

09;01.1;01.5

## Оптическое возбуждение и контроль расширенных орбит в квадрупольных ловушках

© С.С. Рудый, В.В. Рыбин, Д.П. Щербинин, Ю.В. Рождественский, И.А. Костерной

Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия  
E-mail: semyonrudiy@gmail.com

Поступило в Редакцию 25 апреля 2022 г.  
В окончательной редакции 22 июня 2022 г.  
Принято к публикации 22 июня 2022 г.

Рассмотрен новый механизм формирования расширенных орбит одиночных заряженных частиц в линейной радиочастотной ловушке под действием силы светового давления лазерного излучения. Определены условия формирования расширенных орбит в зависимости от характеристик лазерного излучения и объекта локализации.

**Ключевые слова:** ионные ловушки, квадрупольные ловушки, световое давление, расширенные орбиты, удвоение периода, нелинейная динамика.

DOI: 10.21883/PJTF.2022.16.53197.19233

В настоящее время радиочастотные ловушки для микрочастиц широко используются для локализации и характеристики одиночных микро- и наноразмерных заряженных частиц. Специфика локализации микрочастиц допускает применение радиочастотных ловушек в условиях атмосферного давления [1,2]. При этом в динамике заряженной частицы могут проявляться нелинейные и хаотические эффекты.

Одним из таких эффектов является формирование так называемых расширенных орбит — двумерных квазипериодических колебаний, спектр которых характеризуется гармониками с частотами, кратными половине частоты переменного удерживающего поля ловушки [2,3]. Формирование расширенных орбит связывают с переходом от ламинарного движения к турбулентному при возникновении нелинейной диссипации энергии на буферном газе [4]. Будучи типичным артефактом нелинейной динамики, расширенные орбиты могут быть использованы для характеристики локализованных заряженных частиц: неструктивного определения заряда, массы и размера [3]. Описанный NDI-метод (nonlinear damping identification) является перспективным, однако требует контроля параметров буферного газа, в том числе температуры, давления и парциального состава [5]. Поддержание стационарных условий среды локализации возможно, однако на практике сопряжено со значительными технологическими трудностями. Кроме того, представленные в литературе механизмы формирования расширенных орбит опираются на гидродинамическое описание нелинейной диссипации энергии. Такое описание накладывает ограничения на минимальный характерный размер объекта локализации (порядка  $1 \mu\text{m}$ ). Таким образом, поиск новых механизмов формирования расширенных орбит для субмикронных частиц является особенно актуальным. Так, возбуждение расширенных орбит для заряженных частиц может осуществляться с

помощью дополнительного внешнего оптического воздействия.

Цель настоящей работы — определение условий оптического возбуждения расширенных орбит в линейной квадрупольной ионной ловушке в зависимости от физических характеристик локализованных частиц и параметров лазерного излучения.

Рассмотрим случай локализации одиночной частицы в линейной квадрупольной ловушке, пространственное распределение потенциала в которой имеет вид

$$\Phi = [V \cos(\omega t)] \frac{x^2 - y^2}{2r_0^2}, \quad (1)$$

где  $V$  — переменная компоненты напряжения на электродах,  $\omega$  — частота переменного напряжения на электродах,  $r_0$  — радиус рабочей области ловушки (рис. 1).

В случае локализации микрочастиц в буферном газе необходимо учитывать эффекты демпфирования. При малых значениях числа Рейнольдса [3,6] нелинейными эффектами можно пренебречь и считать движение частицы ламинарным. Результирующая сила трения может быть описана силой трения Стокса в виде

$$F_D = -6\pi\mu r \mathbf{v} = -\gamma \mathbf{v},$$

где  $\mathbf{v}$  — вектор скорости движения частицы,  $r$  — радиус частицы,  $\mu$  — коэффициент динамической вязкости буферного газа,  $\gamma$  — коэффициент линейного трения.

Сила светового давления лазерного луча, направленного вдоль прямой  $y = x$  (рис. 1), в рамках теории рассеяния Ми может быть описана в виде [7]:

$$F_r = \frac{E}{c} A_d Q_{pr},$$

где  $E = 4P(x, y, z)/(\pi D^2)$ ,  $P$  — пространственное распределение мощности оптического излучения,  $A_d$  —

проекция засвеченной площади поверхности,  $Q_{pr}$  — эффективность светового давления. Эффективность давления излучения  $Q_{pr}$  определяет эффективность передачи импульса от излучения к частице. Теория рассеяния Ми обеспечивает точные средства расчета эффективности радиационного давления для заданного размера частицы и длины волны лазерного излучения [7,8]. С учетом поперечного распределения интенсивности лазерного излучения в рамках гауссова профиля, коллимированного на ширину луча  $D$ , сила светового давления принимает вид

$$F_r(x, y, z) = \exp\left[-\frac{(x-y)^2 + 2z^2}{D^2}\right] \frac{4P_0}{c} \frac{r^2}{D^2} Q_{pr}, \quad (2)$$

где  $P_0$  — номинальная мощность лазерного излучателя. Важно отметить, что вертикальная координата пучка определяется высотой локализации заряженной частицы над поверхностью запирающего электрода (обозначен DC на рис. 1). Совмещение положения плоскости локализации заряженной частицы  $XU$  и высоты лазерного излучателя возможно за счет варьирования напряжения на запирающем электроде.

При  $r \ll D$  с учетом замен

$$q = \frac{2eV}{m\omega^2 r_0^2}, \quad \beta = \frac{2\gamma}{m\omega}, \quad \eta = \sqrt{2} \frac{8P}{mc\omega^2 D^3} Q_{pr}, \quad \tau = \frac{\omega t}{2}$$

уравнения движения в плоскости  $XU$  примут окончательный вид

$$\ddot{X} + (2q \cos[2\tau])X + \beta\dot{X} + \eta \exp[-(X-Y)^2] = 0, \quad (3a)$$

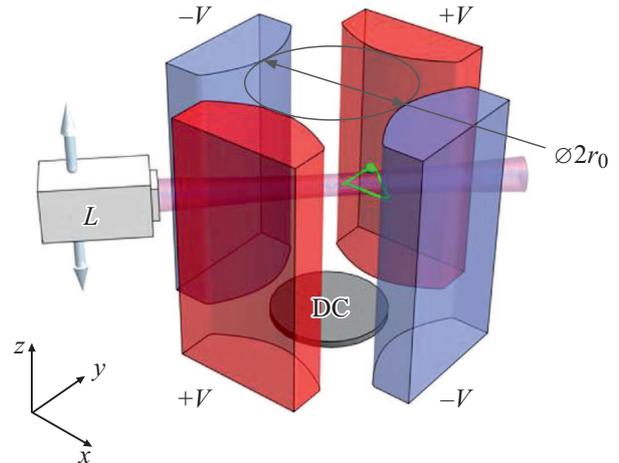
$$\ddot{Y} - (2q \cos[2\tau])Y + \beta\dot{Y} + \eta \exp[-(X-Y)^2] = 0, \quad (3b)$$

где принята нормировка  $X = x/D$ ,  $Y = y/D$ .

В общем виде в системе (3) возможна реализация широкого спектра нелинейных динамических режимов, включая хаотическое движение. Однако практически важным является переход между колебаниями на частотах, кратных  $\omega$  (режим  $T_1$ ), и на частотах, кратных  $\omega/2$  (режим  $T_2$ ). Обеспечить указанный переход возможно управлением параметра силы светового давления  $\eta$  через изменение мощности лазерного излучения (2).

Для идентификации динамического режима в зависимости от значений параметров  $q$ ,  $\eta$  и  $\beta$  проведен расчет старшего показателя Ляпунова  $\lambda$ , характеризующего расходимость траекторий [9] при  $q \in [0.65, 0.9]$ ,  $\eta \in [0.1, 0.9]$ ,  $\beta = 0.1$  (рис. 2, а). Диапазон параметра  $q$  определен в соответствии со значениями первой зоны стабильности диаграммы Айнса–Стрета [1]; начальные условия для координаты каждой пары параметров  $(q, \eta)$  случайны в рамках нормального распределения с дисперсией  $\sigma_{xy} = 0.05D$ .

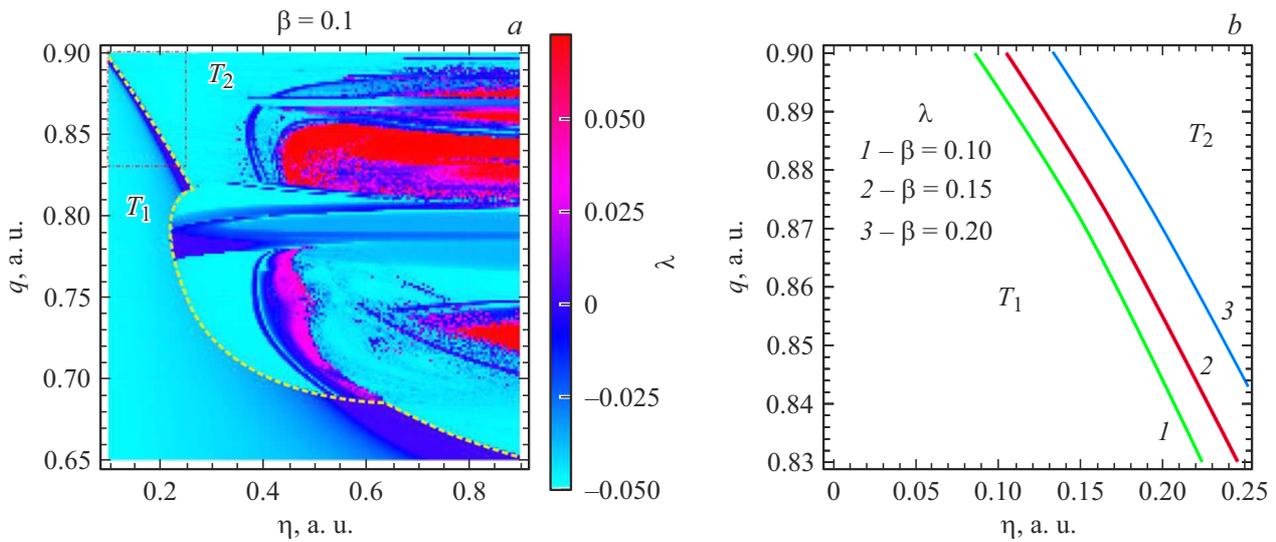
Стабильность локализации в плоскости  $XU$  удовлетворяет условиям, накладываемым на параметры  $(q, \beta)$ , соответствующие зонам стабильности диаграммы Айнса–Стрета, в отсутствие постоянной компоненты



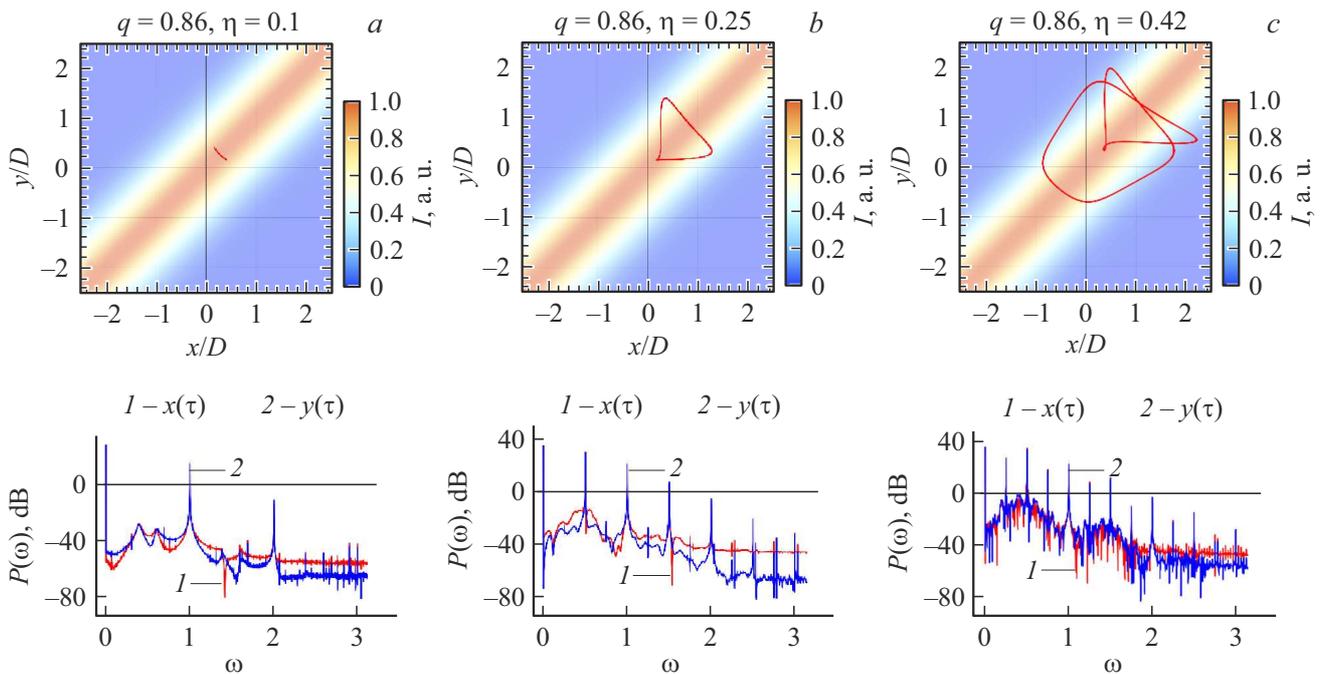
**Рис. 1.** Процесс локализации в линейной квадрупольной ловушке с запирающим электродом.  $L$  — источник лазерного излучения,  $\pm V$  — амплитуда высокочастотного напряжения на электродах, подключенных в фазе (+) и противофазе (–) соответственно, DC — запирающий электрод,  $r_0$  — радиус ловушки.

напряжения на электродах независимо от значений параметра светового давления  $\eta$ . При этом, как было отмечено выше, при изменении  $\eta$  наблюдается переход между различными динамическими режимами. При любом малом  $\eta > 0$  наблюдается вытягивание траектории со смещением положения равновесия относительно геометрического центра ловушки по направлению лазерного луча (рис. 3, а,  $\eta = 0.1$ ). Спектральный состав колебаний при этом характеризуется гармониками, кратными периоду осцилляций переменного поля  $\omega$  (режим  $T_1$ ). Спектрограмма развертки движения по  $OX$  и  $OY$ , полученная в результате фурье-преобразования, представлена в нижней части рис. 3. На рис. 2, а область значений параметров  $(q, \eta)$ , при которых формируется описанное движение, выделена прямоугольником.

Увеличение параметра  $\eta$  приводит к формированию одной из разновидностей расширенных орбит (рис. 3, б,  $\eta \geq 0.198$ , режим  $T_2$ ). Отметим, что строгой формулировки эффекта расширенных орбит не существует; под этим термином понимается любое проявление замкнутого орбитального движения заряженной частицы при локализации в электродинамической ловушке в условиях диссипации энергии. Обычно формирование  $\omega/2$ -кратных квазипериодических траекторий связано с возникновением эффектов нелинейного трения при локализации заряженных частиц в условиях атмосферного давления [5,6]. Однако в данном случае под расширенными орбитами понимается режим колебаний, когда спектральный состав колебаний соответствует  $k\omega/2^{n-1}$ ,  $k = 1, 2, 3, \dots$ ,  $n \geq 1$ , где  $n$  соответствует колебательный режим  $T_n$ . Таким образом, в результате воздействия внешних сил расширенные орбиты также формируются. Оптический контроль в данном случае позволяет возбуждать переход  $T_1 \leftrightarrow T_2$  только для частиц



**Рис. 2.** Расчет старшего показателя Ляпунова  $\lambda$  для модели (3). Штриховой линией показан переход  $T_1 \leftrightarrow T_2$ . *a* — при  $\beta = 0.1$ ,  $q \in [0.65, 0.9]$ ,  $\eta \in [0.1, 0.9]$ . *b* — увеличенный фрагмент для  $\beta = 0.1, 0.15, 0.2$ . Линиями показана граница  $T_1 \leftrightarrow T_2$ .



**Рис. 3.** Траектории и колебательный спектр движения при  $q = 0.86$ . *a* —  $\eta = 0.1$  ( $T_1$ ), *b* —  $\eta = 0.25$  ( $T_2$ ), *c* —  $\eta = 0.42$ .

в области взаимодействия с оптическим излучением (рис. 3).

С точки зрения значения старшего показателя Ляпунова наблюдается четкая граница между режимами  $T_1 \leftrightarrow T_2$  на границе первой области стабильности по  $q$  ( $\eta \leq 0.25$ ,  $q > 0.83$ , отмечена штриховой линией на рис. 2, *a*). Последующий рост  $\eta$  приводит к бифуркации с последовательным удвоением периода и обогащением спектрального состава колебаний на соответствующие  $k\omega/2^{n-1}$  частоты (рис. 3, *b, c*).

Необходимо отметить, что расчет показателей  $\lambda(q, \eta)$  проводился для фиксированного значения  $\beta$ . При этом изменение приведенного коэффициента трения влияет только на положение границы  $T_1 \leftrightarrow T_2$  в пространстве параметров  $(q, \eta)$ , при этом линейная зависимость границы  $\eta(q)$  сохраняется (рис. 2, *b*). При аппроксимации результатов численного расчета уравнение границы  $\eta(q, \beta)$  для перехода  $T_1 \leftrightarrow T_2$  при  $0.83 \leq q \leq 0.903$ ,  $0.05 \leq \beta \leq 0.25$  принимает вид

$$\eta = A(\beta) + qB(\beta),$$

где  $A$ ,  $B$  — функции приведенного коэффициента трения вида

$$A(\beta) = 2.118 - 0.962\beta + 5.763\beta^2 - 11.405\beta^3 - 68.253\beta^4,$$

$$B(\beta) = -2.556 + 7.431\beta - 49.555\beta^2 + 83.515\beta^3 + 411.228\beta^4 - 955.659\beta^5.$$

Таким образом, формирование расширенных орбит может быть обеспечено не только нелинейной диссипацией энергии, но и внешним оптическим воздействием. Осуществляя фокусировку и позиционирование лазерного излучения, можно контролировать формирование расширенных орбит отдельных заряженных частиц.

Оптический контроль расширенных орбит может быть использован для неdestructивного определения параметров одиночной заряженной частицы по аналогии с NDI-методом [4]. Этот факт представляется особенно важным в случае изучения наноразмерных частиц, где реализация нелинейной диссипации энергии ограничена [3]. Возможность контроля формирования расширенных орбит и последующего определения границ переходов между динамическими режимами  $T_1 \leftrightarrow T_2$  позволяет не только находить характерный размер частицы (через коэффициент  $\beta$ ), но и отдельно определять массу и заряд. Оптический контроль в данном случае требует дополнительного уточнения с учетом рэлеевского рассеяния [10].

### Финансирование работы

Работа выполнена в рамках проекта Российского научного фонда 22-42-05002.

### Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

### Список литературы

- [1] B.M. Mihalcea, S. Lynch, Appl. Sci., **11** (7), 2938 (2021). DOI: 10.3390/app11072938
- [2] R. Syrovatka, V. Filinov, L. Vasilyak, V. Pecherkin, L. Deputatova, V. Vladimirov, **19** (3), 564 (2021). DOI: 10.5937/jaes0-28342
- [3] E.A. Vinitsky, E.D. Black, K.G. Libbrecht, Am. J. Phys., **83** (4), 313 (2015). DOI: 10.1119/1.4902185
- [4] V.V. Rybin, S.S. Rudyi, O.O. Kokorina, Vibroeng. Procedia, **32**, 156 (2020). DOI: 10.21595/vp.2020.21537
- [5] T. Al-Hababi, M. Cao, B. Saleh, N.F. Alkayem, H. Xu, Sensors, **20** (24), 7303 (2020). DOI: 10.3390/s20247303
- [6] B.P. Le Clair, A.E. Hamielec, H.R. Pruppacher, J. Atmospheric Sci., **27** (2), 308 (1970). [https://journals.ametsoc.org/view/journals/atsc/27/2/1520-0469\\_1970\\_027\\_0308\\_ansotd\\_2\\_0\\_co\\_2.xml](https://journals.ametsoc.org/view/journals/atsc/27/2/1520-0469_1970_027_0308_ansotd_2_0_co_2.xml)
- [7] M.M. Abbas, P.D. Craven, J.F. Spann, W.K. Witherow, E.A. West, D.L. Gallagher, M.L. Adrian, G.J. Fishman, D. Tankosic, A. LeClair, R. Sheldon, E. Thomas, Jr., J. Geophys. Res.: Space Phys., **108** (A6), 1229 (2003). DOI: 10.1029/2002JA009744
- [8] W.J. Wiscombe, *Mie scattering calculations: advances in technique and fast, vector-speed computer codes* (National Technical Information Service, Boulder, Colorado, 1979). DOI: 10.5065/D6ZP4414
- [9] Н.Н. Розанов, Н.В. Высотина, ЖЭТФ, **155** (6), 991 (2019). DOI: 10.1134/S0044451019060038 [N.N. Rosanov, N.V. Vysotina, JETP, **128** (6), 840 (2019). DOI: 10.1134/S1063776119060074].
- [10] М.Я. Амусья, А.С. Балтенков, Письма в ЖЭТФ, **111** (8), 536 (2020). DOI: 10.31857/S1234567820080108 [M.Y. Amusia, A.S. Baltenkov, JETP Lett., **111** (8), 472 (2020). DOI: 10.1134/S0021364020080019].