

04.1

Численное моделирование сверхзвукового потока газов в коническом сопле с локальным подогревом плазмой

© С.Т. Воронин

ООО „Аника М“, Новосибирск, Россия
E-mail: anika_m@mail.ru

Поступило в Редакцию 18 февраля 2022 г.

В окончательной редакции 24 марта 2022 г.

Принято к публикации 6 апреля 2022 г.

Приведены результаты расчетов и экспериментов по подогреву плазмой сверхзвукового потока газов в коническом сопле внешним высокочастотным индуктором. Моделирование проводилось с целью увеличения удельного импульса и эффективности работы жидкостного ракетного двигателя. Результаты численного моделирования качественно согласуются с экспериментами, проведенными в охлаждаемом водой кварцевом реакторе.

Ключевые слова: низкотемпературная плазма, удельная высокочастотная мощность, скин-слой.

DOI: 10.21883/PJTF.2022.10.52556.19175

Подогрев сверхзвукового потока газов низкотемпературной плазмой (НТП) в коническом сопле посредством высокочастотного (ВЧ) поля индуктора интересен при локальном подогреве потока газов, образующихся при сгорании топлива в камере сгорания (КС) жидкостного ракетного двигателя, для увеличения его тяги и в других случаях. Предполагается, что электромагнитное ВЧ-поле разогревает электроны до температуры T_e , значительно превышающей температуру атомов, молекул, ионов T_a , по двухтемпературной модели [1]. Нам неизвестны работы по исследованию подогрева плазмой сверхзвуковых потоков многоатомных газов. В работе Абрамовича [2, т.1] рассматривалась задача внешнего подогрева потока газов в цилиндрической трубе, где локальный подогрев приводил к уменьшению плотности газов, но при движении газы втекали в пространство, занятое более плотными газами, и скорость их резко уменьшалась. В коническом сопле с плазмой локальное повышение температуры значительно уменьшает среднюю плотность газов, увеличивая тепловую скорость атомов (ионов) $V_{at} = (8k_B T_a / \pi m_a)^{1/2}$, где k_B — постоянная Больцмана, m_a — масса атома (иона). Энтальпия Σh_i в области подогрева и скорость V_{at} связаны с давлением, но не по адиабате или политропе, а по нелинейной зависимости, характерной для плазмы, поэтому давление „горячих“ газов будет превышать давление в области без подогрева, а плотность газов существенно снизится, что следует из первого закона термодинамики.

Использовалась простая модель, где зона плазменного подогрева ограничивалась объемом строго под витками индуктора, а поток газов рассматривался как химически равновесный в каждом расчетном объеме. Сверхзвуковые потоки газов считались ламинарными с граничным значением скорости $V_0 = 1553$ м/с на входе в сопло, а перенос тепла излучением для НТП не учитывался вследствие низких расчетных температур для электронов

($T_e < 3750$ К) и молекул, атомов (ионов) ($T_a < 3200$ К). Граничные условия по температуре: $T_a = 2528$ К для области генерации плазмы на входе в индуктор, которая отделена от витков индуктора коническим керамическим соплом с температурой поверхности $T_c = 1000$ К и рабочей частотой индуктора $F = 27.12$ МГц, состоящего из двух витков медной трубки диаметром 5 мм с зазором между витками 0.5 мм и внутренним диаметром 30 мм. Значение температуры на выходе сопла получалось в процессе многократной итерации решения уравнений. Параметры плазмы на входе в индуктор зависят от проводимости газа $\sigma_s < 30 (\Omega \cdot \text{м})^{-1}$ для температур $T_a = 2528–2674$ К при давлениях 1–15 МПа в КС [3]. Этой величины σ_s недостаточно для эффективного поглощения электромагнитного ВЧ-поля и подогрева потока газов в индукторе. Если некоторым способом повысить степень ионизации газов в КС, то можно увеличить проводимость до значений $\sigma_s \geq 200 (\Omega \cdot \text{м})^{-1}$. Тогда проводящий газ будет нагрузкой, а электроны образуют короткозамкнутый виток виртуального трансформатора с большой плотностью тока. Когда энергия ВЧ-поля проникает на глубину скин-слоя Δ_p , соизмеримого с входным радиусом индуктора R_{in} , на этой глубине поглощается $\sim 87\%$ энергии, разогревающей газовый поток наиболее эффективно, иначе подогрев будет незначительным. Расчеты проводились для геометрии конического сопла с входным радиусом $R_{in} = 5$ мм, выходным радиусом $R_{out} = 30$ мм и длиной сопла 150 мм. Толщина диэлектрических стенок сопла 8 мм. Тепловая мощность КС ~ 26 кВт при давлении 1 МПа для объема $5 \cdot 10^{-4}$ м³, расход топлива $G = 0.052$ кг/с для керосина с азотной кислотой [2] равнялся производству текущего сечения на расчетные плотность и скорость газового потока. На основе известных из литературы зависимостей теплоемкости плазмы газов от температуры [4–6] был проведен расчет энтальпии

$\Sigma h_i = 11.7 \text{ MJ/kg}$ для температур $\Delta T = 2500\text{--}3750 \text{ K}$ с учетом диссоциации H_2O и CO_2 по работе [7], давлений сопла $\sim 0.1\text{--}0.25 \text{ MPa}$ и долей k_i для газов на входе в зону подогрева: $\text{N}_2 = 17.3\%$, $\text{H}_2\text{O} = 43\%$, $\text{CO}_2 = 22\%$, прочие $\sim 17.7\%$. Энергия электронов $\sim k_B T_e \cdot 3/2$ соответствовала температуре $T_e = 3750 \text{ K}$ в объеме сопла, а у поверхности сопла принято $T_e \approx T_a$. Удельная ВЧ-мощность $P_{sp} = 1.2 \text{ kW/cm}^3$ значительно превышала удельную мощность для КС (52 W/cm^3), чтобы нивелировать потери от диссоциации газов ($\sim 14.2 \text{ W/cm}^3$), внутреннего трения ($\sim 1.3 \text{ W/cm}^3$) и потерь тепла стенками сопла ($\sim 16.5 \text{ W/cm}^3$).

Уравнение энтальпии атомов, ионов и электронов для доли k_i в локальном объеме

$$(n_a + n_i)k_B T_a \cdot 5/2 + n_e k_B T_e \cdot 3/2 = k_i \Sigma h_i \rho_i,$$

где n_a , n_i , n_e — концентрации атомов, ионов и электронов [m^{-3}], ρ_i — локальная плотность газов [kg/m^3]. Для скорости потоков расширяющихся газов за основу были взяты уравнения Навье–Стокса с учетом внутреннего трения и сил Лоренца в магнитном поле индуктора по работе [8]. Также использовалось уравнение баланса энергии газов в дифференциальной форме [4], где источником внутреннего тепла является джоулев нагрев электронами, определяемый электропроводностью электронов и ионов. Концентрация электронов (ионов) $n(T)$ рассчитывалась из системы уравнений Саха–Эггерта для компонентов НТП с учетом уменьшения энергий ионизации атомов при увеличении концентрации и температуры электронов по формуле Эккера–Вейцеля [6]. Рассчитывалось десять компонентов k_i атомов (ионов): O , H , OH , H_2O , CO , CO_2 , N_2 и др. — химически равновесного потока газов для смеси керосина с азотной кислотой по работе [3, т. 5, с. 79]. Величина скин-слоя равна $\Delta_p = \sqrt{2/(\mu_v \sigma_s(T) 2\pi F)}$, где μ_v — магнитная постоянная вакуума. Проводимость плазмы $\sigma_s(T)$ с учетом дрейфа электронов в сильном электромагнитном ВЧ-поле соответствует

$$\sigma_s(T) = qn(T)[\mu_0(T) + \mu_{dr}(T)], \quad (1)$$

где

$$\mu_0(T) = (q/m_e)[R_D/V_{et}(T)],$$

$$\mu_{dr}(T) = (q/m_e)[L_{ea}/V_{et}(T)],$$

q — заряд электрона, $R_D = \sqrt{\epsilon k_B T/q^2 n(T)}$ — длина Дебая, $V_{et} = (8k_B T_e/\pi m_e)^{1/2}$ — средняя скорость электронов, $\mu_0(T)$ [$\text{m}^2/(\text{V} \cdot \text{s})$] — подвижность электронов в слабом электрическом поле, $\mu_{dr}(T)$ [$\text{m}^2/(\text{V} \cdot \text{s})$] — подвижность электронов в сильном электрическом поле, $L_{ea} = 1/Q_{ea} N_a$ [m] — средняя длина свободного пробега электронов в электрическом поле до взаимодействия с атомами, $Q_{ea} = 16 \cdot 10^{-20} \text{ m}^2$ — среднее сечение взаимодействия электронов с атомами H , O , C , N по Рамзауэру [6], N_a [m^{-3}] — средняя концентрация атомов в расчетном объеме. Расчет по формуле (1) для $\sigma_s(T)$ на участке подогрева дает величину $\langle \sigma_s \rangle = 193\text{--}909 (\Omega \cdot \text{m})^{-1}$ и степень ионизации

газов $ion(T) = 3.2 \cdot 10^{-4}\text{--}1.7 \cdot 10^{-3}$ в интервале температур $T_a = 2528\text{--}3087 \text{ K}$, когда средние значения вязкости и теплопроводности на входе в сопло известны [3, т. 5, с. 79], а их значения при нагреве изменяются линейно и менее чем на 14–38%.

Обязательный расчет электрического и магнитного полей проводился по уравнениям Максвелла, которые можно свести к одному уравнению для тангенциальной компоненты комплексного электрического поля \dot{E}_θ при магнитной проницаемости плазмы, равной единице, в рамках осевой симметрии без учета токов смещения

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \dot{E}_\theta + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \dot{E}_\theta \right) = -j\omega \mu_v \sigma_s \dot{E}_\theta, \quad (2)$$

где j — мнимая единица, ω — угловая частота.

Также использовались уравнения для связи векторного потенциала магнитного поля \dot{H}_m и напряженности электрического поля \dot{E}_θ в комплексной форме по работе [9]:

$$\frac{\partial}{\partial r} (\dot{E}_\theta) + \frac{\dot{E}_\theta}{r} = -j\omega \mu_v \dot{H}_m, \quad -\frac{d\dot{H}_m}{dr} = \sigma_s \dot{E}_\theta. \quad (3)$$

Краевые условия для уравнений (2), (3) были аналогичны использованным в работе [10]: при $r = 0$ $E_\theta = 0$, при $r = R_c$ $\frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r \dot{E}_\theta) = j\omega \mu_v \dot{H}_m$, где $\dot{H}_m = H_{me}(z)$ — амплитуда магнитного поля у поверхности индуктора вдоль конического сопла. Вводится относительная безразмерная координата $m = (R/\Delta_p)\sqrt{2}$, где R — радиус конического сопла [m]. Решения уравнений (2), (3) для модулей H_m и E_θ , а также для комплексной амплитуды плотности тока электронов $\dot{\delta}_m$ и ее модуля δ_m получены в функциях Бесселя $\text{ber}(m)$ и $\text{bei}(m)$ в [9]:

$$\dot{H}_m = H_{me} \frac{\text{ber}(m) + j\text{bei}(m)}{\text{ber}(m_2) + j\text{bei}(m_2)},$$

$$H_m = H_{me} \sqrt{\frac{\text{ber}^2(m) + \text{bei}^2(m)}{\text{ber}^2(m_2) + \text{bei}^2(m_2)}}, \quad (4)$$

где $H_{me} = W_0 I_1 \sqrt{2}/L_1 [(A \cdot \text{coil})/\text{m}]$, W_0 — число витков, I_1 — ток индуктора [A], $L_1 = 0.01 \text{ m}$ — длина индуктора, $m_2 = (R_{in}/\Delta_p)\sqrt{2}$, R_{in} — входной радиус расчетного объема сопла [m].

$$\dot{\delta}_m = \delta_{me} \frac{\text{ber}'(m) + j\text{bei}'(m)}{\text{ber}(m_2) + j\text{bei}(m_2)},$$

$$\delta_m = \delta_{me} \sqrt{\frac{[(\text{ber}'(m))^2 + (\text{bei}'(m))^2]}{\text{ber}^2(m_2) + \text{bei}^2(m_2)}}, \quad (5)$$

где $\delta_{me} = \sqrt{2} H_{me}/\Delta_p$ — плотность тока электронов у поверхности сопла [A/m^2], функции $\text{ber}'(m)$ и $\text{bei}'(m)$ — производные по R от соответствующих функций. На рис. 1, а приведены результаты расчета по формуле (4) безразмерных функций $\Psi_{H_{me1}}(m) = H_m/H_{me1}$,

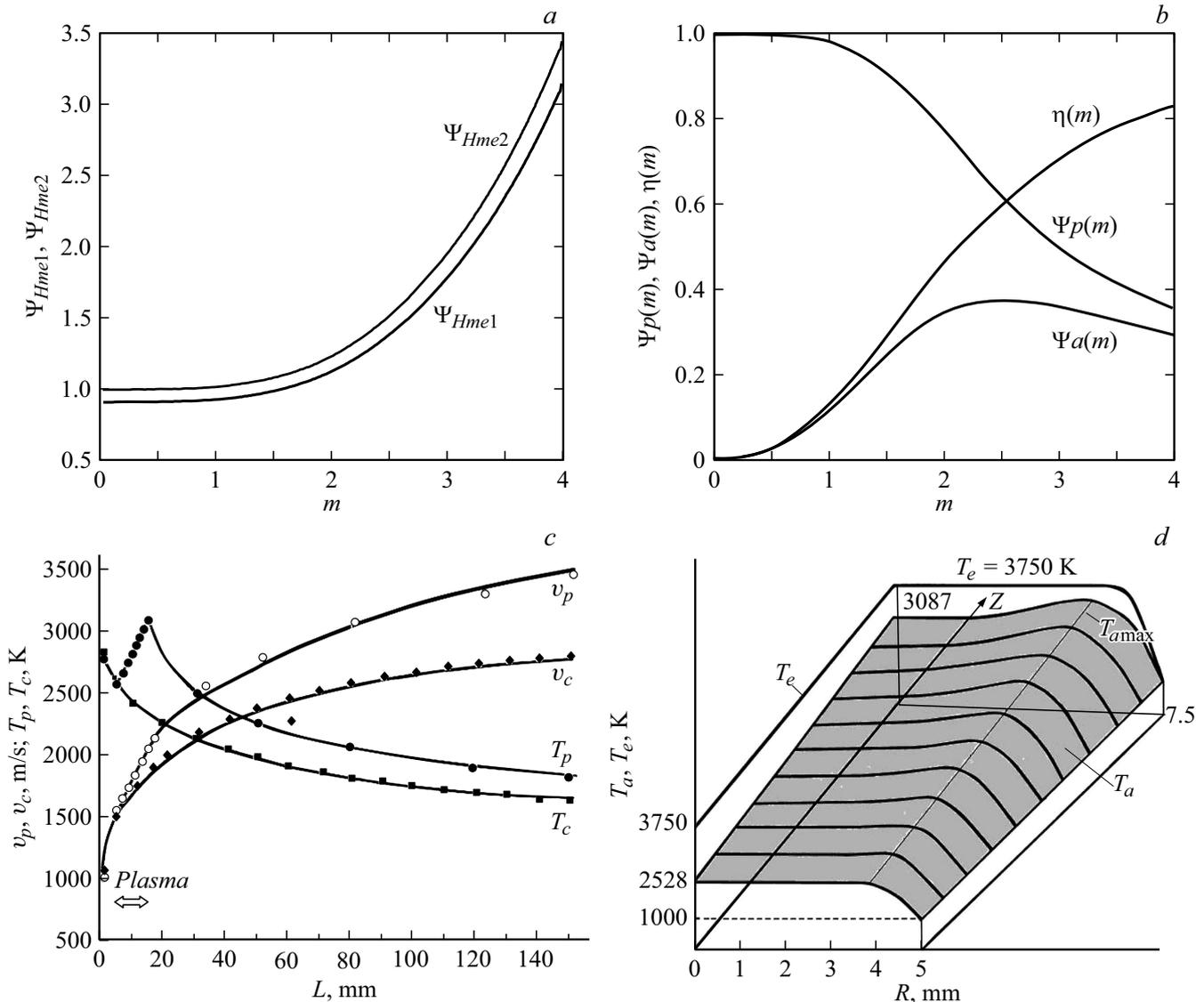


Рис. 1. *a* — зависимости безразмерных функций Ψ_{Hme1} и Ψ_{Hme2} от безразмерной координаты m для параметров $m_2 = 1.6202$ и 0.8101 соответственно; *b* — зависимости безразмерных функций для активной Ψ_a и реактивной Ψ_p компонент электромагнитного ВЧ-поля и соотношения $\eta(m) = \Psi_a/\Psi_p$ от безразмерной координаты m ; *c* — температура T_c и средняя скорость газов v_c вдоль оси сопла без подогрева плазмой, температура T_p и скорость v_p при подогреве плазмой на длине от 5 до 15 мм; *d* — график 3D-типа участка подогрева плазмой конусного сопла с радиусом от 5 до 7.5 мм для температуры газов T_a и электронов T_e .

$\Psi_{Hme2}(m) = H_m/H_{me2}$, описывающих изменение магнитного поля и равных отношению амплитуд, в зависимости от m .

Связь величины модуля E_m и модуля плотности тока δ_m определяется по закону Ома: $\delta_m = \sigma_s E_m$ и равна нулю при $m = 0$ ($R = 0$) на оси сопла. Электрическое поле E_m изменяется при изменении m с зависимостью, близкой к линейной для параметров $m_2 < 3.2$ и значений $m = 0-4$. Выше отмечалось, что при оптимальной удельной проводимости σ_s , величина скин-слоя $\Delta_p \approx R_{in}$. Тогда оптимальное расчетное значение $m_2 = 1.6-3.2$ и связано со средней проводимостью плазмы σ_{si} в каждом расчетном объеме. Электромагнитная ВЧ-волна

движется по нормали от поверхности индуктора с энергией $\dot{S}_h = -\{(H_{me})^2 m_2 / (2\sqrt{2}\sigma_s \Delta_p)\} [\Psi_a + j\Psi_p]$, равной векторному произведению комплексно-сопряженных электрического \vec{E}_m и магнитного \vec{H}_m полей, где Ψ_a , Ψ_p — функции от аргумента m_2 , определяющие активную и реактивную мощности соответственно:

$$\Psi_a = \frac{2 \operatorname{ber}'(m_2)\operatorname{ber}(m_2) + \operatorname{bei}'(m_2)\operatorname{bei}(m_2)}{m_2 (\operatorname{ber}^2(m_2) + \operatorname{bei}^2(m_2))},$$

$$\Psi_p = \frac{2 \operatorname{bei}'(m_2)\operatorname{ber}(m_2) - \operatorname{ber}'(m_2)\operatorname{bei}(m_2)}{m_2 (\operatorname{ber}^2(m_2) + \operatorname{bei}^2(m_2))}. \quad (6)$$

На рис. 1, *b* приведены безразмерные функции Ψ_a и Ψ_p , рассчитанные по формуле (6), определяющие вектор \dot{S}_h ,

а также соотношения $\eta(m) = \Psi_a/\Psi_p$ — эффективности подогрева газов плазмой. Видно, что $\eta(m) < 70\%$ для оптимального значения m_2 . Вектор \dot{S}_h содержит продольную и поперечную компоненты. Продольный вектор совпадает с потоком газов и является ускоряющим поток источником. Поперечный вектор отклоняет поток газов от стенок к центру. Расчет для модуля \dot{S}_h дает небольшое продольное давление $P_L \approx 30$ Па при токе индуктора $I_1 = 71$ А. Удельная мощность электромагнитного ВЧ-поля в единице объема ΨP_i определялась по зависимости $\Psi P_i = (\delta_m)^2 / \langle \sigma_s(T) \rangle = 1.2 \cdot 10^3$ Вт/см³ при среднем значении $\langle \sigma_s(T) \rangle \approx 235$ (Ω · м)⁻¹, $\Delta_p \approx 10$ мм, $H_{me} = 9563$ А/м, $I_1 = 71$ А, $m_2 = 3$.

Время рекомбинаций ионов в плазме $\langle \tau_r \rangle$ должно быть больше времени пролета области с подогревом $\tau_{in} \sim 8 \mu\text{s}$, что подтверждается теорией [11] и экспериментами [12].

При моделировании определялись газодинамические соотношения для сверхзвуковых потоков в коническом сопле без внешнего подогрева, которые основаны на работе [2, т. 1], где приведены формулы для относительной скорости $\lambda = v(z)/v_{cr}$, давления $P(\lambda)$, температуры $T(\lambda)$ и плотности газов $\rho(\lambda)$ вдоль сопла. Здесь $v(z)$ — скорость потока газа вдоль оси сопла, $v_{cr} = 996$ м/с — скорость потока газа, $P_{cr} = 581$ кПа — давление, $T_{cr} = 2816$ К — температура, а $\rho_{cr} = 0.658$ кг/м³ — плотность газа в критическом сечении. Далее, на длине 5 мм, вводился участок с подогревом, состоящий из десяти объемов (шаг 1 мм) до расчетного сечения с давлением, равным 0.1 МПа. При расчетах использовался метод контрольного объема по работам [4,5], где приведены подробные программы расчетов для MathCAD. Газ и плазма считались идеальными. Результаты расчетов приведены на рис. 1, *c* и близки к данным работы [5, т. 5, с. 79], где учтено неполное сгорание топлива в КС, а также сделан расчет изменения химического состава газов вдоль всего сопла, что явилось основой нашей работы.

Вычисления AutoCAD2001 Professional проводились до тех пор, пока величина давления не превышала предыдущее значение не более чем на 1 кПа. Значения λ вычислялись с точностью не менее 10^{-6} после запятой, тогда погрешность функций $f_c(\lambda)$, $P(\lambda)$, $T(\lambda)$, $\rho(\lambda)$ составляла 10^{-4} . Расчеты после участка плазменного подогрева проводились с учетом того, что значение $L = 16$ мм считалось новым критическим сечением с радиусом $R_{cr2} = 7.67$ мм, для которого давление ~ 0.1 МПа, поэтому расчетная тяга на уровне моря ~ 108 Н для потока газов со скоростью $v_{cr2} = 2094$ м/с, а полная тяга равна ~ 185 Н для высоты ~ 16 км. Из рис. 1, *c* видно, что подогрев газов в коническом сопле приводит к подъему температуры в 1.33 раза в конце зоны подогрева, а скорость v_p и температура T_p больше скорости v_c и температуры T_c без подогрева. На рис. 1, *d* приведены результаты расчетов для температур T_a и T_e на участке подогрева газов плазмой в продольном и радиальном направлении.



Рис. 2. *a* — кварцевый реактор; *b* — плазмо/газопламенный стенд.

По расчетам увеличение расчетной тяги на уровне моря составляло 6.4% для энтальпии плазмы ~ 11.7 МДж/кг, а рост полной тяги на высоте 16 км достигал 19%. На больших высотах при увеличении длины сопла и тока индуктора полная тяга может возрасти еще значительно из-за продольной составляющей магнитного давления ВЧ-поля.

Эксперименты проводились в охлаждаемом водой кварцевом реакторе (рис. 2, *a*) с размерами, близкими к расчетным, и на плазмо/газопламенном стенде (рис. 2, *b*). Измерение энтальпии газовых потоков осуществлялось массивной термопарой вольфрам—рений ТВР-251 с молибденовым кожухом. Эксперименты проводились с газовыми, жидкими и комбинированными горючими смесями при массовом расходе до 0.01 кг/с.

На основе расчетов, физических опытов и экспериментов был сделан вывод о необходимости модификации топлива из керосина со свойством самовоспламенения и изготовления специального окислителя нового типа. Этот окислитель с оптимальным составом был изготовлен и испытан в кварцевом реакторе и показал достаточную стабильность физических свойств в течение года. Измерительный стенд с ВЧ-генератором (1.5 kW) на основе ламп ГУ-81М, работавших на частоте 13.56 МГц, позволял определять среднюю проводимость сверхзвукового газового потока на выходе из конического сопла. Эксперименты с подогревом потоков газов плазмой при температуре ~ 2500 К и давлении ≤ 0.2 МПа в КС показали следующее: 1) происходит дополнительное увеличение температуры на выходе из сопла до 90 К; 2) значительно возрастает средняя проводимость газового потока; 3) происходит рост энтальпии всего газового потока; 4) эффективность подогрева плазмой составляет 8–10%; 5) пиковая тепловая мощность КС кварцевого реактора кратковременно достигала 4 kW.

Таким образом, расчеты и эксперименты показывают возможность подогрева плазмой сверхзвукового потока газов в коническом сопле, что позволит увеличить удельный импульс жидкостного ракетного двигателя вследствие увеличения скорости газов в расчетном сечении.

Финансирование работы

Работа выполнена при финансовой поддержке ООО „Аника М“, Новосибирск (www.anikam.ru/).

Конфликт интересов

Автор заявляет, что у него нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] А.С. Коротеев, В.М. Миронов, Ю.С. Свирчук, *Плазмотроны* (Машиностроение, М., 1993).
- [2] Г.Н. Абрамович, *Прикладная газовая динамика* (Наука, М., 1991).
- [3] *Термодинамические и теплофизические свойства продуктов сгорания. Справочник*, в 10 т., под ред. акад. В.П. Глушко (ВИНИТИ АН СССР, М., 1971–1979).
- [4] С.В. Дресвин, Д.В. Иванов, *Основы математического моделирования плазмотронов* (Изд-во Политехн. ун-та, СПб., 2004, 2006), ч. 1, 2.
- [5] С.В. Дресвин, Д.В. Иванов, Нгуен К. Ши, *Основы математического моделирования плазмотронов* (Изд-во Политехн. ун-та, СПб., 2006), ч. 3.
- [6] В.А. Рожанский, *Теория плазмы* (Лань, СПб.–М.–Краснодар, 2012).
- [7] Н.Б. Варгафтик, *Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей* (Наука, М., 1972).
- [8] С.А. Васильевский, А.Ф. Колесников, Изв. РАН. Механика жидкости и газа, № 5, 164 (2000). [S.A. Vasil'evskii, A.F. Kolesnikov, Fluid Dyn., 35 (5), 769 (2000). DOI: 10.1023/A:1026659419493].
- [9] А.Е. Слухоцкий, С.Е. Рыскин, *Индукторы для индукционного нагрева* (Энергия, Л., 1974).
- [10] A.F. Kolesnikov, S.A. Vasil'evskii, in *Proc. 15th IMACS World Congress*, vol. 3, ed. by A. Sydow (Wissenschaft & Technic Verlag, Berlin, 1997), p. 175–180.
- [11] В.И. Сахаров, Изв. РАН. Механика жидкости и газа, № 6, 157 (2007). [V.I. Sakharov, Fluid Dyn., 42 (6), 1007 (2007). DOI: 10.1134/S0015462807060166].
- [12] Л.В. Шибкова, *Физические процессы в движущейся плазме многокомпонентных инертных и химически активных смесей*, автореф. докт. дис. (МГУ, М., 2007).