05

Граничные условия для задач рассеяния обменных спиновых волн в неоднородных магнитных структурах

© В.Д. Пойманов

Донецкий национальный университет,
Донецк, Украина

E-mail: Vladislav.Poymanow@yandex.ru

Поступила в Редакцию 9 декабря 2021 г.
В окончательной редакции 15 января 2022 г.
Принята к публикации 15 января 2022 г.

В рамках решеточной модели с последующим предельным переходом к континууму предложен метод получения граничных условий намагниченности для ферромагнитных структур с неоднородным основным состоянием, обусловленным наличием конкурирующих взаимодействий — релятивистской либо обменной спиралей. Показано, что граничными условиями являются уравнения динамики намагниченности граничных спинов, в которых симметрия нарушена по сравнению с внутренними.

Ключевые слова: рассеяние обменных спиновых волн, обменная спираль, релятивистская спираль, граничные условия для намагниченности.

DOI: 10.21883/FTT.2022.05.52333.254

1. Введение

Магнитные материалы с неоднородным основным состоянием представляются перспективными средами для наблюдения в них эффекта невзаимного распространения обменных спиновых волн (ОСВ). Подобные эффекты составляют физическую основу работы магнонных вентилей и других устройств магнонной логики, подробно описанных в [1]. Возникновение спиновой геликоиды в таких материалах может быть обусловлено, в частности, релятивистским взаимодействием Дзялошинского–Мориа (DMI) [2]. Другим механизмом ее формирования является конкуренция обменных взаимодействий атомов первых двух координационных сфер. Нелокальный характер обменного взаимодействия приводит к разнообразию возможных типов обменных структур и волновых мод в них. Модулированные длиннопериодические магнитные структуры и их исследование с помощью упругого рассеяния нейтронов описаны в монографии [3]. В частности, в ней исследованы магнитные материалы, в которых может существовать спиновая геликоида, типы длиннопериодических структур, спектр ОСВ и магнитные фазовые переходы в них.

В связи с этим, задача рассеяния ОСВ границей раздела таких структур и нахождение соответствующих коэффициентов представляется актуальной. Для ее решения требуются соответствующие граничные условия (ГУ) для компонент намагниченности и ее производных.

Традиционно в задачах рассеяния [4] и генерации [5] ОСВ используются ГУ вида

$$\mathbf{M}_+ \times \mathbf{M}_- = 0, \quad \frac{\alpha_+}{M^z_+} \mathbf{M}_+ \times \mathbf{M}'_+ = \frac{\alpha_-}{M^z_-} \mathbf{M}_- \times \mathbf{M}'_-, \quad (1)$$

где $\mathbf{M}_\pm$ и $\alpha_\pm$ — намагниченности и обменные константы среды (знак „–“ соответствует среде слева от границы, „+“ — справа), z — координата вдоль нормали к границе раздела сред, штрих означает производную по z. Первое из них отражает идеально жесткую связь между граничными спинами, второе получается формальным интегрированием уравнения Ландау–Лифшица (УЛЛ) по малой окрестности границы.

Однако для уравнений динамики намагниченности, содержащих кроме однородного обмена еще и взаимодействия дальнего порядка, требуется соответствующее их порядку количество ГУ. В частности, порождаемое объемной плотностью энергии неограниченной магнитной среды

$$w = \frac{1}{2}\left(\sigma \mathbf{M}''^2 - \alpha \mathbf{M}'^2 + \beta M_z^2\right). \quad (2)$$

УЛЛ имеет четвертый порядок по координате и требует для решения задачи рассеяния четырех ГУ. В формуле (2) β — константа одноосной анизотропии, σ — константа нелокального обмена.

Проблемам получения ГУ для уравнений спиновой динамики посвящено немало работ. В частности, в [6,7] они получены в пределе сплошной среды, а в [8] обобщены на случай конечной константы межслойного взаимодействия и учитывают влияние усредненных параметров интерфейса на рассеяние ОСВ. Идея получения ГУ для двух граничащих ферромагнетиков из решеточной модели одномерной цепочки спинов предельным переходом к континууму изложена в [9], где они получаются комбинированием УЛЛ для граничных спинов, содержащих различные порядки малости по постоянной решетки. При этом в рассмотрение вводятся решеточные функции — компоненты динамической намагниченности, значения которых совпадают со значениями соответствующих непрерывных функций в узлах решетки. В настоящей работе заимствованный из [9] подход обобщается на случай более сложных структур — длиннопериодических с конкурирующими обменными взаимодействиями и с DMI.

2. Граничные условия для магнитных структур с DMI

Рассмотрим решеточный гамильтониан одномерной цепочки вида

$$
\begin{aligned}
-W =& A_- \sum_{n=-\infty}^{-1} \mathbf{S}_{n(-)}\mathbf{S}_{(n+1)(-)} \\
&+ A_+ \sum_{n=1}^{\infty} \mathbf{S}_{n(+)}\mathbf{S}_{(n+1)(+)} + J\mathbf{S}_{1(+)}\mathbf{S}_{1(-)} \\
&+ \mathbf{D}_- \cdot \sum_{n=-\infty}^{-1} \mathbf{S}_{n(-)} \times \mathbf{S}_{(n+1)(-)} \\
&+ \mathbf{D}_+ \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \mathbf{S}_{n(+)} \times \mathbf{S}_{(n+1)(+)} + \mathbf{D} \cdot \mathbf{S}_{1(-)} \times \mathbf{S}_{1(+)} \\
&+ \frac{B_-}{2} \sum_{n=-\infty}^{-1} (\mathbf{S}_{n(-)}\mathbf{e}_-)^2 + \frac{B_+}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (\mathbf{S}_{n(+)}\mathbf{e}_+)^2 \\
&+ \frac{\Sigma_-}{2} (\mathbf{S}_{1(-)}\mathbf{e}_{-s})^2 + \frac{\Sigma_+}{2} (\mathbf{S}_{1(+)}\mathbf{e}_{+s})^2, \qquad (3)
\end{aligned}
$$

где $A_\pm$ — обменные интегралы граничащих сред, J — интеграл межслойного обмена, $\mathbf{D}_\pm$ — векторы анизотропного релятивистского обмена Дзялошинского, $\mathbf{D}$ — вектор межслойного обмена Дзялошинского, $B_\pm$ и $\Sigma_\pm$ — соответственно, объемные и поверхностные константы одноионной одноосной анизотропии с осью легкого намагничивания, определяемой единичными векторами $\mathbf{e}_\pm$ и $\mathbf{e}_{\pm s}$. Нумерация спинов $\mathbf{S}_{k(\pm)}$ в каждом слое начинается с единицы для более симметричной записи уравнений. В этой модели дальний порядок взаимодействия спинов отсутствует. Векторы Дзялошинского в двух средах, определяющие направление вращения равновесной намагниченности (киральность), полагаются направленными вдоль нормали к границе, ориентированной вдоль оси z.

Континуальный предел осуществляется с помощью замен

$$
\mathbf{M} \to \frac{\mu_b}{sa}\mathbf{S}_n, \quad dz \to a, \quad A_\pm = \alpha_\pm \frac{\mu_b^2}{sa^2}, \quad J = G\frac{\mu_b^2}{sa^2},
$$

$$
D_\pm = d_\pm \frac{\mu_b^2}{sa^2}, \quad D = d\frac{\mu_b^2}{sa^2}, \quad B_\pm = \beta_\pm \frac{\mu_b^2}{sa},
$$

$$
\Sigma_\pm = \sigma_\pm \frac{\mu_b^2}{sa^2} \qquad (4)
$$

в предположении, что новые константы конечны в пределе длин волн, много меньших постоянной решетки a. Здесь μ_b — магнетон Бора, $\mathbf{S}_n$ — спин n-го узла решетки, G, d, $d_\pm$, $\beta_\pm$, $\sigma_\pm$ — удельные обменные константы, соответствующие введенным выше, s — площадь, приходящаяся на один атом в плоскости, перпендикулярной направлению цепочки.

Преобразуем обменные слагаемые в (3):

$$
\ldots + \mathbf{S}_{n(\pm)} \frac{\mathbf{S}_{(\mathbf{n+1})(\pm)} + S_{(n-1)(\pm)}}{2} + \ldots
$$

$$
= \ldots + \mathbf{S}^2_{n(\pm)} + \frac{a^2}{z}\mathbf{S}_{n(\pm)}\mathbf{S}''_{n(\pm)} + \ldots,
$$

а также слагаемые с DMI

$$
\ldots + \frac{\mathbf{D}_\pm}{2} \cdot \Big(\big[\mathbf{S}_{(n-1)(\pm)} \times \mathbf{S}_{n(\pm)}\big] + \big[\mathbf{S}_{n(\pm)} \times \mathbf{S}_{(n+1)(\pm)}\big] \Big) + \ldots
$$

$$
= \ldots + \frac{\mathbf{D}_\pm}{2} \big[\mathbf{S}_{n(\pm)} \times (\mathbf{S}_{(n+1)(\pm)} - \mathbf{S}_{(n-1)(\pm)})\big] + \ldots
$$

$$
= \ldots + a\mathbf{D}_\pm \big[\mathbf{S}_{n(\pm)} \times \mathbf{S}'_{\mathbf{n}(\pm)}\big] + \ldots .
$$

В последнем выражении можно записать

$$
\mathbf{D}_\pm \big[\mathbf{S}_{n(\pm)} \times \mathbf{S}'_{n(\pm)}\big] = D_\pm \cdot e_z e_{zjk} S_{n(\pm)j} S'_{n(\pm)k}
$$

$$
= -D_\pm S_{n(\pm)j} e_{jzk} S'_{n(\pm)k} = -D_\pm \mathbf{S}_{n(\pm)} \big[\boldsymbol{\nabla} \times \mathbf{S}_{n(\pm)}\big], \quad (5)
$$

если $\mathbf{D}$ ориентирован вдоль нормали к границе. Здесь $e_z = 1$ — проекция единичного вектора на направление z.

С учетом (5) поверхностная энергия приводится к виду

$$
\begin{aligned}
w =& \frac{W}{s} \\
=& \int_{-\infty}^{0} \Big(-\frac{\alpha_-}{2}\mathbf{M}_-\Delta\mathbf{M}_- + d_-\mathbf{M}_-[\boldsymbol{\nabla}\times\mathbf{M}_-] - \frac{\beta_-}{2}(\mathbf{M}_-\mathbf{e}_-)^2 \Big) dz \\
&+ \int_{0}^{\infty} \Big(-\frac{\alpha_+}{2}\mathbf{M}_+\Delta\mathbf{M}_+ + d_+\mathbf{M}_+[\boldsymbol{\nabla}\times\mathbf{M}_+] - \frac{\beta_+}{2}(\mathbf{M}_+\mathbf{e}_+)^2 \Big) dz \\
&- G\mathbf{M}_-(0)\mathbf{M}_+(0) - \mathbf{D} \cdot \mathbf{M}_-(0) \times \mathbf{M}_+(0) \\
&- \frac{\sigma_-}{2}(\mathbf{M}_-(0)\mathbf{e}_{-s})^2 - \frac{\sigma_+}{2}(\mathbf{M}_+(0)\mathbf{e}_{+s})^2. \qquad (6)
\end{aligned}
$$

Запишем УЛЛ для граничных спинов в каждой среде

$$
\hbar S_0 \dot{\mathbf{S}}_n = -\left[\mathbf{S}_n \times \frac{\partial W}{\partial \mathbf{S}_n}\right], \qquad (7)
$$

где S_0 — величина спина. Используя гамильтониан (3), получим (7) в виде

$$S_{0(-)}\hbar\dot{\mathbf{S}}_{-1(-)}$$
$$= \big[\mathbf{S}_{-1(-)} \times (A_-\mathbf{S}_{-2(-)}+\mathbf{D}_- \times \mathbf{S}_{-2(-)} + J\mathbf{S}_{1(+)}$$
$$- \mathbf{D} \times \mathbf{S}_{1(+)} + B_-(\mathbf{S}_{-1(-)}\mathbf{e}_-)\mathbf{e}_- + \sigma_-(\mathbf{S}_{-1(-)}\mathbf{e}_-)\mathbf{e}_-)\big],$$
$$S_{0(+)}\hbar\dot{\mathbf{S}}_{1(+)}$$
$$= \big[\mathbf{S}_{1(+)} \times (A_+\mathbf{S}_{2(+)} - \mathbf{D}_+ \times \mathbf{S}_{2(+)} + J\mathbf{S}_{-1(-)}$$
$$+ \mathbf{D} \times \mathbf{S}_{-1(-)} + B_+(\mathbf{S}_{1(+)}\mathbf{e}_+)\mathbf{e}_+\sigma_+(\mathbf{S}_{1(+)}\mathbf{e}_+)\mathbf{e}_+)\big]. \quad (8)$$

Разложим соседние с граничными спины в ряд до величин первого порядка малости по постоянной решетки. Заметим, что с учетом (4) левая часть выражений (8) имеет больший порядок малости по a, чем остальные слагаемые. Тогда

$$\mathbf{S}_{\pm 2(\pm)} = \mathbf{S}_{\pm 1(\pm)} \pm a\mathbf{S}'_{\pm 1(\pm)}. \quad (9)$$

Подставляя (9) в (8), получаем систему

$$- aA_-\big[\mathbf{S}_{-1(-)} \times \mathbf{S}'_{-1(-)}\big] + \big[\mathbf{S}_{-1(-)} \times (\mathbf{D}_- \times \mathbf{S}_{-1(-)})\big]$$
$$+ J\big[\mathbf{S}_{-1(-)} \times \mathbf{S}_{1(+)}\big] - \big[\mathbf{S}_{-1(-)} \times (\mathbf{D} \times \mathbf{S}_{1(+)})\big]$$
$$+ B_-(\mathbf{S}_{-1(-)}\mathbf{e}_-)[\mathbf{S}_{-1(-)} \times \mathbf{e}_-]$$
$$+ \Sigma_-(\mathbf{S}_{-1(-)}\mathbf{e}_{s-})[\mathbf{S}_{-1(-)} \times \mathbf{e}_{s-}] = 0,$$
$$aA_+\big[\mathbf{S}_{1(+)} \times \mathbf{S}'_{1(+)}\big] - \big[\mathbf{S}_{1(+)} \times (\mathbf{D}_+ \times \mathbf{S}_{1(+)})\big]$$
$$+ J\big[\mathbf{S}_{1(+)} \times \mathbf{S}_{-1(-)}\big] + \big[\mathbf{S}_{1(+)} \times (\mathbf{D} \times \mathbf{S}_{-1(-)})\big]$$
$$+ B_+(\mathbf{S}_{1(+)}\mathbf{e}_+)[\mathbf{S}_{1(+)} \times \mathbf{e}_+]$$
$$+ \Sigma_+(\mathbf{S}_{1(+)}\mathbf{e}_{s+})[\mathbf{S}_{1(+)} \times \mathbf{e}_{s+}] = 0. \quad (10)$$

Заметим, что константы $B_\pm$ при $a \to 0$ возрастают медленнее остальных, а потому в континуальной модели ими можно пренебречь. При непосредственном интегрировании динамических уравнений этому соответствует нулевой предел интеграла от непрерывной функции намагниченности при устремлении пределов интегрирования к нулю.

Перепишем ГУ в континуальной модели

$$- \alpha_-\big[\mathbf{M}_- \times (\mathbf{M}'_- - [\mathbf{K}_- \times \mathbf{M}_-])\big] + G[\mathbf{M}_- \times \mathbf{M}_+]$$
$$- \big[\mathbf{M}_- \times [\mathbf{d} \times \mathbf{M}_+]\big] + \sigma_-(\mathbf{M}_-\mathbf{e}_{s-})[\mathbf{M}_- \times \mathbf{e}_{s-}] = 0,$$
$$\alpha_+\big[\mathbf{M}_+ \times (\mathbf{M}'_+ - [\mathbf{K}_+ \times \mathbf{M}_+])\big] + G\big[\mathbf{M}_+ \times \mathbf{M}_-\big]$$
$$+ \big[\mathbf{M}_+ \times [\mathbf{d} \times \mathbf{M}_-]\big] + \sigma_+(\mathbf{M}_+\mathbf{e}_{s+})[\mathbf{M}_+ \times \mathbf{e}_{s+}] = 0, \quad (11)$$

где $\mathbf{K} = \frac{\mathbf{d}}{\alpha}$ волновой вектор геликоиды в каждой среде. Отметим, что слагаемое вида $\mathbf{K}_\pm \times \mathbf{M}_\pm$ может быть исключено калибровочным преобразованием перехода к системе координат, связанной с геликоидой.

3. ГУ с учетом дальнего магнитного порядка в ферромагнетиках

При наличии дальнего порядка обменного взаимодействия гамильтониан одномерной цепочки

$$W = -A\Sigma_n\mathbf{S}_n\mathbf{S}_{n+1} + B\Sigma_n\mathbf{S}_n\mathbf{S}_{n+2},$$

$A > 0$, $B > 0$. Перепишем его в виде

$$W = \frac{1}{2}\left(-A\sum_n \mathbf{S}_n(\mathbf{S}_{n-1} + \mathbf{S}_{n+1}) + B\sum_n \mathbf{S}_n(\mathbf{S}_{n-2} + \mathbf{S}_{n+2})\right). \quad (12)$$

Ферромагнитный предел в этой модели соответствует $B = 0$. Первое слагаемое в (12) отвечает за ферромагнитное упорядочение соседних спинов, а второе — за антиферромагнитное упорядочение спинов, расположенных на расстоянии удвоенной константы решетки. Таким образом, возникает конкуренция двух обменных взаимодействий, которая может приводить к возникновению обменной спирали.

Как и в предыдущем случае будем считать, что в пределах периода решетки намагниченности изменяются незначительно, что позволяет произвести их разложения в ряд Тейлора:

$$\mathbf{S}_{n\pm k} = \mathbf{S}_n \pm \mathbf{S}'_n ka + \frac{1}{2}\mathbf{S}''_n(ka)^2 \pm \frac{1}{6}\mathbf{S}'''_n(ka)^3 + \frac{1}{24}\mathbf{S}''''_n(ka)^4 \quad (13)$$

и записать исходный гамильтониан (12) в виде

$$W = \frac{1}{2}\left((4B - A)a\Sigma_n\mathbf{S}_n\mathbf{S}''_n a + \frac{1}{12}(16B - A)a^3\Sigma_n\mathbf{S}_n\mathbf{S}''''_n a\right). \quad (14)$$

Континуальный переход осуществляется с помощью замен $na \to x$, $a \to dz$, $\mathbf{S}_n \to as\mathbf{M}(z)$ под знаком суммы. Для того чтобы представить гамильтониан (14) в виде слагаемых, содержащих производные по координатам, величины

$$(4B - A)a^3s = \alpha > 0, \quad \frac{1}{12}(16B - A)a^5s = \sigma > 0 \quad (15)$$

должны быть конечными. Из (15) следует

$$A = \frac{1}{s}\frac{4}{a^5}\left(\sigma - \frac{\alpha}{3}\alpha^2\right), \quad B = \frac{1}{s}\frac{1}{a^5}\left(\sigma - \frac{\alpha}{12}\alpha^2\right). \quad (16)$$

Объемная плотность энергии неограниченной структуры в континуальном пределе, соответствующая (14), имеет вид [3]:

$$w = \frac{1}{2}\mathbf{M}(\alpha\mathbf{M}'' + \sigma\mathbf{M}''''). \quad (17)$$

Рассмотрим границу раздела двух полубесконечных одномерных цепочек магнитных ионов с гамильтонианом (14). Будем нумеровать их положительными индексами вглубь каждой среды от границы. В пренебрежении дальним порядком на границе, которому соответствует слагаемое $-J_2(\mathbf{S}_{1(+)}\mathbf{S}_{2(-)}+\mathbf{S}_{2(+)}\mathbf{S}_{1(-)})$, гамильтониан решеточной одномерной структуры имеет вид

$$W=-A_-\sum_{n\geq 1}\mathbf{S}_{n(-)}\mathbf{S}_{(n+1)(-)}-A_+\sum_{n\geq 1}\mathbf{S}_{n(+)}\mathbf{S}_{(n+1)(+)}$$
$$+B_-\sum_{n\geq 1}\mathbf{S}_{n(-)}\mathbf{S}_{(n+2)(-)}+B_+\sum_{n\geq 1}\mathbf{S}_{n(+)}\mathbf{S}_{(n+2)(+)}$$
$$-J\mathbf{S}_{1(+)}\mathbf{S}_{1(-)}. \tag{18}$$

Последнее слагаемое в (18) описывает межслойное взаимодействие.

Запишем УЛЛ для двух граничных и двух предграничных спинов

$$\hbar S_1\dot{\mathbf{S}}_{1(-)}=\left[\mathbf{S}_{1(-)}\times(-A_-\mathbf{S}_{2(-)}+B_-\mathbf{S}_{3(-)}-J\mathbf{S}_{1(+)})\right],$$
$$\hbar S_1\dot{\mathbf{S}}_{1(+)}=\left[\mathbf{S}_{1(+)}\times(-A_+\mathbf{S}_{2(+)}+B_+\mathbf{S}_{3(+)}-J\mathbf{S}_{1(-)})\right],$$
$$\hbar S_2\dot{\mathbf{S}}_{2(-)}=\left[\mathbf{S}_{2(-)}\times(-A_-(\mathbf{S}_{1(-)}+\mathbf{S}_{3(-)})+B_-\mathbf{S}_{4(-)})\right],$$
$$\hbar S_2\dot{\mathbf{S}}_{2(+)}=\left[\mathbf{S}_{2(+)}\times(-A_+(\mathbf{S}_{1(+)}+\mathbf{S}_{3(+)})+B_+\mathbf{S}_{4(+)})\right]. \tag{19}$$

Если бы дефект в виде границы отсутствовал (что соответствует однородной среде), то правая часть имела бы тот же порядок малости, что и левая, и мы бы получили уравнения динамики магнитного момента в неограниченной среде. Отличие же межслойной обменной константы от внутрислойной понижает порядок правой части по a на единицу, в результате чего левая (динамическая) часть становится пренебрежимо малой по сравнению со слагаемыми правой части в континуальном пределе. Остальные слагаемые справа в четырех уравнениях необходимо свести к комбинации двух величин $\mathbf{S}_{1(-)}$ и $\mathbf{S}_{1(+)}$ с помощью разложений в ряд Тейлора, что и приведет к искомым ГУ. С учетом направления оси z,

$$\mathbf{S}_{(1+k)(\pm)}=\mathbf{S}_{1(\pm)}\pm\mathbf{S}'_{1(\pm)}k\alpha+\frac{1}{2}\mathbf{S}''_{a(\pm)}(k\alpha)^2\pm\frac{1}{6}\mathbf{S}'''_{1(\pm)}(k\alpha)^3. \tag{20}$$

Подставим разложения (19) в (18). С учетом выражений для A и B (16), введем намагниченности вместо спинов и обозначение $J\alpha^5=G$, аналогичное (16). Тогда с точностью до членов третьего порядка малости по постоянной решетки уравнения (19) примут вид

$$G[\mathbf{M}_{1(-)}\times\mathbf{M}_{1(+)}]-2a\sigma_-[\mathbf{M}_{1(-)}\times\mathbf{M}'_{1(-)}]$$
$$+a^3\left(\frac{2}{3}\sigma_-[\mathbf{M}_{1(-)}\times\mathbf{M}'''_{1(-)}]+\frac{7}{6}\alpha_-[\mathbf{M}_{1(-)}\times\mathbf{M}'_{1(-)}]\right)=0,$$
$$-G[\mathbf{M}_{1(+)}\times\mathbf{M}_{1(-)}]-2a\sigma_+[\mathbf{M}_{1(+)}\times\mathbf{M}'_{1(+)}]$$
$$+a^3\left(\frac{2}{3}\sigma_-[\mathbf{M}_{1(+)}\times\mathbf{M}'''_{1(+)}]+\frac{7}{6}\alpha_+[\mathbf{M}_{1(+)}\times\mathbf{M}'_{1(+)}]\right)=0,$$
$$2a\sigma_-[\mathbf{M}_{2(-)}\times\mathbf{M}'_{2(-)}]+2a^2\sigma_-[\mathbf{M}_{2(-)}\times\mathbf{M}''_{2(-)}]$$
$$+a^3\left[\mathbf{M}_{2(-)}\times\left(\frac{4\sigma_-}{3}\mathbf{M}'''_{2(-)}-\frac{\alpha_-}{6}\mathbf{M}'_{2(-)}\right)\right]=0,$$
$$2a\sigma_+[\mathbf{M}_{2(+)}\times\mathbf{M}'_{2(+)}]-2a^2\sigma_+[\mathbf{M}_{2(+)}\times\mathbf{M}''_{2(+)}]$$
$$+a^3\left[\mathbf{M}_{2(+)}\times\left(\frac{4\sigma_+}{3}\mathbf{M}'''_{2(+)}-\frac{\alpha_+}{6}\mathbf{M}'_{2(+)}\right)\right]=0. \tag{21}$$

В континуальном пределе положим $\mathbf{M}_{1(\pm)}\to\mathbf{M}_\pm$ в первых двух уравнениях (21) и $\mathbf{M}_{2(\pm)}\to\mathbf{M}_\pm$ — в остальных. Вычитая из первого уравнения (21) второе, получаем в нулевом приближении

$$[\mathbf{M}_-\times\mathbf{M}_+]=0, \tag{22}$$

т.е. условие коллинеарности граничащих магнитных моментов двух сред при абсолютно жесткой обменной связи между ними.

При сложении первых двух уравнений (21) получаем

$$2a\left(\sigma_-[\mathbf{M}_-\times\mathbf{M}'_-]-\sigma_+[\mathbf{M}_+\times\mathbf{M}'_+]\right)$$
$$-a^3\left(\frac{2}{3}\left(\sigma_-[\mathbf{M}_-\times\mathbf{M}'''_-]-\sigma_+[\mathbf{M}_+\times\mathbf{M}'''_+]\right)\right.$$
$$\left.+\frac{7}{6}\left(\alpha_-[\mathbf{M}_-\times\mathbf{M}'_-]-\alpha_+[\mathbf{M}_+\times\mathbf{M}'_+]\right)\right)=0. \tag{23}$$

Далее сложим третье и четвертое уравнения (21)

$$2a\left(\sigma_+[\mathbf{M}_+\times\mathbf{M}'_+]-\sigma_-[\mathbf{M}_-\times\mathbf{M}'_-]\right)$$
$$-2a^2\left(\sigma_+[\mathbf{M}_+\times\mathbf{M}''_+]+\sigma_-[\mathbf{M}_-\times\mathbf{M}''_-]\right)$$
$$+a^3\left(\frac{4}{3}\left(\sigma_+[\mathbf{M}_+\times\mathbf{M}'''_+]-\sigma_-[\mathbf{M}_-\times\mathbf{M}'''_-]\right)\right.$$
$$\left.-\frac{1}{6}\left(\alpha_+[\mathbf{M}_+\times\mathbf{M}'_+]-\alpha_-[\mathbf{M}_-\times\mathbf{M}'_-]\right)\right)=0. \tag{24}$$

Наконец, комбинируя уравнения (23) и (24), находим

$$-2a^2\left(\sigma_+[\mathbf{M}_+\times\mathbf{M}''_+]+\sigma_-[\mathbf{M}_-\times\mathbf{M}''_-]\right)$$
$$+a^3\left(\left(\sigma_+[\mathbf{M}_+\times\mathbf{M}'''_+]+\alpha_+[\mathbf{M}_+\times\mathbf{M}'_+]\right)\right.$$
$$\left.-\left(\sigma_-[\mathbf{M}_-\times\mathbf{M}'''_-]+\alpha_-[\mathbf{M}_-\times\mathbf{M}'_-]\right)\right)=0. \tag{25}$$

В первом приближении уравнение (25) дает

$$\sigma_-[\mathbf{M}_-\times\mathbf{M}'_-]=\sigma_+[\mathbf{M}_+\times\mathbf{M}'_+], \tag{26}$$

а из (24) во втором и третьем приближении получаем

$$\sigma_+[\mathbf{M}_+\times\mathbf{M}''_+]=-\sigma_-[\mathbf{M}_-\times\mathbf{M}''_-], \tag{27}$$
$$\sigma_+[\mathbf{M}_+\times\mathbf{M}'''_+]+\alpha_+[\mathbf{M}_+\times\mathbf{M}'_+]$$
$$=\sigma_-[\mathbf{M}_-\times\mathbf{M}'''_-]+\alpha_-[\mathbf{M}_-\times\mathbf{M}'_-]. \tag{28}$$

Полученные соотношения (22), (26)–(28) представляют собой систему ГУ для динамики намагниченности в обменной спирали. Отметим, что последнее условие (28) формально может быть получено интегрированием соответствующего УЛЛ по малой окрестности границы.

4. Заключение

Наличие нелокального обмена в ферромагнетике может приводить не только к возникновению неоднородного основного состояния, но и к увеличению числа нормальных мод. Поэтому для корректной формулировки задачи рассеяния требуется соответствующее порядку уравнения количество граничных условий. В настоящей работе предложен метод их получения в континуальной модели для структур с релятивистским обменом Дзялошинского или дальним порядком обменного взаимодействия. Показано, что в качестве таких ГУ выступают уравнения динамики предграничных спинов, симметрия которых нарушена по сравнению с внутренними. Такое нарушение симметрии в уравнениях приводит к понижению порядка малости нелокальных слагаемых по постоянной решетки.

Благодарности

Автор выражает благодарность В.В. Кругляку и А.Н. Кучко за плодотворные обсуждения и рекомендации.

Конфликт интересов

Автор заявляет, что у него нет конфликта интересов.

Список литературы

[1] Spin Wave Confinement: Propagating Waves, 2nd ed. / Ed. S.O. Demokritov. Pan Stanford Publishing, Singapore (2017).
[2] И.Е. Дзялошинский. ЖЭТФ **46**, 1420 (1964).
[3] Ю.А. Изюмов. Дифракция нейтронов на длиннопериодических структурах. Энергоатомиздат, М. (1984). 245 с.
[4] В.Д. Пойманов, В.В. Кругляк, В.Г. Шавров. Журн. радиоэлектроники **11** (2018).
[5] V.D. Poimanov, A.N. Kuchko, V.V. Kruglyak. Phys. Rev. B **98**, 104418 (2018).
[6] D.L. Mills. Phys. Rev. B **45**, 13100 (1992).
[7] J. Barnas. JMMM **102**, 319 (1991).
[8] V.V. Kruglyak, O.Y. Gorobets, Y.I. Gorobets, A.N. Kuchko. J. Phys.: Condens. Matter **26**, 406001 (2014).
[9] В.В. Кругляк, А.Н. Кучко, В.И. Финохин. ФТТ **46**, 842 (2004).

Редактор Е.Ю. Флегонтова