитического решения ВУШ получено выражение для амплитуды связанного состояния частицы в такой яме после прохождения импульса. Показано, что населенность связанного состояния определяется отношением электрической площади импульса к его атомной мере. Это еще раз подтверждает ранее сделанный вывод о том, что униполярные полупериодные импульсы способны более быстро возбуждать систему, чем одноцикловые импульсы, имеющие нулевую площадь. Результаты расчета населенности, полученные аналитически, качественно согласуются с результатами расчета, проведенного на основании численного решения ВУШ.

Полученные результаты могут быть использованы при теоретическом описании возбуждения наночастиц, квантовых точек, полупроводниковых наноструктур на основе квантовых ям оптическими полупериодными аттосекундными импульсами и в ядерной физике, например, для возбуждения дейтрона с помощью зептосекундных гамма- и рентгеновских импульсов.

Финансирование работы

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФНФ в рамках научного проекта 21-72-10028.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] F. Krausz, M. Ivanov. *Rev. Mod. Phys.*, **81**, 163 (2009).
- [2] F. Calegari, G. Sansone, S. Stagira, C. Vozzi, M. Nisoli. *J. Phys. B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, **49**, 062001 (2016).
- [3] J. Biegert, F. Calegari, N. Dudovich, F. Quéré, M. Vrakking. *J. Phys. B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, **54**, 070201 (2021).
- [4] Е.А. Хазанов. *Квант. электрон.*, **52** (3), 208 (2022). [E.A. Khazanov. *Quantum. Electron.*, **52** (3), 208 (2022)].
- [5] K. Midorikawa. *Nat. Photon.*, **16**, 267 (2022).
- [6] Y. Shou, R. Hu, Z. Gong, J. Yu, Jia erh Chen, G. Mourou, X. Yan, W. Ma. *New J. Phys.*, **23**, 053003 (2021).
- [7] M.T. Hassan, T.T. Luu, A. Moulet, O. Raskazovskaya, P. Zhokhov, M. Garg, N. Karpowicz, A.M. Zheltikov, V. Pervak, F. Krausz, E. Goulielmakis. *Nature*, **530**, 66 (2016).
- [8] А.М. Жёлтиков. *УФН*, **191**, 386 (2021). [A.M. Zheltikov. *Phys. Usp.*, **64**, 370 (2021)].
- [9] D. Hui, H. Alqattan, S. Yamada et al. *Nat. Photonics*, **16**, 33 (2022).
- [10] P. Peng, Y. Mi, M. Lytova, et al. *Nat. Photonics*, **16**, 45 (2022).
- [11] M. Kretschmar, A. Hadjipittas, B. Major, J. Tümmler, I. Will, T. Nagy, M.J.J. Vrakking, A. Emmanouilidou, B. Schütte. *Optica*, **9** (6), 639 (2022).
- [12] Р.М. Архипов, М.В. Архипов, Н.Н. Розанов. *Квант. электрон.*, **50**, 801 (2020). [R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov, N.N. Rosanov. *Quantum Electronics*, **50**, 801 (2020)].
- [13] Н.Н. Розанов, Р.М. Архипов, М.В. Архипов. *УФН*, **188**, 1347 (2018). [N.N. Rosanov, R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov. *Phys. Usp.*, **61**, 1227 (2018)].
- [14] H.-C. Wu, J. Meyer-ter-Vehn, *Nat. Photonics*, **6**, 304 (2012).
- [15] J. Xu, B. Shen, X. Zhang, Y. Shi, L. Ji, L. Zhang, T. Xu, W. Wang, X. Zhao, Z. Xu. *Sci. Rep.*, **8**, 2669 (2018).
- [16] G. Naumenko, M. Shevelev. *J. Instrum.*, **13** (05), C05001 (2018).
- [17] С.В. Сазонов, Н.В. Устинов. *Письма в ЖЭТФ*, **114**, 437 (2021). [S.V. Sazonov, N.V. Ustinov. *JETP Lett.*, **114**, 380 (2021)].
- [18] A.V. Bogatskaya, E.A. Volkova, A.M. Popov. *Phys. Rev. E*, **105**, 055203 (2022).
- [19] М.В. Архипов, А.Н. Цыпкин, М.О. Жукова, А.О. Исмагилов, А.В. Пахомов, Н.Н. Розанов, Р.М. Архипов. *Письма в ЖЭТФ*, **115** (1), 3 (2022). [M.V. Arkhipov, A.N. Tsypkin, M.O. Zhukova, A.O. Ismagilov, A.V. Pakhomov, N.N. Rosanov, R.M. Arkhipov. *JETP Lett.*, **115**, 1 (2022)].
- [20] I.E. Ilyakov, B.V. Shishkin, E.S. Efimenko, S.B. Bodrov, M.I. Bakunov. *Opt. Express*, **30** (9), 14978 (2022).
- [21] A.S. Kuratov, A.V. Brantov, V.F. Kovalev, V.Yu. Bychenkov. *Phys. Rev. E*, **106**, 035201 (2022).
- [22] Н.Н. Розанов. *Опт. и спектр.*, **124** (1), 75 (2018). [N.N. Rosanov, *Opt. Spectrosc.*, **124** (1), 72 (2018)].
- [23] R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov, I. Babushkin, A. Demircan, U. Morgner, N.N. Rosanov. *Opt. Lett.*, **44**, 1202 (2019).
- [24] Р.М. Архипов, М.В. Архипов, А.В. Пахомов, Н.Н. Розанов. *Письма в ЖЭТФ*, **114** (3), 156 (2021). [R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov, A.V. Pakhomov, N.N. Rosanov. *JETP Lett.*, **114** (3), 129 (2021)].
- [25] N. Rosanov, D. Tumakov, M. Arkhipov, R. Arkhipov. *Phys. Rev. A*, **104** (6), 063101 (2021).
- [26] A. Pakhomov, M. Arkhipov, N. Rosanov, R. Arkhipov. *Phys. Rev. A*, **43103** (4), 043103 (2022).

- [27] Р.М. Архипов, М.В. Архипов, А.В. Пахомов, Н.Н. Розанов. *Опт. и спектр.*, **130** (3), 414 (2022).
- [28] Р.М. Архипов, П.А. Белов, М.В. Архипов, А.В. Пахомов, Н.Н. Розанов. *Квантовая электроника*, **52** (7), 610 (2022).
- [29] M.F. Ciappina, J.A. Perez-Hernandez, A.S. Landsman, W.A. Okell, S. Zherebtsov et al. *Rep. Prog. Phys.*, **80**, 054401 (2017).
- [30] L. Seiffert, S. Zherebtsov, M.F. Kling, T. Fennel. *Adv. Phys.: X*, **7** (1), 2010595 (2022).
- [31] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. *Квантовая механика. Нерелятивистская теория* (Наука, М., 1989) 768 с. [L.D. Landau, E.M. Lifshitz. *Quantum mechanics* (Pergamon, 1974)].
- [32] А.Б. Мигдал. *ЖЭТФ*, **9**, 1163 (1939). [A.B. Migdal. *Sov. Phys. JETP*, **9**, 1163 (1939)].
- [33] J. Crank, P. Nicolson. *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, **43** (1), 50–67 (1947).
- [34] Д. Бом. *Квантовая теория* (Наука, М., 1965). [D. Bohm. *Quantum theory* (Prentice-Hall, NY., 1952)].
- [35] C. Hernandez-Garcia, J.A. Pérez-Hernández, T. Popmintchev, M.M. Murnane, H.C. Kapteyn, A. Jaron-Becker, A. Becker, L. Plaja. *Phys. Rev. Lett.*, **111**, 033002 (2013).
- [36] Ж.И. Алферов. *ФТП*, **32** (1), 3 (1998). [Zh.I. Alferov. *Semiconductors*, **32**, 1 (1998)].
- [37] E.L. Ivchenko. *Optical Spectroscopy of Semiconductor Nanostructures* (Alpha Science, 2005).
- [38] L. Shi, I. Babushkin, A. Husakou, O. Melchert, B. Frank, J. Yi, G. Wetzel, A. Demircan, C. Lienau, H. Giessen, M. Ivanov, U. Morgner, M. Kovacev. *Laser & Photonics Reviews*, **15** (8), 2000475 (2021).