#### 23

# Расчет напряженности электрического поля в интерференционных покрытиях

© Е.Н. Котликов<sup>1</sup>, А.Н. Тропин<sup>2,¶</sup>

 <sup>1</sup> Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, 190000 Санкт-Петербург, Россия
 <sup>2</sup> Акционерное общество "Научно-исследовательский институт "Гириконд", 194223 Санкт-Петербург, Россия
 <sup>¶</sup> e-mail: 216@giricond.ru

Поступила в редакцию 29.04.2022 г. В окончательной редакции 24.08.2022 г. Принята к публикации 25.08.2022 г.

> Описана методика расчета электрического поля в интерференционных покрытиях. Методика используется для нахождения областей в структуре покрытия с минимумами напряженности электрического поля. В эти области при проектировании вводятся тонкие поглощающие металлические пленки. Приведены результаты расчета спектров пропускания узкополосных интерференционных фильтров, в структурах которых используются поглощающие металлические пленки. Показано, что такие металлодиэлектрические тонкопленочные структуры блокируют излучение в длинноволновой области спектра.

> Ключевые слова: амплитуда напряженности электромагнитного поля, узкополосные интерференционные фильтры, спектры, пленки, поглощение, пропускание.

DOI: 10.21883/OS.2022.11.53786.3630-22

## Введение

Спектры пропускания и отражения многослойного тонкопленочного металлодиэлектрического интерференционного покрытия, содержащего непоглощающие диэлектрические и поглощающие металлические пленки, существенно отличаются от спектров такого же интерференционного покрытия, но не содержащего поглощающих пленок. Это можно использовать для создания структур с требуемыми спектральными характеристиками. В работах [1,2] описан синтез интерференционных узкополосных фильтров (ИФ), в которых используются тонкие поглощающие металлические пленки. Подобные структуры позволяют блокировать излучение в области спектра с длинами волн больше длины волны максимума пропускания интерференционного фильтра. При синтезе антиотражающих покрытий введение тонких поглощающих пленок позволяет снизить отражение и расширить область подавления отраженного излучения [3].

В оптике тонких пленок задача анализа распределения напряженности электрического поля в структуре покрытия возникала и ранее. В частности, в работе [4] анализ напряженности электрического поля используется для увеличения лучевой прочности интерференционных покрытий. В работе [5] поглощающие пленки использовались для снижения отражения в интерференционных фильтрах. В работе [6] поглощающие пленки использовались в интерферометрах отраженного света.

В случае с металлодиэлектрическими покрытиями оптимизационные процедуры, традиционно используемые для поиска решения, не всегда дают удовлетворительные результаты. Поэтому требуется проведение дополнительного анализа, заключающегося в расчете распределения напряженности электрического поля внутри многослойной структуры.

В настоящей работе описана методика расчета электрического поля в интерференционных структурах с применением матричного формализма, предложенного Абелесом [7]. Методика используется для нахождения таких областей в структурах многослойных тонкопленочных покрытий, где наблюдаются минимумы напряженности электрического поля. В эти области при проектировании помещались тонкие поглощающие металлические пленки и проводился расчет спектров отражения и пропускания интерференционных покрытий.

# Методика расчета напряженности электрического поля

Расчет напряженности электрического поля в интерференционных покрытиях проводился с использованием следующей модели многослойного тонкопленочного покрытия [7–9]:

 – нормальное падение излучения, его направление показано стрелкой на рис. 1;

 поглощение в диэлектрических пленках и в подложке отсутствует;

- каждый слой с номером j характеризуется показателем преломления  $n_j$  и физической (геометрической) толщиной  $d_j$ ;

– подложка характеризуется показателем преломления  $n_s$ ;

Air  $\begin{array}{c} n_m & n_{m-1} \\ L & H \\ \end{array}$   $\begin{array}{c} n_{j+1} & n_j \\ d_2 & d_1 \\ L & H \\ \end{array}$   $\begin{array}{c} n_1 \\ L & d_2 \\ d_1 \\ \end{array}$  Substrate  $\begin{array}{c} n_2 \\ d_2 \\ d_1 \\ \end{array}$   $\begin{array}{c} n_1 \\ L \\ H \\ \end{array}$   $\begin{array}{c} n_s \\ \end{array}$   $\begin{array}{c} n_s \\ n_s \end{array}$ 

Рис. 1. Модель многослойного тонкопленочного покрытия.

 нумерация слоев начинается от подложки в сторону воздуха, т.е. прилегающий к подложке слой имеет номер 1. Слой, граничащий с воздухом, имеет наибольший номер;

— при графическом построении распределения поля внутри многослойного покрытия отсчет начинается от границы "воздух—последний слой". То есть поле с текущей координатой х соответствует полю в точке пространства на расстоянии *x* от границы "воздух—последний слой" (рис. 1).

Характеристическая матрица  $M_j$  слоя с номером j имеет вид (см., например, [9]):

$$M_{j} = \begin{bmatrix} \cos\beta_{j} & \frac{i}{n_{j}}\sin\beta_{j} \\ in_{j}\sin\beta_{j} & \cos\beta_{j} \end{bmatrix}, \qquad (1)$$

где i — мнимая единица, а фаза (фазовая толщина)  $\beta_j$ равна:

$$\beta_j = \frac{2\pi}{\lambda} n_j d_j, \qquad (2)$$

где  $n_j$  — показатель преломления слоя с номером j на длине волны  $\lambda$ ,  $d_j$  — геометрическая толщина слоя с номером j.

В том случае, когда при расчетах толщину слоя  $d_j$  задают не в единицах физической толщины, а в единицах четверти длины волны  $\lambda_0/4$  как оптическую толщину, тогда фаза  $\beta_j$  записывается:

$$\beta_j = \frac{2\pi}{\lambda} n_j \frac{\lambda_0}{4n_0} D_j, \qquad (3)$$

где  $\lambda_0$  — референсная (опорная) длина волны,  $n_{0j}$  показатель преломления слоя с номером *j* на длине волны  $\lambda_0$ ,  $D_j$  — оптическая толщина слоя с номером *j* в долях  $\lambda_0/4$ .

Характеристическая матрица многослойной структуры G, содержащей m слоев, записывается как произведение характеристических матриц отдельных слоев. При этом умножение матрицы слоя с увеличивающимся номером происходит слева [9]:

$$G = M_m M_{m-1} \cdots M_j M_{j-1} \cdots M_2 M_1$$
  
=  $\prod_{j=m}^{1} M_j \begin{bmatrix} g_{11} & ig_{12} \\ ig_{21} & g_{22} \end{bmatrix},$  (4)

где *i* — мнимая единица.

Компоненты матрицы G позволяют рассчитать амплитудные и фазовые спектры френелевских коэффициентов отражения и пропускания многослойного тонкопленочного покрытия, изображенного на рис. 1.

Наравне с построением распределения фактической амплитуды электрического поля в точке с координатой х в рассматриваемом случае удобно использовать квадрат амплитуды электрического поля в точке с координатой х, нормированный на квадрат амплитуды поля падающей волны [4,7,8]:

$$N(x) = \frac{|E(x)|^2}{|E_0^+|^2},$$
(5)

где E(x) — амплитуда электрического поля в точке с текущей координатой x,  $E_0^+$  — амплитуда поля волны, падающей из внешней среды (воздуха) на оптическое покрытие.

Знаменатель в формуле (5), выраженный через компоненты матрицы G, имеет вид [4,7]:

$$|E_0^+|^2 = \frac{1}{4} \left( \left( g_{11} + g_{22} \frac{n_s}{n_0} \right)^2 + \left( \frac{1}{n_0} g_{21} + g_{12} n_s \right)^2 \right) \frac{|E|^2}{2},$$
(6)

где  $n_s$  — показатель преломления подложки на длине волны  $\lambda$ ,  $n_0$  — показатель преломления внешней среды ( $n_0 = 1$  для модели, представленной на рис. 1), E напряженность электрического поля прошедшей волны.

Получим формулу для числителя в выражении (5), т.е. вычислим напряженность электрического поля на расстоянии x от границы раздела "воздух—последний слой".

Для этого умножим слева специальную матрицу  $G_{inv}$  [7] на характеристическую матрицу многослойного покрытия G:

$$G_{inv}G = \begin{bmatrix} g'_{11} & ig'_{12} \\ ig'_{21} & g'_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_{11} & ig_{12} \\ ig_{21} & g_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g''_{11} & ig''_{12} \\ ig''_{21} & g''_{22} \end{bmatrix},$$
(7)

где матрица G<sub>inv</sub>

$$G_{inv} = \begin{bmatrix} \cos \Delta\beta & -\frac{i}{n_j \sin \beta} \\ -in_j \sin \Delta\beta & \cos \Delta\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g'_{11} & ig'_{12} \\ ig'_{21} & g'_{22} \end{bmatrix}.$$
 (8)

Матрица *G*<sub>*inv*</sub> учитывает зависимость от координаты х следующим образом:

$$\Delta\beta = \frac{2\pi}{\lambda} n_j x,\tag{9}$$

где  $n_j$  — показатель преломления в точке многослойного покрытия на расстоянии *x* от границы раздела "воздух—последний слой".

Искомый числитель в выражении (5) запишется:

$$|E(x)|^{2} = \left( (g_{11}'')^{2} + (n_{s}g_{12}'')^{2} \right) \frac{|E|^{2}}{2}.$$
 (10)

Далее, подставляя (6) и (10) в (5), получим:

$$N(x) = \frac{|E(x)|^2}{|E_0^+|^2}$$
$$= \frac{(g_{11}'')^2 + (n_s g_{12}'')^2}{\frac{1}{4} \left( \left( g_{11} + g_{22} \frac{n_s}{n_0} \right)^2 + \left( \frac{1}{n_0} g_{21} + g_{12} n_s \right)^2 \right)}.$$
 (11)

Выражение (11) описывает распределение квадрата амплитуды электрического поля в структуре интерференционного покрытия.

С использованием приведенных выше уравнений в пакете Mathcad [10] была составлена программа для расчета N(x). С использованием этой программы был проведен анализ напряженности электрического поля в структурах двух типов узкополосных интерференционных фильтров, различающихся показателями преломления центральных (резонансных) слоев, которые определяют длину волны максимума пропускания фильтра [9,11]. Расчет использовался для нахождения в структуре покрытия областей, в которых амплитуды напряженности электрического поля принимали минимальные значения. В эти точки помещались поглощающие металлические пленки, которые позволяли формировать требуемые спектральные характеристики ИФ.

### Синтез интерференционных фильтров

Процедура проектирования оптического интерференционного покрытия, как правило, состоит из нескольких этапов. На начальном этапе формулируются требования к спектральным параметрам и характеристикам покрытия, определяются доступные для реализации покрытия пленкообразующие материалы, выбирается начальная структура покрытия для дальнейшего проведения процедуры оптимизации. На следующем этапе проводится оптимизации структуры с использованием различных современных инструментов многопараметрического поиска.

Рассмотрим синтез двух интерференционных фильтров разного типа на длине волны  $4.27 \,\mu m \, (2342 \, cm^{-1})$ , которая соответствует линии поглощения CO<sub>2</sub>-газа [12]. В качестве исходной структуры был выбран составной интерференционный фильтр, состоящий их двух элементарных интерференционных фильтров на основе интерферометра Фабри-Перо, разделенных согласующим слоем [11]. В первом типе интерференционного фильтра использовались центральные полуволновые слои из



**Рис. 2.** Топология И $\Phi(1)$  и распределение поля (2) в структуре с полуволновыми слоями из пленок с низким показателем преломления.

**Таблица 1.** Структура 15-слойного ИФ с низкопреломляющими полуволновыми пленками

Номер слоя	1	2	3	4	5	6	7	8
Материал	Ge	SiO	Ge	Ni	SiO	Ni	Ge	SiO
Толщина, nm	274	611	276	4.9	1203	22.6	219	611
Номер слоя	9	10	11	12	13	14	15	_
Материал	Ge	SiO	Ge	Ni	SiO	Ni	Ge	_
Толщина, nm	274	611	274	4.9	1191	14.4	274	_

пленок с низким показателем преломления, во втором типе — из пленок с высоким показателем преломления.

Структура двухсекционного узкополосного фильтра без поглощающих пленок на длину волны  $4.27 \,\mu m$  (волновое число  $2342 \, cm^{-1}$ ) имела вид [12]:

$$S|(HL)H(2L)(HL)^2H(2L)H|air,$$
 (12)

где S — подложка (substrate), H — четвертьволновый слой с высоким (high) показателем преломления, L — четвертьволновый слой с низким (low) показателем преломления, air — воздух. Оптические толщины пленки L и H соответствуют четвертьволновому слою на длине волны 4.27  $\mu$ m. В работе при расчетах показатель преломления низкопреломляющих слоев принимался равным 1.81 ( $\lambda = 4.27 \mu$ m), что соответствует пленкам моноокиси кремния SiO. Показатель преломления высокопреломляющих слоев принимался равным 4.03 ( $\lambda = 4.27 \mu$ m), что соответствует пленкам коноокиси кремния SiO. Показатель преломления 4.03 ( $\lambda = 4.27 \mu$ m), что соответствует пленкам германия слоев принимался равным 4.03 ( $\lambda = 4.27 \mu$ m), что соответствует пленкам германия Ge. Показатель преломления подложки из кремния равен 3.43 ( $\lambda = 4-5 \mu$ m) [13].

На рис. 2 представлена топология (зависимость показателя преломления от геометрической толщины) многослойной структуры (12). Также на рис. 2 представлено



**Рис. 3.** Спектры пропускания ИФ с полуволновыми слоями из пленок с низким показателем преломления. *1* — исходная структура, *2* — структура с металлическими слоями из табл. 1.

**Таблица 2.** Структура 15-слойного ИФ с высокопреломляющими полуволновыми пленками

Номер слоя	1	2	3	4	5	6	7	8
Материал	Ge	SiO	Ge	Ni	Ge	SiO	Ge	SiO
Толщина, nm	274	632	272	13	244	632	274	632
Номер слоя	9	10	11	12	13	14	15	_
Материал	Ge	SiO	Ge	Ni	Ge	SiO	Ge	_
Толщина, nm	274	632	253	11	250	631	274	_

распределение поля N(x) внутри интерференционного фильтра.

На рис. 3 (кривая *I*) приведен спектр пропускания ИФ с максимумом, соответствующим волновому числу  $\nu = 2342 \text{ cm}^{-1}$ . На рисунке для наглядности используется спектральная зависимость от волнового числа. Видно, что в спектральной области с волновыми числами менее 1667 cm<sup>-1</sup> (длинами волн выше 6  $\mu$ m) фильтр имеет пропускание до 85%. Задачей введения в структуру такого ИФ тонких поглощающих пленок является подавление такого нежелательного пропускания в длинноволновой области спектра.

Расчет распределения электрического поля в многослойном тонкопленочном покрытии, образующем ИФ, показывает, что распределение напряженности поля неравномерно и имеет экстремумы (минимумы). С учетом этого обстоятельства, а также с целью уменьшения оптических потерь в многослойной системе на длине волны  $\lambda_{max}$  с одновременным блокированием излучения в длинноволновой области металлические пленки необходимо помещать в точках локальных минимумов, как это предложено в работах [1,2]. Поэтому на следующем этапе проектирования тонкие пленки никеля с геометрической толщиной 5  $\mu$ m были введены в структуру ИФ на границах 3-4 и 4-5 слоев, а также на границах 9-10 и 10-11 слоев.

Добавление металлических поглощающих пленок сдвигает максимум пропускания интерференционного фильтра. Этот сдвиг может быть легко скомпенсирован, либо центральным (резонансным) слоем, либо прилегающими слоями, образующими диэлектрические зеркала. Поэтому на следующем этапе полученная структура оптимизировалась по целевому спектру. В качестве целевого спектра в диапазоне 2000–2500 сm<sup>-1</sup> использовался спектр структуры (12). В остальной области спектра пропускание задавалось равным нулю.

Расчет и оптимизация покрытий выполнялись с использованием программы FilmManager [14]. В программе предусмотрен расчет спектров заданных структур, а также синтез (оптимизация) покрытий с характеристиками, максимально приближенными к требуемому (целевому) спектру.

Оптимизация (синтез) ИФ проводилась путем минимизации функции качества вида:

$$F = \sum_{i=1}^{N} |T_{\text{calc}}(\lambda_i) - T_{\text{et}}(\lambda_i)|^2 W(\lambda_i), \qquad (13)$$

где  $T_{\text{calc}}(\lambda_i)$  и  $T_{\text{et}}(\lambda_i)$  — расчетное и целевое (требуемое) значения коэффициента пропускания на длинах волн  $\lambda_i = \lambda_{\min} + (i-1)\Delta\lambda$  соответственно,  $\lambda_{\min}$  коротковолновая граница спектрального интервала,  $\Delta\lambda = (\lambda_{\max} - \lambda_{\min})/N$  — величина шага сетки длин волн, N — число точек, в которых вычисляется спектр, и  $W(\lambda_i)$  — весовой множитель в точке i, задаваемый пользователем.

После оптимизации структуры (12) с металлическими пленками была получена структура, представленная в табл. 1.

Спектр этого покрытия приведен на рис. 3 (кривая 2). Форма контура пропускания такая же, как и у фильтра без металлических пленок. В спектральном диапазоне с волновыми числами менее 1667 сm<sup>-1</sup> ( $\lambda > 6 \mu$ m) пропускание ниже 0.5%. Пропускание в максимуме несколько ниже, чем у покрытия без металлических пленок. Однако оно практически такое же, как и пропускание фильтра без металлических пленок, но с дополнительным светофильтром, блокирующим длинноволновую область [2].

Кроме описанного выше, авторами был синтезирован интерференционный фильтр, имеющий схожие спектральные характеристики, но отличающийся структурой покрытия. Отличие структуры ИФ от рассмотренной ранее конструкции заключалось в том, что в качестве центральных полуволновых слоев использовались пленки с высоким показателем преломления.

Исходная модельная структура составного узкополосного фильтра на длину волны 4.27 µm имеет вид:

$$S|HL(2H)(LH)^{2}L(2H)LH|air,$$
 (14)



**Рис. 4.** Спектры пропускания ИФ с полуволновыми слоями из пленок с высоким показателем преломления. *I* — исходная структура, *2* — структура с металлическими слоями из табл. 2.



**Рис. 5.** Топология  $И\Phi(I)$  и распределение поля (2) в структуре с полуволновыми слоями из пленок с высоким показателем преломления.

где все обозначения такие же, как в (12).

На рис. 4 (кривая I) приведен спектр пропускания этого ИФ. В спектральной области с волновыми числами менее 1667 сm<sup>-1</sup> (с длинами волн свыше 6  $\mu$ m) ИФ также имеет высокое паразитное (ненужное) пропускание.

На рис. 5 представлена топология многослойной структуры (14). Там же приведено распределение поля N(x) внутри интерференционной структуры.

Расчет распределения электрического поля в многослойном тонкопленочном покрытии, образующем ИФ, показывает, что распределение напряженности имеет экстремумы (минимумы), приходящиеся на середину разделительных (полуволновых) пленок 2H. С учетом этого обстоятельства тонкие пленки никеля геометрической толщиной 5 nm помещались в середину полуволновых германиевых слоев, а именно — посередине третьего и девятого слоев. Затем проводилась оптимизация всей конструкции с целью получения спектра, максимально приближенного к требуемому.

После оптимизации структуры (14) с металлическими пленками была получена структура металлодиэлектрического ИФ, приведенная в табл. 2.

Спектр пропускания этого покрытия приведен на рис. 4 (кривая). В длинноволновой спектральной области подавления излучения пропускание несколько больше, чем у структуры из табл. 1. Уменьшение ненужного пропускание становится возможным при увеличении толщины металлических пленок никеля, что однако приводит к значительному снижению пропускания на длине волны  $\lambda_{max}$ .

## Заключение

В работе рассмотрена методика расчета электрического поля в интерференционных покрытиях, которая базируется на математическом формализме с применением характеристических матриц системы. Методика используется для нахождения таких областей в структурах многослойных тонкопленочных покрытий, где наблюдаются минимумы напряженности электрического поля. Далее на следующем этапе проектирования в эти области вводятся тонкие поглощающие металлические пленки.

Использование представленного подхода позволяет создавать металлодиэлектрические узкополосные ИФ с блокированием пропускания в длинноволновой области спектра без использования дополнительных блокирующих фильтров на основе поглощающих систем или диэлектрических зеркал.

Полученные результаты проектирования ИФ с максимумом пропускания на  $\nu = 2342 \,\mathrm{cm^{-1}}$  показывают, что для рассмотренных в работе многослойных покрытий, состоящих из пленок германия и моноокиси кремния, добавление нескольких тонких слоев никеля с толщиной от 5 до 25 nm позволяет практически полностью блокировать нежелательное пропускание в длинноволновой области спектра. При этом локализация добавляемых в структуру металлических слоев совпадает с минимумами напряженности электрического поля волны, распространяющейся в интерференционной системе.

#### Финансирование работы

Работа выполнена при финансовой поддержке по гранту МНВО РФ № FSFR-2020-0004.

#### Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

# Список литературы

- Е.Н. Котликов. Оптич. журн., 88 (6), 45 (2021).
   DOI: 10.17586/1023-5086-2021-88-06-45-47
   [E.N. Kotlikov. J. Opt. Techn., 88 (6), 321 (2021).
   DOI: 10.1364/JOT.88.000321].
- [2] Е.Н. Котликов, А.Н. Тропин. Оптич. журн., 88 (9), 85 (2021). DOI: 10.17586/1023-5086-2021-88-09-85-92 [Е.N. Kotlikov, A.N. Tropin. J. Opt. Techn., 88 (9), 543 (2021). DOI: 10.1364/JOT.88.000543].
- [3] Е.Н. Котликов. Оптич. журн., 87 (11), 81 (2020).
   DOI: 10.17586/1023-5086-2020-87-11-81-87
   [E.N. Kotlikov. J. Opt. Techn., 87 (11), 693 (2020).
   DOI: 10.1364/JOT.87.000693].
- [4] O. Arnon, P. Baumeister. Appl. Opt., 19 (11), 1853 (1980).
   DOI: 10.1364/AO.19.001853
- [5] B.T. Sullivan, K.L. Byrt. Appl. Opt., 34 (25), 5684 (1995).
   DOI: 10.1364/AO.34.005684
- [6] Ю.В. Троицкий. Многолучевые интерферометры отраженного света (Наука, Новосибирск, 1985).
- [7] F. Abeles. Ann. Phys. (Paris), 12 (3), 504 (1948).
   DOI: 10.1051/anphys/194812030504
- [8] W.N. Hansen, J. Opt. Soc. Am., 58 (3), 380 (1968).
   DOI: 10.1364/JOSA.58.000380
- [9] M. Born, E. Wolf. *Principles of Optics, 4th rev. ed.* (Pergamon Press, 1970).
- [10] Mathcad [Электронный ресурс]. URL: https://www.mathcad.com/en/
- [11] Справочник по лазерам, т. 1, под ред. А.М. Прохорова (Сов. Радио, Москва, 1978).
- [12] Н.А. Борисевич, В.Г. Верещагин, М.А. Валидов. Инфракрасные фильтры (Наука и техника, Минск, 1971).
- [13] Е.Н. Котликов, Ю.А. Новикова. Опт. спектр., 120 (5), 867 (2016). DOI: 10.7868/S0030403416050160 [E.N. Kotlikov, Y.A. Novikova. Opt. Spectrosc., 120 (5), 815 (2016). DOI: 10.1134/S0030400X16050167].
- [14] Е.Н. Котликов, И.И. Коваленко, Ю.А. Новикова. Инф.упр. сист., 3 (76), 51 (2015). DOI: 10.15217/issn1684-8853.2015.3.51