## 05 Физические принципы создания магнитолевитационных систем на основе высокотемпературных сверхпроводящих композитов второго поколения (Обзор)

© И.А. Руднев, И.В. Анищенко

Национальный исследовательский ядерный университет "МИФИ", 115409 Москва, Россия e-mail: iarudnev@mephi.ru

Поступило в Редакцию 27 мая 2021 г. В окончательной редакции 8 июля 2021 г. Принято к публикации 13 июля 2021 г.

> Представлен обзор экспериментальных и теоретических исследований характеристик магнитолевитационных систем с использованием высокотемпературных сверхпроводников (ВТСП). Рассмотрены материалы, используемые в магнитолевитационных технологиях, а именно объемные сверхпроводники и ленточные ВТСПкомпозиты. Продемонстрированы основные экспериментальные данные, полученные как на объемных, так и ленточных сверхпроводниках, собранных в стопки различной конфигурации. Проанализированы факторы, влияющие на магнитосиловые характеристики: геометрические параметры, влияние внешних переменных магнитных полей, температуры, релаксационные явления. Значительная часть обзора посвящена описанию различных методов расчета магнитолевитационных систем, в том числе на основе стопок ВТСП-композитов. Рассмотрены особенности тепловых процессов в магнитолевитационных системах при криокулерном и азотном охлаждении. Приведены общие рекомендации для создания оптимальных магнитолевитационных систем на основе ленточных ВТСП-композитов.

> Ключевые слова: магнитная левитация, высокотемпературные сверхпроводники, ленточные композиты, сила левитации, латеральная сила, методы расчета магнитосиловых характеристик.

DOI: 10.21883/JTF.2021.12.51750.101-21

#### Введение

Магнитная левитация, устойчивое зависание одного магнитного объекта над другим, на первый взгляд представляет собой довольно необычное явление, противоречащее привычному опыту. Действительно, два магнита при попытке поднести их друг к другу при разнонаправленных векторах магнитного момента достаточно сильно отталкиваются друг от друга. Это отталкивание может значительно превышать силу тяжести и, казалось бы, возможно найти положение, в котором сила тяжести равна силе отталкивания и тогда в этом положении один магнит будет свободно зависать над другим, демонстрируя явление левитации. Но найти такое положение невозможно в силу неустойчивости системы из двух диполей. Этот факт прямо следует из классической теоремы Ирншоу [1], согласно которой стационарный объект, состоящий из набора масс, зарядов и магнитов, не может устойчиво парить в пространстве под действием любой фиксированной комбинации электрических, магнитных и гравитационных сил (см. также [2]). Дело в том, что устойчивое равновесие во внешнем поле требует, чтобы его полная энергия, которая включает в общем случае магнитное, электростатическое и гравитационное взаимодействия, имела минимум. А это невозможно, так как потенциалы этих взаимодействий

удовлетворяют уравнениям Лапласа, решения которого не имеют минимумов, т.е. устойчивых положений для левитации в таких системах нет. Однако теорема Ирншоу справедлива только для классического стационарного случая. Сверхпроводники второго рода, будучи идеальными диамагнетиками в мейсснеровском состоянии и обладающие сложными магнитными свойствами, обусловленными проникновением и пинниингом вихрей Абрикосова, являются по своей природе квантовыми объектами и, поэтому, как справедливо отмечено в статьях нобелевского лауреата А. Гейма [3-5], не подчиняются теореме Ирншоу. Именно поэтому возможна и практически наблюдается левитация сверхпроводников второго рода в магнитном поле, а именно устойчивое положение магнита относительно сверхпроводника. Отталкивание сверхпроводника от магнита, обусловленное взаимодействием индуцированных в сверхпроводнике токов и постоянным магнитом, возможно как для сверхпроводников первого рода, так и для сверхпроводников второго рода в мейсснеровском состоянии. Но взаимное расположение магнита и сверхпроводника в этих случаях оказывается неустойчивым, и лишь пиннинг квантов магнитного потока, вихрей Абрикосова, в смешанном состоянии (при превышении поля магнита значения первого критического поля для сверхпроводника) приводит к появлению устойчивых конфигураций.

В принципе левитировать могут любые диамагнитные объекты, обладающие пусть малой, но отрицательной магнитной восприимчивостью, так как диамагнетизм обусловлен квантовым движением электрона по орбите, а не классическими стационарными зарядами. Так, в работах [3–5] описывается возможность левитирования практически любых объектов, обладающих слабыми диамагнитными свойствами, вплоть до живых организмов.

Несмотря на то, что устойчивая магнитная левитация может наблюдаться для сверхпроводников с любой критической температурой  $T_c$ , с практической точки зрения наиболее удобны высокотемпературные сверхпроводники (ВТСП) с  $T_c$  выше температуры кипения жидкого азота. Этот хладагент в отличие от других криогенных жидкостей достаточно дешев и обладает высоким значением теплоты парообразования, что позволяет использовать его для охлаждения сверхпроводников в левитационных устройствах без существенной теплоизоляции последних. Альтернативный способ охлаждения ВТСП до 77 К и ниже, вплоть до области гелиевых температур, — использование криокулерной техники.

Настоящий обзор посвящен обсуждению основных свойств магнитной левитации с использованием высокотемпературных сверхпроводников. Будут рассмотрены материалы, используемые в магнитолевитационных технологиях: объемные сверхпроводники, ленточные ВТСП-композиты, постоянные магниты. Мы приведем основные экспериментальные данные, полученные как на объемных, так и ленточных сверхпроводниках, собранных в стопки различной конфигурации. Будут показаны факторы, влияющие на магнитосиловые характеристики: геометрические параметры, влияние внешних переменных магнитных полей, температуры, релаксация силы левитации. Значительная часть обзора посвящена описанию различных методов расчета магнитолевитационных систем, в том числе на основе стопок ВТСПкомпозитов. В итоге мы покажем, что ленточные ВТСПкомпозиты являются существенной альтернативой объемным ВТСП, традиционно используемым для этих целей. В последнем разделе мы приведем некоторые примеры магнитолевитационных устройств.

## 1. Материалы, используемые в сверхпроводящих магнитолевитационных технологиях

#### 1.1. Объемные ВТСП-материалы

Болышинство объемных ВТСП изготавливается из медно-оксидных сверхпроводников REBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-*x*</sub> (REBCO), где RE — редкоземельный элемент [6]. Также в ряде случаев используются другие сверхпроводники, например, диборид магния MgB<sub>2</sub> или пниктиды на основе железа [7–10]. Недостатком последних двух материалов является их относительно низкая по сравнению с REBCO критическая температура,

достоинством — высокие значения поля необратимости, характеризующие магнитополевые диапазоны возможного применения сверхпроводников.

Одним из распространенных примеров REBCO является YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-x</sub> (YBCO или Y123). Иттрий может быть заменен другими редкими элементами, например, гадолинием. Объемные REBCO производятся, как правило, с помощью технологий плавления [11]. Прессованные смешанные порошки в зависимости от требуемого конечного состава помешаются вместе с небольшим затравочным монокристаллом в печь и подвергаются термической обработке. Для повышения качества и скорости производства можно размещать несколько затравок [12]. В результате объемные ВТСП могут быть довольно неоднородными по границам секторов роста (кристаллитов) [13]. Кроме того, изделия из ВТСП представляют собой хрупкую керамику, которая может растрескиваться под действием напряжений различной природы, в частности, во время намагничивания, поэтому требуется их дополнительное механическое усиление (бандажирование) [14].

Обычно объемные сверхпроводники производятся в виде цилиндров или дисков, хотя для отдельных целей объемные материалы могут быть изготовлены в виде колец [15]. В настоящий момент плотность критического тока  $J_c$  массивных ВТСП находится в диапазоне от  $10^8$ до 10<sup>9</sup> А/m<sup>2</sup> при 77 К в отсутствие внешнего магнитного поля. Следует отметить, что оценить величину плотности критического тока для объемных ВТСП в отличие от ленточных материалов является непростой задачей. Для проведения прямых транспортных измерений необходимо вырезать прямоугольные бруски, что может привести к появлению механических трещин и, как следствие, ошибкам в определении Јс. Другой способ, который применяется чаще — картографирование захваченного магнитного потока после приложения и снятия магнитного поля (постоянного или импульсного) с последующим расчетом плотности критического тока с помощью операции инверсии [16,17].

Для синтеза объемных ВТСП используются различные методы, основная цель которых получить высокоплотные материалы с высокими значениями плотности критического тока. Это достигается за счет текстурирования материала и улучшения ориентации зерен, улучшения проводимости границ зерен (отсутствие слабых связей между зернами) и создания центров пиннинга магнитного потока. К основным методам синтеза материалов с высокой степенью текстуры можно отнести следующие [18,19]:

 медленное охлаждение в однородном температурном поле (с нулевым градиентом по температуре);

 медленное охлаждение в градиентном температурном поле без перемещения образца (метод Бриджмена);

— градиентная кристаллизация с перемещением горячей зоны (Zone-Melt (MZ)) — метод зонной плавки;

— метод направленной кристаллизации с затравкой (Seeded-Directional-Solidification (SDS));

1815

— использование верхних затравок (Top-Seeded-Melt-Growth (TSMG));

— текстурирование в магнитном поле, а также другие методы, описание которых можно найти в литературе [18–30].

Обзор методов синтеза объемных ВТСП представлен в недавней монографии [31].

#### 1.2. Ленточные ВТСП-композиты

#### 1.2.1. ВТСП-ленты первого и второго поколений

В ВТСП-лентах первого поколения (1G — от английского "first generation") используются сверхпроводники (Bi,Pb)<sub>2</sub>Sr<sub>2</sub>Ca<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>x</sub> (BSCCO или Bi2223) или (Bi,Pb)<sub>2</sub>Sr<sub>2</sub>CaCu<sub>2</sub>O<sub>x</sub> (Bi2212) (рис. 1). Эти два меднооксидных сверхпроводника принадлежат одному семейству висмутовых ВТСП, содержат одни и те же элементы, но из-за различий в стехиометрическом составе имеют разную критическую температуру (соответственно 110 и 84 K). Основной метод, которым изготовляются ленты первого поколения, получил название "порошок в трубе". Этот технологический процесс включает 3 этапа:

1) заполнение металлической трубки (как правило, из серебра) ВТСП порошком-прекурсором;

2) обжим и прокатка заполненной трубки;

3) многократные циклы "отжиг-прокат".

В процессе термомеханохимической обработки формируется одноволоконная или многоволоконная лента с характерным сечением  $4 \times 0.3$  mm и длиной более 1000 m. На сегодняшний день наилучшими характеристиками обладают многожильные ленты японской корпорации Sumitomo Electric Industries: на длине 1500–2000 m критический ток составляет 170–200 A, а на коротких образцах превышает значение 250 A [32].

Однако технология "порошок в трубе" обладает рядом недостатков:

1) необходимость деформации ВТСП-материала в процессе прокатки ленты для получения высокой степени текстуры (отсюда многократные последующие отжиги);

2) высокая удельная стоимость, определяемая не в последнюю очередь дороговизной серебряной матрицы (коэффициент заполнения по ВТСП-материалу не более 20%!)

3) при температуре кипения жидкого азота токонесущая способность полученных проводов висмутовой системы резко падает при увеличении внешнего магнитного поля, и в магнитных полях  $\sim 1 \, \mathrm{T}$  практически отсутствует.



Рис. 1. Фотография поперечного сечения ВТСП-ленты первого поколения (из [32]).



**Рис. 2.** Н-Т-диаграмма различных сверхпроводящих материалов (адаптировано из [33]).

И если первые два недостатка имеют технологическую природу, т.е. могут быть оптимизированы, то последний является проявлением внутренних физических характеристик ВТСП на основе Ві и связан с очень высокой степенью анизотропии этих материалов.

Характеристики различных материалов в магнитном поле демонстрирует фазовая Н-Т-диаграмма (рис. 2). Если Н-Т-диаграмма рассматривается в терминах второе критическое поле-температура, то ниже линии на Н-Т-диаграмме материалы проявляют сверхпроводящие свойства, выше — нет. Однако с практической точки зрения важнее рассматривать Н-Т-диаграмму в терминах поле необратимости-температура. В этом случае кривая H-T определяет область существования ненулевого критического тока. При низких температурах в районе точки кипения жидкого гелия, и низкотемпературные, и тем более высокотемпературные сверхпроводящие материалы остаются в сверхпроводящем состоянии до полей в несколько десятков Тесла. При T = 77 К ситуация принципиально иная. ВТСП на основе Ві теряют сверхпроводящие свойства (точнее зануляется величина критического тока) в поле порядка одного Тесла. ВТСП Y123 при той же температуре способен сохранять сверхпроводимость в полях до 5-8 T, хотя критический ток в полях более 3 Т ставится недостаточным для практических применений. Именно материалы REBCO



**Рис. 3.** Схематичное сечение ВТСП-лент на основе ВЅССО и YВСО. Приведены характерные размеры лент. В настоящее время наиболее распространены ленты ВЅССО шириной около 4 mm и ленты YBCO шириной 4 и 12 mm.

стали основой для ВТСП-проводов второго поколения (2G — second generation).

### 1.2.2. ВТСП-ленты второго поколения: архитектура композитов и технологии изготовления

ВТСП-провода второго поколения принципиально отличаются от проводов первого поколения. Дело не только в использовании разных сверхпроводящих материалов. Простая замена в технологии "порошок в трубе" Ві2223 сверхпроводников на Y123 не имела успеха, так как в поликристаллическом состоянии УВа<sub>2</sub>Си<sub>3</sub>О<sub>7-x</sub> демонстрирует очень низкую критическую плотность тока из-за большого числа слабых связей. Основное различие между 1G- и 2G-проводами лежит в применении разных технологических подходов. Если, как уже отмечалось выше, 1G-технология "порошок в трубе" является скорее металлургической, то провода второго поколения изготовляются исключительно с применением пленочных технологий. Соответственно 1Gи 2G-провода имеют различное внутреннее строение. На рис. 3 приведены схемы попеченных сечений лент первого и второго поколений. Как видно, 1G-проводники представляют собой набор ВТСП-жил в серебряной матрице. 2G-проводники — это совокупность тонких слоев различных материалов, нанесенных на металлическую подложку (рис. 4). В качестве подложки применяется лента на основе сплавов никеля, в частности, сплав Хастеллой. Несколько промежуточных "буферных" слоев необходимы для предотвращения химического взаимодействия ВТСП и подложки и задания необходимой базисной текстуры. Поверхностный металлический защитный слой предохраняет ВТСП от взаимодействия с парами воды и углекислого газа из воздуха, служит защитой от механических повреждений и от прямого контакта ВТСП с шунтирующим материалом (упрочненная медь, нержавеющая сталь).

Были предложены три метода создания гибких металлических подложек, поверхность которых покрыта слоем оксида, обладающего биаксиальной текстурой и напоминающего протяженный мозаичный монокристалл. На таком оксидном слое возможен эпитаксиальный рост пленки У123. Первый из разработанных методов — метод осаждения, стимулированного ионным пучком (IBAD — Ion-Beam-Assisted-Deposition). Второй метод — осаждение на наклонную подложку (ISD — Inclined-Substrate-Deposition). Третий предложенный технологический подход носит название RABiTS (Rolling-Assisted-Biaxially-Textured-Substrates) — подложки с биаксиальной текстурой, полученной с помощью прокатки. Для нанесения буферных слоев и слоя ВТСП чаще используются методы: RCE — реактивное термическое со-испарение, PLD — импульсное лазерное осаждение, PVD — испарение электронным пучком в вакууме, МОСVD — метод химического осаждения из паровой фазы, МОО — метод металлогранического разложения. Описания различных методик можно найти в монографии [35], а также в обзорной статье [36].

Ни в одном из этих методов в качестве подложки не используется серебро. Более того, с применением каждого из этих методов удается получать материалы, критическая плотность тока которых приближается к значениям, характерным для пленок Y123, нанесенных на монокристаллические оксидные подложки, например, титанат стронция. Выбор того или иного метода получения подложки и осаждения сверхпроводящего слоя приобретает ключевое значение, поскольку этим определяется соотношение цены и эксплуатационных характеристик сверхпроводника и, в конечном итоге, успех внедрения технологии в производство для крупномасштабной коммерциализации.

Нетрудно заметить, что сечение сверхпроводника составляет лишь малую часть общего сечения провода. Особенно это характерно для лент второго поколения, в которых толщина пленочного слоя ВТСП составляет



**Рис. 4.** Пример структуры ВТСП-лент на поликристаллической подложке NiCr (*a*) и деформационно-текстурированной подложке сплава Хастеллой NiW (*b*) [34]. На рисунке не показан слой серебра на поверхности сверхпроводника, защищающий сверхпроводник от взаимодействия с парами углекислоты.

величину порядка 1  $\mu$ m при толщине только металлической подложки 50–100  $\mu$ m. В итоге площадь сечения сверхпроводника в лентах первого поколения обычно не превышает 30%, а в лентах второго поколения она менее 2%. В этом случае имеет смысл говорить не о плотности критического тока ВТСП-материала, а о так называемой инженерной (или конструкционной) плотности тока, которая рассчитывается как отношение величины транспортного тока к площади полного сечения ленты. Действительно, несмотря на то что величины критических токов поликристаллического Bi2223 и пленочного Y123 при T = 77 К различаются более чем на порядок из-за существенного различия в коэффициентах заполнения, инженерная плотность тока для ВТСП первого и второго поколений практически одинакова.

Итак, в основе различия ВТСП-лент первого и второго поколений лежит не использование разных материалов, а применение принципиально различных технологий. В настоящее время эти два пути представляют собой параллельные направления. Материалы первого поколения имеют на сегодняшний день более высокую конструктивную плотность тока и более высокие потери энергии в переменном поле при меньшей стоимости. Материалы второго поколения считаются более перспективными с точки зрения их использования в сильных магнитных полях и на переменном токе. В дальнейшем мы будем рассматривать только ленты второго поколения.

Ленты REBCO в англоязычной литературе также называются "Coated Conductors" или СС-ленты, что можно перевести как "проводники с покрытием", хотя в настоящее время установившийся русскоязычный эквивалент "Coated Conductors" отсутствует. Вместо него в русскоязычной литературе используют уже упоминавшиеся ранее термины "ленты второго поколения" или "2G-ленты". В том случае если финишное медное покрытие отсутствует, говорят о нестабилизированных лентах. Если же медное покрытие присутствует, ленты часто называют стабилизированными. Как уже отмечалось, слой REBCO наносится на металлическую подложку через набор тонких буферных слоев, как показано на рис. 5 [37,38]. При этом металлическая подложка действует как двуосный текстурный шаблон [37]. Обычно толщина ВТСП-слоя составляет всего 1-3 µm. Поэтому, несмотря на высокую плотность критического тока собственно слоя ВТСП — более  $10^{10}$  А/m<sup>2</sup> при 77 К инженерная плотность тока, которая представляет собой ток, деленный на полное поперечное сечение ленты с учетом подложки и защитных слоев, значительно меньше — порядка  $10^8 \text{ A/m}^2$ .

Ленты REBCO более механически прочны по сравнению с объемными материалами из-за наличия металлических подложек. Однако существует минимальный диа-



**Рис. 5.** Архитектура ВТСП-ленты производства ТНЕVА [38]. Слева — без стабилизирующего медного слоя; справа — со стабилизирующим медным слоем.

Производитель	Технология изготовления	Толщина подложки, µт	Толщина стабилизирующего медного слоя, μm	
AMSC	RABITS/MOD	75 (NiW)	60	
Fujkura	IBAD/PLD	75 (Хастеллой)	20	
Shanghai SC	IBAD/PLD	40-50 (Хастеллой)	10	
SuNAM	IBAD/RCE	60 (Хастеллой)	20	
SuperOx	IBAD/PLD	40-60 (Хастеллой)	2-40	
SuperPower	IBAD/MOCVD	30-50 (Хастеллой)	5-20	
SWCC	IBAD/MOD	100 (Хастеллой)	40	
Theva	IBAD/PLD	50-1000 (Хастеллой)	10-20	

Таблица 1. Параметры ВТСП-лент некоторых производителей

метр изгиба, при намотке ниже которого критический ток ленты начинает уменьшаться. Это минимальное значение диаметра изгиба зависит как от архитектуры конкретных лент, так и от способа намотки ленты: сверхпроводником внутрь или наружу. В целом можно считать, что в настоящее время для коммерческой ленты минимальный диаметр изгиба составляет около 20 mm [39].

В табл. 1 представлены некоторые производители ВТСП-лент и технологии, ими используемые (по данным работы [40]).

Одиночные ленты не годятся для использования в магнитных и магнитолевитационных применениях в силу малого объема ВТСП-материала. Поэтому ВТСПленты собирают в стопки, которые могут состоять из нескольких десятков отдельных лент. Высокие значения плотности критического тока и относительная доступность ВТСП-лент делает их перспективной альтернативой объемным.

Одним из применений стопок ВТСП-лент является захват потока, который получается после намагничивания образцов постоянными или импульсными полями. На данный момент активно исследуют свойства стопок сверхпроводящих лент [41] (рис. 6). Максимальная величина магнитного поля, полученная с использованием объемного сверхпроводника, составляет 17.6 Т [42,43]. Но у таких магнитов существуют проблемы, связанные с хрупкостью материала, необходимостью механического упрочнения, низкой теплопроводностью [42,43], которые могут привести к разрушению объемного сверхпроводника. Применение стопок ВТСП-лент второго поколения позволяет преодолеть ограничения, обусловленные хрупкостью керамики. Наличие металлической подложки (например, Хастеллоя) придает высокую прочность ленте. Так, например, в соответствии со спецификацией ленты SuperPower механическое напряжение до 550 МРа, что соответствует теоретическому пределу в захваченном магнитном поле 42.8 T, может приводить к уменьшению критического тока менее чем на 5% [44,45]. В свою очередь, слои меди и серебра (которые имеют более высокую теплопроводность по сравнению с ВТСП-керамикой) способны быстро рассеивать тепло по всему объему стопки лент. Спайка ВСТП-лент представляет собой массив ВТСП-лент, покрытых свинцовооловянистым припоем. Такие ленты после сборки в стопку подвергаются термической обработке [46], после чего массив становится единой структурой, удобной для применения в реальных устройствах. Припой улучшает тепловой контакт соседних слоев в спайке, что делает



**Рис. 6.** Иллюстрация эквивалентности стопки ВТСП-лент из отдельных фрагментов лент и объемных сверхпроводников [48]: *a* — *N<sub>s</sub>* фрагментов ВТСП-лент; *b* — эквивалентный однородный объемный сверхпроводник; *с* — *N<sub>d</sub>* эквивалентных объемных сверхпроводников меньшего размера.

термостабильность системы лучше, чем в случае стопки лент.

Недавно удалось получить магнитное поле в 17.7 Т, захваченное стопкой лент [47]. Данная величина превосходит рекордное значение для объемных сверхпроводников [42,43]. Этот факт в совокупности с преимуществами, описанными выше, позволяет говорить, что стопки ВТСП-лент второго поколения являются более перспективными для применения в реальных устройствах, чем объемные ВТСП.

#### 1.3. Магнитные материалы

Для исследований магнитолевитационных характеристик, как правило, используются постоянные магниты. В настоящее время к наиболее распространенным магнитам можно отнести соединение Nd<sub>2</sub>Fe<sub>14</sub>B (NdFeB), которое было открыто в 1983 г. Подробное описание характеристик этих магнитов, методы их синтеза можно найти в работах [49,50]. Магнитный момент на формульную единицу равен  $32.5\,\mu_{\rm B}$  при  $T = 300\,{\rm K}$ , а температура Кюри — *T*<sub>C</sub> = 586 К. Магнитная индукция (остаточный магнитный момент) на поверхности стандартного магнита составляет приблизительно 0.5-0.7 Т, а коэрцитивная сила — 1200 kA/m. NdFeB представляет собой тетрагональное соединение с постоянными решетки a = 0.88 nm и c = 1.221 nm. Практически все атомы Fe расположены в слоях, а атомы Nd и В в других слоях, отделенных друг от друга слоями Fe. Для увеличения коэрцитивной силы в NdFeB иногда включают атомы других редкоземельных элементов, в

частности, Dy. Кристаллиты NdFeB обладают высокой одноосной магнитной анизотропией. Существует два основных метода синтеза магнитов NdFeB: спекание из порошков (в дуговой или ВЧ печи) или литье под давлением. В основном используется метод спеканий, так как он проще и приводит к появлению хороших магнитных свойств. Однако в тех случаях, когда требуются магниты сложной формы, предпочтительнее литье под давлением.

Форма используемых постоянных магнитов может быть разная и зависит от конкретных задач магнитолевитационных исследований. Как правило, это магниты в виде параллелепипедов квадратного и прямоугольного сечений или дисков различной толщины. Более сложные конфигурации, например массивы Халбаха [51], набираются из стандартных единичных магнитов. Особенность массивов Халбаха состоит в том, что магнитное поле сконцентрировано с одной стороны массива и сильно понижено с другой. Кроме того, массивы Халбаха дают высокий градиент поля, что существенно для магнитолевитационных приложений. Также в исследованиях используются различные концентраторы из магнитомягкого материала, которые могут значительно усиливать величину и градиент магнитного поля.

## 2. Основные характеристики магнитолевитационных систем

Рассмотрим характерный магнитолевитационный объект, состоящий из сверхпроводника и источника градиентного магнитного поля — постоянного магнита. Для

Z<sub>cp</sub>



Downward motion

Рис. 7. Характер перемещения и измерения вертикальной силы при осевом движении (из работы [52]). На стадии 3 сила меняет знак, что соответствует притяжению магнита и сверхпроводника.

простоты будем считать, что и магнит, и сверхпроводник имеют форму дисков с диаметрами d<sub>PM</sub> и d<sub>S</sub> соответственно. Расстояние между плоскостями объектов называется левитационным зазором z.

При первоначально соосном расположении возможны два варианта смещения: вертикально, вдоль оси и горизонтально — вдоль плоскости (латеральные смещения). При этих перемещениях соответственно возникают силы, направленные по оси (вертикальные силы), и силы, направленные перпендикулярно оси (латеральные силы). Вертикальная сила обеспечивает собственно магнитную левитацию, а латеральная — характеризует устойчивость магнитолевитационной системы.

Когда ВТСП (или в более общем смысле сверхпроводник II рода) охлаждается в поле постоянного магнита, магнитное поле, если оно превышает величину первого критического поля, проникает в сверхпроводник в виде вихрей Абрикосова. При изменении относительного положения постоянного магнита и сверхпроводника в сверхпроводнике индуцируются круговые токи, препятствующие изменению магнитного потока или, как следствие, исходного поля, в котором его охлаждали. Взаимодействие этих токов с полем магнита приводит к возникновению магнитных сил. Если расстояние между магнитом и сверхпроводником уменьшается, возникает сила отталкивания, препятствующая приближению сверхпроводника к магниту. Если расстояние увеличивается — возникает сила притяжения, препятствующая отводу магнита от сверхпроводника, т.е. после охлаждения сверхпроводника в магнитном поле возможно появление как силы отталкивания, так и притяжения, в зависимости от направления движения магнита относительно сверхпроводника. При боковом смещении магнита или сверхпроводника возникает латеральная сила, направленная на возвращение системы в положение, в котором она находилась при охлаждении (как мы увидим в дальнейшем, латеральная возвращающая сила возникает только при относительно небольших боковых смещениях). Все это приводит к стабильной левитации без наличия дополнительных систем обратной связи. При этом движение (как линейное, так и по кругу) сверхпроводника вдоль длинного набора постоянных магнитов одной конфигурации осуществляется без торможения, так как профиль поля не меняется, а значит, никакие дополнительные силы, препятствующие движению, не возникают (кроме силы сопротивления воздуха и торможения, связанного с неоднородностью магнитного поля вдоль направления движения). Именно на этом принципе основаны конструкции сверхпроводниковых магнитолевитационных транспортных систем и магнитных подшипников.

Ниже рассмотрим факторы, от которых зависят характеристики магнитолевитационых систем.

Чтобы оптимизировать латеральную силу и силу левитации и гарантировать, что устойчивость разрабатываемых магнитолевитационых систем выполняется в любых условиях, необходимо полностью охарактеризовать эти силы. Сила левитации может быть измерена в двух режимах охлаждения сверхпроводника: охлаждение в поле (FC — Field Cooled), либо охлаждение без поля (ZFC — Zero Field Cooled). Как упоминалось ранее, устойчивая левитация достигается в условиях FC. Рассмотрим поведение магнитолевитационных систем, состоящей из сверхпроводника первоначально в нор-



**Рис. 8.** Характер перемещения и измерения вертикальной силы при латеральном движении (из работы [52]).

мальном состоянии (т.е. его температура выше  $T_c$ ) и постоянного магнита. В режиме FC расстояние z между магнитом и сверхпроводником поддерживается равным  $z_{cp}$  (cp — cooling position) и сверхпроводник охлаждается до температуры измерения  $T < T_c$  (шаг 1 на рис. 7). После стабилизации температуры в зависимости от конструкции измерительной установки либо источник магнитного поля, либо сверхпроводник перемещаются вертикально, с уменьшением левитационного зазора z до значения  $z_{\min}$  (шаг 2 на рис. 7). В  $z_{\min}$ направление движения меняется на противоположное, в результате чего расстояние z увеличивается до  $z_{\text{max}}$ (шаг 3 на рис. 7). В течение всего процесса перемещения регистрируется сила взаимодействия между постоянным магнитом и сверхпроводником как функция z. В режиме ZFC после охлаждения сверхпроводника в поле, максимально близком к нулю (на практике — на максимально возможном удалении магнита от сверхпроводника), процедура перемещений и регистрации силы такая же, как в FC.

Для измерения латеральной силы после этапа охлаждения в поле сверхпроводник фиксируется на некотором расстоянии z от источника магнитного поля (рис. 8). Начиная с положения y = 0 (осевое положение), либо постоянный магнит, либо сверхпроводник перемещается вбок на расстояние y от исходного положения до  $y_{max}$ , где направление движения меняется на противоположное, и расстояние уменьшается до  $y_{min}$ , затем положение возвращается в исходное (y = 0), либо в зависимости от задачи проводятся циклические перемещения от  $y_{min}$ до  $y_{max}$  (рис. 8).

В целом все установки для измерений силы левитации и латеральной по своей концепции одинаковы. Отличия состоят в том, какой узел неподвижен, а какой перемещается, магнитная система или криостат со сверхпроводником. Также имеются различия в конструкции системы охлаждения. Так, при исследовании температурных зависимостей используется охлаждение стопок с помощью криокулера (рис. 9).

#### 2.1. Экспериментальные данные по магнитосиловым характеристикам объемных ВТСП

Рассмотрим основные факторы, определяющие силу левитации и латеральную силу.

— Влияние высоты охлаждения в режиме FC.

Охлаждать сверхпроводник можно на разной высоте относительно магнита. Как отмечено в [52], сила левитации объемных ҮВСО над массивом Халбаха является возрастающей функцией высоты охлаждения [55]), в то время как измерения латеральной в тех же условиях [56] показали, что латеральная сила является убывающей функцией *z*<sub>cp</sub> [48,56].

#### Влияние диаметра постоянного магнита.

В работе [57] была измерена сила левитации между объемным сверхпроводником YBCO диаметром  $d_s = 18$  mm и постоянными магнитами диаметром  $d_{pm}$  от 10 до 30 mm. Было показано, что сила взаимодействия сначала увеличивается с увеличением отношения  $d_{pm}$  к  $d_s$ , являясь максимальной при  $d_s \sim d_{pm}$ , затем уменьшается при  $d_{pm} > d_s$ . Увеличение силы левитации при увеличении  $d_{pm}$  для  $d_s > d_{pm}$  объясняется увеличением полем ПМ. Последующее уменьшение при  $d_s < d_{pm}$  приписывается уменьшению градиента магнитного поля по мере увеличения диаметра постоянного магнита, так как максимальный градиент поля наблюдается примерно на краю магнита.

— Влияние толщины постоянного магнита.

Результаты исследований по влиянию толщины магнитов представлены в [49]. Анализ проводился при использовании магнитов диаметром 50 mm и объемного сверхпроводником MgB<sub>2</sub> диаметром 70 mm. Измерения проводились при 25 K после охлаждения в режиме FC сверхпроводника на расстоянии 45 mm от магнитов. Было показано, что сила левитации сначала увеличивается с увеличением толщины постоянного магнита  $h_{pm}$ , а затем стремится к значениям насыщения, как и поле вдоль оси магнитов (рис. 10, *b*). Аналогичные результаты были получены с магнитами диаметром 60 mm.

Если диаметр постоянного магнита  $d_{pm}$  равен или больше диаметра сверхпроводника, то сила левитации определяется величиной поля вдоль оси постоянного магнита. Это проиллюстрировано на рис. 11, *a*, на котором при T = 25 К представлены зависимость силы левитации от расстояния между сверхпроводником диаметром 70 mm и различными магнитами: (i) — постоянный магнит диаметром 100 mm и толщиной 20 mm и (ii) — постоянный магнит диаметром 70 mm и толщиной 35 mm. На рис. 11, *b* представлены



**Рис. 9.** Конструкции измерительной системы. Вверху — перемещается небольшой азотный криостат с охлаждаемым образцом [53]; внизу — образец охлаждается с помощью криокулера, перемещается блок магнитов [54]: *a* — *1* — хвостовик криокулера, *2* — держатель СС-лент, *3* — криостат, *4* — стопка постоянных магнитов Nd–Fe–B, *5* — тензодатчик, *6* — система позиционирования, *7* — фланец для откачки и электрические вакуумно-плотные контакты; *b* — схематическое изображение взаимного расположения стопки СС-лент и стопки постоянных магнитов. Стрелка показывает направление намагниченности РМ.

сила левитации и величина поля на оси постоянных магнитов с различным отношение диаметра к высоте. Видно, что магнит диаметром 100 mm создает и поле и силу левитации значительно меньшие, чем магнит диаметром 70 mm. Авторы связывают этот результат с влиянием размагничивающего фактора, который больше для магнитов с большим отношением  $d_{\rm PM}$  к  $h_{\rm PM}$ .

#### — Влияние диаметра сверхпроводника.

Однозначного ответа на этот вопрос пока нет. Так, в работе [49] измерялись силы левитации для магнита диаметром 70 mm и объемного MgB<sub>2</sub> толщиной 10 mm с различными диаметрами от 10 до 70 mm. Было показано, что сила левитации является линейной функцией от переменной  $d_s^3$ , что авторы работы [49] трактовали как пропорциональность силы объему сверхпроводника. Вместе с тем, в [57] приводятся данные, которые указывают на пропорциональность силы величине  $d_s^2$ , что свидетельствует о зависимости силы левитации не от объема, а от площади сверхпроводника. Как в [52], так и в [49] отмечается, что зависимости силы от размеров сверхпроводника не совпадают с данными по захваченному полю, которое, согласно модели Бина [6], увеличи-

1822



**Рис. 10.** Сила левитации для различных толщин постоянного магнита. Измерения на объемном дибориде магния в режиме FC [49]. Слева — зависимость силы левитации от левитационого зазора, справа — зависимость величины магнитной индукции от расстояния для магнитов с разной толщиной.



Рис. 11. Сила левитации и величина поля на оси постоянных магнитов с различным отношением диаметра к высоте [49].

вается как линейная функция диаметра сверхпроводника до тех пор, пока  $d_s < d_{pm}$ . Это факт не удивителен, так как модель Бина не учитывает зависимость критического тока от поля.

— Влияние температуры на силу левитации и форму петель гистерезиса.

Температура сильно влияет на силу левитации и петли гистерезиса сверхпроводников. В условиях ZFC в работе [58] было показано, что сила левитации объемного YBCO сначала увеличивается при понижении температуры, а затем имеет тенденцию к насыщению. Аналогичные результаты были получены в [59] для объемных материалов YBCO и MgB<sub>2</sub> в режиме FC (рис. 12). Насыщение объясняется силой левитации, приближающейся к пределу Мейснера для больших  $J_c$ , т.е. ситуации, когда токи протекают только по поверхности сверхпроводника [60,61]. Также следует отметить, что петли гистерезиса силы левитации велики вблизи  $T_c$ и уменьшаются с понижением температуры [58,59].  Эффекты, возникающие в результате использования в качестве источника магнитного поля массива Халбаха.

Предполагается, что массив Халбаха обеспечивает большую силу левитации, чем классическое расположение магнитов. Измерения, проведенные в [62], подтверждают эту точку зрения. В работе сравнили силу левитации между двумя типами наборов магнитов (классической и Халбаха) и сборкой из семи ҮВСО-блоков диаметром 30 mm и толщиной 18 mm, охлаждаемых полем на расстоянии 30 mm от магнитов. Видно, что использование массива Халбаха приводит к большей силе левитации (рис. 13). Однако в [63] было отмечено, что если сверхпроводник прямоугольной формы перекрывает всю поверхность набора магнитов, расположение магнитов не по Халбаху может привести к большей силе левитации, чем у Халбаха. В любом случае массив Халбаха обеспечивает лучшую устойчивость. Повидимому, определить лучший вариант использования



**Рис. 12.** Сила левитации и магнитный момент как функции температуры для объемных сверхпроводников YBCO (*a*) и MgB<sub>2</sub> (*b*). По материалам работы [57].



**Рис. 13.** Сравнение силы левитации (с) в случаях классической компоновки магнитов (*a*) и массива Халбаха (*b*). По материалам работы [62].

набора магнитов можно только с учетом конкретной формы и характеристик левитирующих сверхпроводников, как, например, это было сделано в [64].

— Влияние вибраций и периодических вертикальных и латеральных смещений на величину магнитосилового взаимодействия.

Наличие вибраций и циклических смещений могут быть серьезной проблемой при конструирование реальных магнитолевитационных систем, так как эти процессы, наряду с релаксацией силы левитации, вызванной затуханием магнитного потока, могут оказывать существенное влияние на вертикальную и латеральные силы.

В [65] исследовали статическую и динамическую релаксации дисков YBCO и GdBCO, движущихся над набором магнитов с различной скоростью. Было показано, что сила левитации уменьшается, пока сверхпроводник находится в движении, но восстанавливает значение, несильно отличающееся от ожидаемого при статической релаксации, когда скорость возвращается к нулю. Ослабление силы более выражено с увеличением скорости сверхпроводника. По мнению авторов, это можно объяснить более быстрыми флуктуациями магнитного потока, приложенного к сверхпроводнику с большими скоростями.

Влияние латеральных смещений на силу левитации дисков YBCO, парящих над различными направляющими, исследовалось также в [66], где во всех случаях было обнаружено заметное уменьшение силы левитации. Аналогичные измерения в статических условиях были выполнены в [67] на сборке из четырех объемных сверхпроводниках YBCO. Сила левитации быстро уменьшалась в первые несколько секунд после латерального смещения, затем скорость уменьшения падала. Если сверхпроводники охлаждались в поле, модуляция силы левитации амплитудой смещения была противоположной наблюдаемой при охлаждении в нулевом поле. В ZFC уменьшение силы левитации было возрастающей функцией смещения. При охлаждении в поле сила ле-



**Рис. 14.** Слева — зависимость силы отталкивания  $F_z$  между стопкой и постоянным магнитом от расстояния между магнитом и сверхпроводником при охлаждении в поле магнита (на расстоянии 5.5 mm). Показаны результаты для стопок из 100 слоев. Верхние кривые соответствуют приближению магнита к стопке, нижние — удалению магнита от стопки. T = 77 K. Справа — режим охлаждения в поле на 10 mm выше магнитов в области 0.22 Т. Показаны зависимости силы отталкивания  $F_z$  между стопкой и постоянным магнитом от вертикальной координаты Z при приближении–удалении стопки лент от магнита. Результаты для стопок 100 слоев. На легендах к рисунку указаны производители ленты. T = 77 K. Из работы [77].

витации сначала уменьшалась, а затем увеличивалась. Латеральная сила в FC была возрастающей функцией амплитуды смещения, в то время как она показывала более сложное поведение при охлаждении в нулевом поле. При одинаковом смещении возвращающая сила в условиях охлаждения в поле всегда была больше, чем в режиме охлаждения в нулевом поле.

Исследование влияния вертикальных колебаний с частотой 1 Hz на левитирующее положение сборки объемных ВТСП и массива Халбаха выполнено в [68]. Авторы пришли к выводу, что характер релаксации силы левитации практически не зависит от наличия колебаний, из чего был сделан вывод, что релаксация силы левитации определяется в основном затуханием намагниченности сверхпроводника. В работе [69] исследовались гистерезисные потери и амортизационные свойства реальной магнитолевитационной системы при вибрациях различной амплитуды в диапазоне частот от 2 до 16 Hz. Было показано, что при малых амплитудах колебаний гистерезисные потери слабо зависели от частоты, в то время как увеличение амплитуды колебаний приводило к увеличению гистерезисных потерь с ростом частоты.

#### 2.2. Экспериментальные исследования магнитолевитационных характеристик стопок ВТСП-лент

Впервые на возможность применения ленточных ВТСП, соединенных в блоки, указали авторы работ [70,71]. В этих публикациях было проведено сравнение магнитолевитационных характеристик объемных ВТСП блоков и стопок ВТСП-лент эквивалентной суммарной толщины. Были измерены зависимости силы левитации и латеральной силы как в простой геометрии дисковый магнит-сверхпроводник, так и в геометрии, аналогичной массиву Халбаха, а также релаксация силы левитации. В целом авторы [70,71] отметили, что поведение объемных ВТСП и стопок ВТСП-лент примерно одинаково. Эти работы дали толчок к изучению магнитных (исследование возможности намагничивания стопок [42]) и магнитолевитационных характеристик стопок ВТСП-лент. Возможность создания ВТСП-наборов практически любой конфигурации обусловила направление многих исследований на оптимизацию масс-габаритных параметров магнитолевитационных систем на основе стопок лент. В дальнейшем также были проведены исследования влияния как внешних параметров (переменные магнитные поля, температура), так и внутренних величина критического тока отдельных лент.

# 2.2.1. Зависимость силы левитации от толщины стопки

Нашей группой был проведен ряд исследований намагниченности и левитационных свойств стопок ВТСПлент. Так, было выяснено, что по мере увеличения числа элементов в стопке, значение захваченного поля линейно растет только для небольшого числа слоев (5-10) и приближается к насыщению для стопки, содержащей более 100 слоев (вплоть до 150) [72-74]. При дальнейшем увеличении числа слоев магнитное поле лишь слегка возрастает. Были получены данные, говорящие о высокой перспективности использования стопок ВТСПлент в левитационных системах. Зависимости силы левитации от расстояния до постоянного магнита были измерены при охлаждении в поле (FC) и при охлаждения в нулевом поле (ZFC), было представлено сравнение релаксации левитационной силы и релаксации захваченного поля. Для создания реальных левитационных устройств важно знать влияние паразитных вибраций и внешних переменных полей на левитационные свойства сверхпроводника. В работе [75] представлены результаты исследований влияния флуктуаций на релаксации магнитного потока в стопках ВТСП-лент. Показано, что колебания с частотами до 30 Hz не влияют на скорость релаксации левитации силы. В работе [76] было исследовано влияние скрещенных магнитных полей на левитационную силу. Было показано, что с увеличением амплитуды внешнего магнитного поля скорость релаксации увеличивается линейно. Увеличение частоты при-



**Рис. 15.** Зависимость максимальной силы отталкивания от количества лент в стопке для лент разных производителей. Температура измерения составляла 77 К. Из работы [77].



5.5

**Рис. 16.** Зависимость максимальной силы отталкивания от величины инженерной плотности критического тока в ленте. Построено на основе данных измерения в режиме охлаждения в поле стопок различного производства толщиной в 100 элементов. Температура измерения составляла 77 К. Из работы [77].

ложенного поля при неизменной амплитуде приводит к значительному уменьшению скорости релаксации.

Детальные исследования влияния критического тока на магнитолевитационные характеристики в различных режимах охлаждения были выполнены в [77]. В этой работе на примере ВТСП-лент различных производителей, отличающихся критическим током и толщиной подложки (а значит, и инженерной плотностью тока ток деленный на все сечение ленты), измерена сила левитации. Было обнаружено, что более высокий критический ток соответствует более высокой силе левитации. Кроме того, сила левитации лент с более высоким критическим током имеет тенденцию насыщаться для меньшего числа элементов в стопке (рис. 14–16).

Сильная зависимость силы левитации от величины критического тока стимулировала детальные исследования влияния температуры на магнитолевитационные характеристики, так как при понижении температуры критический ток растет. Так, в [54] были проведены как экспериментальные, так и расчетные исследования влияния температуры и числа лент в стопке на значение силы левитации на левитационные характеристики стопок ВТСП-лент различных производителей. Измерения были проведены в режимах охлаждения в поле и охлаждения в нулевом поле (рис. 17, 18). Полученные экспериментальные данные и результаты численного моделирования позволяют заключить, что:

 в случае охлаждения в поле при снижении температуры разница в силе левитации между лентами с различными значениями инженерной плотности критического тока существенно снижается;

2) в случае охлаждения в поле (а именно такой режим используется на практике в левитационных системах для достижения стабильной левитации) охлаждение ниже температуры кипения жидкого азота дает выигрыш в



Рис. 17. Зависимость максимальной отталкивающей силы от температуры в режимах охлаждения в поле (FC) и охлаждения в нулевом поле (ZFC). Представлены результаты для стопки из 50 лент производства фирмы Theva, образец Theva 618. Кривые с точками (ZFC и FC) представляют собой данные поточечного измерения со стабилизацией температуры и отогревом в каждой точке. Сплошные кривые (ZFC (heating) и FC (heating)) были измерены при подведении образца в точку измерения при минимальной температуре и отогреве образца. Из работы [54]. Отметим, что в режиме ZFC максимальная отталкивающая сила значительно выше по сравнению с режимом FC. Однако режим ZFC на практике не применяется из-за отсутствия латеральной устойчивости.



**Рис. 18.** Зависимость максимальной отталкивающей силы от температуры в режиме охлаждения в поле (FC) для стопок различной толщины из ленты Sunam. Кривые были измерены при подведении образца в точку измерения при минимальной температуре и отогреве образца. На вставке — зависимость температуры кроссовера  $T^*$  от числа лент в стопке. Из работы [54].

силе левитации менее 10%. Однако достижение таких низких температур требует более сложной системы охлаждения, и выигрыш в 10% в силе левитации не стоит затрат на такое усложнение конструкции левитационного подвеса; 3) при охлаждении в нулевом поле при низких температурах (ниже 65 K) влияние критического тока на силу левитации стопок ВТСП-лент становится незначительным. В то же время с увеличением числа лент в стопке увеличивается и сила левитации. Таким образом, при низких температурах более эффективным будет увеличение числа лент в стопке, а не использование ВТСП-лент с более высокими значениями критического тока;

4) увеличение числа лент в стопке приводит к росту силы левитации во всем диапазоне температур до значения  $N_{sat}$ , после которого величина силы левитации уже не изменяется из-за взаимной магнитной экранировки лент в стопке. Значение  $N_{sat}$  уменьшается при уменьшении температуры для неизменных размеров стопки и параметров градиентного магнитного поля постоянных магнитов. Прогнозные расчеты для числа лент от 70 до 700 установили значения числа лент при каждой температуре, после которых величина силы левитации не меняется. Расчеты захваченного потока показали, что выход силы левитации на насыщение обусловлен экранировкой дальних от магнитов фрагментами лент в стопке ближними лентами.

#### 2.2.2. Зависимость силы левитации и латеральной силы при боковых смещениях

Наиболее полно исследование сил, возникающих при латеральных смещениях, выполнено в работе [53], где представлены практически значимые и отсутсвовавшие ранее в литературе результаты исследования боковых и вертикальных сил при боковых смещениях стопок лент GdBCO относительно постоянных магнитов, а именно зависимости сил от количества лент (т.е. толщины стопки) в широком диапазоне числа лент в стопке от 5 до 100, данные по энергетическим потерям при циклических боковых смещениях. Измерения проводились в режимах ZFC и FC для T = 77 K, влияние бокового смещения измерялось для смещений в диапазонах  $\pm 20$  и  $\pm 25$  mm. На основании проведенных исследований были сделаны следующие обобщенные выводы:

 максимальная боковая сила и сила левитации растут и имеют тенденцию к насыщению по мере увеличения количества лент;

2) как вертикальные, так и боковые силы зависят от количества циклов латерального смещения и уменьшаются с каждым циклом. Скорость затухания первоначально растет с увеличением числа лент в стопке до максимума, наблюдающегося при 30 лентах в стопке. После этого значения скорость уменьшения сил падает и становится постоянной для стопок из более чем 40 лент;

 при циклическом латеральном смещении как вертикальные, так и боковые силы имеют четко видимый гистерезис, который уменьшается с увеличением числа лент в стопке. Влияние конфигурации магнитного поля исследовалось в ряде статей. В целом все исследования направлены на выбор конфигурации для конкретного применения и имеют специфическую направленность. Обобщая, можно отметить, что максимальную силу на близких расстояниях демонстрирует массив Халбаха, в то время как на дальних расстояниях более эффективными оказываются обычные источники градиентного магнитного поля [78].

## 3. Принципы расчета магнитных и магнитолевитационных характеристик

В исследованиях магнитосиловых характеристик расчеты играют ключевую роль по двум причинам:

(i) в эксперименте практически невозможно исследовать все возможные конфигурации магнитных полей, сверхпроводящих сборок, температур и других внешних условий для выбора оптимальных и требуемых в конкретном устройстве;

(ii) расчеты позволяют определить физические механизмы проявления тех или иных магнитолевитационных характеристик.

В разд. 3 мы описываем основные подходы к моделированию магнитолевитационных систем и проводим сравнение результаты расчета с имеющимися экспериментальными данными.

#### 3.1. Описание обобщенной левитационной системы

Как уже отмечалось, с физической точки зрения левитация является устойчивым положением объекта в гравитационном поле без механической опоры. Фактически в этом случае сила тяжести компенсируется левитационной силой, которая по своей сути представляет собой силу Ампера:

$$\mathbf{F} = \int_{V} \mathbf{J} \mathbf{B} \, \mathrm{d} V,$$

где  $\mathbf{F}$  — сила левитации,  $\mathbf{J}$  — распределение плотности токов,  $\mathbf{B}$  — распределение магнитного поля, а интегрирование производится по всему объему сверхповодника V.

Мы будем считать левитационной системой любую систему, в которой есть взаимодействие сверхпроводника с магнитным полем. Это могут быть системы "сверхпроводник—постоянный магнит", "сверхпроводник—проводник с током", "сверхпроводник" и всевозможные их комбинации. Конфигурация левитационной системы определяется исходя из технико-экономических требований конкретных приложений, в которых эта левитационная система будет использоваться. Некоторые примеры расчетных

систем со сверхпроводниками будут приведены ниже в подразделах, посвященных описанию конкретных модельных представлений. Стоит отметить, что основное внимание в настоящей работе уделяется моделированию систем, имеющих практический потенциал. Это означает, что данные расчетные модели не охватывают фундаментальные явления (формирование куперовских пар, зарождение вихрей Абрикосова, динамику вихревой решетки и пр.), а описывают лишь свойства систем в рамках феноменологической теории, т.е. приводят к некоторому численному результату, не противоречащему фундаментальной теории, но непосредственно из этой теории не следующему. Основной целью таких моделей является расчет и оптимизация параметров системы для достижения требуемых инженерных характеристик без объяснения внутренних микромеханизмов, ответственных за наблюдаемые явления. В связи с этим часть физических уравнений намеренно упрощается в целях экономии дорогостоящих вычислительных ресурсов и времени без потери точности конечного численного результата. Так, например, во многих случаях при расчете слоистых сверхпроводников, функционирующих в перпендикулярном магнитном поле (магнитное поле перпендикулярно плоскости ab), не рассматривается анизотропия физических свойств в плоскостях, параллельных магнитному полю (ось с). Далее приводятся некоторые подходы, часто применяемые для моделирования непосредственно сверхпроводников, в частности ВТСП-лент, в рамках феноменологической теории.

#### 3.2. Модельное представление сверхпроводников

Первое упрощение, которое наиболее часто встречается при моделировании левитационных систем на основе ленточных ВТСП-композитов, связано с упрощением геометрии расчетной системы, а именно преобразование реальной архитектуры лент в упрощенною, содержащую меньшее количество слоев (рис. 19).

Такое упрощение может быть выполнено либо как рассмотрение нескольких основных слоев лент (как правило, слои меди, серебра, ВСТП и подложки) [79–81], либо как представление ВТСП-лент в виде тонких объемных ВТСП с инженерным критическим током [82,83].

В случае сверхпроводников единственной точной характеристикой, получаемой экспериментально и полностью описывающей свойства ВТСП-лент, является вольт-амперная характеристика (ВАХ)  $E = \rho J$ , где E — электрическое поле, J — плотность тока,  $\rho$  — сопротивление.

Однако в отличие от остальных слоев, для которых сопротивление линейно зависит от температуры, температурная зависимость сопротивления сверхпроводника задается в виде степенного закона:

$$\rho = \frac{\mathbf{E}_c}{\mathbf{J}_c} \left(\frac{|\mathbf{J}|}{\mathbf{J}_c}\right)^{(n-1)},\tag{1}$$



SuperOx tape architecture

Simulated tape architecture

1829

Рис. 19. Пример модельного представления геометрии ВТСП-ленты.



**Рис. 20.** Экспериментальные и расчетные зависимости критического тока RE123 ВТСП-лент от поля и температуры (рисунок и таблица к нему взяты из [88]).

где  $E_c$  — критическое электрическое поле, равное  $1 \mu V/cm$ ,  $J_c$  — критический ток, компоненты тока **J** вычисляются на основе закона Ампера, n — показатель степени, зависящий от величины магнитного поля **B** и температуры T (часто встречающиеся упоминания в англоязычной литературе — параметр "*n*-value"). Критический ток лент и показатель степени n зависят от температуры и величины внешнего магнитного поля. Тогда ВАХ ВТСП приобретает вид

$$E = \rho(J, B, T)J(B, T).$$
(2)

Компоненты плотности тока *J* вычисляются на основе управляющих уравнений различных формулировок, о которых будет рассказано далее. В этом случае сопротивление тоже зависит от температуры, так как критический ток зависит от температуры. Впрочем, как видно из приведенного уравнения, любой параметр, влияющий на критический ток, автоматически меняет сопротивление и ВАХ. Поэтому следующим важным шагом при моделировании сверхпроводников является именно учет различных функциональных зависимостей критического тока. Это может быть учет не только температурной зависимости критического тока, но и магнитополевой (в том числе и угловой) зависимости, учет анизотропии критического тока, феноменологический учет микроскопических дефектов (например, учет экспериментальной

Формализм, разработанный (Homemade) или стандартный (Software) код для вычислений		2D (двумерная система)	2D (двумерная асимметричная система)	3D (трехмерная система)
A–V	Homemade	[114] [56] [115–119]	[120–124]	[125]
	Software	отсутствует	отсутствует	[126]
T–Ω	Homemade	[127]	[128] [129]	[130–137]
	Software	отсутствует	отсутствует	отсутствует
Н	Homemade	[138]	отсутствует	[139]
	Software	[48] [140] [141]	[141] [142]	[140] [142]

Таблица 2. Основополагающие работы по численному анализу ВТСП

зависимости критического тока от плотности центров пиннинга) и явный учет макроскопических и т.д.

Существует ряд модельных подходов, позволяющих с хорошей точностью провести учет зависимости критического тока ВТСП от поля и температуры. Одним из простых подходов описания полевой зависимости критического тока считается модель Кима [84,85]:

$$J_c = \frac{J_{c0}}{(1 + H/H_0)},$$
(3)

где  $J_{c0}$  — критический ток в собственном поле при температуре кипения жидкого азота, H — напряженность магнитнго поля,  $H_0$  — подгоночный параметр. А наиболее простым и самым распространенным подходом учета температурной зависимости критического тока является ее учет в виде следующего аналитического выражения [86]:

$$J_c = \beta \left( 1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^2 \right)^{1.5},\tag{4}$$

где T — температура,  $T_c$  — критическая температура сверхпроводящего перехода,  $\beta$  — подгоночный параметр модели.

Более сложный подход к описанию полевой зависимости критического тока был представлен в рамках двухэкпоненциальной модели [87] и приводит к более точному согласию расчетных данных с экспериментальными результами. Существует ряд моделей, в которых одновременный учет температурной и полевой зависимостей критического тока вводится в виде одного аналитического выражения с фитирующими параметрами. Пример такой зависимости и экспериментальные данные для ВАХ ВТСП приведены на рис. 20.

В некоторых моделях ВАХ ВТСП вводится в рамках модели в виде интерполяции экспериментальных данных, однако, поскольку либо сам критический ток, либо переменные, от него зависящие, входят в управляющие уравнения самостоятельно в том или ином виде, отдельный учет функциональных зависимостей критического тока все равно необходим. Параметр "*n-value*" ВАХ также зависит от магнитного поля температуры и в ряде численных моделей эти зависимости учитываются [89,90].

Перейдем к описанию основных подходов, которые используются при моделировании левитационных систем на основе сверхпроводников и примерам применения этих моделей для расчета конкретных систем.

#### 3.3. Описание расчетных формализмов

Для расчета критического состояния в сверхпроводнике существует ряд аналитических методов [91-93], однако данные методы применимы лишь для самых простых конфигураций сверхпроводников и только в случае однородных внешних магнитных полей. В более сложных случаях приходится обращаться к численным методам. Численные решения уравнений Максвелла, которые совместно с материальными уравнениями, описывающими состояние сверхпроводника, обычно осуществляют либо с помощью конечно-разностного приближения [94], либо с помощью метода конечных элементов (FEM) [95]. Основная часть первых работ, связанных с моделированием сверхпроводников, была выполнена с использованием оригинальных, самостоятельно разработанных, кодов. Перечень основополагающих работ, посвященных моделированию сверхпроводников, и первые использованные формализмы для описания поведения ВТСП при магнитных и токовых воздействиях приведены в табл. 2. С течением времени появились отдельные модульные пакеты программного обеспечения, предназначенные для комплексного описания многих физических процессов, которые стали активно применяться в том числе и для мультифизического описания сверхпроводников. Слово "мультифизический" в данном контексте подразумевает связанное решение нескольких уравнений с различными управляющими переменными (например, электродинамическая модель и тепловая модель, дополнительный учет мехнических свойст системы и т.д.) Наиболее известные из таких модульных пакетов — это Comsol Multiphysics [96,97], ANSYS [98,99] и flexPDE [100]. Эти пакеты по большей части используют метод конечных элементов или метод конечных разностей для решения дифференциальных уравнений в частных производных. В настоящее время используются четыре наиболее распространенных подхода описания поведения сверхпроводников методом FEM: Н-формализм [101-106], (A-V)формализм [107,108], (Т- $\Omega$ )-формализм [109,110], (А-Т)-формализм [111,112]. Слово "формализм" — общепринятое сокращение, которое по сути указывает на параметр, выступающий в качестве зависимой переменной модели при решении материальных уравнений, в данном случае уравнений Максвелла. Так, например, вместо употребления сокращения "Н-формализм" правильнее было бы использовать фразу "формулировка в терминах компонент магнитного поля". Несмотря на то что все эти формулировки равнозначны, методики решения соответствующих уравнений в частных производных могут существенно различаться [113].

#### 3.3.1. (T-V)-формализм

Самый устойчивый и быстрый метод описания критического состояния сверхпроводника, отличающийся наибольшей сходимостью из известных сеточных методов. Токовый векторный потенциал (ТВП) **Т** описывается выражением:

$$\nabla \mathbf{T} = \mathbf{J}.\tag{5}$$

Фактически ТВП представляет собой намагниченность изолированного сверхпроводника. Общее магнитное поле **H** рассчитывается как суперпозиция внешнего магнитного поля **H**<sub>0</sub> и поля, индуцированного токами в сверхпроводнике **Hs**, сверхпроводящие области рассчитываются в формулировке ТВП (для двух зависимых переменных  $T_x$  и  $T_y$ ), а непроводящие области — в формулировке магнитного скалярного потенциала (МСП, переменная V). С учетом этого выражения (5)–(7) преобразуются и решаются уравнения Фарадея и Гауса:

$$\nabla \times Hs = J, \tag{6}$$

$$-\nabla V = Hs - T,\tag{7}$$

$$H = H_0 + T - \nabla V. \tag{8}$$

Методика применима для расчетов намагниченности сверхпроводников и процессов протекания транспортного тока, но расчет проводится лишь для относительно несложных геометрий, таких, например, как бесконечный цилиндрический сверхпроводник. Такая задача может быть решена аналитически, однако с использованием (T-V)-формализма можно исследовать более сложные режимы нагрузки, а также легко интегрировать в модель дополнительные уравнения, например, проводить расчет поведения сверхпроводника с учетом температуры.

#### 3.3.2. (T-A)-формализм

Один из самых новых сеточных методов, основная идея которого заключается в использовании формулировок ТВП для сверхпроводящей области и магнитного векторного потенциала (МВП) для непроводящих областей. Этот метод подходит для решения задач со сложной геометрией, является достаточно гибким и эффективным. Основная проблема метода заключается в правильном определении условий непрерывности вдоль границы раздела областей, в которых используются разные расчетные формулировки (рис. 21, сверху). Решение проблемы заключается в пространственном разделении областей, при котором области различных формализмов обмениваются решениями между собой (рис. 21, снизу). Это требует одновременного решения для задач в терминах ТВП и МВП. По окончании вычислительного процесса происходит наложение решений друг на друга для более удобной визуализации.

Необходимость совместного одновременного решения уравнений для ТВП (для сверхпроводящей области) и МВП (для всего расчетного пространства) требует



**Рис. 21.** *а* — связь между формулировками МВП и ТВП, требующая определения граничных условий на границе контакта областей; *b* — задачи МВП и ТВП решаются отдельно, области обмениваются решениями для токов *J* и индукции поля *B* в каждый момент времени связанного решения. Рисунок из работы [111].

значительных вычислительных ресурсов. Однако данная проблема решается заменой ВТСП областей на двумерные без существенной потери в точности. В работе [143] рассматривается левитационная система, состоящая из стопки ВТСП-лент и постоянного магнита. Показано, что в сравнении с Н-формализмом, (А-Т)-формализм отличается почти в 10 раз лучшей скоростью, но подходит только для моделирования систем, где возможна двумерная аппроксимация сверхпроводника. Трехмерная модель на основе (Т-А)-формализма была предложена группой авторов [111]. Геометрия магнитов, ферромагнитные вставки и другие элементы левитационной системы могут быть представлены в 3D, однако сверхпроводник также должен быть представлен в виде плоского двумерного слоя. В работе [144] (Т-А)-формулировка успешно применена для расчета электромагнитных характеристик стопок ВТСП лент и многовитковых катушек. Кроме того, в работе были предложены методы улучшения разрешения решения с применением методов многомасштабного структурирования конечноэлементной сетки. Несмотря на то, что эти методы в некоторых случаях достаточно точны и эффективны, они не являются универсальными. Их применение затруднено при решении нестационарных задач или в случае сложной геометрии системы. В работе [145] проведен 2D-расчет электродинамического колеса для поезда на магнитной подушке (Maglev), которое представляет собой магнитный подвес, состоящий из постоянных магнитов, уложенных в форме круга и движущихся над дорожкой из сверхпроводящего материала. Показана эффективность формулировки для расчета подъемной силы, силы тяги от скорости движения колеса, а также для расчета потерь в системе.

#### 3.3.3. (A-V)-формализм

Формализм, подразумевающий использование в качестве зависимых переменных векторный потенциал А и скалярный потенциал V для случаев, когда электрическое поле Е сверхпроводника не параллельно приложенному электрическому полю. Степенной закон для ВАХ при этом заменяется на многозначную функцию и, таким образом, электрическое поле Е представляется в виде скаляра, что накладывает обязательное условие анизотропности материала сверхпроводника в трех направлениях. Первое критическое поле сверхпроводника принимается равным нулю, мейснеровская фаза игнорируется. Под мейснеровской фазой в данном случае подразумевается наличие поверхностных токов, экранирующих внешнее магнитное поле и не проникающих вглубь сверхпроводящего материала до тех пор, пока внешнее магнитное поле не достигнет величины первого критического поля.

Внутри сверхпроводника электрическое поле индуцируется движением магнитных вихрей (так называемых вихрей Абрикосова, несущих в себе квант магнитного потока конечной величины  $\Phi = 2.06783383 \cdot 10^{-15} \text{ Wb}$ ) и параллельно плотности тока J. Это поле может быть выражено через скалярный и векторный потенциалы:

$$\mathbf{E} = -\partial A/\partial t - \nabla V. \tag{9}$$

Основная часть работ, представленных в литературе с использованием данного формализма, посвящена моделированию токоограничителей и расчету потерь в сверхпроводниках. Метод применим для расчета систем со сложной геометрией для расчета транспортных токов, токов, индуцированных внешними полями, и является неплохой альтернативой другим методикам. Недостатком формализма является необходимость использования дополнительных интегральных методов при расчете магнитных полей, что усложняет процесс вычислений. В работе [146] представлен расчет магнитного подшипника, реализованный с использованием метода конечных разностей и показывающий незначительное расхождение с результатами точной Н-формулировки, реализованной с использованием метода конечных элементов. Расчеты показывают хорошее согласие с экспериментальными данными как для объемных проводников, так и для стопок ВТСП-лент.

Наиболее сложный для сходимости и наиболее общий метод, описывающий критическое состояние сверхпроводника. Основная идея метода заключается в использовании магнитного поля в качестве зависимой переменной, что позволяет избежать циклической зависимости для тока, когда нелинейная зависимость сопротивления от тока (см. выражение (1)) вводится в виде степенного закона для ВАХ (см. выражение (2)), в котором сопротивление само зависит от тока. Метод подходит для решения задач в сложной геометрии, однако по сходимости уступает формулировкам в терминах Т-Ω и A-V, более сложен и требует оптимизации расчетных алгоритмов. Вместе с тем данный метод является самым универсальным из предложенных и подходит для моделирования как процессов, связанных с протеканием транспортных токов, так и для процессов, связанных с индуцированием токов внешними магнитными полями и комплексного расчета сложных левитационных систем. Поскольку решение задач в Н-формулировке требует значительной затраты вычислительных мощностей и времени, для упрощения вычислительного процесса предложены механизмы адаптации сетки элементов [147]. В работе применяются как ранее упомянутые методы многомасштабного структурирования сетки, так и отображение сетки, а также протяжка сетки через все слои стопки ВТСП-лент. Все четыре формулировки изначально основаны на решении уравнений Максвелла, однако для описания поведения ленточных сверхпроводников с большим соотношением геометрических параметров лент наиболее часто применялся Н-формализм. Еще более сложной задачей является моделирование поведения стопок ВСТП-лент в неоднородных магнитных полях сложных конфигураций, поскольку такая задача может потребовать обязательной трехмерной постановки задачи и прямого моделирования процессов движения источников магнитных полей. В работе [148] описана комбинированная модель ВТСП подшипника на основе связанной (А-T-H)-формулировки, учитывающая вращение магнитной сборки.

В ряде случаев при расчете левитационных систем на основе стопок ВТСП-лент применяются методы гомогенизации. Идея метода заключается в том, что стопка ВТСП-лент рассматривается как объемный сверхпроводник, при этом вводятся соответствующие ограничения на протекание *z*-компоненты токов. Данный подход был впервые предложен в [149], а затем проверен и усовершенствован в работах [83,150,151]. Недостатком подхода является тот факт, что при использовании гомогенизации стопок используется инженерная плотность тока в лентах, в связи с чем затруднительно провести учет слоистой структуры композитов и полноценный тепловой расчет. Гомогенизированная модель рассматривает ВТСП-ленту как объемный образец с толщиной, равной сумме толщин всех слоев, входящих в состав композита. При этом в объеме такого ВТСП протекает ток, равный инженерному критическому току ленты. При этом учесть в явном виде температурные зависимости проводимости, теплопроводности, теплоемкости, плотности слоев гомогенизированная модель не способна. Отметим, что одно из главных отличий гомогенизированной модели (аналог — объемные ВТСП) и полной модели стопок ВТСП-лент, включающей в рассмотрение слоистую архитектуру композитов, является учет тепловых процессов.

## 3.4. Моделирование с учетом тепловых процессов

В основе описания тепловых процессов, как правило, заложено выражение

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla (-k\nabla T) = Q + \rho C_p w \nabla T, \qquad (10)$$

где  $C_p$  — теплоемкость при постоянном давлении,  $\rho$  — плотность, k — коэффициент теплопроводности, w — поле скорости температур, определяющееся параметрами теплового воздействия и свойствами материалов (главным образом теплопроводностью и теплоемкостью), Q — все источники тепла. В данном случае в качестве зависимой переменной при решении нестационарной задачи выступает температура T. При расчетах были учтены температурные зависимости теплоемкости, плотности и теплопроводности для всех слоев каждой ленты [61].

#### 3.3.4. Н-формализм

Тепловыделение *Q* в системе рассчитывается по формуле

$$Q = EJ, \tag{11}$$



*Temperature difference* 

**Рис. 22.** Кривая кипения жидкого азота с учетом гистерезиса кипения ( $\Delta T_{bc}$  — температурная задержка начала пузырькового кипения,  $\Delta T_{ch}$  — температура перегрева жидкого азота).

где *Е* — электрическое поле, *J* — плотность тока.

Распределение токов J в сверхпроводнике определяется условиями намагничивания и вычисляется при решении уравнений PDE. Температурная зависимость критического тока вводится в рамках модели в соответствии с выражением (4), температура критического перехода  $T_c$ для ВТСП-лент GdBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-x</sub> производства SuperOx, измеренная экспериментально, составляет 92 К.

Симуляция азотного охлаждения сводится к заданию коэффициента теплоотдачи для области пространства, окружающей стопку ВТСП-лент. Как известно, для жидкого азота характерными являются два режима кипения: режим пузырькового кипения и режим конвективного теплообмена (рис. 22).

Эти режимы характеризуются различными коэффициентами теплоотдачи. Для пузырькового кипения коэффициент теплоотдачи рассчитывается как:

$$\alpha_{boil} = C_h \, q^{0.624} (\rho C_p k)^{0.117}, \tag{12}$$

где  $\rho$  — плотность,  $C_p$  — теплоемкость, k — теплопроводность жидкого азота, q — тепловой поток,  $C_h$  — коэффициент [62,63].

Коэффициент теплоотдачи для стационарного кипения жидкого азота определяется разностью температур  $\Delta T$  на границе между стопкой лент и жидким азотом и рассчитывается по формуле

$$\alpha_{conv} = C_{conv} \Delta T^{1/3}, \tag{13}$$

где  $C_{conv}$  — коэффициент из работы [64], зависящий от температуры.

Криокулерное охлаждение в рамках модели осуществляется через медный массив, внешняя граница которого задается в качестве источника охлаждения с определенной температурой. Учитывается излучение тепла с наружных стенок криостата, находящихся при комнатной температуре. При расчете происходит вычисление



**Рис. 23.** Особенности взаимного измнения внешнего магнитного поля и температуры при моделировании режимов охлаждения (*R* — комнатная температура).

мощности работы охлаждающего элемента, которая не должна превышать мощности реальной криокулерной системы охлаждения. В противном случае происходит нарушение температурного режима, что приводит к нежелательному нагреву в системе.

Поскольку непосредственно (через контакты от источника тока) завести круговой ток в ВТСП-образец не представляется возможным, используются три метода индуцирования в сверхпроводящих образцах незатухающих токов:

1) охлаждение в магнитном поле;

 охлаждение в нулевом поле с последующим медленным намагничиванием;

 охлаждение в нулевом поле с намагничиванием импульсами.

Был проведен расчет системы для случаев охлаждения в поле (FC) и в нулевом поле (ZFC). Иллюстрация различий этих режимов показана на рис. 23.

# 3.4.1. Охлаждение в магнитном поле (Field cooling, FC)

Нагретый выше критической температуры сверхпроводник помещается во внешнее магнитное поле и температура медленно понижается ниже Т<sub>с</sub> (dT/dt = 0.1 K/min). После этого внешнее магнитное поле медленно снижается до нуля. Этот способ является наиболее распространенным способом намагничивания массивных сверхпроводников в магнитном поле. Скорость снижения поля должна быть достаточно низкой для того, чтобы тепло, рассеиваемое при движении магнитного потока, успевало передаться в хладагент, тем самым гарантируя изотермические условия намагничивания ( $d\mathbf{B}/dt < 0.2$  T/min). На практике снижение магнитного поля в результате релаксации (крипа магнитного потока) приводит к необходимости восстанавливать первоначальное значение поля. Для восстановления первоначального значения поля процесс FC не подходит, поскольку требует нагрева выше критической температуры. Максимальные захваченные поля (и минимальные температуры функционирования магнитов) ограничены

механической прочностью образцов, а не токонесущей способностью ВТСП.

### 3.4.2. Охлаждение в нулевом поле с последующим медленным намагничиванием (Zero Field Cooling, ZFC)

Сначала сверхпроводник охлаждается ниже критической температуры, затем к нему прикладывается внешнее магнитное поле, которое сначала увеличивается, а затем снижается. При увеличении внешнего поля в сверхпроводнике возникают диамагнитные токи, создающие магнитное поле, направленное противоположно внешнему. При снижении внешнего магнитного поля на периферии образца наводятся парамагнитные токи, создающие поле, совпадающее по направлению с намагничивающим полем. Как и в методе охлаждения в поле (FC), в данном методе намагничивающее поле изменяется медленно — изотермически. Критериями изотермичности являюся равенство мощности теплоотвода хладагентом (или криокулером) и тепловыделения в образце. Характерные значения скорости изменения внешнего поля при намагничивании методом ZFC определяются механизмом охлаждения образца и характеристиками его материалов. К преимуществам метода охлаждения в нулевом поле можно отнести отсутствие необходимости нагрева образца выше критической температуры перед намагничиванием, что может быть важно при работе мощных магнитов захваченного потока, для которых частая разморозка нежелательна.

### 3.4.3. Охлаждение в нулевом поле с намагничиванием импульсами (Pulsed magnetization)

Импульсное намагничивание аналогично процессу охлаждения в нулевом поле (ZFC), поскольку перед намагничиванием образец охлаждается до температуры ниже критической. Но в отличие от ZFC для намагничивания при моделировании создается импульс-



Рис. 24. Рекордные значения захваченного магнитного поля стопками ВТСП-лент [132].

ное магнитное поле амплитуды 1.5 Т с характерными временами импульса  $t_{imp} = 50 \text{ ms} - 0.5 \text{ s}$ . Импульсное намагничивание является наиболее перспективным с точки зрения захвата магнитного поля при использовании последовательности импульсов по сравнению с другими методами. В противоположность описанным выше методам импульсное намагничивание производится в адиабатических условиях, когда теплообменом с окружающей образец средой за время импульсного воздействия можно пренебречь благодаря малой длительности импульса. Это приводит к тому, что температура образца после импульсного намагничивания оказывается выше, чем температура хладагента за счет нагрева ВТСП-материала при проникновении магнитного потока. Поэтому при азотном охлаждении необходимо учитывать возможное резкое изменение тепловых характеристик хладагента при нагреве, а при охлаждении за счет теплопроводности твердого тела (криокулерное охлаждение) необходимо точно выполнить расчет мощности криогенного оборудования, необходимой для поддержания теплового режима.

#### 3.5. Некоторые результаты применения расчетных моделей

Как уже отмечалось, стопки ВТСП-лент имеют громадный потенциал с точки зрения их применения в магнитах захваченного потока, магнитных подшипников для кинетических накопителей энергии, левитационных подвесов для транспортных систем, элементов высокоскоростных роторных систем. За годы своего существования величины захваченного магнитного потока стопками ВТСП-лент выросли в десятки раз (рис. 24) [47].



Рис. 25. Зависимость левитационной силы от числа лент в стопке [137].



Рис. 26. Распределение захваченного магнитного потока стопками ВТСП-лент при различных температурах [137]. Более теплые цветовые оттенки соответсвуют большей величине захваченного магнитного потока.



**Рис. 27.** Динамика тепловых процессов в стопке ВТСП-лент при охлаждении криокулером и жидким азотом [138]. Более теплые цветовые оттенки соответствуют большей величине температуры. Максимальная температура на приведенных распределениях составила 75.4 К.



Рис. 28. Зависимости вертикальной (слева) и латеральной (справа) левитационной силы от координаты [120].



Рис. 29. Геометрия сверхпроводящего кольца и распределение захваченного потока над его поверхностью [155].

В работе [47] представлен расчет магнита захваченного потока на основе стопок ВТСП-лент с рекордным захваченным магнитным полем более 17 Т.

В литературе широко представлены работы, в которых приводятся связанный электродинамический и тепловой расчеты стопок ВТСП-лент с учетом их слоистой структуры [47,79,152,153]. В данных работах в качестве элемента левитационной системы рассматриваются стопки 2G ВТСП-лент в перпендикулярном магнитном поле [79,152] или сверхпроводящие кольца [153,154]. Для стопок ВТСП-лент проведены расчеты распределений токов и захваченных магнитных полей, а также расчеты силы левитации для стопок лент высотой от 5 до 700 лент в стопке в широком интервале температур [54] (рис. 25). Показано, что имеется конечная высота стопки, при превышении которой величина захваченного поля и силы левитации перестает расти,

Журнал технической физики, 2021, том 91, вып. 12

причем для более низких температур предельная высота стопки ниже, чем для более высоких температур, а максимальная величина силы левитации всегда выше. Результаты расчетов находятся в хорошем согласии с экспериментальными данными.

Для стопок ВТСП-лент различной высоты получены распределения захваченного магнитного потока, показывающие особенности экранировки дальних слоев стопки слоями, более приближенными к постоянному магниту (рис. 26) [54], а также динамика распространения теплового пятна при охлаждении стопки ВТСП-лент криокулером и жидким азотом (рис. 27) [86]. При этом ввиду большой разницы численных значений создание единой цветовой шкалы для приведенных распределений не представляется возможным, однако данные распределения в целом хорошо иллюстирируют физические процессы, происходящие в стопках ВТСП-лент



**Рис. 30.** Распределение захваченного магнитного потока над ВТСП-кольцом (сверху) и сравнение левитационных характеристик ВТСП-диска и кольца (снизу) [156].



**Рис. 31.** ВТСП-кольцо с одиночным разрезом и с двойным разрезом (сверху) и соответствующие этим конфигурациям распределения захваченных магнитных полей (снизу) [141].

при намагничивании. На приведенных распределениях более теплые цвета соответсвуют большей величине физической величины.

В работе [141] методом конечных элементов с использованием Н-формализма рассчитаны зависимости силы левитации от координаты при циклических вертикальных и латеральных смещениях в 2D и в 3D (рис. 28). Расчеты также демонстрируют хорошую степень совпадения с результатами эксперимента. В данной работе представлены расчетные данные для объемного ВТСПподшипника, а также для подшипника на основе стопок ВТСП-лент с использованием метода гомогенизации.

Что касается ВТСП-колец, в работе [155] впервые рассмотрены ВТСП-кольца в качестве магнита захваченного потока, которые по сути представляют собой стопку ВТСП-лент с центральны разрезом, расположенную на непроводящем формере. Показана асимметрия в распределении поля над поверхностью магнита (рис. 29), которая была позднее получена в работе [156], в которой показан прирост силы левитации при использовании сверхпроводящих колец в сравнении с ВТСП-диском (рис. 30).

Как уже было показано, при использовании ВТСПколец возникает асимметрия магнитного потока (рис. 30), приводящая к асимметричному положению магнитного подвеса при использовании разрезных конфигураций. Для решения проблемы асимметрии захваченного магнитного потока была предложена и рассчитана конфигурация ВТСП-колец с двойным (double split structure) разрезом [157], которая продемонстрировала более однородное распределение магнитного поля (рис. 31) и хорошую временную стабильность захваченного магнитного потока.

Катушки и стопки из ВТСП-лент рассчитаны в качестве элемента магнитного подшипника для накопителей энергии [141,142,158–165]. В качестве ВТСП-катушки могут выступать как одиночные катушки [163], так и галеты [142], двойные галеты [164], гибридные катушки [162]. Еще одним вариантом ВТСП-колец являются петли из ВТСП-лент. В работе [154] приводится обобщенная модель для гомогенизации ВТСП-петли и двойной галеты (рис. 32), а также расчет вертикальной силы от левитационного зазора для петлевой конфигурации (рис. 33)

В левитационных системах наиболее часто используются либо одиночные постоянные магниты, либо их сборки в виде сонаправленных магнитов [166,167], встречно-ориентированных магнитов [148,168], а также сборкой Халбаха [169,170]. Сравнение левитационной силы для стопок ВТСП-лент в полях различных магнитных сборок приведено в работе [169]. Показано, что для использования в танспортных системах, где необходимо соблюдать относительно большой левитационный зазор, наиболее выгодно использовать магнитную сборку со встречно-ориентированными магнитами, тогда как в системах, в которых приоритетным параметром является величина левитационной силы, выгодно использовать





nevertheless!

Рис. 32. Гомогенизация ВТСП-петли и двойной галеты [136].

магнитную сборку Халбаха, поскольку данная сборка обеспечивает высокую силу взаимодействия, однако эта сила быстро убывает с высотой (рис. 34).

#### 3.6. Примеры расчета реальных магнитолевитационных систем

Rebco coil

Concentric rings

double pancake

В работе [171] приводятся расчеты нагрузочных кривых и колебаний ротора для маховика кинетического накопителя энергии при наличии угловых смещений. В ряде работ анализ электромагнитных характеристик ВТСП-подвесов и подшипников производится с использованием (A-V)- и H-формулировок в связке с моделью эквивалентной электрической цепи [162,172]. В качестве примера возьмем конструкцию подшипника на основе незамкнутых обмоток ВТСП-лент из работы [148] (рис. 35). На рис. 36 приведены примеры нагрузочных кривых такого ВТСП-подшипника.

Транспортное приложение ВТСП включает в себя всевозможные магнитные подвесы, двигатели для системы Maglev, концептуальные модели высокоскоростного наземного транспорта. Разработаны вычислительные модели ВТСП-двигателей [173–175], модели для расчета динамического сопротивления подвеса движению [176,177], расчет параметров левитационной системы при наличии вибраций [167,178], расчет динамического отклика и коэффициента демпфирования стопок ВТСП-лент при наличии внешних импульсных возбуждений [178], показаны преимущества и недостатки использования объемных ВТСП и стопок ВТСП-лент в левитационных системах [52,165].



Рис. 33. Сила левитации для ВТСП-петли [136].

В работе [179] представлены результаты расчетов линейного сверхпроводящего двигателя на основе стопок ВТСП-лент. Двигатель представляет собой статор из постоянных встречно ориентированных магнитов и стопки ВТСП-лент, движущейся в поле магнитной сборки. Результаты расчетов представлены для различного значения "*n-value*" степенного закона ВАХ, а также для различных скоростей движения ротора (рис. 37).

Другой вариант маломасштабного линейного двигателя представлен в работе [180] и представляет собой намотанные из ВТСП-лент катушки, помещенные в поле аналогичной магнитной сборки (рис. 38). Использование таких ВТСП-катушек позволяет минимизировать общую длину использованной ленты при обеспечении необходимой силы. Более совершенная модель линейного



Рис. 34. Зависимости силы левитации от величины левитационного зазора стопки ВТСП-лент в магнитных полях различных магнитных сборок [153].

двигателя с использованием ВТСП-катушек и магнитной сборки Халбаха была представлена в работе [170] (рис. 39).

Современная криогенная техника легко позволяет достигать температур, необходимых для функционирования ВТСП-материалов. Для многих областей сверхпроводящие электротехнические устройства являются перспективными, а зачастую, и безальтернативными. На сегодняшний день имеются примеры включения сверхпроводящих устройств в подстанции. Магнитные томографы, внесшие огромный вклад в медицину, являются одним из самых больших потребителей сверхпроводников. Такие широко известные международные проекты, как ITER и большой адронный колайдер (LHC), решающие глобальные задачи и проблемы физики, выводящие науку на новый этап, стали возможны исключительно благодаря сверхпроводникам. В настоящее время основная часть мощных магнитов ускорителя LHC представляет собой либо медные катушки, охлаждаемые сверхкритическим гелием, либо сверхпроводящие катушки из низкотемпературного Nb<sub>3</sub>Sn. Использование ВТСП, в частности ВТСП-лент, плани-



Рис. 35. Слева — дизайн-проект сверхпроводникового подшипника, справа — фото изготовленной модели подшипника [136].



Рис. 36. Нагрузочные кривые для ВТСП-подшипника при вертикальных (сверху) и латеральных (снизу) смещениях [136].

руется испытать на одном из четырех основных экспериментов на LHC — ATLAS. Применение ВТСП в левитационных системах открывает перспективы разработки новейших современных высокоскоростных транспортных и роторных систем. Проектирование таких устройств никогда не обходится без предварительного точного численного анализа. Инструменты математического моделирования физических процессов, происходящих в левитационных системах различного масштаба, позволили рассчитать электродинамические и теплофизические параметры систем. Описанные в данном разделе формулировки основаны на решении уравнений Максвелла и с этой точки зрения являются схожими. Однако выбор релевантной формулировки для решения конкретной физической задачи может существенно сократить расчетное время без существенной потери точности. Наиболее точной и универсальной формулировкой в настоящий момент считается Н-формализм. Однако решение задачи в терминах компонент магнитного поля потребует наличия больших вычислительных мощностей по сравнению с другими существующими подходами.



**Рис. 37.** Сила левитации стопки ВТСП-лент при движении над магнитной сборкой встречно-ориентированных магнитов для различной величины параметра степени ВАХ (сверху) и при различных скоростях движения (снизу) [164].



Рис. 38. Концепция маломасштабного ВТСП-двигателя [165].



Flux lines of Halbach permanent magnet array



Platform of permanent magnet array and coil array



Structure diagram of SMLPM

**Рис. 39.** Линейный ВТСП-мотор на основе катушек из ВТСПлент и массива Халбаха [154].

#### Заключение

Представленный обзор литературных данных достаточно полно описывает физические принципы функционирования и характеристики различных магнитолевитационных систем как на основе объемных ВТСПматериалов, так и новых композитных материалов сверхпроводящих лент, собранных в стопки или используемых в виде обмоток. Применение ВТСП-лент вместо традиционных объемных ВТСП имеет ряд преимуществ, касающихся возможностей:

— создания масштабируемых магнитолевитационных систем;

 — легкого создания сверхпроводящих сборок практически любых форм и размеров, в том числе сложных трехмерных конструкций;

— значительной механической прочности;

 улучшенных тепловых характеристик из-за наличия в структуре композита теплопроводящих слоев, что особенно актуально в условиях переменных магнитных нагрузок:

— оптимизации масс-габаритных размеров МЛС.

В заключении приведем общие рекомендации по оптимизации магнитолевитационных устройств на основе ВТСП-лент:

1. Выбор ВТСП-ленты

Одно из существенных преимуществ ВТСП-лент над объемными сверхпроводниками — высокая плотность критического тока, однако это преимущество скрадывается низкой инженерной (конструкционной) плотностью тока, так как коэффициент заполнения по ВТСП составляет немногим больше 1% при толщине подложки  $100 \,\mu$ m. Исходя из этого, для повышения инженерной плотности тока рекомендуется использовать в стопках ленты с более тонкими подложками — 40 или даже  $20 \,\mu$ m, которые уже производятся рядом фирм.

Естественно, что необходимо выбирать ВТСП-ленты с максимально возможным критическим током в рабочем диапазоне магнитных полей до 0.5 Т (характерные магнитные поля постоянного магнита). Вид ВТСП, который используется в сверхпроводящем слое, не оказывает влияния, если этот ВТСП из семейства REBCO.

Для создания сборок из ВТСП-лент следует использовать луженые ленты, что позволяет при небольшом (до 200°С) нагреве создавать плотные ВТСП-блоки.

2. Параметры магнитных полей

Общая рекомендация по использованию постоянных магнитов заключается в том, что сверхпроводящая сборка должна находиться в области максимального градиента магнитного поля (и по возможности в области максимального поля), что приведет к максимальной силе магнитной левитации. В ряде случаев предпочтительнее использовать массив Халбаха.

3. Оптимизация масс-габаритных размеров

Как расчет, так и эксперимент демонстрируют тенденцию к насыщению силы левитации при увеличении толщины сборки ВТСП-лент, связанной со взаимным экранированием лент в сборке. Поэтому использование толстых сборок нерационально. Оптимальной можно считать толщину сборки на уровне 50-70 лент.

4. Выбор рабочей температуры

Понижение рабочей температуры, как следует из расчетов и эксперимента, приводит к повышению силы левитации. Однако на уровне полей существующих постоянных магнитов, понижение температуры ниже 65 К дает лишь незначительный выигрыш в силе левитации. Учитывая, что 65 К можно получить откачкой паров азота, а более низкие температуры требуют сложной криогенной остнастки, использование пониженных рабочих температур нерационально.

5. Однородность протяженных магнитных сборок

В ряде магнитолевитационных применений, например, магнитолевитационный транспорт или магнитолевитационные подшипники, используются протяженные магнитные сборки. Следует изготавливать эти сборки с максимально возможной однородностью вдоль перемещения сверхпроводника, так как неоднородность магнитного поля приводит к перемагничиванию сверхпроводника и появлению потерь на гистерезис. Последнее обстоятельство неизбежно приведет к потере магнитолевитационных характеристик системы.

В заключении отметим, что конструирование любых магнитолевитационных систем должно сопровождаться предварительным расчетом магнитосиловых характеристик для выбора оптимальных конфигурации магнитного поля и геометрии сверхпроводящей сборки.

#### Финансирование работы

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-18-50185, а также научного проекта № 20-3890144 (И.В. Анищенко) по конкурсу "Аспиранты".

#### Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

#### Список литературы

- S. Earnshaw. Transactions of the Cambridge Philosophical Society, 7, 97 (1848).
- M.V. Berry, A.K. Geim. Europ. J. Phys., 18 (4), 307 (1997).
   DOI: 10.1088/0143-0807/18/4/012
- [3] A. Geim. Phys. Today, **51**, 36 (1998). DOI: 10.1063/1.882437
- [4] A.K. Geim, M.D. Simon, M.I. Boamfa, L.O. Heflinger. Nature, 400, 323 (1999). DOI: 10.1038/22444
- [5] M.D. Simon, A.K. Geim. J. Appl. Phys., 87, 6200 (2000).
   DOI: 10.1063/1.372654
- [6] M.D. Ainslie, H. Fujishiro. Supercond. Scie.Technol., 28, 053002 (2015). DOI: 10.1088/0953-2048/28/5/053002
- [7] A. Ishihara, T. Akasaka, M. Tomita, K. Kishio. Supercond. Sci. Technol., 30, 035006 (2017). DOI: 10.1088/1361-6668/30/3/035006
- [8] J. Zou, M.D. Ainslie, H. Fujishiro, A.G. Bhagurkar, T. Naito, N. Hari Babu, J.F. Fagnard, P. Vanderbemden, A. Yamamoto. Supercond. Scie. Technol., 28, 075009 (2015). DOI: 10.1088/0953-2048/28/7/075009
- H. Fujishiro, H. Mochizuki, M.D. Ainslie, T. Naito. Supercond. Sci. Technol., 29, 084001 (2016). DOI: 10.1088/0953-2048/29/8/084001
- [10] J.D. Weiss, A. Yamamoto, A.A. Polyanskii, R.B. Richardson,
   D.C. Larbalestier, E.E. Hellstrom. Supercond. Sci. Technol.,
   28, 112001 (2015). DOI: 10.1088/0953-2048/28/11/112001
- [11] K. Sawano, M. Morita, M. Tanaka, T. Sasaki, K. Kimura, S. Takebayashi, M. Kimura, K. Miyamoto. Jpn. J. Appl. Phys., **30**, L1157 (1991). DOI: 10.1143/jjap.30.11157
- Y. Shi, J. H. Durrell, A.R. Dennis, K. Huang, D.K. Namburi,
   D. Zhou, D.A. Cardwell. Supercond. Sci. Technol., 30, 015003 (2016). DOI: 10.1088/0953-2048/30/1/015003
- M. Ainslie, H. Fujishiro, T. Ujiie, J. Zou, A. Dennis, Y. Shi,
   D. Cardwell. Supercond. Sci. Technol., 27, 065008 (2014).
   DOI: 10.1088/0953-2048/27/6/065008

- [14] M. Tomita, M. Murakami. Supercond. Sci. Technol., 13, 722 (2000). DOI: 10.1088/0953-2048/13/6/318
- [15] S.B. Kim, J. Matsunaga, Y. Fujii, H. Onodera. IEEE Transactions on Appl. Superconduct., 23, 4603204 (2013).
   DOI: 10.1109/TASC.2013.2242513
- S. Nariki, N. Sakai, M. Murakami, I. Hirabayashi. Supercond. Sci.Technol., 17, S30 (2004).
   DOI: 10.1088/0953-2048/17/2/057
- [17] M. Carrera, X. Granados, J. Amoros, R. Maynou, T. Puig, X. Obradors. IEEE Transactions on Appl. Superconduct., 19, 3553 (2009). DOI: 10.1109/TASC.2009.2017764
- [18] T. Ida, Z. Li, D. Zhou, M. Miki, Y. Zhang, M. Izumi. Supercond. Sci. Technol., 29, 054005 (2016).
   DOI: 10.1088/0953-2048/29/5/054005
- [19] C. Kim, J.-H. Joo, G.W. Hong, S.-C. Han, Y.H. Han, T. Sung,
   S.-J. Kim. Physica C Superconduct. Its Appl. PHYSICA C,
   336, 233 (2000). DOI: 10.1016/S0921-4534(00)00292-6
- [20] A. Murakami, H. Teshima, M. Morita, T. Kudo, A. Iwamoto.
   J. Physics: Conf. Series, 507, 012034 (2014).
   DOI: 10.1088/1742-6596/507/1/012034
- [21] S. Jin, T.H. Tiefel, R.C. Sherwood, R.B. van Dover, M.E. Davis, G.W. Kammlott, R.A. Fastnacht. Phys. Rev. B, 37, 7850 (1988). DOi: 10.1103/PhysRevB.37.7850
- [22] K. Salama, V. Selvamanickam, L. Gao, K. Sun. Appl. Phys. Lett., 54, 2352 (1989). DOI: 10.1063/1.101525
- [23] M. Murakami, M. Morita, K. Doi, K. Miyamoto. Jpn J. Appl. Phys., 28, 1189 (1989). DOI: 10.1143/jjap.28.1189
- [24] H. Fujimoto, M. Murakami, S. Gotoh, N. Koshizuka, T. Oyama, Y. Shiohara, S. Tanaka, in Advances in Superconductivity II, T. Ishiguro, K. Kajimura, eds. (Springer Japan, Tokyo, 1990), p. 285–288.
- [25] Z. Lian, Z. Pingxiang, J. Ping, W. Keguang, W. Jingrong,
   W. Xiaozu. Supercondu. Sci. Technol., 3, 490 (1990).
   DOI: 10.1088/0953-2048/3/10/002
- [26] D. Shi, S. Sengupta, J.S. Luo, C. Varanasi, P.J. McGinn. Physica C: Superconduct. Applicat., 213, 179 (1993). DOI: 10.1016/0921-4534(93)90774-K
- [27] P. de Rango, M. Lees, P. Lejay, A. Sulpice, R. Tournier, M. Ingold, P. Germi, M. Pernet. Nature, 349, 770 (1991).
   DOI: 10.1038/349770a0
- [28] Y. Yamada, Y. Shiohara. Physica C: Superconduct., 217, 182 (1993). DOI: 10.1016/0921-4534(93)90810-D
- [29] H. Walter, M.P. Delamare, B. Bringmann, A. Leenders, H.C. Freyhardt. J. Mater. Res., 15, 1231 (2000).
   DOI: 10.1557/JMR.2000.0175
- [30] G. Fuchs, P. Schätzle, G. Krabbes, S. Gruß, P. Verges, K.H. Müller, J. Fink, L. Schultz. Appl. Phys. Lett., 76, 2107 (2000). DOI: 10.1063/1.126278
- [31] J.V. Yakhmi, in An interdisciplinary approach (IOP Publishing, 2021). DOI: 10.1088/978-0-7503-2256-0
- [32] N. Ayai, M. Kikuchi, K. Yamazaki, S. Kobayashi, S. Yamade, E. Ueno, N. J. Fujikami, T. Kato, K. Hayashi, K. Sato, R. Hata, J. Iihara, K.J. Yamaguchi, J. Shimoyama. IEEE Transactions Appl. Superconduct., 17, 3075 (2007). DOI: 10.1109/TASC.2007.897947
- [33] D.A. Cardwell, D.C. Larbalestier. Handbook of Superconducting Materials, 2nd Edition (3-Volume Set). (Taylor & Francis, 2017)
- [34] S.R. Foltyn, L. Civale, J.L. MacManus-Driscoll, Q.X. Jia,
   B. Maiorov, H. Wang, M. Maley. Nature Materia., 6, 631 (2007). DOI: 10.1038/nmat1989

- [35] P.N. Arendt. IBAD Template Films for HTS Coated Conductors, A. Goyal, Ed. (Springer US, Boston, MA, 2005), DOI: 10.1007/0-387-25839-6\_1
- [36] J.L. MacManus-Driscoll, S.C. Wimbush. Nature Rev. Mater.,6, 587 (2021). DOI: 10.1038/s41578-021-00290-3
- [37] A. Sundaram, Y. Zhang, A. Knoll, D. Abraimov, P. Brownsey, M. Kasahara, G. Carota, R. Nakasaki, J. Cameron, G. Schwab, L. Hope, R. Schmidt, H. Kuraseko, T. Fukushima, D. Hazelton. Supercond. Sci. Technol., 29, 104007 (2016). DOI: 10.1088/0953-2048/29/10/104007
- [38] Электронный ресурс. Режим доступа: https://www.theva. com/products/
- [39] Электронный ресурс. Режим доступа: http://www.superpower-inc.com/content/2g-hts-wire
- [40] K. Tsuchiya, A. Kikuchi, A. Terashima, K. Norimoto, M. Uchida, M. Tawada, M. Masuzawa, N. Ohuchi, X. Wang, T. Takao, S. Fujita. Cryogenics, 85, 1 (2017). DOI: 10.1016/j.cryogenics.2017.05.002
- [41] A. Patel, V. Kalitka, S. Hopkins, A. Baskys, A. Figini Albisetti, G. Giunchi, A. Molodyk, B.A. Glowacki. IEEE Transactions Appl. Superconducti., 26, 1 (2016). DOI: 10.1109/TASC.2016.2524468
- [42] M. Tomita, M. Murakami. Nature, **421**, 517 (2003).DOI: 10.1038/nature01350
- [43] J. Durrell, A. Dennis, J. Jaroszynski, M. Ainslie, K. Palmer, Y. Shi, A. Campbell, J. Hull, M. Strasik, E. Hellstrom, D. Cardwell. Supercond. Sci. Technol., 27, 082001 (2014). DOI: 10.1088/0953-2048/27/8/082001
- [44] Электронный ресурс. Режим доступа: www.superpowerinc.com/content/wire-specification
- [45] A. Patel, K. Filar, V. Nizhankovskii, S. Hopkins,
   B.A. Glowacki. Appl. Phys. Lett., 102, 102601 (2013).
   DOI: 10.1063/1.4795016
- [46] A. Baskys, A. Patel, S. Hopkins, V. Kalitka, A. Molodyk, B.A. Glowacki. IEEE Transactions Appl. Superconduct., 25, 1 (2015). DOI: 10.1109/TASC.2014.2360871
- [47] A. Patel, A. Baskys, T. Mitchell-Williams, A. McCaul, W. Coniglio, B.A. Glowacki. Supercond. Sci.Technol., 31 (2017). DOI: 10.1088/1361-6668/aad34c
- [48] F. Sass, G. Sotelo, R. Jr, F. Sirois. Supercond. Sci. Technol., 28, 125012 (2015). DOI: 10.1088/0953-2048/28/12/125012
- [49] D. Brown, B.-M. Ma, Z. Chen. J. Magnetism and Magnetic Mater., 248, 432 (2002).
   DOI: 10.1016/S0304-8853(02)00334-7
- [50] M. Sagawa, S. Hirosawa, H. Yamamoto, S. Fujimura, Y. Matsuura. Jpn. J. Appl. Phys., 26, 785 (1987).
   DOI: 10.1143/JJAP.26.785
- [51] B.M. Ma, J.W. Herchenroeder, B. Smith, M. Suda, D. Brown,
   Z. Chen. J. Magnetism and Magnetic Mater., 239, 418 (2002). DOI: 10.1016/S0304-8853(01)00609-6
- [52] P. Bernstein, J. Noudem. Supercond. Sci.Technol., 33, 033001 (2020). DOi: 10.1088/1361-6668/ab63bd
- [53] I. Rudnev, M. Osipov, S. Pokrovskii, A. Podlivaev. Mater. Res. Express, 6, 036001 (2018).
   DOI: 10.1088/2053-1591/aaf7ae
- [54] M. Osipov, A. Starikovskii, I. Anischenko, S. Pokrovskii,
   D. Abin, I. Rudnev. Supercond. Sci.Technol., 34 (4), 045003 (2021). DOI: 10.1088/1361-6668/abe18e
- [55] J. Wang, S. Wang, C. Deng, J. Zheng, H. Song, Q. He, Y. Zeng, Z. Deng, J. Li, G. Ma, H. Jing, Y. Huang, J. Zhang, Y. Lu, L. Liu, L. Wang, J. Zhang, L. Zhang, M. Liu, Y. Qin,

Y. Zhang. IEEE Transactions Appl. Superconduct., **17**, 2091 (2007). DOI: 10.1109/TASC.2007.898367

- [56] D.H.N. Dias, G.G. Sotelo, R. de Andrade. IEEE Transactions on Appl. Superconduct., 21, 1533 (2011).
   DOI: 10.1109/TASC.2010.2090635
- [57] W. Yang, X. Chao, X. Bian, P. Liu, Y. Feng, P. Zhang, L. Zhou. Supercond. Sci. Technol., 16, 789 (2003).
   DOI: 10.1088/0953-2048/16/7/308
- [58] T. Suzuki, E. Ito, T. Sakai, S. Koga, M. Murakami, K. Nagashima, Y. Miyazaki, H. Seino, N. Sakai, I. Hirabayashi, K. Sawa. IEEE Transactions Appl. Superconduct., 17, 3020 (2007). DOI: 10.1109/TASC.2007.899403
- [59] P. Bernstein, L. Colson, L. Dupont, J. Noudem. Supercond. Sci. Technol., 30, 065007 (2017).
   DOI: 10.1088/1361-6668/aa69ec
- [60] A. Sanchez, N. Del-Valle, C. Navau, D.-X. Chen. J. Appl. Phys., 105, 023906 (2009). DOI: 10.1063/1.3054922
- [61] M.J. Qin, G. Li, H.K. Liu, S.X. Dou, E.H. Brandt. Phys. Rev. B, 66, 024516 (2002). DOI: 10.1103/PhysRevB.66.024516
- [62] H. Jing, J. Wang, S. Wang, L. Wang, L. Liu, J. Zheng, Z. Deng, G. Ma, Y. Zhang, J. Li. Physica C: Superconduct. and its Applications, 463–465, 426 (2007). DOI: 10.1016/j.physc.2007.05.030
- [63] N. Del-Valle, A. Sanchez, C. Navau, D.-X. Chen. J. Low Temperature Phys., 162, 62 (2011). DOI: 10.1007/s10909-010-0225-0
- [64] G.G. Sotelo, D.H.N. Dias, R. de Andrade, R.M. Stephan. IEEE Transactions on Appl. Superconduct., 21, 1464 (2011). DOI: 10.1109/TASC.2010.2086034
- [65] H. Liao, J. Zheng, L. Jin, H. Huang, Z. Deng, Y. Shi,
   D. Zhou, D. Cardwell. Supercond. Sci. Technol., 31 (3), (2018). DOI: 10.17863/CAM.21602
- [66] W. Liu, J.S. Wang, G. Ma, J. Zheng, X.G. Tuo, L.L. Li, C.-Q. Ye, X.-L. Liao, S. Wang. Physica C: Superconduct., 474, 5 (2012). DOI: 10.1016/j.physc.2011.12.005
- [67] T. Che, Y.F. Gou, J. Zheng, R.X. Sun, D.B. He, Z.G. Deng.
   J. Superconduct. Novel Magnetism, 27, 2211 (2014).
   DOI: 10.1007/s10948-014-2596-y
- [68] D.H.N. Dias, G.G. Sotelo, F. Sass, E.S. Motta, R. de Andrade Jr, R.M. Stephan. Phys. Proced., 36, 1049 (2012). DOI: 10.1016/j.phpro.2012.06.104
- [69] W. Yang, Y. Liu, Z. Wen, X. Chen, Y. Duan. Supercond. Sci. Technol., 21, 015014 (2007).
   DOI: 10.1088/0953-2048/21/01/015014
- [70] F. Sass, D.H.N. Dias, G.G. Sotelo, R. de Andrade Jr. Physi. Proced., 36, 1008 (2012). DOI: 10.1016/j.phpro.2012.06.097
- [71] F. Sass, D.H.N. Dias, G.G. Sotelo, R. de Andrade. IEEE Transactions on Appl. Superconduct., 23, 3600905 (2013).
   DOI: 10.1109/TASC.2012.2234172
- [72] S.V. Pokrovskiy, N. Mineev, A. Sotnikova, Y. Ermolaev, I. Rudnev. J. Physics: Conf. Series, **507**, 022025 (2014).
   DOI: 10.1088/1742-6596/507/2/022025
- [73] I. Rudnev, D. Abin, M. Osipov, S.V. Pokrovskiy, Y. Ermolaev, N. Mineev. Phys. Proced., 65, 141 (2015).
   DOI: 10.1016/j.phpro.2015.05.086
- [74] M.A. Osipov, D.A. Abin, S.V. Pokrovskiy, N.A. Mineev, I.A. Rudnev. Progress in Superconduct. Cryogenics, 17, 21 (2015).
- [75] D. Abin, M. Osipov, S.V. Pokrovskiy, I. Rudnev. IEEE Transactions on Appl. Superconduct., 26, 1 (2016). DOI: 10.1109/TASC.2016.2525924

- [76] S.V. Pokrovskiy, M. Osipov, D. Abin, I. Rudnev. IEEE Transactions on Appl. Superconduct., 26, 1 (2016). DOI: 10.1109/TASC.2016.2533573
- [77] M. Osipov, A. Starikovskii, D. Abin, I. Rudnev. Supercond. Sci. Technolo., **32**, 054003 (2019).
   DOI: 10.1088/1361-6668/ab06e6
- [78] K. Liu, W. Yang, G. Ma, L. Quéval, T. Gong, C. Ye, X. Li, Z. Luo. Supercond. Sci. Technol., 31, 015013 (2017). DOI: 10.1088/1361-6668/aa987b
- [79] I. Anischenko, S. Pokrovskii, I. Rudnev. J. Physics: Conf. Series, **1238**, 012020 (2019).
   DOI: 10.1088/1742-6596/1238/1/012020
- [80] J. Ma, J. Geng, W.K. Chan, J. Schwartz, T. Coombs. Supercond. Sci. Technol., 33, 045007 (2020). DOI: 10.1088/1361-6668/ab6fe9
- [81] J. Ma, T. Coombs, J. Geng, W. Chan, J. Gawith, C. Li, B. Shen, Y. Öztürk, J. Yang, J. Hu. IEEE Transactions on Appl. Superconduct., **30** (4), 1 (2020). DOI: 10.1109/TASC.2020.2977004
- [82] S. Gyimóthy, A. Kenderes, S. Bilicz, J. Pávó, Z. Badics, in 2019 22nd Intern. Conf. on the DOI: 10.1109/COMPUMAG45669.2019.9032824
- [83] V. Zermeno, A. Abrahamsen, N. Mijatovic, B. Jensen, M. Sørensen. J. Appl. Phys., 114, 173901 (2013). DOI: 10.1063/1.4827375
- [84] S. Zou, V. Zermeño, F. Grilli. arXiv preprint arXiv: 1511.00516 (2015).
- [85] S. Zou, V.M.R. Zermeño, F. Grilli. IEEE Transactions on Appl. Superconduct., 26, 1 (2016).
   DOI: 10.1109/TASC.2016.2535379
- [86] I.V. Anischenko, S.V. Pokrovskii, I.A. Rudnev. J. Physics: Conf. Series, **1238**, 012020 (2019).
   DOI: 10.1088/1742-6596/1238/1/012020
- [87] A. Podlivaev, I. Rudnev, N. Shabanova. Bull. Lebedev Physi. Institute, 41, 351 (2015).
   DOI: 10.3103/S1068335614120033
- [88] M.J. Wolf, R. Heller, W.H. Fietz, K.-P. Weiss. Cryogenics, 104, 102980 (2019). DOI: 10.1016/j.cryogenics.2019.102980
- [89] X. Zhang, Z. Zhong, J. Geng, B. Shen, J. Ma, C. Li, H. Zhang, Q. Dong, T. Coombs. J. Superconduct. Novel Magnetism, **31**, 3847 (2018).
   DOI: 10.1007/s10948-018-4678-8
- [90] I.V. Anischenko, S.V. Pokrovskii, I.A. Rudnev. J. Physics: Conf. Series, **1389**, 012064 (2019).
- DOI: 10.1088/1742-6596/1389/1/012064 [91] E.H. Brandt. Phys. Rev. B, **54**, 4246 (1996).
- DOI: 10.1103/PhysRevB.54.4246
- [92] L. Prigozhin. IEEE Transactions on Appl. Superconduct., 7, 3866 (1997). DOI: 10.1109/77.659440
- [93] K. Berger, J. Lévêque, D. Netter, B. Douine, A. Rezzoug. IEEE Transactions on Appl. Superconduct., 15 (2), 1508 (2005). DOI: 10.1109/TASC.2005.849149
- [94] G.J. Barnes, D. Dew-Hughes, M.D. McCulloch. Supercond. Sci.Technol., 13, 229 (2000).
   DOI: 10.1088/0953-2048/13/2/319
- [95] K.K. Pradhan, S. Chakraverty. Computational Structural Mechanics: Static and Dynamic Behaviors (Academic Press, London, 2019), p. 25–28. DOI: 1016/B978-0-12-815492-2.00010-1
- [96] J. Das, R.N. Ray, in 2017 8th Annual Industrial Automation and Electromechanical Engineer. Conf. (IEMECON). (2017), p. 96–100. DOI: 10.1109/IEMECON.2017.8079569

- [97] B. Shen, C. Li, J. Geng, X. Zhang, J. Gawith, J. Ma, Y. Liu, F. Grilli, T. Coombs. Superconduc. Sci. Technol., 31 (7), 075005 (2018). DOI: 10.1088/1361-6668/aac294
- [98] R. Kulkarni, K. Prasad, T.T. Lie, R. Badcock, C. Bumby, H.-J. Sung. Energies, 10, 1344 (2017).
   DOI: 10.3390/en10091344
- [99] K. Zhang, M. Ainslie, M. Calvi, S. Hellmann, R. Kinjo, T. Schmidt. Supercondu. Scien. Technol., 33, 114007 (2020). DOI: 10.1088/1361-6668/abb78a
- [100] C. Lorin, D. Netter, P.J. Masson. IEEE Transactions on Appl. Superconduct., 25, 1 (2015).
   DOI: 10.1109/TASC.2014.2341255
- [101] M.D. Ainslie, T.J. Flack, Z.Hong, T.A. Coombs. The International J. Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering, **30**, 762 (2011). DOI: 10.1108/03321641111101195
- [102] M. Zhang, T.A. Coombs. Supercond. Sci. Technol., 25, 015009 (2011). DOI: 10.1088/0953-2048/25/1/015009
- [103] V.M.R. Zermeno, F. Grilli, F. Sirois. Supercond. Sci. Technol., 26, 052001 (2013). DOI: 10.1088/0953-2048/26/5/052001
- [104] V.M.R. Zermeño, F. Grilli. Supercond. Sci. Technol., 27, 044025 (2014). DOI: 10.1088/0953-2048/27/4/044025
- [105] W. Ta, Y. Li, Y. Gao. AIP Advances, 4, 087131 (2014). DOI: 10.1063/1.4893770
- [106] R. Brambilla, F. Grilli, L. Martini. Supercond. Sci. Technol., 20, 16 (2006). DOI: 10.1088/0953-2048/20/1/004
- [107] A.M. Campbell. Supercond. Sci. Technol., 22, 034005 (2009). DOI: 10.1088/0953-2048/22/3/034005
- [108] N. Amemiya, S.-ichi Murasawa, N. Banno, K. Miyamoto.
   Physica C: Superconduct., **310**, 16 (1998).
   DOI: 10.1016/S0921-4534(98)00427-4
- [109] G. Meunier, Y. Floch, C. Guérin. Magnetics, IEEE Transactions on Appl. Superconduct., 39, 1729 (2003). DOI: 10.1109/TMAG.2003.810200
- [110] S. Mykola, G. Fedor. Supercond. Sci. Technol., 32, 115001 (2019). DOI: 10.1088/1361-6668/ab3a85
- [111] H. Zhang, M. Zhang, W. Yuan. Supercond. Sci. Technol., 30, 024005 (2016). DOI: 10.1088/1361-6668/30/2/024005
- F. Grilli, R. Brambilla, L. Martini. IEEE Transactions on Appl. Superconduct., 17, 3155 (2007).
   DOI: 10.1109/TASC.2007.902144
- [113] F. Grilli, R. Brambilla, F. Sirois, A. Stenvall, S. Memiaghe. Cryogenics, 53, 142 (2013).
  - DOI: 10.1016/j.cryogenics.2012.03.007
- [114] C. Hofmann, G. Ries. Supercond. Sci. Technol., 14, 34 (2000). DOI: 10.1088/0953-2048/14/1/306
- [115] D.H.N. Dias, E.S. Motta, G.G. Sotelo, R. de Andrade, R.M. Stephan, L. Kuehn, O. de Haas, L. Schultz. IEEE Transactions on Appl. Superconduct., 19, 2120 (2009). DOI: 10.1109/TASC.2009.2019203
- [116] D. Dias, E. Motta, G. Sotelo, R. de Andrade Jr. Supercond. Sci. Technol., 23, 075013 (2010).
   DOI: 10.1088/0953-2048/23/7/075013
- [117] G. Ma. IEEE Transactions on Appl. Superconduct., 23, 3601609 (2013). DOI: 10.1109/TASC.2013.2259488
- [118] G.-T. Ma, H. Liu, X.-T. Li, H. Zhang, Y.-Y. Xu. J. Appl. Phys., 115, 083908 (2014). DOI: 10.1063/1.4867160
- [119] C. Ye, G. Ma, J. Wang. IEEE Transactions on Appl. Superconduct., 26, 1 (2016).
   DOI: 10.1109/TASC.2016.2615120
- [120] T. Sugiura, H. Hashizume, K. Miya. Intern. J. Appl. Electromagnetics in Materials, 2 (3), 183 (1991).

- [121] N. Takeda, M. Uesaka, K. Miya. Cryogenics, 34, 745 (1994).
   DOI: 10.1016/0011-2275(94)90161-9
- [122] C. Yon-Do, K. Youn-Hyun, L. Ju, H. Jung-Pyo, L. Jong-Woo. IEEE Transactions on Appl. Superconducti., 11, 2000 (2001). DOI: 10.1109/77.920246
- [123] D. Ruiz-Alonso, T.A. Coombs, A.M. Campbell. IEEE Transactions on Appl. Superconduct., 14, 2053 (2004). DOI: 10.1109/TASC.2004.838316
- G. Sotelo, R. de Andrade, A. Ferreira. IEEE Transactions on Appl. Superconduct., 19, 2083 (2009).
   DOI: 10.1109/TASC.2009.2019555
- [125] H. Ueda, S. Azumaya, S. Tsuchiya, A. Ishiyama. IEEE Transactions on Appl. Superconduct., 16, 1092 (2006). DOI: 10.1109/TASC.2006.871280
- [126] A.O. Hauser. IEEE Transactions on Magnetics, 33, 1572 (1997). DOI: 10.1109/20.582566
- [127] J. Zhang, Y. Zeng, J. Cheng, X. Tang. IEEE Transactions on Appl. Superconduct., 18, 1681 (2008).
   DOI: 10.1109/TASC.2008.2000900
- [128] X. Zheng, Y. Yang. IEEE Transactions on Appl. Superconduct., 17, 3862 (2007).
   DOI: 10.1109/TASC.2007.910150
- [129] X. Gou, X. Zheng, Y. Zhou. IEEE Transactions on Appl. Superconduct., 17, 3795 (2007).
   DOI: 10.1109/TASC.2007.902104
- [130] Y. Yoshida, M. Uesaka, K. Miya. IEEE Transactions on Magnetics, 30, 3503 (1994). DOI: 10.1109/20.312694
- [131] M. Tsuchimoto, T. Honma. IEEE Transactions on Appl. Superconduct., 4, 211 (1994). DOI: 10.1109/77.334961
- [132] M. Tsuda, H. Lee, Y. Iwasa. Cryogenics, 38, 743 (1998). DOI: 10.1016/S0011-2275(98)00049-6
- [133] M. Tsuda, H. Lee, S. Noguchi, Y. Iwasa. Cryogenics, 39, 893 (1999). DOI: 10.1016/S0011-2275(99)00125-3
- [134] H. Ueda, A. Ishiyama. Supercond. Sci. Technol., 17, S170 (2004). DOI: 10.1088/0953-2048/17/5/016
- [135] G. Ma, J. Wang, S. Wang. IEEE Transactions on Appl. Superconduct., 20, 2219 (2010).
   DOI: 10.1109/TASC.2010.2044795
- [136] G. Ma, J. Wang, S. Wang. IEEE Transactions on Appl. Superconduct., 20, 2228 (2010).
   DOI: 10.1109/TASC.2010.2044936
- [137] S. Pratap, C. S. Hearn. IEEE Transactions on Appl.Superconduct. 25, 1 (2015). DOI: 10.1109/TASC.2015.2470670
- [138] Y. Lu, Y. Qin. Intern. J. Modern Phys. B, **29**, 1542038 (2015).
  - DOI: 10.1142/S0217979215420382
- [139] Y. Lu, J. Wang, S. Wang, J. Zheng. J. Superconduct. Novel Magnetism, 21, 467 (2008).
   DOI: 10.1007/s10948-008-0386-0
- [140] L. Quéval, G.G. Sotelo, Y. Kharmiz, D.H.N. Dias, F. Sass, V.M.R. Zermeño, R. Gottkehaskamp. IEEE Transactions on Appl. Superconduct., 26, 1 (2016). DOI: 10.1109/TASC.2016.2528989
- [141] L. Quéval, K. Liu, W. Yang, V.M.R. Zermeño, G.Ma. Supercond. Sci. Technol., 31, 084001 (2018). DOI: 10.1088/1361-6668/aac55d
- [142] A. Patel, S.C. Hopkins, A. Baskys, V. Kalitka, A. Molodyk,
   B.A. Glowacki. Supercond. Sci. Technol., 28, 115007 (2015).
   DOI: 10.1088/0953-2048/28/11/115007
- [143] E. Berrospe-Juarez, V.M.R. Zermeño, F. Trillaud, F. Grilli. Supercond. Sci. Technol., 32, 065003 (2019).

DOI: 10.1088/1361-6668/ab0d66

- [144] F. Liang, S. Venuturumilli, H. Zhang, M. Zhang, J. Kvitkovic, S. Pamidi, Y. Wang, W. Yuan. J. Appl. Phys., **122**, 043903 (2017). DOI: 10.1063/1.4995802
- [145] H. Zhang, K. Kails, P. Machura, M. Mueller. IEEE Transactions on Appl. Superconduct., **31** (5), 1 (2021). DOI: 10.1109/TASC.2021.3061021
- [146] F. Sass, D.H.N. Dias, G.G. Sotelo, R. de Andrade Jr. Supercond. Sci. Technol., 31, 025006 (2018).
   DOI: 10.1088/1361-6668/aa9dc1
- [147] V.M. Rodriguez-Zermeno, N. Mijatovic, C. Traeholt, T. Zirngibl, E. Seiler, A.B. Abrahamsen, N.F. Pedersen, M.P. Sorensen. IEEE Transactions on Appl. Superconduct., 21, 3273 (2011). DOI: 10.1109/TASC.2010.2091388
- M. Osipov, I. Anishenko, A. Starikovskii, D. Abin,
   S. Pokrovskii, A. Podlivaev, I. Rudnev. Supercond. Sci. Technol., 34, 035033 (2021).
   DOI: 10.1088/1361-6668/abda5a
- [149] J.R. Clem, J.H. Claassen, Y. Mawatari. Supercond. Sci. Technol., 20, 1130 (2007).
   DOI: 10.1088/0953-2048/20/12/008
- [150] W. Yuan, A.M. Campbell, T.A. Coombs. Supercond. Sci. Technol., 22, 075028 (2009).
   DOI: 10.1088/0953-2048/22/7/075028
- [151] L. Prigozhin, V. Sokolovsky. Supercond. Sci. Technol., 24, 075012 (2011). DOI: 10.1088/0953-2048/24/7/075012
- [152] I.V. Anischenko, S.V. Pokrovskii, I.A. Rudnev. J. Physics: Conf. Series, 945, 012015 (2018).
   DOI: 10.1088/1742-6596/945/1/012015
- [153] A. Patel, S. Hahn, J.P. Voccio, A. Baskys, S. Hopkins, B.A. Glowacki. Supercond. Sci. Technol., 30, 024007 (2017). DOI: 10.1088/1361-6668/30/2/024007
- [154] F. Martins, F. Sass, R. de Andrade Jr. Supercond. Sci. Technol., 32, 044002 (2019).
   DOI: 10.1088/1361-6668/aafd08
- [155] J. Sheng, M. Zhang, Y. Wang, X. Li, J. Patel, W. Yuan. Supercond. Sci. Technol., 30, 094002 (2017). DOI: 10.1088/1361-6668/aa7a51
- [156] I. Anishchenko, S. Pokrovskii, I. Rudnev. Bull. Lebedev Phys. Institute, 45, 373 (2018).
   DOI: 10.3103/S1068335618120011
- [157] D. Qiu, W. Wu, Y. Pan, S. Xu, Z.M. Zhang, Z. L. Li, Z.Y. Li, Y. Wang, L. Wang, Y. Zhao, Z.W. Zhang, P. Yang, Z. Hong, Z. Jin. IEEE Transactions on Appl. Superconduct., 27, 1 (2017). DOI: 10.1109/TASC.2017.2652538
- [158] Y. Xu, L. Ren, Z. Zhang, Y. Tang, J. Shi, C. Xu, J. Li, D. Pu, Z. Wang, H. Liu, L. Chen. Energy, 143, 372 (2018). DOI: 10.1016/j.energy.2017.10.087
- [159] Z. Wang, Y. Tang, L. Ren, J. Li, Y. Xu, Y. Liao, X. Deng. IEEE Transactions on Appl. Superconduct., 27 (4), 1 (2016). DOI: 10.1109/TASC.2016.2646480
- [160] S.S. Peng, J. Zheng, W.Y. Li, Y.J. Dai. IOP Conf. Series: Earth and Environmental Sci., 233, 022018 (2019).
   DOI: 10.1088/1755-1315/233/2/022018
- [161] A. Kumar, J.V.M.L. Jeyan, A. Agarwal. Mater. Today: Proceed., 21, 1755 (2020).
   DOI: 10.1016/j.matpr.2020.01.228
- [162] J. Zhu, M. Qiu, B. Wei, H. Zhang, X. Lai, W. Yuan. Energy, 51, 184 (2013). DOI: 10.1016/j.energy.2012.09.044
- [163] N. Amaro, J.M. Pina, J. Martins, J.M. Ceballos, in *Technological Innovation for the Internet of Things*,

L.M. Camarinha-Matos, S. Tomic, P. Graça, Eds. (Springer Berlin Heidelberg, 2013), p. 449–456.

- [164] R. Gupta, M. Anerella, P. Joshi, J. Higgins, S. Lalitha, W. Sampson, J. Schmalzle, P. Wanderer. IEEE Transactions on Appl. Superconduct., 26, 1 (2016). DOI: 10.1109/TASC.2016.2517404
- [165] E. Kurbatova, E. Kushchenko, P. Kurbatov, in 21st International Symposium on Electrical Apparatus & Technologies (SIELA). (2020), p. 1–4. DOI: 10.1109/SIELA49118.2020.9167096
- [166] I.S.P. Peixoto, F.F. da Silva, J.F.P. Fernandes, P.J. da C. Branco. IEEE Transactions on Appl. Superconduct., 31, 1 (2021). DOI: 10.1109/TASC.2021.3057570
- [167] L. Chen, Z. Deng, B. Deng, J. Zheng. J. Superconduct. Novel Magnetism, (2021). DOI: 10.1007/s10948-020-05780-z
- [168] J. Liang, J. Jin, R. Zhang, G. Bai, in *IEEE International Conference on Applied Superconductivity and Electromagnetic Devices (ASEMD)*. (2020), p. 1–2. DOI: 10.1109/ASEMD49065.2020.9276246
- [169] I. Anischenko, S. Pokrovskii, I. Rudnev, M. Osipov. Superconduct. Sci. Technol., 32, 9 (2019).
   DOI: 101088/1361-6668/ab2bbe
- [170] Y. Zhang, K. Ding, S. Du. IEEE Transactions on Appl. Superconduct., 31, 1 (2021).
   DOI: 10.1109/TASC.2021.3062781
- [171] G. Homrich, A.F.F. Filho, D.G. Dorrell, B. Dias, in 46th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society. (2020), p. 937–942.
   DOI: 10.1109/IECON43393.2020.9254589
- [172] A.R. Kim, J.G. Kim, S. Kim, M. Park, I.K. Yu, K.C. Seong, K. Watanabe. Physica C: Superconduct. Applicat., 471, 1404 (2011). DOI: 10.1016/j.physc.2011.05.204
- [173] G. Li, X. Wang, P. Cui, J. Li. Cluster Computing, 22, 2709 (2019). DOI: 10.1007/s10586- 017-1434-y
- [174] S.Y. Choi, C.Y. Lee, J.M. Jo, J.H. Choe, Y.J. Oh, K.S. Lee, J.Y. Lim. Energies, **12** (24), 4611 (2019).
   DOI: 10.3390/en12244611
- [175] F.J.M. Dias, A. Polasek, R. de Andrade, E. Rodriguez, F. Costa, G.G. Sotelo, in *Simposio Brasileiro de Sistemas Eletricos (SBSE)*. (2018), p. 1–5. DOI: 10.1109/SBSE.2018.8395656
- [176] J. Wang, F. Cai, J. Jiang, L. Zhao, Y. Zhao, Y. Zhang. Physica C: Superconduct. Applicat., 581, 1353809 (2021).
   DOI: 10.1016/j.physc.2020.1353809
- [177] Z. Zhao, S. Xu, K. Liu, W. Yang, J. Li, G. Ma. J. Superconduct. Novel Magnetism, 34, 75 (2021). DOI: 10.1007/s10948-020-05684-y
- [178] K. Liu, G. Ma, C. Ye, W. Yang, G. Li, Z. Luo, Y. Cai. IEEE Transactions on Appl. Superconduct., 28, 1 (2018). DOI: 10.1109/TASC.2018.2797098
- [179] G.G. Sotelo, F. Sass, M. Carrera, J. Lopez-Lopez, X. Granados. IEEE Transactions on Industrial Electron., 65, 7477 (2018).
   DOI: 10.1109/TIE.2018.2793252
- [180] F. Dong, Z. Huang, D. Qiu, L. Hao, W. Wu, Z. Jin. in 2018 IEEE International Conference on Applied Superconductivity and Electromagnetic Devices (ASEMD) (2018), p. 1–2. DOI: 10.1109/ASEMD.2018.8558945