

11

Эффективная диэлектрическая проницаемость композита с эллипсоидальными включениями в матричной оболочке

© В.И. Пономаренко, И.М. Лагунов

Крымский федеральный университет им. В.И. Вернадского, Симферополь, Россия
E-mail: vponom@gmail.com

Поступило в Редакцию 16 апреля 2021 г.

В окончательной редакции 9 мая 2021 г.

Принято к публикации 8 июня 2021 г.

Рассмотрен композиционный материал на основе эллипсоидальных включений, распределенных в связующей среде. Получена формула для расчета эффективной диэлектрической проницаемости такого материала, учитывающая наличие на включениях слоя связующего вещества, препятствующего их непосредственному контакту. Показано соответствие расчетных значений эффективной диэлектрической проницаемости экспериментальным значениям для композита на основе отрезков проводящих волокон.

Ключевые слова: композиционный материал, радиопоглощающая структура, дифракция электромагнитных волн.

DOI: 10.21883/PJTF.2021.18.51469.18831

Композиционные материалы на основе включений в виде отрезков проводящих волокон, распределенных в диэлектрической матрице, перспективны для применения в технике СВЧ в качестве радиопоглощающих материалов [1,2]. Взаимодействие таких материалов с электромагнитным полем определяется их эффективной диэлектрической проницаемостью (ЭДП). В случае упорядоченного расположения включений расчет ЭДП может быть выполнен на основе решения дифракционной задачи [3]. При хаотическом расположении включений соответствующие эксперименту расчетные значения ЭДП дает применение модифицированной формулы Оделевского, а также с более высокой точностью применение обобщенной формулы для ЭДП композита на основе эллипсоидальных включений [4].

В настоящей работе предложен метод расчета ЭДП композита с эллипсоидальными включениями с учетом наличия на них матричной оболочки, препятствующей непосредственному электрическому контакту между включениями.

Поляризуемость α эллипсоида с покрытием, находящегося в среде с диэлектрической проницаемостью ε_m во внешнем поле, направленном вдоль главной оси, выражается с помощью известной формулы [5]:

$$\alpha = v^{(e)} \frac{(\varepsilon^{(e)} - \varepsilon_m) \left[\varepsilon^{(e)} + (\varepsilon^{(i)} - \varepsilon^{(e)}) (n^{(i)} - \eta n^{(e)}) \right] + \eta \varepsilon^{(e)} (\varepsilon^{(i)} - \varepsilon^{(e)})}{\left[\varepsilon^{(e)} + (\varepsilon^{(i)} - \varepsilon^{(e)}) (n^{(i)} - \eta n^{(e)}) \right] \left[\varepsilon_m + (\varepsilon^{(e)} - \varepsilon_m) n^{(e)} \right] + \eta n^{(e)} \varepsilon^{(e)} (\varepsilon^{(i)} - \varepsilon^{(e)})}, \quad (1)$$

где η — отношение объемов внутреннего и внешнего эллипсоидов, $\eta = v^{(i)}/v^{(e)}$, $n^{(i)}$ и $n^{(e)}$ — коэффициенты деполяризации (КД) вдоль главной оси. Индекс (i) относится к внутреннему эллипсоиду, индекс (e) — к внешнему. Формулу (1) можно записать в виде

$$\alpha = v^{(e)} \frac{\tilde{\varepsilon} - \varepsilon_m}{\varepsilon_m + n^{(e)}(\tilde{\varepsilon} - \varepsilon_m)}, \quad (2)$$

где обозначено

$$\tilde{\varepsilon} = \varepsilon^{(e)} + \eta \varepsilon^{(e)} \frac{\varepsilon^{(i)} - \varepsilon^{(e)}}{\varepsilon^{(e)} + (\varepsilon^{(i)} - \varepsilon^{(e)}) (n^{(i)} - \eta n^{(e)})}. \quad (3)$$

Формула (2) совпадает с выражением для поляризуемости эллипсоида, имеющего диэлектрическую проницаемость (3), объем и КД которого такие же, как у внешнего эллипсоида [6]. Это обстоятельство позволяет применить полученную в [4] в приближении теории эффективной среды формулу для ЭДП композита с гомогенными эллипсоидами-включениями к композиту с „двухслойными“ эллипсоидами, состоящими из собственно включений и покрывающей их матричной оболочки:

$$\frac{3(1-c)(\varepsilon_1 - \varepsilon)}{2\varepsilon + \varepsilon_1} + \frac{c(\varepsilon_2 - \varepsilon)}{(1-n)\varepsilon + n\varepsilon_2} = 0, \quad (4)$$

где ε — ЭДП, $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ — диэлектрические проницаемости матрицы и включений соответственно, c — объемная концентрация включений, n — коэффициент деполяризации включений. Простыми преобразованиями формула (4) приводится к квадратному уравнению относительно ε .

На рис. 1 изображен входящий в исследуемый композит эллипсоид с покрытием. Собственно эллипсоид-включение с диэлектрической проницаемостью ε_3 , коэффициентом деполяризации $n^{(i)}$ и объемом $v^{(i)}$ находится внутри эллипсоида из материала матрицы с КД $n^{(e)}$ и объемом $v^{(e)}$. Этому „двойному“ эллипсоиду можно сопоставить гомогенный эллипсоид с диэлектрической проницаемостью $\tilde{\varepsilon}$, вычисляемой по формуле (3), в

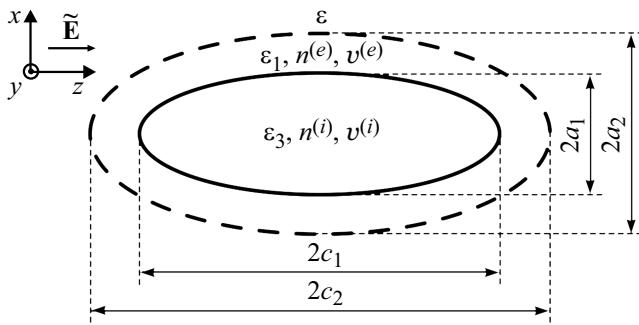


Рис. 1. Эллипсоид-включение с матричной оболочкой, находящийся в среде с эффективной диэлектрической проницаемостью во внешнем поле, направленном вдоль оси z .

которой следует сделать замены

$$\varepsilon^{(i)} \rightarrow \varepsilon_3, \varepsilon^{(e)} \rightarrow \varepsilon_1, v^{(i)} = \frac{4}{3}\pi a_1 b_1 c_1, v^{(e)} = \frac{4}{3}\pi a_2 b_2 c_2, \quad (5)$$

где a_1, b_1, c_1 — размеры полуосей внутреннего эллипсоида по осям x, y, z ; a_2, b_2, c_2 — размеры полуосей внешнего эллипсоида; $n^{(i)}$ и $n^{(e)}$ — коэффициенты деполяризации внутреннего и внешнего эллипсоида.

Вычислив величину $\tilde{\varepsilon}$, следует сделать в формуле (4) для ЭДП композита с включениями вида, изображенного на рис. 1, следующие замены:

$$n \rightarrow n^{(e)}, \quad \varepsilon_2 \rightarrow \tilde{\varepsilon}. \quad (6)$$

Обозначим через p объемную концентрацию в композите эллипсоидов-включений без покрытия. Тогда композиту, в котором включениями являются эллипсоиды с покрытием, соответствует объемная концентрация включений c ,

$$c = p \frac{v^{(e)}}{v^{(i)}} = \frac{a_2 b_2 c_2}{a_1 b_1 c_1} p. \quad (7)$$

Для рассматриваемого далее композита на основе отрезков углеродных волокон-диполей, длина которых на порядки превосходит их толщину, моделью включения является вытянутый эллипсоид вращения, объем которого равен объему включения [2]. Такой эллипсоид эффективно взаимодействует лишь с составляющей электрического поля вдоль его длинной оси. Это позволяет сопоставить композиту с тонкими хаотически ориентированными в плоскости включениями композит с одинаково ориентированными в направлении поля включениями и применить формулу (4), произведя в (7) замену

$$p \rightarrow Kp, \quad (8)$$

где K — фактор ориентации, $K = 1$ при ориентации длинных осей эллипсоидов вдоль поля, $K = 1/3$ при хаотической ориентации включений в пространстве и $K = 1/2$ при хаотической ориентации в плоскости, параллельной среднему полю в композите [2].

Расчет ЭДП композита на основе хаотически ориентированных в плоскости цилиндрических диполей

проводился на основе сопоставления диполям равно-объемных эллипсоидов с использованием замены (8). Длина диполей $2h = 10 \text{ mm}$, их радиус $r = 4 \mu\text{m}$, удельная проводимость $\sigma = 71\,400 \text{ S/m}$, диэлектрическая проницаемость матрицы $\varepsilon_1 = 1.8$, объемная концентрация диполей $p = 0.05\%$. Такие значения параметров соответствуют композиту на основе углеродных волокон, экспериментально исследованному в [2]. Экспериментальные значения компонент ЭДП этого композита при разных значениях частоты f приведены на рис. 2, a, b (экспериментальные данные 1).

Большая полуось сопоставляемого цилиндрическому диполю эллипсоида $c_1 = h$, малая полуось $a_1 = b_1 = \sqrt{3/2}r$ определена исходя из условия равенства объемов диполя и эллипсоида. Коэффициенты деполяризации вычислялись по известной формуле [6]. Диэлектрическая проницаемость эллипсоида без покрытия вычислялась по формуле $\varepsilon_3 = (i\sigma/\omega)/\varepsilon_0$, где

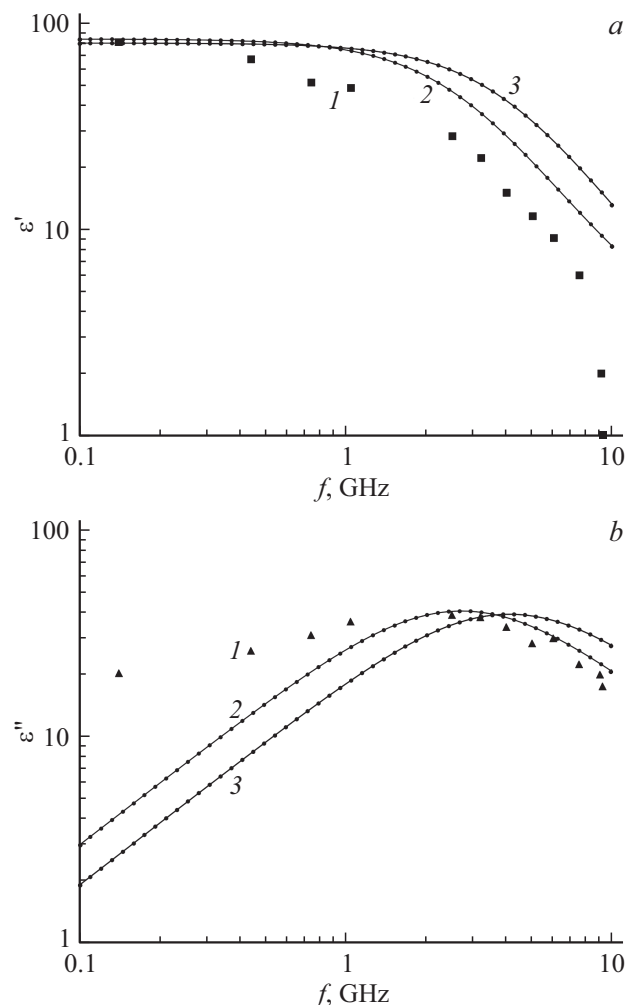


Рис. 2. Зависимости вещественной (а) и мнимой (b) частей эффективной диэлектрической проницаемости композита на основе углеродных волокон от частоты. 1 — экспериментальные данные, 2 — расчет по полученным формулам, 3 — расчет по модифицированной формуле Оделевского.

i — мнимая единица, ω — циклическая частота, ε_0 — диэлектрическая проницаемость вакуума.

Расчетные частотные зависимости компонент ЭДП, полученные с применением приведенных выше формул, изображены на рис. 2, a, b (кривые 2). При расчетах полагалось $c_2 = 1.2c_1 = 1.2h$, $a_2 = 10a_1 = 10\sqrt{3/2}r$, $b_2 = a_2$.

На рис. 2, a, b (кривые 3) приведены результаты расчета ЭДП с применением модифицированной формулы Оделевского [7]:

$$\varepsilon = \varepsilon_1 \left(1 + \frac{Kp}{(1 - Kp/p_c)n + \varepsilon_1/(\varepsilon_3 - \varepsilon_1)} \right), \quad (9)$$

где p_c — параметр, трактуемый как порог перколяции. Варьирование параметра p_c показало, что его значение, равное 0.0029, обеспечивает оптимальное соответствие расчетных значений ε экспериментальным.

Из рисунков видно, что расчетные значения как вещественной, так и мнимой частей ЭДП для модели „двухслойных“ включений ближе к экспериментальным значениям, чем полученные при расчете ЭДП по формуле (9). Сравнение кривых 2 с результатами расчета ЭДП такого же композита по обобщенной формуле, приведенными в [4], показывает их близость в большей части частотного диапазона.

Получены формулы для ЭДП композита с эллипсоидальными включениями, покрытыми матричным слоем. Показано соответствие расчетных значений ЭДП экспериментальным значениям для композита на основе отрезков проводящих волокон при соответствующем подборе размеров матричной оболочки. Приведено сравнение результатов расчета ЭДП по полученным формулам известными методами.

Благодарности

Авторы выражают благодарность К.Н. Розанову за любезно предоставленные экспериментальные данные, использованные в настоящей работе для сравнения с ними результатов численных расчетов.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] A.N. Lagarkov, A.K. Sarychev, Y.R. Smychkovich, A.P. Vinogradov, J. Electromagn. Waves Appl., **6** (9), 1159 (1992).
- [2] К.Н. Розанов, *Частотно-зависимые магнитные и диэлектрические свойства композитных материалов для широкополосных СВЧ применений*, докт. дис. (ИТПЭ РАН, М., 2018).
- [3] В.И. Пономаренко, И.М. Лагунов, Радиотехника и электроника, **64** (5), 440 (2019). DOI: 10.1134/S0033849419050103

- [4] В.И. Пономаренко, И.М. Лагунов, Радиотехника и электроника, **66** (4), 345 (2021). DOI: 10.31857/S0033849421040094
- [5] К. Борен, Д. Хафмен, *Поглощение и рассеяние света малыми частицами* (Мир, М., 1986).
- [6] Б.Я. Балагуров, *Электрофизические свойства композитов. Макроскопическая теория* (ЛЕНАНД, М., 2018).
- [7] С.Н. Старостенко, К.Н. Розанов, А.О. Ширяев, А.Н. Лагарьков, А.Н. Шалыгин, ФТТ, **59** (11), 2183 (2017). DOI: 10.21883/ФТТ.2017.11.45058.20k