

## Двумерные электроны низкой плотности в магнитном поле

© В.Е. Бисти

Институт физики твердого тела РАН,  
Черноголовка, Россия

E-mail: bisti@issp.ac.ru

Поступила в Редакцию 23 сентября 2021 г.

В окончательной редакции 23 сентября 2021 г.

Принята к публикации 25 сентября 2021 г.

Изучается процесс рекомбинации двумерных электронов низкой плотности с локализованными дырками валентной зоны в магнитном поле. Рассмотрены такие варианты основного состояния системы, как вигнеровский кристалл и сильно коррелированная электронная система. В квантовом вигнеровском кристалле получены уровни Ландау вакансион (квазидырок, возникающих при фотолюминесценции двумерных электронов) в квазиклассическом приближении, для этого использован закон дисперсии в приближении сильной связи для треугольной решетки. Обнаружена необычная зависимость энергии уровней Ландау от магнитного поля. Для модели электронного газа с сильным кулоновским взаимодействием рассмотрено возможное проявление в люминесценции особенности типа „экситон Махана“ в магнитном поле.

**Ключевые слова:** двумерные системы, вигнеровский кристалл, экситон Махана.

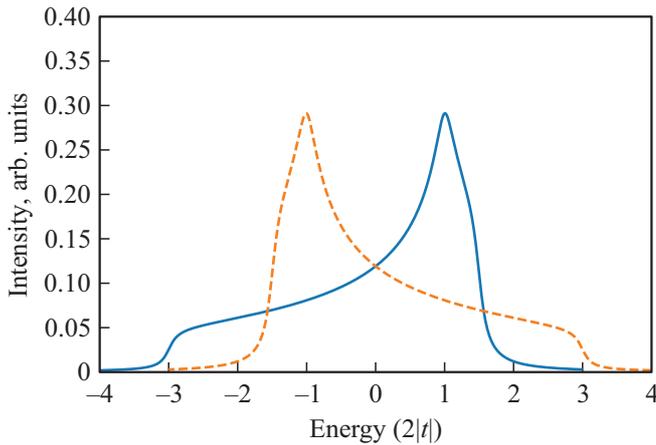
DOI: 10.21883/FIT.2022.01.51843.210

Интерес к изучению сильно коррелированных низкоразмерных систем поддерживается на высоком уровне благодаря появлению новых объектов исследования и расширению экспериментальных методик. Так, для изучения эффектов перенормировки энергии не только на уровне Ферми, но и во всей области спектра двумерных электронов используется метод анализа спектров излучательной рекомбинации электронов с фотовозбужденными дырками, связанными на удаленных акцепторах [1–3]. В работах [2,3] изучались спектры низкотемпературной люминесценции двумерного электронного газа в гетеропереходе MgZnO/ZnO. Ширина полосы люминесценции, подробно исследованная в [3], связывается авторами с перенормированным значением массы оптической плотности состояний. Определенная таким образом масса изменяется от 0.6 до  $0.3m_0$  ( $m = 0.3m_0$  — значение эффективной массы для ZnO в объеме) при изменении параметра  $r_s$  от 6.5 до 2.4 ( $r_s = (\pi n_s)^{-1/2}/a_B$ ),  $n_s$  — плотность двумерных электронов,  $a_B = \epsilon \hbar^2 / (me^2)$  — эффективный боровский радиус для параметров ZnO). В перпендикулярном магнитном поле отчетливо видны линии люминесценции для отдельных уровней Ландау, что позволяет утверждать существование квазидырок как хорошо определенных квазичастиц для всех значений энергии, а не только вблизи уровня Ферми. Для образцов с низкой плотностью электронов также отмечается необычное поведение в магнитном поле: веер уровней Ландау выглядит инвертированным, как пишут авторы работы [3]. Под инвертированным веером, видимо, понимается уменьшение энергии уровней Ландау с ростом магнитного поля в исследуемом в эксперименте диапазоне магнитных полей 5–8Т. К сожалению, в работе не представлены результаты исследования поведения уровней Лан-

дау квазидырок. Тем не менее, интрига существует, и рассмотреть теоретически поведение уровней Ландау в сильно коррелированной системе двумерных электронов необходимо.

Однако большинство теоретических методов хорошо работает при больших электронных плотностях (малых значениях параметра  $r_s$ ), когда кинетическая энергия электронов преобладает над их энергией взаимодействия. Для промежуточных значений  $r_s$  многочастичная задача не имеет корректного теоретического описания как для определения основного состояния, так и для расчета энергии возбуждений. Основное состояние двумерной электронной системы в зависимости от  $r_s$  может рассматриваться как электронный газ, электронная Ферми-жидкость или вигнеровский кристалл ([4,5]). Электроны в кристалле образуют треугольную решетку, а спиновое состояние системы может быть либо ферромагнитным, либо антиферромагнитным. Для кристаллизации в идеальной системе электронная плотность должна быть очень низкой —  $r_s = 37 \pm 5$  [6], однако при учете примесей переход жидкость – кристалл сдвигается до более реалистичного значения  $r_s = 7$  [6], что дает возможность рассмотреть квазидырки из экспериментальной работы [3] как квазичастицы в вигнеровском кристалле — вакансионы [7]. В предыдущей работе автора [8] рассматривалась форма полосы люминесценции для рекомбинации электрона и локализованной дырки с образованием вакансиона, при этом предполагалось, что двумерные электроны образуют вигнеровский кристалл.

В настоящей работе получены уровни Ландау вакансион в квазиклассическом приближении, для этого использован закон дисперсии в приближении сильной связи для треугольной решетки вигнеровского кристалла. Закон дисперсии вакансиона  $E(\mathbf{k})$  в приближении



**Рис. 1.** Спектры люминесценции для рекомбинации 2D-электронов и локализованных дырок с образованием вакансионных. Сплошная линия:  $t < 0$ , штриховая:  $t > 0$ . Затухание 0,2, единица энергии  $2|t|$ .

сильной связи для треугольной решетки с межатомным расстоянием  $a$  при учете туннелирования только между ближайшими соседями имеет вид

$$E(\mathbf{k}) = 2t [\cos(\mathbf{k}_x \mathbf{a}) + 2 \cos(\mathbf{k}_x \mathbf{a}/2) \cos(\sqrt{3} \mathbf{k}_y \mathbf{a}/2)], \quad (1)$$

где  $t$  — интеграл перескока (параметр туннелирования). Ширина зоны  $D = 9|t|$ . Знак  $t$  зависит от спинового упорядочения. При  $t < 0$  (ферромагнитный случай) минимум  $E(\mathbf{k})$  находится в центре зоны Бриллюэна в точке  $\Gamma$  ( $E(0) = 6t$ ), максимум  $E(\mathbf{k})$  — в точке  $K$  ( $E(K) = -3t$ ), при  $t > 0$  максимум и минимум меняются местами.

Плотность состояний при  $E \rightarrow -2t$  обращается в  $\infty$  по логарифмическому закону (возникает сингулярность типа Ван Хова). Как уже отмечалось [8], точка сингулярности соответствует максимуму интенсивности люминесценции. Поэтому изменение знака интеграла перескока приводит к изменению положения максимумы люминесценции. Трансформация спектра показана на рис. 1.

В квазиклассическом приближении, используя правило квантования Бора-Зоммерфельда, можно выразить энергии уровней Ландау  $E_n$  следующим образом:

$$S(E_n) = \left( \frac{2\pi eH}{\hbar c} \right) (n + \gamma). \quad (2)$$

Здесь  $S(E)$  — площадь замкнутой орбиты в  $\mathbf{k}$ -пространстве, определяемой изоэнергетической кривой  $E(\mathbf{k}) = E$ . Энергия, отвечающая точке сингулярности, в магнитном поле также имеет особенность — для нее не существует замкнутой орбиты. Соответственно, уровни Ландау находятся отдельно для одной долины с центром в точке  $\Gamma$  и для двух других долин с центром в точке  $K$ . В окрестности экстремумов закон дисперсии квадратичен, и энергии

уровней Ландау легко находятся. Отсюда можно определить константу квантования  $\gamma = 1/2$ .

Величину  $S(E)$  можно выразить через плотность состояний  $N(E)$  (используя выражение для  $N(E)$ , например, из [9]). Так, для  $t < 0$

$$S(E) = S_0 \int_{E_{min}}^E N(E) dE \quad (E < -2t) \quad (3)$$

$$S(E) = 0.5 \times S_0 \int_E^{E_{max}} N(E) dE \quad (E > -2t). \quad (4)$$

$S_0 = (8\pi^2)/(\sqrt{3}a^2)$  — площадь зоны Бриллюэна. Магнитное поле  $H$  удобно выражать в безразмерных единицах  $H/H_0$ . При  $H = H_0$  фактор заполнения  $\nu = 1$ , соответствующая магнитная длина  $a_H$

$$a_{H_0} = s q r t \frac{\hbar c}{e H_0} = a (\sqrt{3}/(4\pi))^{1/2}. \quad (5)$$

Уравнения для энергии уровней Ландау приобретают вид

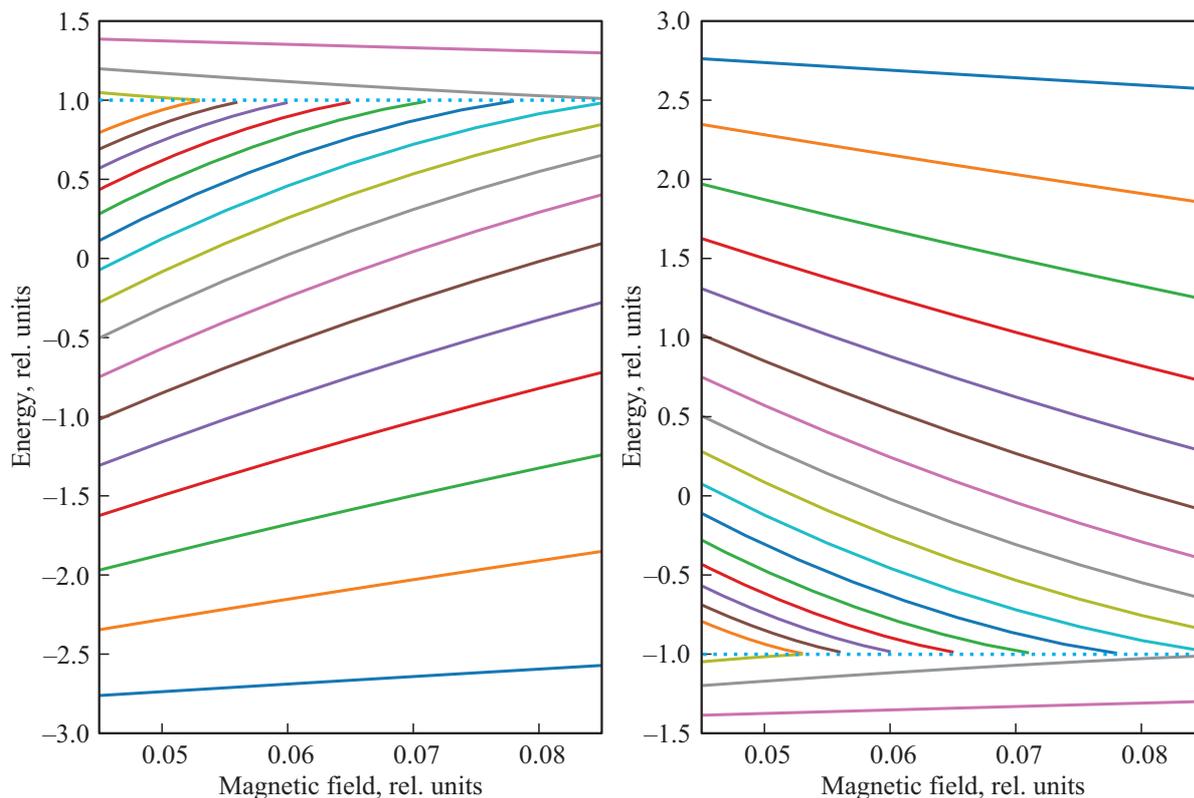
$$\int_{E_{min}}^E N(E) dE = \frac{H}{H_0} \left( n + \frac{1}{2} \right), \quad (6)$$

$$\int_E^{E_{max}} N(E) dE = \frac{2H}{H_0} \left( n + \frac{1}{2} \right). \quad (7)$$

Положение уровней Ландау в зависимости от магнитного поля изображено на рис. 2.

Из рисунка видно необычное поведение уровней Ландау. При  $t < 0$  для долины с центром в  $\Gamma$ -точке их энергии растут с ростом поля, для  $K$ -долины — убывают. Большая часть уровней Ландау  $\Gamma$ -типа. Однако  $K$ -долин две, емкость уровней Ландау в два раза больше, и можно ожидать что в люминесценции они будут проявляться интенсивнее. Магнитное поле стабилизирует Вигнеровский кристалл, уменьшение параметра туннелирования с ростом магнитного поля должно усилить эффект движения уровней Ландау из разных долин навстречу друг другу. Тем не менее изменение параметра туннелирования можно не рассматривать при квазиклассическом рассмотрении, применим только в слабых магнитных полях.

Полученная зависимость энергии уровней Ландау объясняется существованием ограниченной энергетической зоны и может говорить о возможности существования вигнеровского кристалла или вигнеровского стекла. Если вигнеровский кристалл характеризуется строгим упорядочиванием, то для вигнеровского стекла (или вигнеровской жидкости) дальний порядок разрушен, но ближний сохраняется, что как раз и возможно для случая с примесями. При уменьшении плотности должно произойти разрушение упорядочения, будет просто



**Рис. 2.** Уровни Ландау вакансионнов в зависимости от магнитного поля. Слева — для  $t < 0$  (ферромагнетик), справа — для  $t > 0$  (антиферромагнетик). Единица энергии  $2|t|$ , магнитного поля —  $H_0$ , штриховая линия — энергия сингулярности.

система локализованных электронов [6], также характеризующаяся ограниченной энергетической зоной.

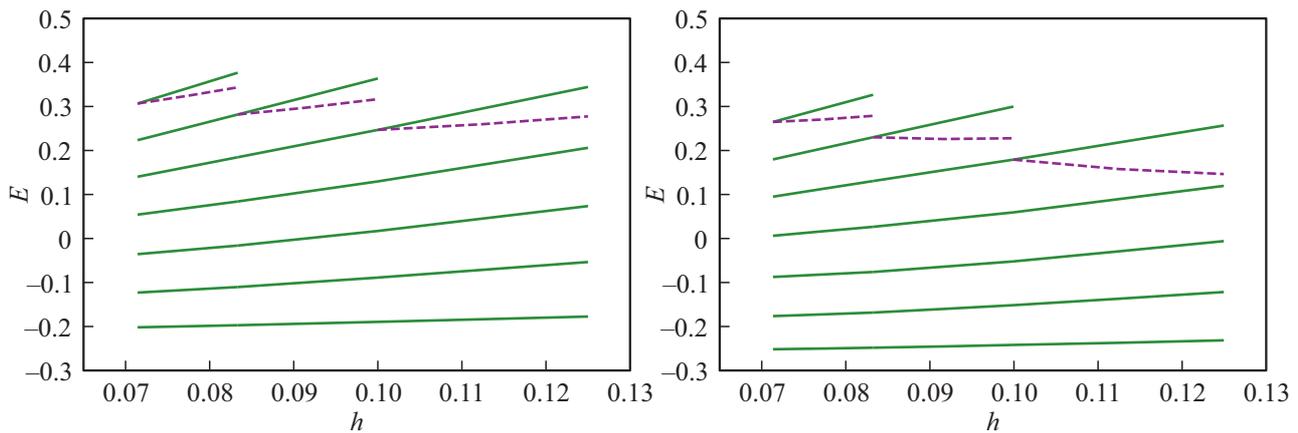
Зависимость энергии основного состояния слабо зависит от спиновой поляризации как для чистого Вигнеровского кристалла, так и с учетом примесей [10,11]. Однако более вероятно, что основное состояние вигнеровского кристалла с примесями при плотностях, близких к порогу кристаллизации, антиферромагнитное (фрустрированный антиферромагнетик) и переходит в ферромагнитное только при очень низких плотностях или при очень сильных магнитных полях ( $\nu \ll 1$ ) [6,11,12].

В эксперименте [3] появление пика интенсивности для образцов низкой плотности ( $r_s \sim 5-6.5$ ) на краю полосы люминесценции со стороны больших энергий и необычное поведение уровней Ландау объяснялись явлением, называемым „экситон Махана“.

Экситон „Махана“ проявляется как пик интенсивности фотолюминесценции ниже энергии Ферми  $E_F$  для системы электронов при низкой температуре и относительно низкой плотности. Увеличение интенсивности, возникающее в поглощении и люминесценции на энергиях, близких к энергии Ферми  $E_F$ , за счет множественного электронно-дырочного рассеяния вблизи  $E_F$ , но без образования настоящего экситона, было показано теоретически для трехмерного [13] и двумерного [14] случаев. Для  $E \ll E_F$  такие процессы рассеяния подавлены за счет принципа запрета Паули. В работе Махана [13]

теоретически рассмотрено межзонное оптическое поглощение в прямозонном полупроводнике в случае, если одна из зон вырождена и рассматривается как Ферми-газ. Показано, что экситонные эффекты, возникающие вследствие электронно-дырочного кулоновского притяжения, приводят к логарифмической сингулярности на краю зоны поглощения даже в случае, когда реальные связанные электронно-дырочные состояния не образуются. Эта особенность — „экситон Махана“ — существует при промежуточных плотностях частиц в вырожденной зоне ( $r_s \sim 2$ ) и исчезает при больших плотностях ( $r_s \ll 1$ ).

В работе Шмитт-Ринка с соавторами [14] рассматривались спектры поглощения и люминесценции квазидвумерной электронно-дырочной плазмы в зависимости от концентрации носителей и температуры. Было показано теоретически увеличение интенсивности, возникающее при эффектах межподзонного поглощения и люминесценции на энергиях, близких к энергии Ферми, за счет усиления роли межчастичного рассеяния при низкой температуре и относительно невысокой плотности частиц ( $r_s \sim 1-3$ ). Собственно-энергетические поправки и многократное электронно-дырочное рассеяние в уравнении Бете-Солпитера учитывались для статически экранированного кулоновского взаимодействия. Полученные спектры значительно отличались от одночастичных вследствие усиления парных корреляций в двумерном случае. Экспериментальное наблюдение особенно-



**Рис. 3.** Энергии уровней Ландау (сплошные линии) и „экситона Махана“ (штриховые) в RPA приближении в зависимости от магнитного поля. Слева для  $r_s = 2$ , справа для  $r_s = 7$ . Единица энергии  $E_c(H_0)$ , единица энергии магнитного поля —  $H_0$ .

сти „экситона Махана“ в спектрах низкотемпературной люминесценции для InGaAs-InP квантовых ям [15] продемонстрировало хорошее согласие с расчетами [14].

Можно было бы ожидать, что в слабых и промежуточных магнитных полях данная особенность в спектрах люминесценции также будет проявляться. Возможное проявление в люминесценции особенности типа „экситон Махана“ в магнитном поле для модели двумерного электронного газа с сильным кулоновским взаимодействием рассмотрено в настоящей работе аналогично случаю без магнитного поля, рассмотренному в работе [14].

Задача решалась в одноэкситонном приближении. В присутствии электронного газа с  $N$  заполненными уровнями Ландау, последний из которых заполнен частично, рассматривалось состояние, представляющее суперпозицию пар, состоящих из электрона на свободном или частично заполненном уровне Ландау  $M$  ( $M \geq N$ ) и дырки из валентной зоны с таким же номером уровня Ландау. Масса дырки полагалась бесконечной. Использовалось статически экранированное электронно-электронное и электронно-дырочное взаимодействие  $V_s$  для слабых магнитных полей ( $\nu \gg 1$ ), полученное в работе [16]:

$$V_s(q) = \frac{2\pi e^2}{\epsilon q} \frac{1}{\epsilon(q)}, \quad \epsilon(q) = 1 + \frac{2}{a_B q} [1 - J_0^2(qa_H)], \quad (8)$$

$J_0$  — функция Бесселя.

Для нахождения энергии экситона решалось численно уравнение Бете—Солпитера с учетом электронно-дырочного взаимодействия и собственно-энергетических поправок, аналогично расчету межподзонных возбуждений в магнитном поле, для частично заполненных уровней использовалось приближение Хартри—Фока [17–19]. Характерный масштаб энергии для экранированного кулоновского взаимодействия (8)  $E_s$  несколько меньше, чем для неэкранированного, однако существенно больше циклотронной энергии электрона, поэтому при рассмотрении „экситона Махана“ учитывались уровни Ландау не только с  $M \sim N$ , но и с  $M \gg N$ .

В магнитном поле без учета затухания вследствие дискретности спектра связанные электронно-дырочные состояния, образованного электронами зоны проводимости и дырками валентной зоны с одинаковыми уровнями Ландау, существуют всегда и расположены вблизи энергии Ферми. Начиная с  $r_s = 2$  энергия такого состояния с ростом магнитного поля перестает расти. Для  $r_s \geq 4$  энергия „экситона Махана“ начинает убывать, в противоположность энергиям уровней Ландау, зависимость от электронной концентрации очень мала, качественная картина поведения в магнитном поле одна и та же. Энергии уровней Ландау и уровня „экситона Махана“ для  $r_s = 2$  и  $r_s = 7$  представлены на рис. 3.

Для  $r_s = 2$  использование статически экранированного кулоновского взаимодействия как для случая двумерного электронного газа в полупроводнике без магнитного поля [14], так и для рассмотренного здесь случая в магнитном поле при  $\nu \sim 5-7$  еще допустимо. При больших  $r_s$  использование такого экранирования строго не применимо, однако можно ожидать сохранения качественной картины с ростом  $r_s$ , как и проявления экранирования кулоновского взаимодействия. Так, в сверхсильных магнитных полях ( $\nu = 1$ ) было показано [20], что вклад обменной энергии при очень низких электронных плотностях ( $7 < r_s < 11$ ) порядка циклотронной энергии  $\hbar\omega_c$ , что меньше обычно рассматриваемого характерного масштаба кулоновской энергии  $E_c = e^2/(\epsilon a_B)$ ; перенормировка обменной энергии была показана численно для конечной системы частиц и экспериментально методом неупругого рассеяния света.

Для эффекта „экситона Махана“ убывание энергии с ростом магнитного поля проявляется только для одной линии, в то время как для антиферромагнитного вигнеровского кристалла поведение веера линий инвертировано. Аномальное поведение уровней Ландау в двумерных электронных системах очень низкой плотности скорее можно объяснить переходом в состояние вигнеровского кристалла, возможно, в виде отдельных доменов, без установления дальнего порядка во всем

образце. К сожалению, недостаток экспериментальных данных не позволяет сделать однозначные выводы в пользу одной из моделей.

### Конфликт интересов

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

### Список литературы

- [1] И.В. Кукушкин, С. Шмульц. Письма в ЖЭТФ **101**, 770 (2015).
- [2] V.V. Solovyev, A.V. Van'kov, I.V. Kukushkin, J. Falson, D. Zhang, D. Maryenko, Y. Kozuka, A. Tsukazaki, J.H. Smet, M. Kawasaki. Appl. Phys. Lett. **106**, 082102 (2015).
- [3] V.V. Solovyev, I.V. Kukushkin. Phys. Rev. B **96**, 115131 (2017).
- [4] D. Ceperley. Phys. Rev. B **18**, 3126 (1978).
- [5] B. Tanatar, D.M. Ceperley. Phys. Rev. B **39**, 5005 (1989).
- [6] S.T. Chui, B. Tanatar. Phys. Rev. B **74**, 458 (1995).
- [7] А.Ф. Андреев, И.М. Лифшиц. ЖЭТФ **56**, 2057 (1969).
- [8] В.Е. Бисти. Письма в ЖЭТФ **109**, 106 (2019).
- [9] М. Авиньон, В.Н. Меньшов, В.В. Тугушев. ФТТ **43**, 543 (2001).
- [10] B. Bernu, Ladir Candido, D.M. Ceperley. Phys. Rev. Lett. **86**, 871 (2001).
- [11] K. Voelker, S. Chakravarty. Phys. Rev. B **64**, 235125 (2001).
- [12] V.V. Flambaum, I.V. Ponomarev, O.P. Sushkov. Phys. Rev. B **59**, 4163 (1999).
- [13] G.D. Mahan. Phys. Rev. **153**, 882 (1967).
- [14] S. Schmitt-Rink, C. Ell, H. Haug. Phys. Rev. B **33**, 1183 (1986).
- [15] M.S. Skolnick, J.M. Rorison, K.J. Nash, D.J. Mowbray, P.R. Tapster, S.J. Bass, A.D. Pitt. Phys. Rev. Lett. **58**, 2130 (1987).
- [16] I.L. Aleiner, L.I. Glazman. Phys. Rev. B **52**, 11296 (1995).
- [17] В.Е. Бисти. Письма в ЖЭТФ **69**, 543 (1999).
- [18] В.Е. Бисти. Письма в ЖЭТФ **73**, 25 (2001).
- [19] Yu.A. Bychkov, G. Martinez. Phys. Rev. B **66**, 193312 (2002).
- [20] A.V. Van'kov, B.D. Kaysin, S. Volosheniuk, I.V. Kukushkin. Phys. Rev. B **100**, 041407(R) (2019).

Редактор Т.Н. Василевская