

# $X^+$ -трион в системе с пространственным разделением носителей заряда

© Р.А. Сергеев<sup>†</sup>, Р.А. Сурис

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук,  
194021 Санкт-Петербург, Россия

(Получена 10 апреля 2003 г. Принята к печати 15 апреля 2003 г.)

Рассмотрена система, состоящая из двух тяжелых дырок в двумерной квантовой яме, связанных посредством электрона из соседней двумерной квантовой ямы. С помощью простой качественной пробной функции получена энергия основного состояния такого  $X^+$ -триона в приближении бесконечно тяжелой дырки во всем диапазоне расстояний между ямами. Для различных значений расстояния между ямами вычислена координатная зависимость эффективного потенциала, связывающего дырки друг с другом. В адиабатическом приближении получена серия зависимостей энергии связи  $X^+$ -триона от отношения масс электрона и дырки. Предложены несколько оценок энергии связи триона в структурах с двойной квантовой ямой на основе GaAs и ZnSe.

## 1. Введение

Впервые существование трехчастичных электронно-дырочных комплексов (трионов) в полупроводниках предсказал Ламперт в 1958 г. [1]. Однако похожие квантово-механические системы, состоящие из двух одинаковых частиц и третьей, имеющей другую массу и другой знак заряда, попали в область интереса исследователей еще в двадцатые годы прошлого века. Так, ион  $H^-$  впервые был рассмотрен Бете еще в 1929 г. [2].

Экспериментальное изучение трионов в объемных полупроводниках долгое время оставалось невозможным главным образом из-за очень низкого значения энергии их связи, составляющей десятые доли мэВ. „Новая жизнь“ трионов началась с развитием гетероструктур и появлением возможности инженерии молекул — создания искусственных объектов или управления параметрами существующих за счет использования структур пониженной размерности (квантовых ям, нитей или точек).

Один из наиболее характерных эффектов, связанных с понижением размерности, — это увеличение энергии связи двух- и многочастичных комплексов по сравнению с этой величиной в трехмерном случае. Уменьшение числа степеней свободы частиц приводит к уменьшению энергии, связанной с их локализацией в комплексе. С другой стороны, роль связывающей частицы потенциала из-за пространственного ограничения, как правило, возрастает, так как взаимно притягивающиеся частицы больше времени проводят друг возле друга. Примером может служить „двумерный“ экситон, энергия связи которого в 4 раза выше, чем у его трехмерного аналога.

Еще большую роль играет уменьшение размерности в обменной энергии, приводя к значительному увеличению энергии связи сложных многочастичных систем (трионов, биэкситонов), в образование которых

обменное взаимодействие дает основной вклад. Действительно, проведенные в 80-х годах теоретические расчеты [3–5] показали, что энергия связи триона в гетероструктуре с квантовой ямой может увеличиться почти на порядок по сравнению с ее значением в объеме. Относительно большая энергия связи, а также возможность избирательно и в широких пределах управлять условиями в квантовой яме (концентрациями носителей и экситонов, электрическими и магнитными полями) дали возможность впервые экспериментально увидеть и идентифицировать  $X^-$ -трион (два электрона + дырка) в такой гетероструктуре. Это и было успешно проделано в 1992 г. в CdTe [6].

С тех пор и  $X^-$ , и  $X^+$ -трион (две дырки + электрон) многократно наблюдались в различных гетероструктурах при низких температурах. Возможность экспериментального наблюдения трионов подхлестнула и теоретический интерес к этим объектам. Так, только за последние годы вышло значительное количество статей по расчетам энергии связи и волновой функции основного состояния трионов в одиночной квантовой яме [7–13].

Особый интерес представляют гетероструктуры с пространственным разделением носителей. Пространственное разделение электронов и дырок, очевидно, приводит к уменьшению энергии связи системы, так как эффективно ослабляет электронно-дырочное взаимодействие по сравнению с электронно-электронным и дырочно-дырочным. Однако уменьшение перекрытия функций электронов и дырок уменьшает вероятность их рекомбинации, что должно привести к увеличению времени жизни трионов. К тому же расстояние между пространственными областями электронов и дырок становится еще одним характерным масштабом длины в системе, что приводит к появлению дополнительной возможности управлять параметрами трионов.

Простейшая гетероструктура, в которой может быть реализовано пространственное разделение носителей, — это двойная квантовая яма под воздействием сильного электрического поля, приложенного в направлении

<sup>†</sup> E-mail: rinat@theory.ioffe.rssi.ru

роста структуры [14–20]. В предлагаемой статье мы исследуем качественную несложную модель  $X^+$ -триона в такой гетероструктуре. Исследование того, как меняется энергия связи и структура такого триона в зависимости от расстояния между ямами и от отношения масс электрона и дырки, может оказаться ключевым для понимания устройства более сложных систем с пространственным разделением носителей, например взаимодействия двух пространственно-непрямых экситонов с образованием биэкситона.

Помимо этого, моделирование  $X^+$ -триона представляет и отдельный интерес. При больших расстояниях между ямами энергия связи экситона и дырки является результатом конкуренции двух независимых слагаемых: отталкивания, вызванного относительным уменьшением электронно-дырочного взаимодействия по сравнению с дырочно-дырочным, и притяжения за счет уменьшения энергии локализации электрона при его обобществлении между двумя дырками. Так как первое слагаемое уменьшается степенным образом при увеличении расстояния между дырками, а второе зависит от этого расстояния экспоненциально, становится очевидным, что при каком-то достаточно большом расстоянии между ямами эффективное притяжение дырок за счет обобществления электрона не сможет пересилить некомпенсированную часть кулоновского отталкивания дырок и трион должен развалиться на экситон и свободную дырку. Таким образом, можно ожидать, что при расстояниях между ямами, превышающих некоторое критическое значение ( $d > d_{cr}$ ), связанный  $X^+$ -трион не существует. Как показали расчеты [20], энергия связи триона, в полном соответствии с интуитивными представлениями, быстро убывает с ростом расстояния между ямами: уже при расстояниях  $d \approx 1$  (в трехмерных боровских единицах) энергия связи убывает более чем на порядок по сравнению со своим значением в идеальной двумерной квантовой яме. Однако оказывается, что трион остается связанным, хотя и имеет чрезвычайно малую энергию связи, вплоть до очень больших расстояний между ямами и разваливается только при  $d \approx 34$ , что является неожиданным.

Цель данной работы состоит в том, чтобы проследить за эволюцией такого триона с изменением расстояния между ямами, пользуясь простой моделью идеальных двумерных квантовых ям и бесконечно тяжелых дырок, и распространить результаты расчета энергии связи такого триона на случай конечного значения массы дырки в адиабатическом приближении.

Результаты вариационных исследований пространственно-непрямых экситона и триона приведены в разд. 2 и 3 соответственно. В разд. 3 прослеживается эволюция координатной зависимости эффективного потенциала, связывающего дырки в трионе, и исследуется область конечных значений массы дырки в адиабатическом приближении. В разд. 4 приведены оценки энергии связи пространственно-непрямого триона в различных материалах. Последний раздел содержит выводы и заключения.

## 2. Волновая функция пространственно-непрямого экситона

Гетероструктуру с разделенными в пространстве электроном и дырками мы будем рассматривать в упрощенной модели двух идеальных двумерных (2D) квантовых ям: одна — для дырок, вторая — для электронов. Энергию триона мы ищем с помощью максимально простой вариационной функции с минимальным количеством варьируемых параметров. Это не только уменьшает объем вычислений, но и позволяет сделать функцию наглядной, а каждый из параметров — физически осмысленным. Для того чтобы найти энергию связи триона вариационным способом, необходимо найти его полную энергию и вычесть ее из энергии экситона. Однако даже для идеальной 2D ямы энергия связи экситона почти на порядок превышает энергию связи триона. Следовательно, если ошибка при вычислении энергии экситона не будет скомпенсирована при вычислении энергии триона, то результат получится заведомо неверным. Таким образом, необходимо, чтобы подгоночная волновая функция триона была основана на подгоночной волновой функции экситона, переходя в последнюю при стремлении расстояния между дырками к бесконечности. Следовательно, если мы хотим ограничиться небольшим количеством подгоночных параметров при вычислении энергии триона, то сначала необходимо найти вариационную функцию, которая при минимальном количестве параметров даст правдоподобный результат для энергии связи экситона и для его волновой функции во всем диапазоне расстояний между квантовыми ямами.

Напишем уравнение Шредингера для относительного движения электрона и дырки в экситоне в системе из двух 2D квантовых ям (и электрон, и дырка могут двигаться только в плоскости соответствующей ямы):

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \rho \frac{\partial}{\partial \rho} \Psi_{ex}(\rho) + \left( -E_{ex} + \frac{2}{\sqrt{\rho^2 + d^2}} \right) \Psi_{ex}(\rho) = 0. \quad (1)$$

Здесь  $\rho$  — 2D проекция на плоскость ямы вектора, направленного от дырки к электрону,  $d$  — расстояние между ямами,  $E_{ex}$  — энергия связи экситона. Здесь и далее энергия измеряется в энергиях связи трехмерного экситона,  $\mu e^4 / 2\epsilon^2 \hbar^2$ , а длина — в боровских радиусах,  $\hbar^2 \epsilon / \mu e^2$ , где  $\mu$  — приведенная масса электрона и дырки,  $\epsilon$  — диэлектрическая проницаемость. Легко увидеть, что при  $d \rightarrow 0$  уравнение (1) переходит в уравнение Шредингера для двумерного экситона и, следовательно, волновая функция  $\Psi_{ex}(\rho)$ , с точностью до нормировки, должна принять вид экспоненты:

$$\Psi_{ex}(\rho) = \exp(-2\rho). \quad (2)$$

Энергия 2D экситона в выбранных единицах равна:  $E_{ex} = 4$ . В противоположном случае, когда расстояние между ямами  $d$  значительно превышает характерный

масштаб волновой функции в плоскости ямы (а он в свою очередь и сам зависит от  $d$ ), потенциал в уравнении (1) можно аппроксимировать потенциалом осциллятора:

$$V(\rho) = -\frac{2}{\sqrt{\rho^2 + d^2}} \approx -\frac{2}{d} + \frac{\rho^2}{d^3}. \quad (3)$$

В этом случае волновая функция экситона принимает вид функции Гаусса

$$\Psi_{\text{ex}}(\rho) = \exp\left(-\frac{\rho^2}{2d^{3/2}}\right), \quad (4)$$

а энергия связи экситона становится

$$E_{\text{ex}} = \frac{2}{d} - \frac{2}{d^{3/2}}. \quad (5)$$

Как несложно заметить, характерный масштаб функции (4) определяется выражением  $\rho \sim d^{3/4}$ , т.е. для того чтобы было возможно применить приближение (3), необходимо выполнение следующего условия:

$$d^{3/2} \ll d^2. \quad (6)$$

Волновую функцию экситона разумно выбрать таким образом, чтобы в пределах  $d \rightarrow 0$  и  $d \rightarrow \infty$  она принимала вид функций (2) и (4) соответственно. Волновой функцией с минимальным количеством параметров, которая удовлетворяет этому условию, является следующая:

$$\Psi_{\text{ex}}(\rho) = \exp\left(-\beta_{\text{ex}}\sqrt{\rho^2 + d^2}\right). \quad (7)$$

Здесь  $\beta_{\text{ex}}$  — единственный варьируемый параметр, определяющий масштаб волновой функции экситона.

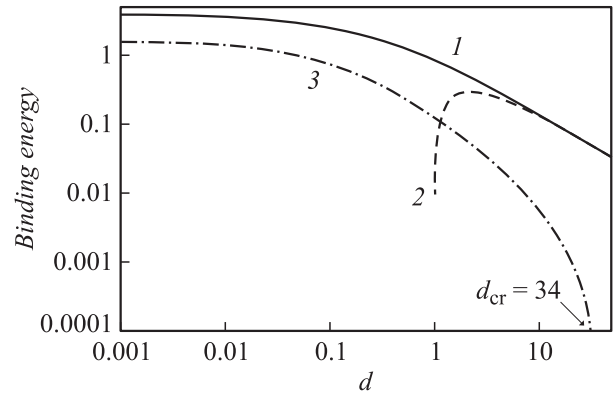
Легко увидеть, что функция (7) дает разумные результаты для энергии связи экситона и для формы волновой функции при всех значениях  $d$ . При  $d \rightarrow 0$  она переходит в функцию (2) (параметр  $\beta_{\text{ex}}$  принимает значение 2). В другом пределе,  $d \rightarrow \infty$ , функция (7) переходит в функцию Гаусса (4) при  $\rho \ll d$ , а для параметра  $\beta_{\text{ex}}$  становится верным асимптотическое выражение

$$\beta_{\text{ex}} = 1/\sqrt{d}. \quad (8)$$

Таким образом, в обоих пределах функция (7) становится точной волновой функцией экситона и дает точное значение для энергии.

Зависимость энергии связи экситона от расстояния между ямами, полученная с помощью функции (7), показана на рис. 1. Для сравнения на том же рисунке приведена аппроксимация (5). Как и ожидалось, энергия связи экситона быстро убывает, начиная с точного значения для двумерного экситона  $E_{\text{ex}} = 4$ , и при  $d > 10$ , когда начинает выполняться условие (6), практически сливается с зависимостью (5), полученной при параболической аппроксимации потенциала.

Стоит, однако, заметить, что даже при очень больших значениях  $d$  точная функция экситона при  $\rho > d$  убывает не как функция Гаусса (4), а экспоненциальным образом.



**Рис. 1.** Зависимость энергии связи экситона (1) и триона (3) от расстояния между ямами  $d$ . 2 — аппроксимация энергии связи экситона (5). Энергия измеряется в энергиях связи трехмерного экситона, длина — в боровских радиусах.

При этом показатель экспоненты определяется исключительно энергией связи экситона:

$$\Psi_{\text{ex}}(\rho) \propto \exp(-\sqrt{E_{\text{ex}}}\rho) \approx \exp\left(-\sqrt{\frac{2}{d}}\rho\right). \quad (9)$$

Функция (7) также обеспечивает экспоненциальную зависимость волновой функции от расстояния между электроном и дыркой в плоскости ямы. Однако при больших расстояниях между ямами она приводит к неправильному значению показателя этой экспоненты:

$$\Psi_{\text{ex}}(\rho) \propto \exp(-\beta_{\text{ex}}\rho) \approx \exp\left(-\frac{1}{\sqrt{d}}\rho\right). \quad (10)$$

С другой стороны, при столь больших расстояниях между ямами форма „хвоста“ волновой функции уже не играет значительной роли. Действительно, как легко оценить с помощью функции (7), подставив значение параметра  $\beta_{\text{ex}}$  из выражения (8), уже при  $d = 10$  более 90% вероятности обнаружения электрона сосредоточено в области расстояний  $\rho < d$ , а вероятность обнаружения электрона в области  $\rho > 2d$  составляет менее 0.1%.

При меньших расстояниях между ямами, на которых параметры „хвоста“ волновой функции начинают существенно влиять на энергию связи экситона, уменьшается и неточность волновой функции (7). В пределе  $d \rightarrow 0$ , в котором точная функция экситона является экспонентой (2), точно такой же вид имеет и пробная функция (7).

Сравнение полученных с помощью функции (7) значений энергии связи экситона с точными значениями этой энергии, полученной методом непосредственного численного решения уравнения Шредингера (1), выявило, что относительная погрешность в определении энергии связи достигает наибольшей величины при  $d \approx 0.1$ , где она составляет всего 0.5%, и эта погрешность быстро убывает как при  $d \rightarrow 0$ , так и при  $d \rightarrow \infty$ . Стоит, однако, отметить, что погрешность при вычислении

энергии связи триона на основе функции (7) может быть более значительной, так как неправильная форма „хвоста“ волновой функции может привести к ошибке при вычислении интеграла перекрытия для волновой функции электрона, распределенной по потенциальным ямам, которые создают каждая из дырок.

### 3. Основное состояние $X^+$ -триона с бесконечно тяжелыми дырками

$X^+$ -трион в системе из двух 2D квантовых ям можно представить как две тяжелые дырки, находящиеся в одной квантовой яме, связанные друг с другом посредством электрона из соседней квантовой ямы. В данном разделе мы будем считать дырки бесконечно тяжелыми, что обеспечивает применимость адиабатического приближения и позволяет разделить волновые функции электрона и дырок. Пробная функция для электрона в плоскости ямы будет искажаться в виде суммы двух экситоноподобных функций (7), связанных с каждой из дырок и сдвинутых друг к другу в меру поляризационного эффекта:

$$\Psi_{\text{tr}}(\boldsymbol{\rho}) = \exp\left(-\beta_{\text{tr}}\sqrt{\left(\boldsymbol{\rho} + \frac{1-c}{2}\mathbf{R}\right)^2 + d^2}\right) + \exp\left(-\beta_{\text{tr}}\sqrt{\left(\boldsymbol{\rho} - \frac{1-c}{2}\mathbf{R}\right)^2 + d^2}\right). \quad (11)$$

Здесь  $\boldsymbol{\rho}$  — 2D проекция радиус-вектора электрона от центра масс дырок,  $\mathbf{R}$  — 2D вектор от одной дырки к другой,  $d$  — расстояние между квантовыми ямами,  $\beta_{\text{tr}}$  — параметр, аналогичный по смыслу параметру  $\beta_{\text{ex}}$  в функции экситона (7), а  $c$  — параметр, учитывающий поляризацию. Значение  $c = 0$  означает, что обе экситоноподобные части функции (11) расположены строго напротив дырок,  $c = 1$  соответствует ситуации, когда волновая функция электрона сосредоточена посередине между дырками.

Оказывается, при построении волновой функции электрона для любого заданного расстояния между бесконечно тяжелыми дырками  $R$  можно обойтись всего двумя подгоночными параметрами:  $\beta_{\text{tr}}$ , который отвечает за степень локализации волновой функции электрона на каждой из дырок, и  $c$ , который помимо учета поляризации еще и регулирует степень перекрытия экситоноподобных частей функции (11).

Полученная с помощью функции (11) зависимость энергии связи пространственно-непрямого триона  $E_{\text{tr}}$  (в энергиях объемного экситона) от расстояния между ямами приведена на рис. 1. Как легко заметить, энергия связи триона быстро уменьшается с ростом  $d$ , так как происходит ослабление кулоновского притяжения электрона и дырки по сравнению с кулоновским отталкиванием дырок. Уже при  $d = 1$  энергия связи триона составляет всего 8% от ее значения в пределе одиночной

двумерной квантовой ямы. При  $d \approx 34$  энергия связи триона становится отрицательной. Это означает, что при  $d > 34$  трион распадается на экситон и свободную дырку. Однако при этом эффективный потенциал, связывающий дырки в трионе, имеет минимум на относительно небольших  $R$ , и энергия, соответствующая этому минимуму, превышает энергию экситона. Наличие такого минимума свидетельствует о существовании метастабильного состояния, отделенного от основного состояния системы ( $R \rightarrow \infty$ ) барьером.

Необходимо также отметить: вследствие того, что пробная функция для экситона (7) не является точной, функция триона (11) при малых расстояниях между ямами ( $d \ll 1$ ) приводит к заметной ошибке в определении значения энергии связи триона. Однако при  $d = 0$  функция (11) дает разумный результат  $E_{\text{tr}}/E_{\text{ex}} = 0.40$ , в то время как его точное значение [8]  $E_{\text{tr}}/E_{\text{ex}} = 0.41$ . Более подробное исследование эволюции структуры волновой функции триона с изменением расстояния между ямами проведено в работе [20].

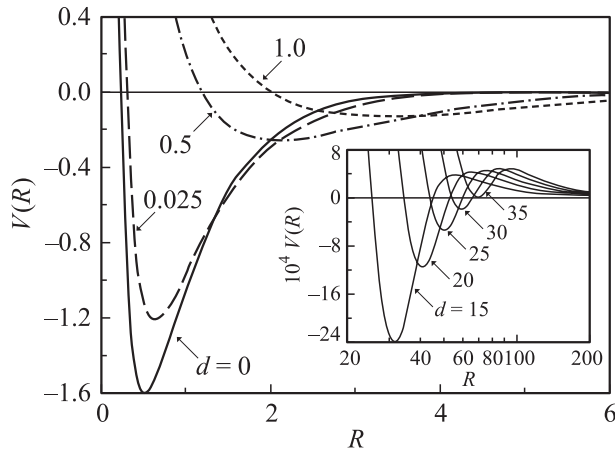
### 4. Энергия связи $X^+$ -триона в адиабатическом приближении

С помощью пробных функций (7), (11) может быть получен эффективный потенциал, связывающий дырки в трионе:

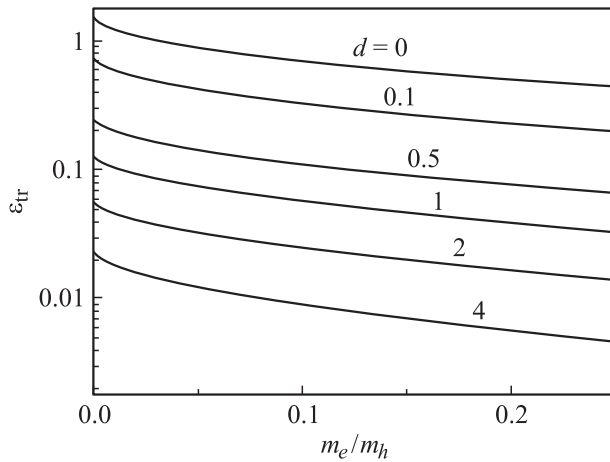
$$V_d(R) \approx E_{\text{tr}}(R, d) - E_{\text{ex}}(d). \quad (12)$$

Здесь  $E_{\text{tr}}(R, d)$  — полная энергия триона при фиксированном расстоянии между дырками  $R$ , полученная с помощью функции (11) после проведенной минимизации по параметрам  $c$  и  $\beta_{\text{tr}}$ ;  $E_{\text{ex}}(d)$  — полная энергия экситона, полученная с помощью функции (7) и минимизированная по параметру  $\beta_{\text{ex}}$ .

Координатная зависимость потенциала (12) для различных расстояний между ямами  $d$  показана на рис. 2. Абсолютное значение минимума каждого потенциала отвечает энергии связи триона с бесконечно тяжелыми дырками в системе с данным расстоянием между ямами. Случаю разделения триона на экситон и свободную дырку соответствует предел  $R \rightarrow \infty$  и  $V(R) \rightarrow 0$ . Легко увидеть, что глубина минимума потенциала триона быстро убывает с расстоянием между ямами. Более того, при  $d > 1.87$  потенциал (12) становится отталкивающим при достаточно больших значениях  $R$  [20]. Это означает, что если расстояние между дырками достаточно велико, то экситону и дырке необходимо преодолеть некоторый барьер для образования триона. Высота барьера, однако, крайне невелика. Как видно из вставки к рис. 2, барьер медленно растет с увеличением расстояния между ямами. Однако даже при максимальном расстоянии между ямами, при котором еще существует связанный трион ( $d \approx 34$ ), высота барьера не превышает 0.0005, что для гетероструктуры на основе GaAs соответствует температуре всего в 26 мК.



**Рис. 2.** Координатные зависимости эффективного потенциала, связывающего дырки в трионе, при различных расстояниях между ямами  $d$ . На вставке — зависимости потенциала для больших расстояний между ямами. Энергия измеряется в энергиях связи трехмерного экситона, длина — в боровских радиусах.



**Рис. 3.** Зависимости энергии связи триона от отношения масс электрона и дырки при различных расстояниях между ямами  $d$ . Энергия измеряется в энергиях связи трехмерного экситона, длина — в боровских радиусах.

С помощью потенциала (12) становится возможным распространить результаты расчетов энергии связи триона на случай дырок конечной массы. Действительно, в адиабатическом приближении относительное движение дырок описывается уравнением Шредингера:

$$\frac{m_e}{m_e + m_h} \Delta_R \varphi(R) - [\varepsilon_{tr} + V_d(R)] \varphi(R) = 0. \quad (13)$$

Уравнение (13) может быть решено численно, и зависимости энергии связи основного состояния триона ( $\varepsilon_{tr} = E_{ex} - E_{tr}$ ) от отношения масс электрона и дырки ( $m_e/m_h$ ) для различных расстояний между ямами ( $d$ ) показаны на рис. 3. Хорошо видно, что энергия связи  $\varepsilon_{tr}$  быстро убывает с ростом отношения масс  $\sigma = m_e/m_h$ ;

при малых  $\sigma$  изменение энергии пропорционально квадратному корню из отношения масс [20] вследствие нулевых колебаний дырок, связанных потенциалом  $V_d(R)$ :

$$\varepsilon_{tr}(\sigma) \approx \varepsilon_{tr}(0) - \sqrt{\frac{m_e}{m_e + m_h} \frac{\varepsilon_{tr}(0)}{R^2}}. \quad (14)$$

## 5. Оценки энергии связи $X^+$ -триона для различных материалов

В заключение стоит привести несколько простейших оценок энергии связи триона в различных гетероструктурах с двумя квантовыми ямами. Для оценок нам понадобятся только боровский радиус в плоскости ( $a_B$ ), объемная боровская энергия ( $E_B$ ) и отношение масс электрона и дырки ( $m_e/m_h$ ) для материала, из которого сделаны квантовые ямы. Например, типичные значения для ямы в GaAs (данные из работы [10]):

$$a_B = \frac{m_e + m_h}{m_e m_h} \frac{\hbar^2 \varepsilon}{e^2} \approx 120 \text{ \AA},$$

$$E_B = \frac{m_e m_h}{m_e + m_h} \frac{e^4}{2\varepsilon^2 \hbar^2} \approx 4.84 \text{ мэВ}, \quad \frac{m_e}{m_h} \approx 0.196. \quad (15)$$

С помощью зависимостей, изображенных на рис. 3, можно получить оценки энергии связи пространственно-непрямого триона для любого значения эффективно-го расстояния между ямами. Для GaAs при расстоянии между ямами в 50  $\text{\AA}$  мы получаем

$$d \approx 0.42, \quad \varepsilon_{tr} \approx 0.09 \text{ Ry} \approx 0.43 \text{ мэВ}. \quad (16)$$

Аналогично для ZnSe ( $a_B \approx 40 \text{ \AA}$ ,  $E_B \approx 20 \text{ мэВ}$ ,  $m_e/m_h \approx 0.26$ , данные взяты из работы [21] в предположении, что квантовые ямы имеют ширину  $\sim 50 \text{ \AA}$ ) при том же расстоянии между ямами 50  $\text{\AA}$  мы получаем

$$d \approx 1.25, \quad \varepsilon_{tr} \approx 0.024 \text{ Ry} \approx 0.48 \text{ мэВ}. \quad (17)$$

Полученные оценки весьма приблизительны, так как погрешность, возникающая при использовании упрощенной функции (11), накладывается на неточность физической модели (например, она не учитывает наличия конечной ширины у квантовых ям), которую мы использовали. Также оценки (16) и (17) очень чувствительны к выбору значения отношения масс электрона и дырки в плоскости квантовой ямы, которое может меняться в зависимости от ее ширины. К тому же при больших значениях отношения масс нарастает ошибка адиабатического приближения: в идеально двумерной яме ( $d = 0$ ) при  $m_e/m_h = 0.25$  оно дает значение энергии связи триона  $\varepsilon_{tr} = 0.42 \text{ Ry}$ , в то время как точное значение  $\varepsilon_{tr} = 0.65 \text{ Ry}$  [8].

Однако весьма показателен сам тот факт, что для гетероструктуры на основе GaAs мы получили почти такую же энергию связи триона, что и для аналогичной гетероструктуры на основе ZnSe, и это при том, что

энергия связи экситона в ZnSe более чем в 4 раза превышает таковую в GaAs. Объяснение заключается в том, что боровский радиус экситона в ZnSe в 3 раза меньше боровского радиуса в GaAs, т.е. одно и то же расстояние между ямами  $50 \text{ \AA}$  соответствует в ZnSe большему значению относительного расстояния между ямами ( $d$ ), чем в GaAs. К тому же выбранное значение отношения масс в ZnSe превышает отношение масс в GaAs. Влияние этих двух причин оказывается достаточно сильным, чтобы скомпенсировать даже такой фактор, как большая величина энергии связи экситона.

## 6. Заключение

Получена серия зависимостей энергии связи пространственно-непрямого  $X^+$ -триона в системе из двух квантовых ям с пространственным разделением заряда от отношения масс электрона и дырки для различных значений расстояния между ямами. Показано, как энергия связи убывает с ростом расстояния между ямами и отношения электронной массы к дырочной. Представлена эволюция эффективного потенциала, связывающего дырки в трионе, с изменением расстояния между ямами.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (грант 02-02-17610), Федеральной программой поддержки ведущих научных школ Министерства промышленности и науки (программа 97-1035) и программой Президиума РАН „Низкоразмерные квантовые структуры“.

## Список литературы

- [1] M.A. Lampert. Phys. Rev. Lett., **1** (12), 450 (1958).
- [2] H.A. Bethe. Z. Phys., **57**, 815 (1929).
- [3] B. Stebe, C. Comte. Phys. Rev. B, **15** (8), 3967 (1977).
- [4] R. Schilling, D.C. Mattis. Phys. Rev. Lett., **49** (11), 808 (1982).
- [5] B. Stebe, A. Ainane. Superlatt. Microstruct., **5** (4), 545 (1989).
- [6] K. Kheng, R.T. Cox, Y.M. d'Aubigne, F. Bassani, K. Saminadayar, S. Tatarenko. Phys. Rev. Lett., **71** (11), 1752 (1993).
- [7] B. Stebe, G. Munschy, L. Stauffer, F. Dujardin, J. Murat. Phys. Rev. B, **56** (19), 12454 (1997).
- [8] J. Usukura, Y. Suzuki, K. Varga. Phys. Rev. B, **59** (9), 5652 (1999).
- [9] W.Y. Ruan, K.S. Chan, H.P. Ho, R.Q. Zhang, E.Y.B. Pun. Phys. Rev. B, **60** (8), 5714 (1999).
- [10] B. Stebe, A. Moradi, F. Dujardin. Phys. Rev. B, **61** (11), 7231 (2000).
- [11] A. Esser, E. Runge, R. Zimmermann. Phys. Rev. B, **62** (12), 8232 (2000).
- [12] C. Riva, F.M. Peeters, K. Varga. Phys. St. Sol. (a), **178** (1), 513 (2000).
- [13] P.A. Sergeev, P.A. Suris. ФТТ, **43**, 714 (2001). [R.A. Sergeev, R.A. Suris. Phys. Sol. St., **43**, 746 (2001)].
- [14] M.M. Dignam, J.E. Sipe. Phys. Rev. B, **43**, 4084 (1991).
- [15] F.M. Peeters, J.E. Golub. Phys. Rev. B, **43**, 5159 (1991).
- [16] E. Binder, T. Kuhn, G. Mahler. Phys. Rev. B, **50**, 18319 (1994).

- [17] P. Bigenwald, B. Gil. Phys. Rev. B, **51**, 9780 (1995).
- [18] A.J. Shields, J.L. Osborne, D.M. Whittaker, M.Y. Simmons, M. Pepper, D.A. Ritchie. Phys. Rev. B, **55**, 1318 (1997).
- [19] V.B. Timofeev, A.V. Larionov, M.G. Alessi, M. Capizzi, A. Frova, J.M. Hvam. Phys. Rev. B, **60**, 8897 (1999).
- [20] R.A. Sergeev, R.A. Suris. In: *Proc. NATO Advanced Research Workshop (St. Petersburg, 2002)* [NATO Sci. Ser. II: Mathematics, Physics and Chemistry (2003)].
- [21] G.V. Astakhov, D.R. Yakovlev, V.P. Kochereshko, W. Ossau, W. Faschinger, J. Puls, F. Henneberger, S.A. Crooker, Q. McCulloch, D. Wolverson, N.A. Gippius, A. Waag. Phys. Rev. B, **65** (16), 165335 (2002).

Редактор Л.В. Шаронова

## $X^+$ trion in system with spatially separated carriers

R.A. Sergeev, R.A. Suris

loffe Physicotechnical Institute  
Russian Academy of Sciences,  
194021 St. Petersburg, Russia

**Abstract** The system of two heavy holes in a two-dimensional quantum well which are bound by an electron in the neighbouring two-dimensional quantum well is considered. The simple qualitative trial function is used to calculate the ground state energy of such  $X^+$  trion in the whole range of the distances between the wells in the approximation of the infinitely heavy hole. The coordinate dependence of the effective potential, binding the holes to each other, is calculated for different values of the distances between the wells. The series of  $X^+$  trion the binding energy dependences versus the electron to hole mass ratio is obtained in adiabatic approximation. A few estimations of the trion binding energy for GaAs and ZnSe double quantum well structures are proposed.