

## Влияние сильной низкочастотной волны на распространение слабых ультразвуковых импульсов в стержневом резонаторе из отожженной поликристаллической меди

© В.Е. Назаров,<sup>1</sup> А.Б. Колпаков<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики РАН, 603950 Нижний Новгород, Россия

<sup>2</sup> Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, 603022 Нижний Новгород, Россия  
e-mail: v.e.nazarov@appl.sci-nnov.ru

Поступило в Редакцию 5 октября 2021 г.

В окончательной редакции 12 января 2022 г.

Принято к публикации 19 января 2022 г.

Проведено экспериментальное исследование влияния сильной низкочастотной волны на распространение слабых ультразвуковых импульсов в акустическом резонаторе из отожженной поликристаллической меди. Измерения проводились при гармоническом возбуждении резонатора на его первых четырех продольных модах в диапазоне от 2 до 15 кГц, частота ультразвуковых импульсов изменялась от 65 до 400 кГц. Анализ наблюдаемых нелинейных эффектов проведен в рамках уравнения состояния поликристалла, полученного на основе модификации струнной модели дислокации Гранато–Люкке. Определены значения параметров диссипативной и реактивной нелинейности дислокаций для отожженной меди.

**Ключевые слова:** дислокационная диссипативная и реактивная нелинейности, поликристаллическая медь, упругие волны.

DOI: 10.21883/JTF.2022.04.52251.266-21

### Введение

К актуальным вопросам современной акустики относятся задачи, связанные с изучением нелинейных волновых процессов (НВП) в микронеоднородных твердых телах [1–3], обладающих аномально высокой неаналитической и частотнозависимой нелинейностью. Актуальность этих вопросов обусловлена тем, что „классическая“ пятikonстантная теория упругости [4,5], отвечающая слабонелинейным однородным средам (с аналитической и частотнонезависимой нелинейностью), не объясняет закономерностей нелинейных акустических эффектов (НАЭ) в экспериментах с сильно нелинейными микронеоднородными средами, а „общей“ (универсальной) теории НВП для таких сред не существует.

К сильно нелинейным микронеоднородным твердым средам относятся многие поликристаллические металлы и горные породы. Их нелинейность связывается с движением и взаимодействием дислокаций (линейных дефектов поликристаллов) с точечными дефектами (вакансиями, примесными и межузельными атомами) [6–15]. В низкочастотном (НЧ) диапазоне поликристаллы проявляют гистерезисную нелинейность, а в высокочастотном (ВЧ) — диссипативную и реактивную [3]. Закономерности НАЭ, обусловленные гистерезисной, диссипативной и реактивной нелинейностями, как правило, различны, что создает возможность раздельного изучения вкладов этих нелинейностей в проявления НЧ и ВЧ нелинейных акустических эффектов.

Наиболее сильные проявления нелинейных свойств среды имеют место при относительно высоких амплитудах упругих волн, что легко реализуется в высокочастотных резонаторах. В резонаторах из поликристаллических твердых тел наблюдаются гистерезисные эффекты амплитудно-зависимого внутреннего трения — нелинейные потери, сдвиг резонансных частот и генерация высших гармоник, а также эффекты затухания и фазовой задержки несущей (ФЗН) слабых ультразвуковых импульсов в поле мощной НЧ волны, обусловленные не НЧ гистерезисной, а ВЧ диссипативной и реактивной нелинейностью [3,16].

В различных средах нелинейные эффекты часто проявляются по-разному, поэтому установление амплитудно-частотных зависимостей НАЭ в микронеоднородных средах является одной из основных задач при проведении их экспериментальных исследований. Фундаментальная цель таких исследований связывается с выявлением механизмов аномально высокой акустической нелинейности различных микронеоднородных сред. Прикладной же направленностью таких работ является создание и развитие нелинейных акустических методов диагностики микронеоднородных сред и материалов [3,17,18].

В настоящей работе, являющейся продолжением работы [19], представлены новые результаты экспериментальных исследований влияния сильной НЧ волны накачки в стержневом резонаторе из отожженной поликристаллической меди на распространение в нем слабых ультразвуковых импульсов (УИ). Установлены

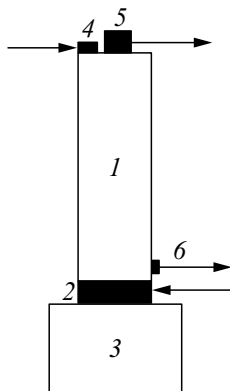


Рис. 1. Схема эксперимента.

амплитудно-частотные зависимости нелинейных затухания и ФЗН ультразвуковых импульсов под действием сильной низкочастотной волны. Анализ наблюдаемых нелинейных эффектов (затухания и ФЗН ультразвуковых импульсов) проведен в рамках уравнения состояния поликристалла, содержащего дислокационные диссипативную и реактивную нелинейности [20]. Из сравнения экспериментальных и аналитических результатов определены значения параметров диссипативной и реактивной нелинейности дислокаций для отожженной меди.

## 1. Схема эксперимента

Эксперименты по изучению влияния сильной НЧ стоячей волны на распространение слабых бегущих УИ проводились со стержневым резонатором, изготовленным из отожженной меди. Длина стержня  $L = 0.43$  м. Температура отжига —  $600^\circ\text{C}$ , время отжига — около 2 ч. (В предыдущей работе [19] в том же резонаторе исследовались НЧ эффекты амплитудно-зависимого внутреннего трения, возникающие из-за гистерезисной нелинейности отожженной меди при НЧ гармоническом возбуждении резонатора.)

Схема экспериментальной установки приведена на рис. 1. К нижнему торцу стержня 1, для возбуждения в нем продольной НЧ волны накачки, приклеивался пьезокерамический излучатель 2, другая его сторона была приклеена к массивной нагрузке 3. К верхнему свободному торцу стержня 1 приклеивались ВЧ пьезокерамический излучатель 4 (для излучения продольных УИ, распространяющихся вдоль оси стержня) и пьезоприемник 5 (для приема НЧ колебаний, создаваемых излучателем 2). Вблизи излучателя 2 на боковой поверхности стержня 1 приклеивался пьезоприемник 6, который реагировал на продольные ВЧ колебания стержня (вдоль его оси). При помощи пьезоприемника 6 осуществлялся прием и измерение амплитуды и ФЗН, прошедших через стержень УИ, создаваемых излучателем 4. Частота  $f$  импульсов изменялась в диапазоне от 65 до 400 кГц.

В этом эксперименте для НЧ волны стержень 1 являлся резонатором, а для бегущих УИ — фактически безграничной средой. Собственные частоты  $F_p$

НЧ продольных мод такого резонатора определяются выражением:  $F_p \cong (2p - 1)C_0/4L$ ,  $C_0$  — фазовая скорость НЧ продольной волны в стержне,  $p$  — номер моды,  $p = 1, 2, 3, 4, \dots$ . Для первых четырех продольных мод резонатора его резонансные частоты  $F_p$  и добротности  $Q_p$  составляли соответственно:  $F_1 = 2204$  Hz,  $F_2 = 6447$  Hz,  $F_3 = 10697$  Hz,  $F_4 = 14928$  Hz и  $Q_1 = 450$ ,  $Q_2 = 883$ ,  $Q_3 = 578$ ,  $Q_4 = 711$ .

## 2. Результаты измерений

В эксперименте в стержне 1 создавались сильная НЧ стоячая волна накачки и слабые УИ. Прошедшие через стержень импульсы принимались пьезоприемником 6 и поступали на осциллограф, где производились измерения их амплитуды  $U(\varepsilon_m)$  и ФЗН  $\Delta\tau(\varepsilon_m)$  в зависимости от амплитуды деформации  $\varepsilon_m$  НЧ волны (в резонансе).

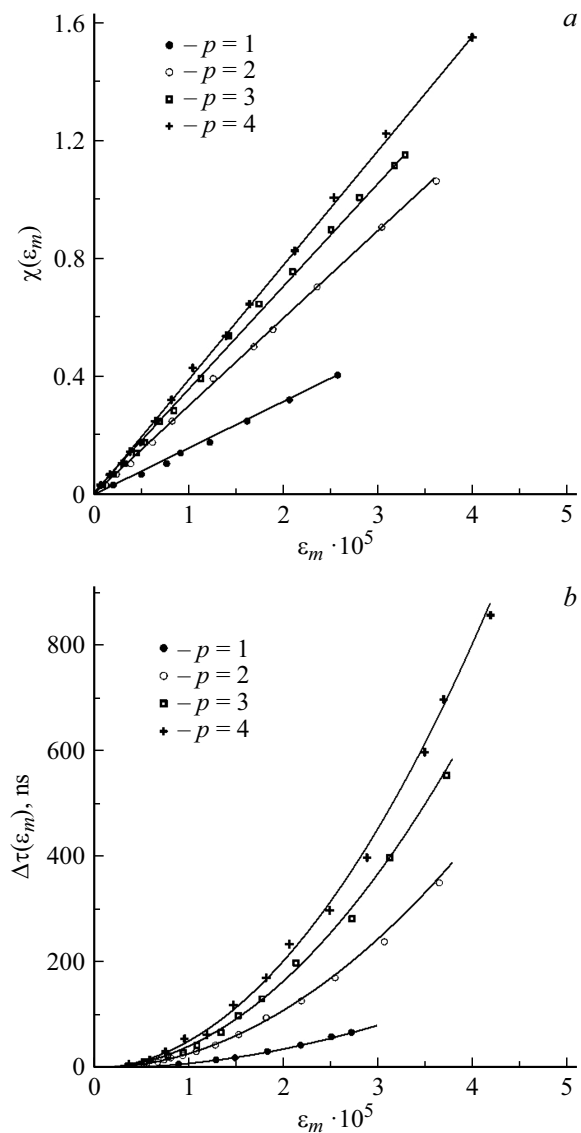
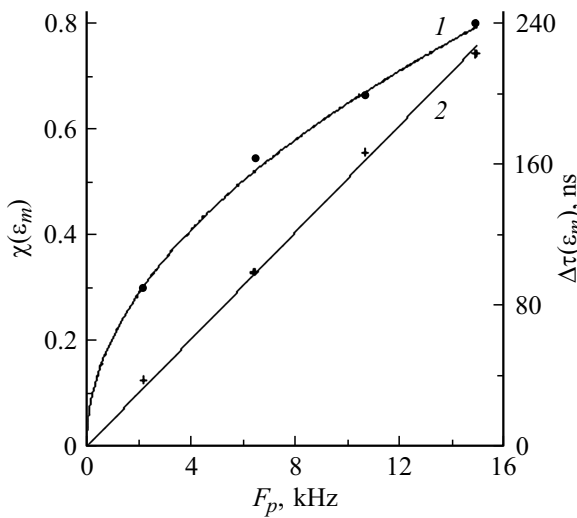


Рис. 2. Результаты измерений зависимостей  $\chi(\varepsilon_m)$  (a) и  $\Delta\tau(\varepsilon_m)$  (b) от  $\varepsilon_m$  при  $f = 365$  кГц. Линии соответствуют зависимостям:  $\chi(\varepsilon_m) \propto \varepsilon_m$ ,  $\Delta\tau(\varepsilon_m) \propto \varepsilon_m^2$ .

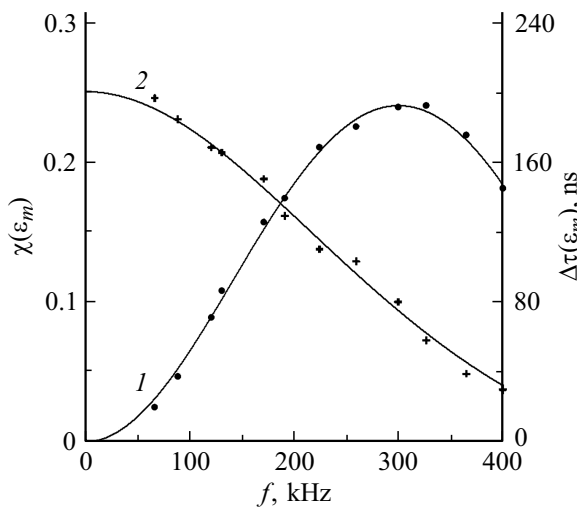
При увеличении  $\varepsilon_m$  амплитуда  $U(\varepsilon_m)$  принимаемых УИ уменьшалась, а их ФЗН  $\Delta\tau(\varepsilon_m)$  увеличивалась, т.е. затухание импульсов увеличивалось, а фазовая скорость уменьшалась.

На рис. 2 приведены зависимости коэффициента нелинейного затухания  $\chi(\varepsilon_m) = \ln[U_0/U(\varepsilon_m)]$  ( $U_0$  — амплитуда импульсов при  $\varepsilon_m = 0$ ) и фазовой задержки несущей  $\Delta\tau(\varepsilon_m)$  УИ с частотой  $f = 365$  kHz от амплитуды  $\varepsilon_m$  НЧ волны при  $p = 1, 2, 3, 4$ . Из рис. 2 видно, что имеют место следующие зависимости:  $\chi(\varepsilon_m) \propto \varepsilon_m$ ,  $\Delta\tau(\varepsilon_m) \propto \varepsilon_m^2$ , при этом  $\chi(\varepsilon_m)$  и  $\Delta\tau(\varepsilon_m)$  при  $\varepsilon_m = \text{const}$  растут с ростом частоты  $F_p$  НЧ волны.

На рис. 3 приведены зависимости коэффициента  $\chi(\varepsilon_m)$  и фазовой задержки  $\Delta\tau(\varepsilon_m)$  УИ с частотами  $f = 365$  kHz от частоты  $F_p$  при  $\varepsilon_m = 2 \cdot 10^{-5}$ . Из этих рисунков видно,



**Рис. 3.** Результаты измерений зависимостей  $\chi(\varepsilon_m)$  (1) и  $\Delta\tau(\varepsilon_m)$  (2) от  $F_p$  при  $\varepsilon_m = 2 \cdot 10^{-5}$  и  $f = 365$  kHz. Линии соответствуют зависимостям: 1 —  $\chi(\varepsilon_m) \propto F_p^{1/2}$ , 2 —  $\Delta\tau(\varepsilon_m) \propto F_p$ .



**Рис. 4.** Зависимости  $\chi(\varepsilon_m)$  (1) и  $\Delta\tau(\varepsilon_m)$  (2) от частоты  $f$  при возбуждении резонатора на частоте второй моды ( $p = 2$ ) при  $\varepsilon_m = 6.8 \cdot 10^{-6}$ . Линии 1 и 2 — результат расчета по формулам (1), (2); • и + — результаты измерений.

что  $\chi(\varepsilon_m) \propto F_p^{1/2}$ ,  $\Delta\tau(\varepsilon_m) \propto F_p$ . Следует отметить, что зависимости  $\chi = \chi(\varepsilon_m)$  и  $\Delta\tau = \Delta\tau(\varepsilon_m)$  от  $\varepsilon_m$  и  $F_p$  не соответствуют ни амплитудным, ни частотным зависимостям НЧ эффектов амплитудно-зависимого внутреннего трения, установленных в работе [19] для того же резонатора и обусловленных гистерезисной нелинейностью отожженной меди.

На рис. 4 приведены зависимости коэффициента затухания  $\chi = \chi(\varepsilon_m)$  и ФЗН  $\Delta\tau = \Delta\tau(\varepsilon_m)$  от частоты импульса  $f$  при  $\varepsilon_m = 6.8 \cdot 10^{-6}$  и  $p = 2$ . Из рис. 4 следует, что с ростом частоты  $f$  коэффициент  $\chi = \chi(\varepsilon_m)$  вначале (при  $65 \text{ kHz} < f < 300 \text{ kHz}$ ) растет, а затем (при  $300 \text{ kHz} < f < 400 \text{ kHz}$ ) падает, а задержка  $\Delta\tau(\varepsilon_m)$  при  $65 \text{ kHz} < f < 400 \text{ kHz}$  падает.

### 3. Анализ и сравнение экспериментальных и теоретических результатов

Теоретическое описание наблюдаемых в эксперименте эффектов приведено в работе [20], где в рамках уравнения состояния поликристаллического твердого тела с дислокационной диссипативной и реактивной нелинейностью получены выражения для  $\chi = \chi(\varepsilon_m)$  и  $\Delta\tau(\varepsilon_m)$ :

$$\chi(\varepsilon_m) = \frac{\mu P}{\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma[(m+1)/2]}{\Gamma[(m+2)/2]} \varepsilon_m^n L \Omega_p^q d_0 \omega^2 \times \int_0^\infty \frac{[(\Omega^2 - \omega^2)^2 - d_0^2 \omega^2] \ln(l) dl}{[(\Omega^2 - \Omega_p^2)^2 + d_0^2 \Omega_p^2]^{m/2} [(\Omega^2 - \omega^2)^2 + d_0^2 \omega^2]^2}, \quad (1)$$

$$\tau(\varepsilon_m) = \frac{\eta Q}{\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma[(n+1)/2]}{\Gamma[(n+2)/2]} \varepsilon_m^n L \Omega_p^r \times \int_0^\infty \frac{[(\Omega^2 - \omega^2)^2 - d_0^2 \omega^2] \Omega^2 \ln(l) dl}{[(\Omega^2 - \Omega_p^2)^2 + d_0^2 \Omega_p^2]^{n/2} [(\Omega^2 - \omega^2)^2 + d_0^2 \omega^2]^2}, \quad (2)$$

где

$$P = \frac{8R^2 C_0}{\pi^{9/2}} \frac{(1+q)\Gamma[(m+3)/2]}{\Gamma[(m+4)/2]} B \left[ \frac{m-q+1}{2}, \frac{q+1}{2} \right] \times \left( \frac{4RC_0^2}{\pi^2 b^2} \right)^m \left( \frac{b}{C_\perp} \right)^q,$$

$$Q = \frac{8R^2 C_0}{\pi^{9/2}} \frac{(1+n-r)\Gamma[(n+3)/2]}{\Gamma[(n+4)/2]} B \left[ \frac{n-r+1}{2}, \frac{r+1}{2} \right] \times \left( \frac{4RC_0^2}{\pi^2 b^2} \right)^n \left( \frac{b}{C_\perp} \right)^r,$$

$G$  и  $E = 2G/(1+\nu)$  — модуль сдвига и модуль Юнга;  $C_\perp = (G/\rho)^{1/2}$  — скорость сдвиговой волны;  $C_0 = (E/\rho)^{1/2}$ ;  $\nu$  и  $\rho$  — коэффициент Пуассона и плотность,  $b$  — модуль вектора Бюргерса;  $A = \pi\rho b^2$  — масса единицы длины дислокации,  $B$  и  $C = 2Gb^2/\pi(1-\nu)$  —

коэффициент линейного трения и коэффициент линейного натяжения дислокации;  $l$ ,  $\Omega(l) = [2/(1-\nu)]^{1/2}(C_{\perp}/l)$  и  $d_0 = B/A$  — длина, резонансная частота и параметр демпфирования дислокации;  $\mu$ ,  $\eta$  и  $m$ ,  $q$ ,  $n$ ,  $r$  — безразмерные параметры и показатели степени диссипативной и реактивной нелинейности дислокации,  $m \geq q \geq 0$ ,  $n \geq r \geq 0$ ,  $N(l)$  — функция распределения дислокаций по длинам  $l$ ,  $\int_0^{\infty} lN(l)dl = \Lambda$ ,  $\Lambda$  — плотность дислокаций,  $R$  — ориентационный фактор,  $\Omega_p = 2\pi F_p$ ,  $\omega = 2\pi f$ .

Проведем анализ экспериментальных и теоретических результатов и определим параметры дислокационной структуры отожженной меди.

Из сравнения выражений (1), (2) с результатами измерений (рис. 2, 3) сразу следует, что  $m = 1$ ,  $q = 1/2$ ,  $n = 2$ ,  $r = 1$ .

Подберем теперь функцию распределения  $N(l)$  и параметры дислокаций, так чтобы получилось соответствие зависимостей (1), (2) от частоты  $f = \omega/2\pi$  с результатами измерений (рис. 4). Хорошее соответствие имеет место для модифицированной функции распределения Келера

$$N(l) = \frac{\Lambda \exp[-(l-l_0)/L_0]}{L_0(l_0+L_0)}, \quad 0 \leq l_0 \leq l < \infty, \quad (3)$$

при следующих параметрах:  $C_{\perp} = 2.3 \cdot 10^3$  м/с,  $C_0 = 3.8 \cdot 10^3$  м/с,  $\nu = 0.28$ ,  $\Lambda = 10^{12}$  м<sup>-2</sup>,  $L_0 = 10^{-4}$  м,  $l_0 = 5 \cdot 10^{-5}$  м,  $b = 3 \cdot 10^{-10}$  м,  $d_0 = 10^9$  с<sup>-1</sup>,  $R^3 = 7.7 \cdot 10^{-3}$ ,  $R^4 = 3.03 \cdot 10^{-3}$ ,  $\mu = 4.1 \cdot 10^{-1}$ ,  $\eta = 1.5 \cdot 10^2$ .

Для функции распределения Келера [6], полученной для случая беспорядочного расположения примесных атомов вдоль дислокационной линии, длина  $l_0 = 0$ , при этом  $L_0 = \int_0^{\infty} lN(l)dl / \int_0^{\infty} N(l)dl$  — это средняя длина дислокации. Для модифицированного распределения Келера (3) —  $l_0 > 0$  ( $l_0 \gg b$ ), а средняя длина дислокации  $\langle l \rangle$  определяется выражением  $\langle l \rangle = L_0 + l_0$ .

## Заключение

Приведены результаты исследований эффектов влияния сильной НЧ волны на затухание и фазовую задержку несущей слабых УИ в стержневом резонаторе из отожженной поликристаллической меди и показано, что ее акустическая нелинейность содержит диссипативную и реактивную составляющие. Из сравнения экспериментально установленных амплитудно-частотных зависимостей с теоретическими [20], полученными на основе модификации струнной модели дислокации Гранато–Люкке, определены основные характеристики дислокаций отожженной меди (функция распределения дислокаций по длинам, параметр демпфирования, показатели степеней и параметры диссипативной и реактивной нелинейности). Из анализа результатов, полученных здесь и в работе [19], следует, что проявления гистерезисной, диссипативной и реактивной нелинейностей

отожженной меди качественно отличаются, поскольку амплитудные и частотные зависимости НЧ и ВЧ нелинейных эффектов различны. Это свидетельствует о том, что механизмы гистерезисной и диссипативной и реактивной нелинейностей отожженной меди также различны. Гистерезисная нелинейность поликристаллических твердых тел связана с периодическим отрывом дислокаций от примесных атомов (и закреплением на них же), а диссипативная и реактивная нелинейности — с нелинейными трением и натяжением дислокаций, совершающих колебательное движение под действием интенсивной упругой волны в окружении точечных дефектов поликристалла. Результаты проведенных исследований свидетельствуют о том, что дислокационные гистерезисная, диссипативная и реактивная нелинейности являются чувствительными характеристиками поликристаллических твердых тел, что можно использовать для их нелинейной акустической диагностики.

## Финансирование работы

Работа поддержана РФФИ (грант N20-02-00215A).

## Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

## Список литературы

- [1] М.А. Исакович. *Общая акустика* (Наука, М., 1973) [M.A. Isakovich. *General Acoustics* (Cambridge, 1973)]
- [2] R.A. Guyer, P.A. Johnson. *Nonlinear Mesoscopic Elasticity: the Complex Behaviour of Granular Media Including Rocks and Soil* (Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim, 2009)
- [3] V.E. Nazarov, A.V. Radostin. *Nonlinear Acoustic Waves in Micro-Inhomogeneous Solids* (John Wiley & Sons, Chichester, 2015)
- [4] Л.К. Зарембо, В.А. Красильников. УФН, **102**(4), 549 (1970).
- [5] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. *Теория упругости* (Наука, М., 1987)
- [6] A. Granato, K. Lucke. *J. Appl. Phys.*, **27**(5), 583 (1956).
- [7] *Ультразвуковые методы исследования дислокаций: Сб. статей*. Пер. с англ. и нем. под ред. Л.Г. Меркулова (ИИЛ, М., 1963)
- [8] *Application to Quantum and Solid State Physics, in Physical Acoustics: Principles and Methods*. Ed. by Warren P. Mason (Academic Press, NY. and London, 1966), v. 4, part A.
- [9] *The Effect of Imperfection, in Physical Acoustics: Principles and Methods*. Ed. by Warren P. Mason (Academic Press, NY. and London, 1966), v. 3, part A.
- [10] Д. Ниблетт, Дж. Уилкс. УФН, **80**(1), 125 (1963).
- [11] R. Truell, C. Elbaum, В.В. Chick. *Ultrasonic Methods in Solid State Physics* (Academic Press, NY. and London, 1969)
- [12] В.П. Левин, В.Б. Проскурин. *Дислокационная неупругость в металлах* (Наука, М., 1993)
- [13] T. Suzuki. *Dislocation Dynamics* (McGraw Hill, NY., 1967/1968)

- [14] H.F. Pollard. *Sound Waves in Solids* (Pion Limited, 1977)
- [15] И.И. Новиков, К.М. Розин. *Кристаллография и дефекты кристаллической решетки* (Металлургия, М., 1990)
- [16] V.E. Nazarov, A.B. Kolpakov. *Wave Motion*, **72**, 187 (2017).  
<https://doi.org/10.1016/j.wavemoti.2017.03.003>
- [17] *Nonlinear Ultrasonic and Vibro-Acoustical Techniques for Nondestructive Evaluation*, ed. by T. Kundu (Cham: Springer Nature Switzerland AG, 2019), ISBN 978-3-319-94474-6
- [18] C.J. Lissenden. *J. Appl. Phys.*, **129**, 021101 (2021).  
DOI: 10.1063/5.0038340
- [19] В.Е. Назаров, А.Б. Колпаков. *ЖТФ*, **91** (9), 1305 (2021).  
DOI: 10.21883/ЖТФ.2021.09.51208.21-21
- [20] В.Е. Назаров. *ЖТФ*, **90** (12), 2085 (2020).  
DOI: 10.21883/ЖТФ.2021.09.51208.21-21  
[V.E. Nazarov. *Tech. Phys.*, **65** (12), 1905 (2020).  
DOI: 10.1134/S1063784220120154]