

05,11

Влияние одномерных "дефектов" на динамику зародыша новой фазы вблизи фазового перехода I рода в магнетиках

© В.Н. Назаров¹, Р.Р. Шафеев², М.А. Шамсутдинов², И.Ю. Ломакина²

¹ Институт физики молекул и кристаллов УНЦ РАН, Уфа, Россия

² Башкирский государственный университет, Уфа, Россия

E-mail: nazarovvn@yahoo.com

(Поступила в Редакцию в окончательном виде 10 июля 2011 г.)

Исследована эволюция зародыша новой фазы вблизи точки спин-переориентационного фазового перехода первого рода в магнетиках. Показано сильное влияние одномерных „дефектов“ магнитной анизотропии на динамику такого зародыша. Определены условия локализации зародыша новой фазы в области „дефекта“ магнитной анизотропии.

Работа частично поддержана грантом РФФИ № 11-02-97003.

1. Введение

Многие редкоземельные магнетики при изменении температуры испытывают спин-переориентационные фазовые переходы первого рода [1]. В сплавах интерметаллического соединения $\text{Er}_2\text{Fe}_{14}\text{B}$ с тетрагональной структурой температура фазового перехода I рода сильно зависит от введения водорода в интерметаллическую решетку [2]. Введение атомов водорода приводит к росту температуры перехода, сопровождаемого скачкообразной переориентацией оси легкого намагничивания из базисной плоскости в направлении c -оси. Фазовый переход первого рода может происходить путем образования и роста зародышей новой фазы. В магнетиках существуют стеночный и флуктуационный механизмы зародышеобразования [1]. В ортоферрите диспрозия вблизи температуры Морина визуальным методом наблюдения установлено существование обоих таких механизмов [3]. Как флуктуационный так и стеночный, механизм сопровождается зарождением пар взаимодействующих межфазных стенок [1,3]. Существует ряд экспериментальных работ по изучению колебаний намагниченности и роста домена новой фазы при сверхбыстром локальном перемагничивании ортоферритов под действием лазерного импульса в области температур фазовых переходов [4,5]. При этом могут возникать локальные изменения („дефекты“) магнитной анизотропии. Такие изменения анизотропии могут существовать и в области локализации дефектов кристаллической решетки (дислокации) [6]. Неоднородности анизотропии возникают и при выращивании образцов ортоферритов вследствие включения немагнитных ионов Fe^{2+} или Fe^{4+} и искажений в октаэдрическом кислородном окружении ионов Fe^{3+} [7]. Такие неоднородности связаны с локальными флуктуациями температуры из-за действия механизма концентрированного переохлаждения. Представляют интерес

исследования влияния дефектов магнитной анизотропии на динамику зародыша новой фазы [8,9].

Настоящая работа посвящена исследованию солитонной модели зародыша домена абсолютно устойчивой фазы вблизи точки спин-переориентационного фазового перехода первого рода в магнетиках с неоднородной константой магнитной анизотропии.

2. Постановка задачи. Уравнения движения

Исследования будем проводить на основании применения законов изменения энергии и числа спиновых отклонений с учетом затухания. При этом за основу была взята плотность функции Лагранжа L для антиферромагнетика ромбической симметрии и диссипативная функция Рэлея R , зависящие только от вектора антиферромагнетизма \mathbf{I} [10,11]:

$$L = \frac{\chi_{\perp}}{2\gamma^2} \dot{\mathbf{I}}^2 - F, \quad R = \frac{\alpha M_0}{2\gamma} \dot{\mathbf{I}}^2, \quad (1)$$

$$F = \frac{1}{2} A (\nabla \mathbf{I})^2 - \frac{1}{2} (K_{ab} - \chi_{\perp} H_y^2) I_x^2 - \frac{1}{2} K_{bc} I_z^2 + \frac{1}{4} (K_2^{(11)} I_x^4 + K_2^{(13)} I_x^2 I_z^2 + K_2^{(33)} I_z^4). \quad (2)$$

Здесь χ_{\perp} — антиферромагнитная восприимчивость, γ — гиромагнитное отношение, α — параметр затухания, M_0 — намагниченность насыщения магнитных подрешеток, A — константа неоднородного обменного взаимодействия. K_{ab} , K_{bc} , $K_2^{(ij)}$ — константы магнитной анизотропии, H_y — внешнее магнитное поле вдоль b -оси. В ромбическом кристалле при $K_{bc} < 0$ спонтанные спин-переориентационные фазовые переходы происходят путем поворота вектора антиферромагнетизма \mathbf{I}

в ab -плоскости. При этом плотность энергии эффективной магнитной анизотропии можно представить в виде:

$$F_{an} = \text{const} + \frac{1}{2} K_1 \sin^2 \theta + \frac{1}{2} K_2 \sin^4 \theta, \quad (3)$$

где θ — угол между $y \parallel b$ -оси и вектором \mathbf{l} в ab -плоскости, $K_1 = -K_{ab} + \chi_{\perp} H_y^2$, $K_2 = K_2^{(11)}/2$. Как известно [1], при $K_1 \geq 0$ устойчива фаза G_y , где $\mathbf{l} \parallel b$ -оси ($\theta = 0, \pi$), а при $K_1 + 2K_2 \leq 0$ — фаза $G_x F_z$, где $\mathbf{l} \parallel x \parallel a$ -оси ($\theta = \pi/2, 3\pi/2$). В случае отрицательной второй константы магнитной анизотропии, то есть $K_2 < 0$, при $K_1 + K_2 = 0$ имеет место фазовый переход первого рода между антиферромагнитной (G_y) и слабоферромагнитной ($G_x F_z$) фазами.

В дальнейшем удобно ввести параметр g , характеризующий близость системы к точке фазового перехода первого рода, в следующем виде:

$$g = \frac{K_1 + K_2}{|K_2|} = \frac{\chi_{\perp}}{2|K_2|} (H_{yc}^2 - H_y^2),$$

$$H_{yc}^2 = \frac{2}{\chi_{\perp}} (K_{ab} + |K_2|).$$

Первую константу магнитной анизотропии считаем одномерной функцией координаты $\xi = y/\delta_0$:

$$K_1(\xi) = K_1[1 - kf(\xi)],$$

$$f(\xi) = \theta(\xi + d/2) - \theta(\xi - d/2),$$

$$\theta(z) = \begin{cases} 1, & z \geq 0, \\ 0, & z < 0, \end{cases}$$

где $f(\xi)$ характеризует локальное изменение магнитной анизотропии, $k = \Delta K_1/K_1$, $\Delta K_1 > 0$ — величина локального изменения константы магнитной анизотропии, $\delta_0 = \sqrt{A/|K_2|}$ — характерный размер 90° межфазной границы, $d = D\delta_0$, D — ширина области с пониженной анизотропией. Рассмотрение уединенного „дефекта“ магнитной анизотропии связано с тем, что период неоднородностей в образце составляет в среднем $20\text{--}30 \mu\text{m}$, что значительно превосходит размер зародыша новой фазы [7]. Следует заметить, что при изменении химического состава кристалла возможно изменение константы обменного взаимодействия. Влияние неоднородности A без учета неоднородности анизотропии на эволюцию зародыша новой фазы рассмотрено в [12]. Так как вклад „дефекта“ A в рассмотрение динамики зародыша новой фазы очень незначителен по сравнению с вкладом „дефекта“ магнитной анизотропии, то в адиабатическом приближении мы им будем пренебрегать.

Из уравнения Лагранжа с учетом (1)–(2) можно получить следующее уравнение, описывающее динамику одномерных магнитных неоднородностей:

$$\psi_{\tau\tau} - \psi_{\xi\xi} + \sin \psi = -\beta\psi_{\tau} - 2[g - (1 + g)kf(\xi)] \sin \frac{\psi}{2}. \quad (4)$$

Здесь $\psi = 4\theta$, $\tau = (c/\delta_0)t$, $c = \gamma(A/\chi_{\perp})^{1/2}$ — предельная скорость межфазных стенок, совпадающая с минимальной фазовой скоростью спиновых волн на линейном

участке их закона дисперсии;

$$\beta = \alpha M_0 / \sqrt{|K_2|\chi_{\perp}}.$$

Определим форму критического зародыша, который достаточен, чтобы инициировать переход всей системы из метастабильного G_y в абсолютно устойчивое однородное состояние $G_x F_z$ в бездефектном кристалле, т.е. $k = 0$. Форму критического зародыша можно найти, определяя стационарное ($\theta_{\tau} = \theta_{\tau\tau} = 0$), но абсолютно неустойчивое неоднородное решение уравнения (4). Накладываем граничные условия

$$\theta(|\xi| \rightarrow \infty) = 0, \quad \theta_{\xi}(|\xi| \rightarrow \infty) = 0, \quad \theta_{\xi}(\xi = 0) = 0. \quad (5)$$

Решение уравнения (4) с заданными условиями (5) в стационарном случае имеет вид 0° доменной стенки

$$\theta_0 = \text{arctg} \left(\text{tg} \theta_m \frac{1}{\text{ch}(\xi \sqrt{1 + g})} \right), \quad -1 < g < 0. \quad (6)$$

В центре стенки в точке $\xi = 0$ угол $\theta_0 = \theta_m = \arccos \sqrt{-g}$. При $g \rightarrow 0$ решение в виде 0° стенки (6) описывает распад зародыша на две взаимодействующие 90° межфазные стенки, разделяющие домен абсолютно устойчивой фазы $G_x F_z$ внутри метастабильной G_y .

В случае $\theta_{\tau\tau} \neq 0$ уравнение (4) при равенстве нулю правой части имеет двухсолитонное решение вида

$$\text{tg}^2 \frac{\psi}{4} = \frac{1 - \Omega}{\Omega + \varepsilon^2} \frac{1}{\text{ch}^2(\xi \sqrt{1 - \Omega})}. \quad (7)$$

При $\Omega + \varepsilon^2 > 0$ это решение описывает динамическую 0° стенку. Когда $|g| \ll 1$, $k \ll 1$, $\beta \ll 1$ решение (7) можно рассматривать как приближенное решение (4), где $\Omega = \Omega(\tau)$, $\varepsilon = \varepsilon(\tau)$ являются неопределенными функциями времени. Уравнения для Ω и ε в адиабатическом приближении можно получить из законов изменения энергии и числа спиновых отклонений [13]:

$$\Omega_{\tau} = 2 \frac{\varepsilon(\beta\varepsilon - g)(1 - \Omega)}{\varepsilon^2 + 1} \Gamma(\Omega, \varepsilon) + 2 \frac{\varepsilon k(g + 1)(1 - \Omega)}{\varepsilon^2 + 1} I(\Omega, \varepsilon, d),$$

$$\varepsilon_{\tau} = \Omega + \varepsilon^2 - \beta\varepsilon + g - k \frac{(g + 1)I(\Omega, \varepsilon, d)}{\Gamma(\Omega, \varepsilon)}, \quad (8)$$

где

$$I(\Omega, \varepsilon, d) = \frac{\text{th}(r)}{1 + a^2 - a^2 \text{th}^2(r)} + \frac{1}{2a\sqrt{1 + a^2}} \text{Arth} \left(\frac{\sqrt{1 + a^2}}{\text{ath}(r)} \right),$$

$$\Gamma(\Omega, \varepsilon) = 1 + \frac{1}{a\sqrt{a^2 + 1}} \text{Arth} \frac{a}{\sqrt{a^2 + 1}},$$

$$r = \frac{d}{2} \sqrt{1 - \Omega}, \quad a = \left(\frac{1 - \Omega}{\Omega + \varepsilon^2} \right)^{1/2}.$$

Система (8) определяет эволюцию параметров солитонного решения. Можно показать, что (8) при $k = 0$,

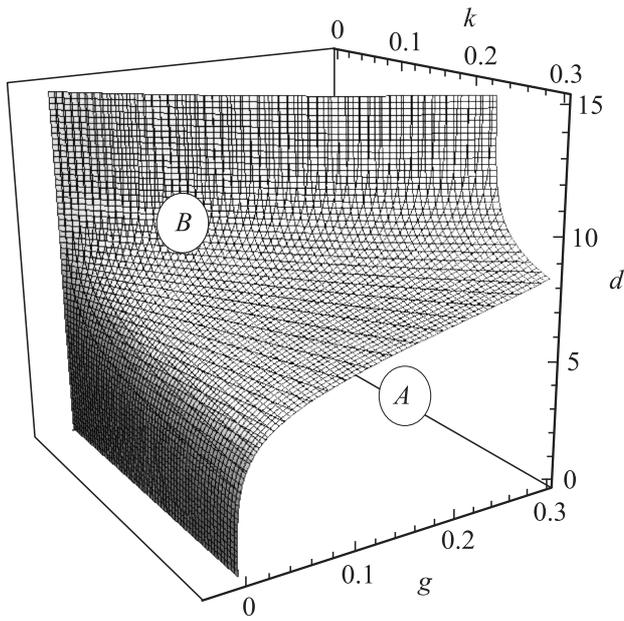


Рис. 1. Граница раздела областей исчезновения первоначального зародыша домена новой фазы (A) и закрепления его на дефекте (B).

$\beta = 0$ и определенной параметризации Ω, ε переходит к системе, исследованной в работе [14].

Динамическая система (8) имеет особую точку $(\varepsilon_0, \Omega_0)$, определяемую уравнениями:

$$\begin{cases} \varepsilon_0 = 0, \\ \Omega_0 + g - k(g + 1) \frac{I(\varepsilon_0 = 0, \Omega = \Omega_0)}{\Gamma(\varepsilon_0 = 0, \Omega = \Omega_0)} = 0. \end{cases} \quad (9)$$

Поверхность, соответствующая этой особой точке $\varepsilon_0(k, g, d), \Omega_0(k, g, d)$, приведена на рис. 1. При $d \gg 1$ имеем: $\varepsilon_0 = 0, \Omega_0 = k - g$. В случае $d \ll 1$, когда можно расценивать $f(\xi)$ как дельта-функцию, получим $\varepsilon_0 = 0, \Omega_0 = -g$. Такой же тип особой точки ($\varepsilon_0 = 0, \Omega_0 = -g$) будет и в отсутствие дефекта ($k = 0$) и решение (7) совпадает с критическим зародышем (6). В случае $k = 0, g < 0$ динамика зародыша новой фазы сильно зависит от величины начальной амплитуды. При $\Omega(\tau = 0) > \Omega_0$ зародыш совершает нелинейное колебательное движение, которое при наличии диссипации является затухающим. В случае $\Omega(\tau = 0) < \Omega_0$ зародыш новой фазы с течением времени превращается в домен новой фазы, ограниченной двумя 90° межфазными стенками с противоположными топологическими зарядами. Ширину зародыша в единицах δ_0 определим как расстояние между точками перегиба кривой $\theta = \theta(\xi)$:

$$T = \frac{2}{\sqrt{1 - \Omega}} \operatorname{Arsh} \sqrt{\frac{1 + \varepsilon^2}{\Omega + \varepsilon^2}}. \quad (10)$$

3. Динамика зародыша новой фазы

Проанализируем эволюцию зародыша при $k \neq 0$ с учетом затухания. Рассмотрим два случая: $\Omega(\tau = 0) < \Omega_0$ и $\Omega(\tau = 0) > \Omega_0$, где $\Omega_0 = \Omega_0(k, g, d)$ — определяется системой (9). Сначала проанализируем случай $\Omega(\tau = 0) < \Omega_0$, при котором начальная амплитуда зародыша больше критической. На участках с пониженной анизотропией ($k > 0$) зародыш новой фазы G_y может существовать не только при $g < 0$, но и при $g > 0$, т.е. в области энергетической невыгодности такой фазы в магнетике с однородными параметрами. Поведение зародыша новой фазы ($\theta = \pi/2$) вблизи точки фазового перехода I рода для различных соотношений параметров k и $d, g = 0.01, \beta = 0.01, k = 0.08$ и начальных значениях $\Omega(0) = 0.003, \varepsilon(0) = 0$ и начальной ширине зародыша $T(0) = 7.2$ показано на рис. 2–5. Откуда видно, что, когда ширина начального зародыша больше ширины d области с пониженной анизотропией, межфазные стенки сближаются и в результате взаимодействия в отсутствие затухания ($\beta = 0$) превращаются в бризер (рис. 2). При наличии диссипации бризер затухает, т.е. зародыш

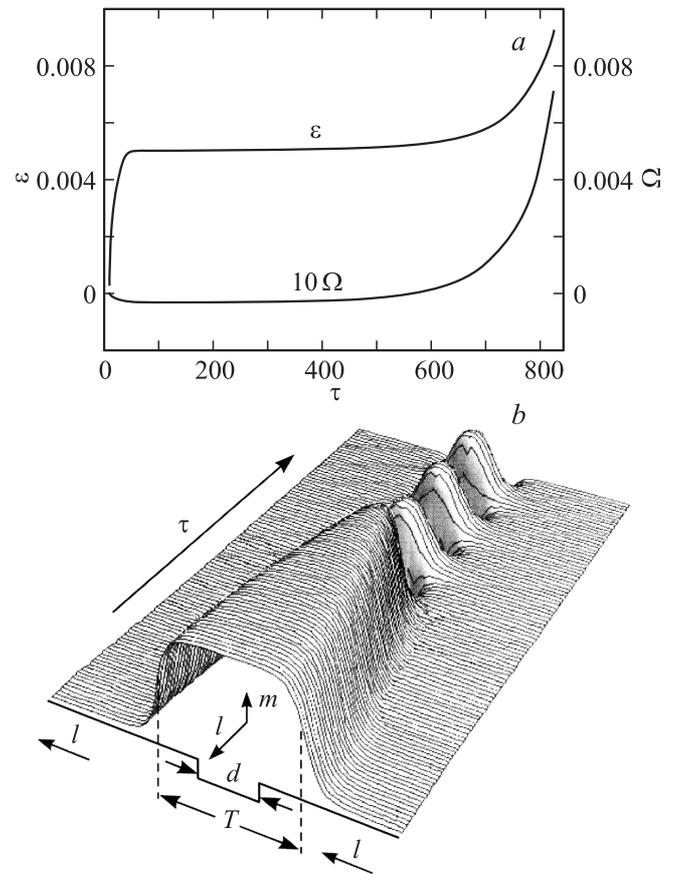


Рис. 2. Превращение зародыша новой фазы в бризер в отсутствие затухания. Эволюция параметров (a) солитонного решения и формы (b) взаимодействующих 90° межфазных стенок с разными топологическими зарядами при $d = 3$.

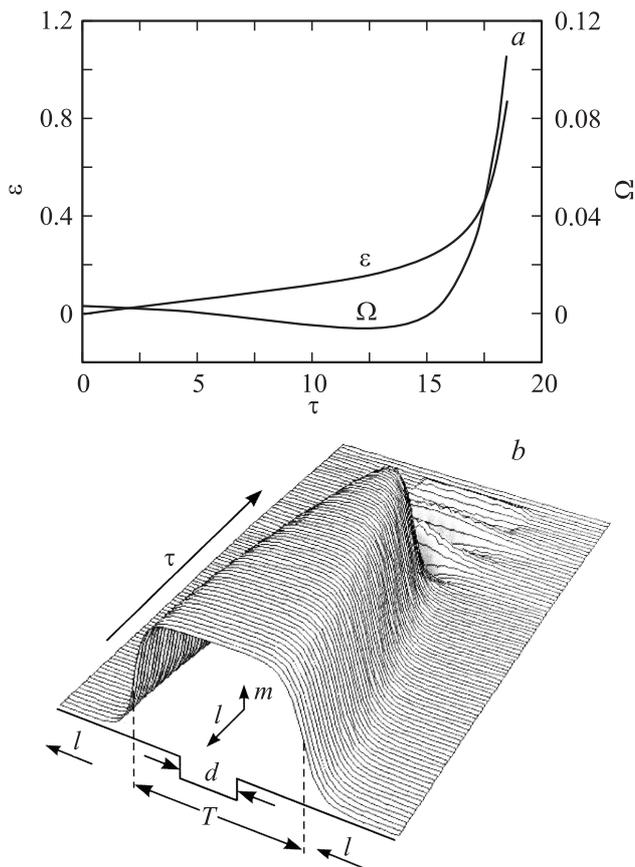


Рис. 3. Превращение зародыша новой фазы в затухающий бризер при $\beta = 0.01$. Эволюция параметров (a) солитонного решения и формы (b) взаимодействующих 90° межфазных стенок при $d = 3$.

новой фазы исчезает (рис. 3). На плоскости (kd) такое состояние соответствует области A (рис. 6).

Если ширина начального зародыша сравнима с шириной d , то с течением времени домен новой фазы, совершая колебания, локализуется на дефекте (рис. 4). При этом расстояние между межфазными стенками с течением времени будет оставаться больше ширины d . Такой случай соответствует области B на рис. 6. Граница раздела областей исчезновения зародыша домена новой фазы и закрепления зародыша на дефекте в зависимости от трех параметров k, d, g изображена на рис. 1. Зависимость частоты пульсационных колебаний магнитной неоднородности, закрепленной на „дефекте“, приведена на рис. 7. При малых k частота пульсации сначала возрастает, потом, с увеличением k , — уменьшается. Видно, что на кривой имеется максимум. Значение k , соответствующее максимуму частоты пульсационных колебаний, с ростом g , т.е. с отдалением от точки фазового перехода, сдвигается в сторону больших значений.

Если ширина начального зародыша меньше ширины d области с пониженной анизотропией, то 90° межфазные стенки выходят за пределы такой области, не совершая колебаний (рис. 5). Такие стенки со временем будут

двигаться в противоположных направлениях с постоянной скоростью, не взаимодействуя друг с другом. На плоскости (kd) этот случай соответствует области C (рис. 6).

Перейдем к анализу случая $\Omega(\tau = 0) > \Omega_0$, когда начальная амплитуда зародыша меньше критической. Поведение зародыша новой фазы является однотипным во всех областях изменения параметров неоднородности анизотропии A, B и C: магнитная неоднородность в виде бризера совершает колебательное движение с частотой, зависящей от параметра k . Зависимости частоты от параметра k для области B приведены на рис. 8. При учете диссипации бризер со временем затухает (рис. 9).

Возможность локализации магнитной неоднородности в области с пониженной магнитной анизотропией можно выявить из анализа линеаризованного уравнения (4). Это уравнение в отсутствие затухания ($\beta = 0$), полагая $\psi(\xi, \tau) = e^{i\omega\tau}\Psi(\xi)$, можно свести к уравнению, совпадающему со стационарным уравнением Шредингера

$$[-\partial_\xi^2 + U_0 f(\xi)]\psi(\xi) = E\psi(\xi),$$

где $U_0 = (1 + g)k$, $E = \omega^2 - 1 - g$. Из приведенного уравнения можно получить выражение, определяющее

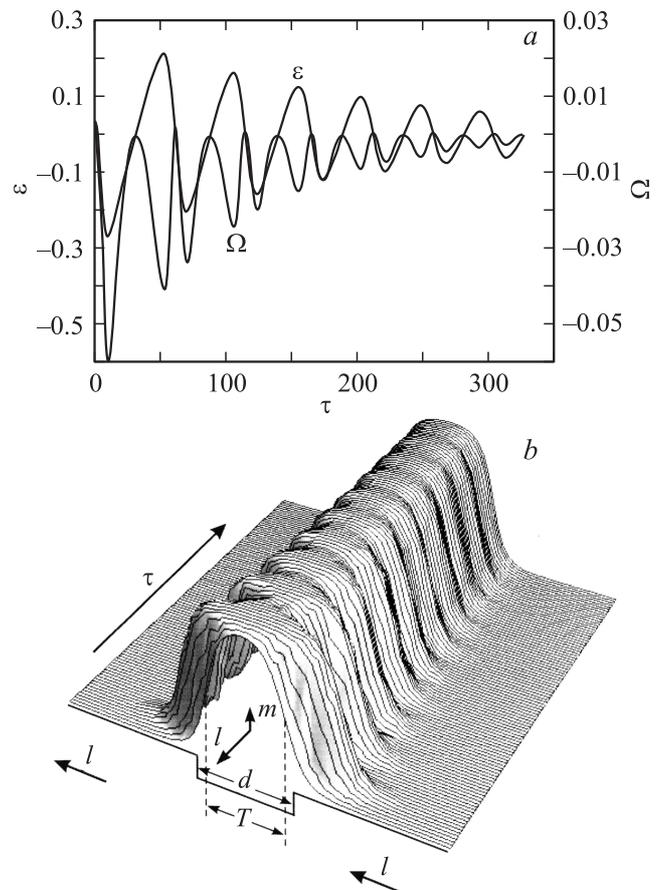


Рис. 4. Локализация взаимодействующих 90° межфазных стенок в области с пониженной анизотропией. Эволюция параметров (a) солитонного решения и формы (b) взаимодействующих 90° межфазных стенок при $d = 8$ и больших временах.

частоту ω [15]:

$$\omega = \sqrt{1+g} \left(1+k - (1+g)k^2 \frac{d^2}{4} \right)^{1/2} \text{ при } (1+g)k \frac{d^2}{4} \ll 1.$$

При $(1+g)kd^2/4 \geq 1$ частота ω , как показывают численные расчеты, с ростом k также уменьшается, что

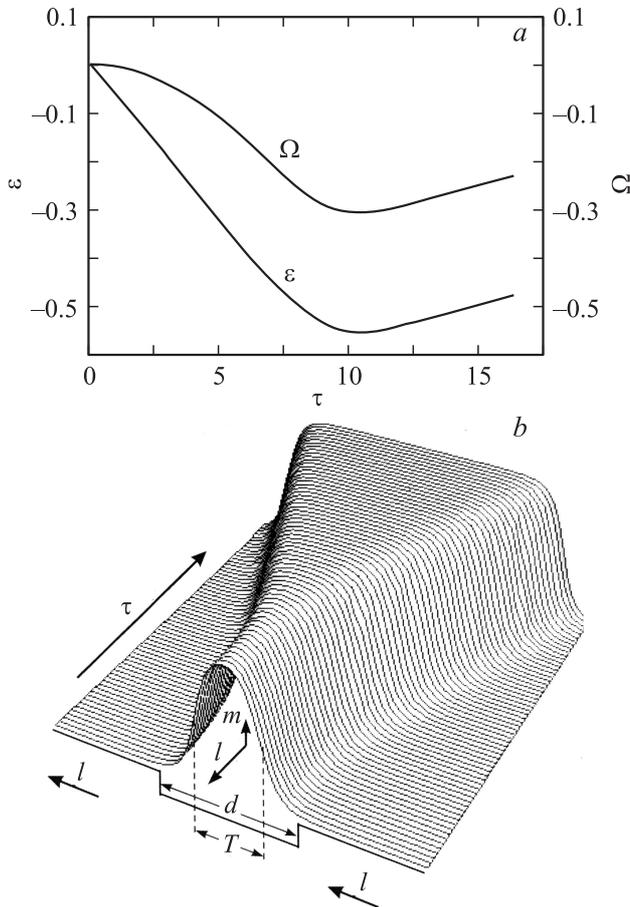


Рис. 5. Образование домена новой фазы в области с пониженной анизотропией. Эволюция параметров (а) солитонного решения и формы (b) взаимодействующих 90° межфазных стенок при $d = 12$ и небольших временах.

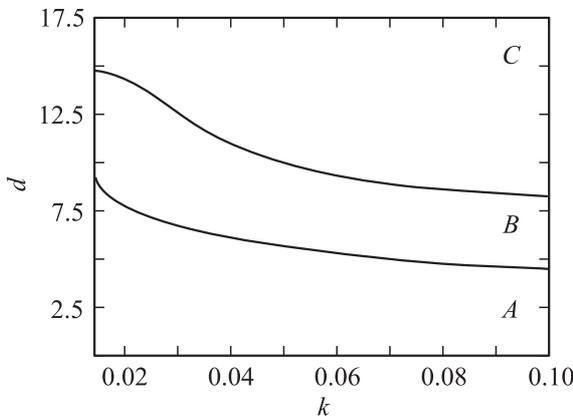


Рис. 6. Области исчезновения (A), закрепления на дефекте (B) и выхода за дефект (C) первоначальной магнитной неоднородности в виде взаимодействующих 90° межфазных стенок.

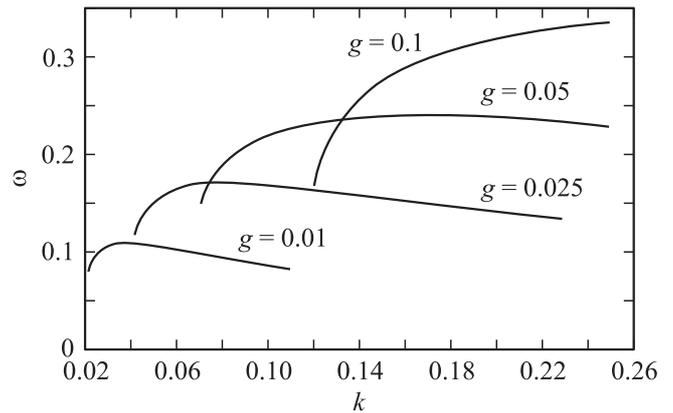


Рис. 7. Зависимость частоты пульсационных колебаний магнитной неоднородности, закрепленной на „дефекте“, в отсутствие затухания от параметра k при $d = 8$ и начальных данных $\Omega(0) = 0.08 < \Omega_0$, $\varepsilon_0 = 0$.

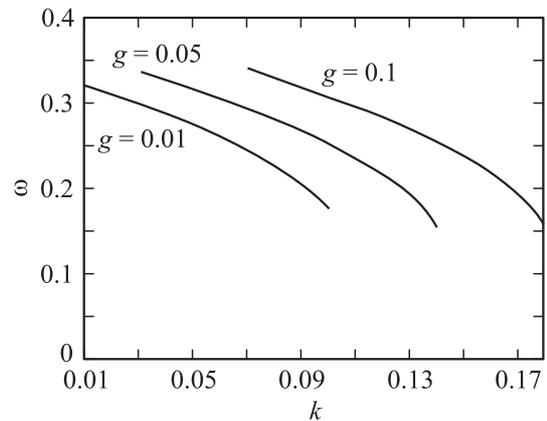


Рис. 8. Зависимость частоты колебаний магнитной неоднородности в виде бризера в отсутствие затухания от параметра k при $d = 8$ и начальных данных $\Omega(0) = 0.08 > \Omega_0$, $\varepsilon(0) = 0$.

совпадает с результатами, изложенными в [15]. Видно, что наблюдается уменьшение частоты колебаний с ростом параметра k . Такая зависимость частоты колебаний локализованного в яме магнона от глубины дефекта k качественно согласуется с зависимостью частоты бризера („маглонной капли“) $\omega = \omega(k)$, приведенной на рис. 8.

Известно, что сколь угодно малая яма связывает частицу [15]. При $k > 0$, $g \ll 1$ число связанных в потенциальной яме состояний (дискретных уравнений) подчиняется неравенству.

$$\sqrt{(1+g)k} \frac{d}{\pi} < N_{\text{con}} < \sqrt{(1+g)k} \frac{d}{\pi} + 1.$$

В рассматриваемой задаче в качестве частицы выступает магнон. Магнитную неоднородность в виде бризера (7) можно представить в виде пакета линейных волн, т.е. „маглонной капли“, образованного из множества взаимодействующих магнонов [16]. Существование такой статической магнитной неоднородности, связанной

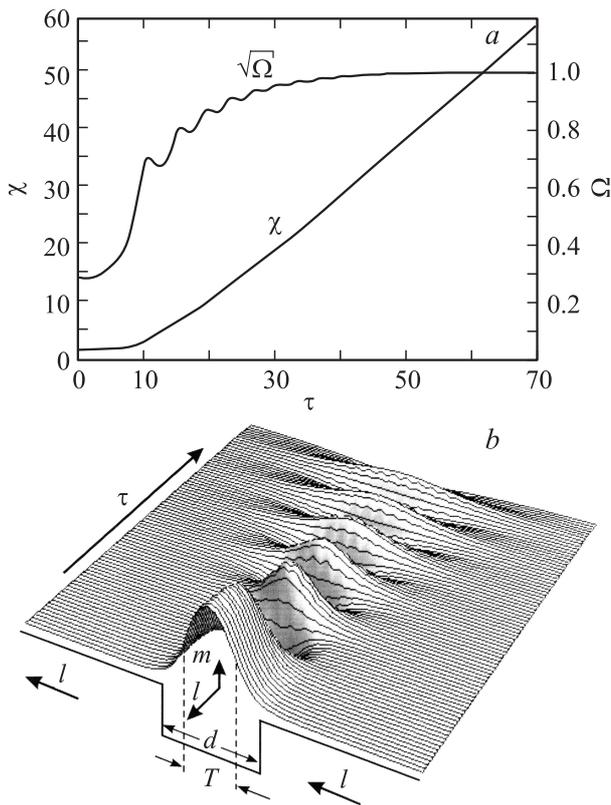


Рис. 9. Эволюция параметров (а) магнитной неоднородности с начальной амплитудой меньше критической и ее формы (b) при $d = 8, k = 0.08, g = 0.01, \Omega(0) = 0.08 > \Omega_0, \beta = 0.05$, где $\chi = \text{arccot}(-\varepsilon/\sqrt{\Omega})$.

с ямой, сильно зависит от ширины ямы. Согласно численным расчетам такое связанное состояние возникает, когда ширина неоднородности сравнима с шириной неглубокой ямы.

В случае сплавов интерметаллических соединений, указанных выше, уравнение, описывающее динамику магнитных зародышей, можно свести к уравнениям вида (7)–(8). Поэтому можно заключить, что результаты, изложенные выше, описывают динамику зародыша новой фазы в сплавах интерметаллического соединения $\text{Er}_2\text{Fe}_{14}\text{V}$ и в ряде других магнетиков.

Интересно заметить, что исследование динамики солитонов в потенциальной яме представляет интерес и с точки зрения развития солитонной модели атома водорода [17], где ширина ямы (боровский радиус) считается много большим размером солитона.

4. Заключение

Таким образом, в работе исследована солитонная модель зародыша новой фазы вблизи точки спин-переориентационного фазового перехода первого рода. Анализ модели показывает следующие результаты. В зависимости от ширины дефекта магнитной анизотропии

зародыш новой фазы с амплитудой больше критической исчезает, закрепляется на дефекте либо выходит за пределы области дефекта, приводя к образованию домена новой фазы. Когда начальная амплитуда зародыша меньше критической, он слабо реагирует на размеры дефекта и исчезает, превращаясь в затухающий бризер. Наличие в образце участков с пониженной анизотропией может приводить к образованию зародышей доменов новой фазы, еще не доходя до точки фазового перехода I рода, т. е. в недрах старой (стабильной) фазы до достижения температуры равновесного фазового перехода, что наблюдается экспериментально.

Список литературы

- [1] К.П. Белов, А.К. Звездин, А.М. Кадомцева, Р.З. Левитин. Ориентационные переходы в редкоземельных магнетиках. Наука, М. (1979). 317 с.
- [2] Е.А. Терешина, И.С. Терешина, С.А. Никитин, Г.С. Бурханов, О.Д. Чистяков, И.В. Телегина, В.А. Белоусова, Т. Палевски, Г. Друлис. ФТТ **50**, 54 (2008).
- [3] В.В. Еременко, Н.Ф. Харченко, Ю.Г. Литвиенко. Магнитооптика и спектроскопия антиферромагнетиков. Наук. думка, Киев (1989). 264 с.
- [4] A.V. Kimel, A. Kirilyuk, A. Tsvetkov, R.V. Pisarev, Th. Rasing. Nature **429**, 850 (2004).
- [5] П.А. Усачев, Р.В. Писарев, А.М. Балбашов, А.В. Кимель, А. Kirilyuk, Th. Rasing. ФТП **47**, 2200 (2005).
- [6] В.К. Власко-Власов, М.В. Инденбом. ЖЭТФ **86**, 1084 (1984).
- [7] М.В. Четкин, А.П. Кузьменко, А.В. Каминский, В.Н. Филатов. ФТТ **40**, 1656 (1998).
- [8] Р.М. Вахитов, А.Р. Юмагузин. ФТТ **43**, 65 (2001).
- [9] Е.Г. Екомасов, Ш.А. Азаматов, Р.Р. Муртазин. ФММ **105**, 341 (2008).
- [10] А.К. Звездин. Письма в ЖЭТФ **29**, 605 (1979).
- [11] В.Г. Барьяхтар, Б.А. Иванов, А.Л. Сукстанский. ЖЭТФ **78**, 1509 (1980).
- [12] Р.Р. Шафеев, В.Н. Назаров, М.А. Шамсутдинов. Вестн. Башкир. ун-та **16**, 326 (2011).
- [13] М.А. Шамсутдинов, И.Ю. Ломакина, В.Н. Назаров. ФММ **100**, 17 (2005).
- [14] Солитоны / Под ред. Буллафа Р., Кодри Ф. Мир, М. (1983). 408 с.
- [15] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Квантовая механика. Нерелятивистская теория. Т. 3. Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит. М. (1989). 767 с.
- [16] Б.А. Иванов, А.М. Косевич. ЖЭТФ **72**, 2000 (1977).
- [17] Ю.П. Рыбаков. Динамика сложных систем **3**, 3 (2009).