

Роль электрон-электронного взаимодействия в процессе захвата носителей заряда в гетероструктурах с глубокими квантовыми ямами

© Л.В. Данилов[¶], Г.Г. Зегря

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук,
194021 Санкт-Петербург, Россия

(Получена 6 марта 2013 г. Принята к печати 19 марта 2013 г.)

Изучена роль электрон-электронного взаимодействия в процессе захвата электронов в глубокую квантовую яму. На примере двух- и трехуровневой квантовых ям были рассмотрены основные механизмы захвата электронов — при взаимодействии с оптическими фононами и кулоновского взаимодействия между собой, рассчитаны соответствующие вероятности захвата и времена жизни электронов. Также было учтено влияние оже-рекомбинации на распределение носителей заряда в квантовой яме. С учетом этого решена система скоростных уравнений для нестационарного режима и найдены временные зависимости концентраций электронов на основном энергетическом уровне в квантовой яме. Показаны вклады каждого из рассмотренных процессов рекомбинации.

1. Введение

Для анализа процессов кулоновского захвата предлагается рассмотреть гетероструктуру с глубокой квантовой ямой (КЯ) $\text{AlSb/InAs}_{0.84}\text{Sb}_{0.16}/\text{AlSb}$. Ранее для данной структуры были подробно изучены процессы оже-рекомбинации неравновесных носителей заряда [1], а также вычислены основные пороговые характеристики инфракрасного (ИК) лазера на ее основе [2]. Оже-рекомбинация (ОР) оказывает существенное влияние на рабочие характеристики лазера — увеличение тока накачки, снижение квантовой эффективности излучения. Наиболее ярко ОР проявляется в узкозонных полупроводниках, где становится преобладающим процессом рекомбинации носителей заряда. В работах [1,2] были установлены условия, при которых скорость безызлучательной оже-рекомбинации [3] имеет наименьшие значения. Эффективность захвата носителей также оказывает непосредственное влияние на величину пороговой плотности тока накачки, это отражается коэффициентом захвата или вероятностью захвата. Особо важное значение эффективность захвата имеет для глубоких квантовых ям, где основной уровень энергии электрона в яме может отстоять от начала сплошного спектра на сотни мэВ. При этом вероятность непосредственного захвата с испусканием оптического фона мала. Кроме того, в зависимости от ширины квантовая яма может содержать достаточно большое количество энергетических уровней, что приводит к перераспределению электронной плотности, что в свою очередь препятствует созданию необходимой пороговой концентрации носителей на основном энергетическом уровне. В этом случае конструктивную роль может играть взаимодействие между электронами (дырками).

Данная работа посвящена теоретическому исследованию роли электрон-электронного взаимодействия в процессе захвата носителей заряда в КЯ при их накачке в гетероструктурах. На рис. 1 показана энергетическая диа-

грамма исследуемой структуры $\text{AlSb/InAs}_{0.84}\text{Sb}_{0.16}/\text{AlSb}$. В данном случае квантовая яма содержит два уровня энергии для электронов. Как показывает расчет, такой случай реализуется при ширине квантовой ямы в интервале 45–85 Å. Положение уровней размерного квантования было найдено согласно дисперсионным уравнениям, полученным на основании четырехзонной модели Кейна [3]. В работе [1] было установлено, что область наибольшего подавления оже-рекомбинации для данной гетероструктуры соответствует интервалу значений ширины квантовой ямы 45–100 Å, при этом в вычислениях энергия спин-отщепленной зоны принималась равной 0.6 эВ. Однако по последним эксперимен-

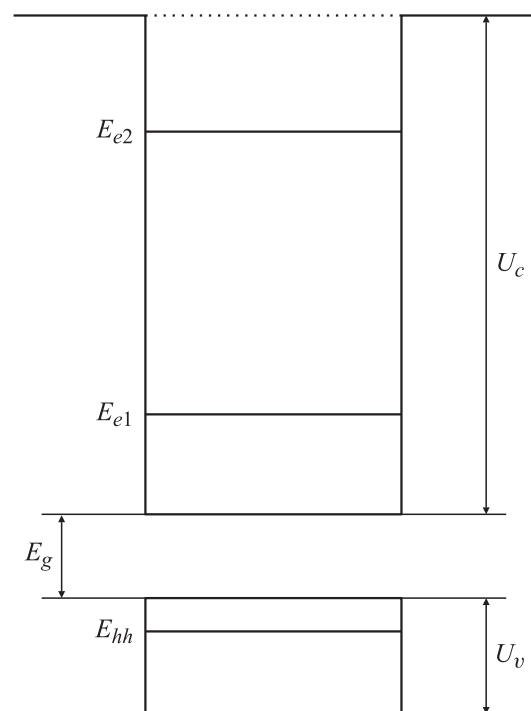


Рис. 1. Зонная диаграмма гетероструктуры с двухуровневой глубокой квантовой ямой для электронов.

[¶] E-mail: danleon84@mail.ru

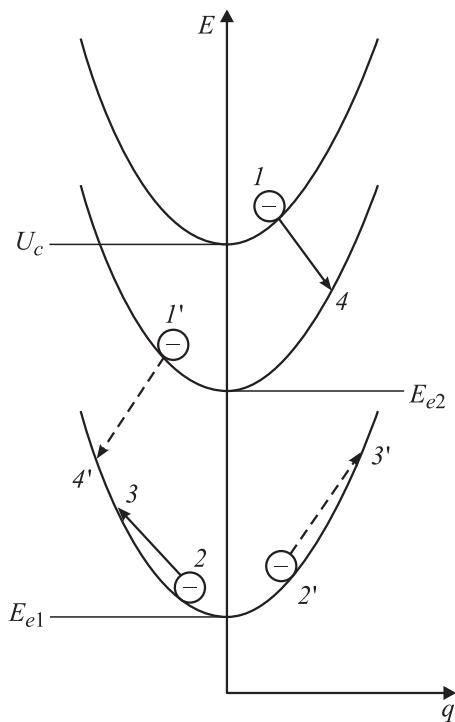


Рис. 2. Схема процессов кулоновского захвата: сплошными стрелками показан 3211-процесс, пунктирными стрелками показан 2111-процесс.

тальным данным величина Δ_{so} для тройного раствора $\text{InAs}_{0.84}\text{Sb}_{0.16}$ составляет 0.41 эВ [4,5]. С учетом этого СННС-процесс оже-рекомбинации [6] возможен вплоть до значения ширины квантовой ямы 100 Å, когда выполняется условие $E_{g1} + E_{e1} + E_{hh} \leq \Delta_{so1}$. Также положение зоны спин-отщепленных дырок оказывает влияние на состояние электронов в зоне проводимости, что приводит к изменению их энергетического спектра. Условие $E_{g1} + E_{e1} + E_{hh} \leq E_{e2} - E_{e2}$, при котором СНСС-процесс ОР реализуется по пороговому механизму [3], соответствует значению ширины квантовой ямы $a < 115$ Å. Таким образом, область наибольшего подавления ОР для нашего материала существенно сужается и составляет 100–115 Å.

В основе процесса кулоновского захвата, так же как и оже-рекомбинации, лежит процесс рассеяния носителей заряда при взаимодействии друг с другом. На рис. 2 на примере двухуровневой квантовой ямы схематически изображены основные переходы электронов. При этом учитывается взаимодействие между электронами, прилегающими к сплошному спектру (с энергией U_c), и электронами внутри ямы (уровень E_{e1}) — сплошные стрелки, а также между электронами на уровнях E_{e1} и E_{e2} — пунктирные стрелки. Цифрами 1, 2 и 1', 2' обозначены начальные состояния; 3, 4 и 3', 4' — конечные состояния после рассеяния. Рассматриваемые процессы принято обозначать набором индексов, соответствующих номерам энергетических подзон квантовой ямы для

начальных и конечных состояний [7–9]. Так, для процесса, показанного сплошными стрелками, имеем обозначение 3211, здесь под цифрой 3 принимаем положение электронов в сплошном спектре с энергией U_c . Процессу, показанному пунктирными стрелками, соответствует обозначение 2111, при этом возбужденный электрон основного энергетического состояния КЯ остается в той же подзоне размерного квантования, а увеличивается только его продольная составляющая квазиимпульса. При увеличении ширины квантовой ямы ($a > 85$ Å), с появлением третьего энергетического уровня размерного квантования особый интерес представляет случай резонансного захвата, когда электрон сплошного спектра в результате кулоновского взаимодействия переходит на ближайший к нему третий энергетический уровень в яме, а электрон основного состояния возбуждается во вторую подзону КЯ. Скорость такого процесса рассеяния может быть достаточно велика, что способствует более эффективному заполнению квантовой ямы. Кроме того, как упоминалось выше, при ширине квантовой ямы 115 Å СНСС-процесс ОР становится резонансным, с переходом возбужденного электрона во вторую подзону. Скорость такого процесса на несколько порядков превышает скорость порогового СНСС-процесса [1,2], что приводит к уменьшению концентрации электронов на основном энергетическом уровне, а следовательно, приводит к необходимости увеличения тока накачки. Оба обозначенных механизма рекомбинации будут также подробно разобраны далее.

В расчетах использовались следующие параметры исследуемой полупроводниковой структуры [10,11]: ширина запрещенной и спин-отщепленной зоны в узкозонном материале ($\text{InAs}_{0.84}\text{Sb}_{0.16}$) $E_{g1} = 0.245$ эВ и $\Delta_{so1} = 0.41$ эВ, для широкозонного материала (AlSb) $E_{g2} = 1.616$ эВ и $\Delta_{so2} = 0.676$ эВ, разрывы валентной зоны и зоны проводимости $U_v = 0.118$ эВ и $U_c = 1.27$ эВ соответственно; эффективные массы электронов, тяжелых и спин-отщепленных дырок $m_c = 0.018m_0$, $m_{hh} = 0.413m_0$, $m_{so} = 0.16m_0$ для $\text{InAs}_{0.84}\text{Sb}_{0.16}$, эффективная масса электрона для AlSb $m_c = 0.1m_0$. Статическая диэлектрическая постоянная $\kappa_0 = 15.4$. Все расчеты и исходные значения приведены для комнатной температуры $T = 300$ К.

2. Основные уравнения

Для начала рассмотрим квантовую яму, содержащую два электронных уровня энергии (рис. 1). В этом случае существуют два основных механизма захвата — 3211, при котором электроны, находящиеся в начальных состояниях с энергиями U_c и E_{e1} , в результате акта рассеяния переходят в состояния E_{e2} и E_{e1} -возбужденное соответственно, и механизм 2111, при котором электроны, изначально занимающие состояния E_{e2} и E_{e1} , под действием кулоновского возмущения переходят в возбужденные состояния в подзоне E_{e1} (рис. 2). Ве-

роятность указанных процессов в рамках 1-го порядка теории возмущений по электрон-электронному взаимодействию дается выражением

$$W_{ee} = \frac{2\pi}{\hbar} |M_{ee}|^2 \delta(E_f - E_i), \quad (1)$$

где

$$M_{ee} = \left\langle \Psi_f(r_1, r_2) \left| \frac{e^2}{\kappa_0 |r_1 - r_2|} \right| \Psi_i(r_1, r_2) \right\rangle \quad (2)$$

— матричный элемент электрон-электронного взаимодействия, r_1 и r_2 — координаты носителей, e — заряд электрона, κ_0 — статическая диэлектрическая проницаемость полупроводника. Ψ_i , Ψ_f и E_i и E_f — волновые функции и полные энергии начального и конечного состояний системы двух электронов, участвующих в акте рассеяния.

Для дальнейших вычислений удобно переписать матричный элемент в импульсном представлении:

$$M_{ee} = \frac{4\pi e^2}{\kappa_0} \int \frac{I^{14}(q_z) I^{23}(q_z)}{(q_3 - q_2)^2 + q_z^2} \frac{dq_z}{2\pi} \delta_{q_1 - q_4, q_2 - q_3}, \quad (3)$$

q_k — волновой вектор состояния k в плоскости квантовой ямы, $k = 1, 2, 3, 4$ (см. рис. 2); q_z — модуль переданного при взаимодействии волнового вектора в направлении z , перпендикулярном гетерогранице; I^{14} и I^{23} — интегралы перекрытия между волновыми функциями электронов в начальном и конечном состояниях.

Волновые функции носителей S - и P -симметрии в рамках четырехзонной модели Кейна [12] были найдены в работе [3]. Записанные в матричном виде волновые функции электронов внутри квантовой ямы имеют вид

$$\begin{aligned} \Psi_{sc} &= A_1 \cos k_c x \eta + A_2 \sin k_c x \xi, \\ &= \frac{i\hbar\gamma}{Z} A_1 \begin{pmatrix} k_c \sin k_c x \eta - \lambda_c q \cos k_c x \xi \\ -iq \cos k_c x \eta + i\lambda_c k_c \sin k_c x \xi \\ -\lambda_c k_c \sin k_c x \xi + \lambda_c q \cos k_c x \eta \end{pmatrix} \\ &+ \frac{i\hbar\gamma}{Z} A_2 \begin{pmatrix} -k_c \cos k_c x \xi - \lambda_c q \sin k_c x \eta \\ -i\lambda_c k_c \cos k_c x \eta - iq \sin k_c x \xi \\ -\lambda_c q \sin k_c x \xi - \lambda_c k_c \cos k_c x \eta \end{pmatrix}, \quad (4) \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \xi &= 1/\sqrt{2} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \eta = 1/\sqrt{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \\ Z &= \frac{\mathcal{E}^2 + \mathcal{E}(2E_g + 2\delta) + (E_g + 3\delta)E_g}{\mathcal{E} + E_g + 2\delta}, \\ \tilde{Z} &= \frac{\mathcal{E}^2 + \mathcal{E}(2E_g + 2U_v + 2\tilde{\delta}) + (E_g + U_v + 3\tilde{\delta})(E_g + U_v)}{\mathcal{E} + E_g + U_v + 2\tilde{\delta}}, \\ \lambda_c &= \frac{\delta}{\mathcal{E} + E_g + 2\delta}, \\ \tilde{\lambda}_c &= \frac{\tilde{\delta}}{\mathcal{E} + E_g + U_v + 2\tilde{\delta}}, \end{aligned}$$

k_c — поперечная компонента квазиимпульса электронов в квантовой яме, q — продольный импульс электронов,

$\delta = \Delta_{so1}/3$ и $\tilde{\delta} = \Delta_{so2}/3$; A_1, A_2 — нормировочные константы; a — ширина квантовой ямы, γ — кейновский матричный элемент.

Для вычисления скорости захвата необходимо просуммировать вероятность (1) по всем начальным и конечным состояниям электронов с соответствующими весами — числами заполнения:

$$\begin{aligned} G_{ee} &= \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{q_1, q_2, q_3, q_4} |M_{ee}|^2 f_1 f_2 (1 - f_3) \\ &\times (1 - f_4) \delta(E_3 + E_4 - E_1 - E_2), \quad (5) \end{aligned}$$

E_k — полная энергия электрона с продольным импульсом q_k , δ -функция здесь отражает закон сохранения энергии при переходе; f_1, f_2 — функции распределения электронов в начальном состоянии, а f_3 и f_4 — в конечном состоянии. Следует отметить, что функции распределения введены для каждой подзоны в отдельности. Такое допущение правомерно, поскольку внутривозонные процессы релаксации протекают значительно быстрее, чем межподзонные. Поэтому в любой момент времени распределение электронов внутри подзоны можно считать квазиравновесным. Функциями распределения возбужденных носителей f_3, f_4 в дальнейшем будем пренебрегать.

Для невысоких концентраций носителей заряда ($\leq 10^{11} \text{ см}^{-2}$) функции распределения можно считать бальцмановскими:

$$\begin{aligned} f_1(q_1) &= \frac{n_1}{N_c} \exp\left(-\frac{\hbar^2 q_1^2}{2m_c k_B T}\right), \\ f_2(q_2) &= \frac{n_2}{N_c} \exp\left(-\frac{\hbar^2 q_2^2}{2m_c k_B T}\right), \quad (6) \end{aligned}$$

$N_c = m_c k_B T / \pi \hbar^2$ — двумерная плотность состояний; n_1 и n_2 — концентрации электронов на первом и втором энергетическом уровне в КЯ.

Для дальнейших вычислений по аналогии с оже-рекомбинацией удобно ввести понятие коэффициента захвата:

$$C_{ee}^{ijmn} = \frac{G_{ee}^{ijmn}}{n_i n_m}. \quad (7)$$

Для случая двухуровневой квантовой ямы индексы принимают следующие значения: $i = (2, 3)$, $j = (2, 1)$, $m = 1$, $n = 1$; n_i, n_m — двумерные концентрации носителей в начальных состояниях.

Запишем систему скоростных уравнений для концентрации электронов на первом n_1 и втором n_2 энергетических уровнях в КЯ:

$$\begin{aligned} \frac{dn_1}{dt} &= C_{ee}^{2111} n_1 n_2 - C_a^{\text{CHCC}} n_1^2 p - C_a^{\text{CHNS}} n_1 p^2 - \frac{n_1}{\tau_r} + \frac{n_2}{\tau_{1,2}}, \\ \frac{dn_2}{dt} &= C_{ee}^{3211} n_3 n_1 - C_{ee}^{2111} n_1 n_2 + \frac{n_3}{\tau_{2,3}} - \frac{n_2}{\tau_{1,2}}, \quad (8) \end{aligned}$$

C_a^{CHCC} и C_a^{CHNS} — коэффициенты CHCC- и CHNS-процессов оже-рекомбинации [3,6]; p — концентрация ды-

рок; τ_r — время излучательной рекомбинации электронно-дырочной пары; $\tau_{i,f}$ — время релаксации с испусканием оптического фонона при переходе электрона с уровня f на уровень i . Под n_3 понимается двумерная концентрация электронов сплошного спектра с энергией U_c . В свою очередь n_3 связана с плотностью тока накачки, $n_3/a \propto J$, где a — ширина квантовой ямы.

3. Расчет времени захвата при релаксации на оптических фононах

Рассмотрим наиболее простой случай, когда в процессе захвата в квантовую яму основную роль играет взаимодействие электронов с оптическими фононами. Очевидно, что такой сценарий реализуется в начальный момент подведения тока накачки, когда квантовая яма еще не содержит достаточного количества свободных электронов и, следовательно, можно не учитывать взаимодействия с ними. Тогда система (8) принимает вид

$$\begin{aligned} \frac{dn_1}{dt} &= \frac{n_2}{\tau_{1,2}} - \frac{n_1}{\tau_r}, \\ \frac{dn_2}{dt} &= \frac{n_3}{\tau_{2,3}} - \frac{n_2}{\tau_{1,2}}. \end{aligned} \quad (9)$$

Вероятность безызлучательного перехода в единицу времени при взаимодействии с оптическими фононами дается формулой [13,14]

$$\begin{aligned} W_{i,f} &= \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{q_c} \sum_{q_p} |C_{e-p}|^2 |J_{i,f}(q_{p\perp})|^2 \delta_{q_p, q_{c_i} - q_{c_f}} \\ &\times \delta \left[\varepsilon_{c_i} + \frac{\hbar^2 q_{c_i}^2}{2m_c} - \varepsilon_{c_f} - \frac{\hbar^2 q_{c_f}^2}{2m_c} - \hbar\omega_0 \right], \end{aligned} \quad (10)$$

где C_{e-p} — определяет энергию электронно-фононного взаимодействия:

$$|C_{e-p}|^2 = \frac{2\pi e^2 \hbar \omega_0}{V(q_{p\parallel}^2 + q_{p\perp}^2) \kappa}, \quad \frac{1}{\kappa} = \frac{1}{\kappa_\infty} - \frac{1}{\kappa_0}, \quad (11)$$

V — нормировочный объем; $q_{p\parallel}$ и $q_{p\perp}$ — компоненты волнового вектора фонона, параллельные и перпендикулярные плоскости квантовой ямы; q_c — компонента волнового вектора электрона, лежащая в плоскости ямы; κ_∞ и κ_0 — высоко- и низкочастотные диэлектрические проницаемости кристалла; $\hbar\omega_0$ — энергия оптического фонона.

Интеграл $J_{i,f}(q_{p\perp})$ характеризует перекрытие волновых функций электрона на уровнях i и f :

$$J_{i,f}(q_{p\perp}) = \int \psi_f(x)^* \exp(-iq_{p\perp}x) \psi_i(x) dx. \quad (12)$$

Время релаксации задается величиной, обратной вероятности $\tau_{i,f} = W_{i,f}^{-1}$.

Решая систему (9), получаем временные зависимости концентраций электронов в основной и второй энергетических подзонах КЯ:

$$\begin{aligned} n_1(t) &= n_3 \frac{\tau_r}{\tau_{2,3}} \left(1 - \frac{\tau_r}{\tau_r - \tau_{1,2}} \exp(-t/\tau_r) \right) \\ &\quad + \frac{\tau_{1,2}}{\tau_r - \tau_{1,2}} \exp(-t/\tau_{1,2}), \\ n_2(t) &= n_3 \frac{\tau_{1,2}}{\tau_{2,3}} \left(1 - \exp(-t/\tau_{1,2}) \right). \end{aligned} \quad (13)$$

В стационарном режиме ($t \rightarrow \infty$) концентрации электронов на первом и втором энергетических уровнях в КЯ зависят от концентрации инжектируемых носителей n_3 и достигают следующих значений насыщения: $n_1 = n_3 \frac{\tau_r}{\tau_{2,3}}$ и $n_2 = n_3 \frac{\tau_{1,2}}{\tau_{2,3}}$. Как будет показано далее, при значениях концентрации $n_1 > 10^{10} \text{ см}^{-2}$ существенным становится кулоновское взаимодействие между электронами, и при составлении системы скоростных уравнений необходимо учитывать вклад электрон-электронного рассеяния в распределении носителей заряда внутри КЯ.

4. Кулоновский захват электронов

4.1. Двухуровневая квантовая яма

По мере заполнения электронами квантовой ямы существенным становится их взаимодействие между собой, а также с приграничными электронами сплошного спектра. Для начала рассмотрим важный случай, когда кроме релаксации на оптических фононах в общий поток электронов вносит вклад кулоновский захват, обусловленный взаимодействием приграничных электронов с электронами внутри КЯ.

Для указанных на рис. 2 случаев захвата должны выполняться законы сохранения энергии и продольной (лежащей в плоскости ямы) составляющей импульса электрона:

$$\begin{aligned} E_{ei} + \frac{\hbar^2 \mathbf{q}_1^2}{2m_c} + E_{em} + \frac{\hbar^2 \mathbf{q}_2^2}{2m_c} &= E_{ej} + \frac{\hbar^2 \mathbf{q}_4^2}{2m_c} + E_{en} + \frac{\hbar^2 \mathbf{q}_3^2}{2m_c}, \\ \mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2 &= \mathbf{q}_3 + \mathbf{q}_4, \end{aligned} \quad (14)$$

$\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2$ — векторы продольных импульсов электронов в начальном состоянии; $\mathbf{q}_3, \mathbf{q}_4$ — продольные импульсы электронов после перехода.

Решим систему (14), получим выражение для модуля вектора \mathbf{q}_3 :

$$\begin{aligned} q_3 &= \frac{q_1 \cos \gamma + q_2 \cos(\gamma - \alpha)}{2} \\ &\pm \sqrt{\frac{(q_1 \cos \gamma + q_2 \cos(\gamma - \alpha))^2}{4} - q_1 q_2 \cos \alpha + \frac{m}{\hbar^2} \Delta_{ee}}. \end{aligned} \quad (15)$$

Здесь $\Delta_{ee} = E_{ei} + E_{em} - E_{ej} - E_{en}$, α и γ — углы между векторами $\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2$ и $\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_3$ соответственно.

Очевидно, что максимальное значение q_3 зависит от модулей векторов q_1 и q_2 :

$$q_3^{\max} = \frac{q_1 + q_2}{2} + \sqrt{\frac{m_c}{\hbar^2} \Delta_{ee}}. \quad (16)$$

Соответственно для минимального значения имеем

$$q_3^{\min} = \sqrt{\frac{m_c}{\hbar^2} \Delta_{ee}}. \quad (17)$$

Найдем коэффициенты захвата C_{ee}^{3211} и C_{ee}^{2111} . Для этого подставим выражения (2), (6) в формулу (5), заменим суммирование по волновым векторам начальных и конечных состояний электронов интегрированием и воспользуемся свойством символа Кронекера. Далее, распишем аргумент δ -функции согласно системе (14) и приведем ее к виду $\delta(q_2 - Q(q_1, q_3))$, где

$$Q(q_1, q_3) = \frac{q_3^2 - q_1 q_3 \cos \gamma - \frac{m_c}{\hbar} \Delta_{ee}}{q_3 \cos(\gamma - \alpha) - q_1 \cos \alpha}. \quad (18)$$

Далее, интегрируя по q_2 , для скорости захвата получаем

$$G_{ee}^{ijmn} = \frac{m_c e^4 n_i n_m}{4\pi^4 k_0^2 \hbar^3 N_c^2} \times \left| \iiint \frac{J_{14}(q_z) J_{23}(q_z)}{q_1^2 + q_3^2 - 2q_1 q_3 \cos \gamma + q_z^2} dq_z \right|^2 \times \frac{q_1 q_3 Q(q_1, q_3)}{q_3 \cos(\gamma - \alpha) - q_1 \cos \alpha} \exp\left(-\frac{\hbar^2 q_1^2}{2m_c k_B T}\right) \times \exp\left(-\frac{\hbar^2 Q(q_1, q_3)^2}{2m_c k_B T}\right) dq_1 dq_3 d\alpha d\gamma. \quad (19)$$

Интегрирование по q_1 будем проводить в пределах от 0 до $4q_T$ и от q_3^{\min} до q_3^{\max} для q_3 . Коэффициент захвата находим исходя из определения (7).

Как уже отмечалось выше, случай квантовой ямы с двумя уровнями энергии для электронов отвечает ширине ямы 50–85 Å, при этом процессы оже-рекомбинации являются пороговыми и не вносят существенного вклада в распределение носителей заряда. Также, как показывает расчет коэффициентов захвата, можно пренебречь вкладом процесса 2111 по сравнению с 3211. Это связано с существенно большим расстоянием между уровнями E_{e1} и E_{e2} , чем расстояние между U_c и E_{e2} , а следовательно, большим переданным при переходе импульсом, что в свою очередь, согласно (3), снижает вероятность такого процесса. Без учета ОР и процесса захвата 2111 система (8) принимает вид

$$\frac{dn_1}{dt} = -\frac{n_1}{\tau_r} + \frac{n_2}{\tau_{1,2}}, \quad \frac{dn_2}{dt} = C_{ee}^{3211} n_3 n_1 + \frac{n_3}{\tau_{2,3}} - \frac{n_2}{\tau_{1,2}}. \quad (20)$$

Система (20) линейна и неоднородна с постоянной неособенной матрицей. Согласно теореме об общем решении, ищем его в виде

$$n_i(t) = \exp(At) C_0 - A^{-1} \mathbf{b}, \quad (21)$$

A — матрица системы (20), \mathbf{b} — постоянный вектор.

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{\tau_r} & \frac{1}{\tau_{1,2}} \\ C_{ee}^{3211} n_3 & -\frac{1}{\tau_{1,2}} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{n_3}{\tau_{2,3}} \end{pmatrix}. \quad (22)$$

Вектор C_0 задается исходя из начальных условий $n_{1,2}(0) = 0$.

Матричную экспоненту раскрываем согласно формуле Лагранжа:

$$\exp(At) = \left(\sum_{k=1}^n \exp(\lambda_k t) \frac{\xi(\lambda)}{(\lambda - \lambda_k) \xi'(\lambda_k)} \right)_{\lambda=A}, \quad \xi(\lambda) = \prod_{j=1}^n (\lambda - \lambda_j), \quad (23)$$

где λ_k — собственные значения матрицы системы

$$\lambda_{1,2} = \frac{\tau_{1,2} + \tau_r}{2\tau_{1,2}\tau_r} \left(-1 \pm \sqrt{1 + \frac{4\tau_r \tau_{1,2} (C_{ee}^{3211} n_3 \tau_r - 1)}{(\tau_{1,2} + \tau_r)^2}} \right). \quad (24)$$

Вычисляя обратную матрицу A^{-1} и подставляя в (21), находим временные зависимости концентраций электронов в первой и второй энергетических подзонах КЯ — $n_1(t)$, $n_2(t)$:

$$n_1(t) = \frac{n_3 \tau_r}{\tau_{2,3} (1 - C_{ee}^{3211} n_3 \tau_r)} \times \left(1 - \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} \exp(\lambda_2 t) + \frac{\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} \exp(\lambda_1 t) \right), \quad n_2(t) = \frac{n_3 \tau_{1,2}}{\tau_{2,3} (1 - C_{ee}^{3211} n_3 \tau_r)} \left(1 - \frac{C_{ee}^{3211} n_3 \tau_r - \lambda_2 \tau_{1,2} - 1}{\tau_{1,2} (\lambda_1 - \lambda_2)} \right) \times \exp(\lambda_1 t) + \frac{C_{ee}^{3211} n_3 \tau_r - \lambda_1 \tau_{1,2} - 1}{\tau_{1,2} (\lambda_1 - \lambda_2)} \exp(\lambda_2 t). \quad (25)$$

Условие достижения стационарного режима накладывает ограничения на собственные значения матрицы системы, а именно $\lambda_{1,2} < 0$. Исходя из данного неравенства получаем для концентрации электронов сплошного спектра $n_3 < 1/C_{ee}^{3211} \tau_r$. Расчет для коэффициента кулоновского захвата в зависимости от ширины КЯ дает следующие значения по порядку величины: $C_{ee}^{3211} \approx 10^{-2} - 10^0 \text{ см}^2/\text{с}$. Таким образом, для концентрации электронов получаем, $n_3 < 10^9 \text{ см}^{-2}$. При этом значения концентраций насыщения на первом и втором энергетических уровнях в КЯ, как и ожидалось, выше

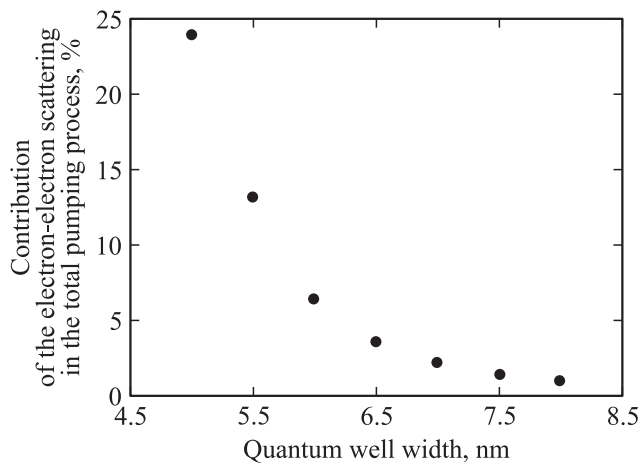


Рис. 3. Зависимость доли электронов, захватываемых в результате 3211-процесса кулоновского захвата, от ширины квантовой ямы.

значений концентраций, полученных ранее при учете только электрон-фононного захвата:

$$n_1 = \frac{n_3 \tau_r}{\tau_{2,3}(1 - C_{ee}^{3211} n_3 \tau_r)},$$

$$n_2 = \frac{n_3 \tau_{1,2}}{\tau_{2,3}(1 - C_{ee}^{3211} n_3 \tau_r)}. \tag{26}$$

Очевидно, что при высоких концентрациях ($n_3 \geq 10^9 \text{ см}^{-2}$) захватываемых в КЯ электронов выражения (25) не применимы для корректного описания распределения электронов внутри КЯ, поскольку приводят к отрицательным значениям концентраций насыщения. Однако, как будет показано далее, при таких высоких концентрациях инжектируемых носителей заряда, а следовательно, высоких концентрациях электронов внутри КЯ необходимо при составлении системы скоростных уравнений учитывать слагаемое, связанное с процессом оже-рекомбинации для электронов основного энергетического состояния.

Как упоминалось выше, интенсивность кулоновского захвата зависит от ширины КЯ. На рис. 3 показан вклад, который вносит процесс 3211 в общий поток электронов, заполняющих квантовую яму. Как видно из графика, процентная доля электронов, захваченных за счет кулоновского рассеяния, быстро убывает с ростом ширины КЯ. Это объясняется увеличением энергетического зазора между уровнем сплошного спектра U_c и уровнем второй подзоны E_{e2} , а следовательно, увеличением переданного импульса. Однако в узкой КЯ, где $U_c - E_{e2} \approx k_B T$, доля электрон-электронного захвата достигает существенных 25%.

4.2. Трехуровневая квантовая яма

4.2.1. Резонансный кулоновский захват. Как было показано в предыдущем разделе на примере двухуровневой КЯ, роль кулоновского захвата сильно зависит от ширины КЯ и быстро уменьшается с ее ростом.

Однако при ширине КЯ $a > 85 \text{ \AA}$ появляется третья энергетическая подзона, близко расположенная к сплошному спектру. Это вновь приводит к резкому росту скорости кулоновского захвата, так же как это было показано на примере двухуровневой ямы. Однако здесь нас будет интересовать случай резонансного захвата, при котором в процессе рассеяния электрон из основной подзоны КЯ переходит во вторую, а электрон сплошного спектра захватывается на уровень E_{e3} . На рис. 4 процесс 4312 показан сплошными стрелками. При этом должно выполняться условие $U_c - E_{e3} = E_{e2} - E_{e1}$. Расчет для нашей структуры показывает, что такое условие выполняется при ширине ямы 123 \AA . Кроме того, на рис. 4 пунктирными стрелками изображен СНСС-процесс оже-рекомбинации. Напомним, что резонанс для СНСС-процесса в исследуемой структуре соответствует ширине ямы $\sim 115 \text{ \AA}$. В данном же случае имеет место соотношение $E_{e1} + E_g + E_{hh} > E_{e2} - E_{e1}$, поэтому такой процесс является пороговым, с минимально возможным импульсом тяжелой дырки

$$q_{th} \approx \sqrt{\frac{2m_c}{\hbar^2} \Delta_{eh}}, \tag{27}$$

где $\Delta_{eh} = E_{e1} + E_g + E_{hh} - E_{e2} + E_{e1}$.

Однако, поскольку пороговый импульс невелик, $\sim q_T$, скорость такого оже-процесса будет достаточно велика и

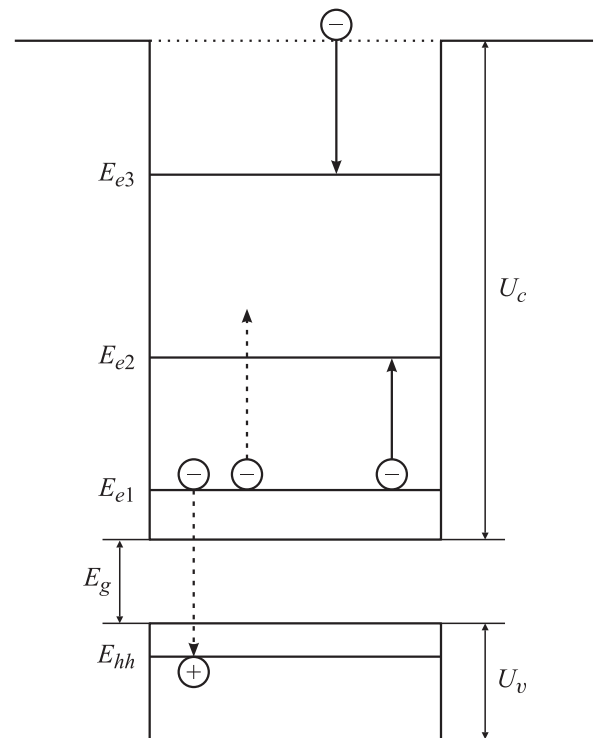


Рис. 4. Зонная диаграмма гетероструктуры с трехуровневой глубокой квантовой ямой для электронов: сплошными стрелками показан резонансный 4312-процесс кулоновского захвата, пунктирными стрелками показан пороговый СНСС-процесс оже-рекомбинации.

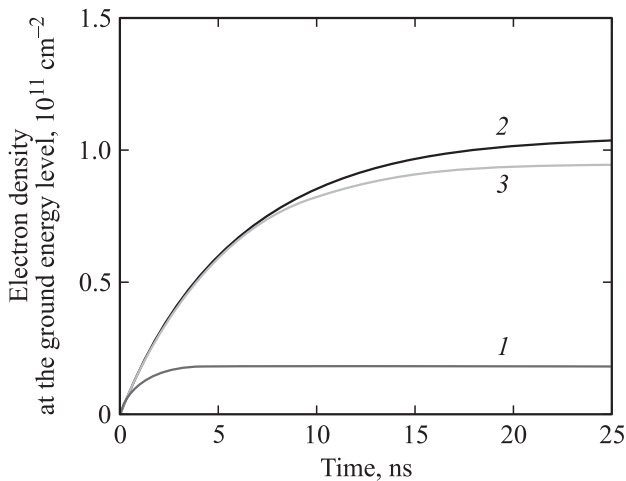


Рис. 5. Временная зависимость концентрации электронов в основной энергетической подзоне квантовой ямы: 1 — заполнение основного уровня энергии за счет электрон-фононного захвата; 2 — заполнение основного уровня энергии с учетом электрон-фононного и кулоновского захвата по схеме процесса 4312; 3 — учет порогового СНСС-процесса оже-рекомбинации.

должна быть учтена при решении системы скоростных уравнений.

Таким образом, для случая трехуровневой квантовой ямы система скоростных уравнений приобретает вид

$$\begin{aligned} \frac{dn_1}{dt} &= C_{ee}^{2111} n_1 n_2 - C_{ee}^{4312} n_4 n_1 - 2C_a^{\text{CHCC}} n_1^2 p - \frac{n_1}{\tau_r} + \frac{n_2}{\tau_{1,2}}, \\ \frac{dn_2}{dt} &= C_{ee}^{4312} n_4 n_1 - C_{ee}^{2111} n_1 n_2 + C_a^{\text{CHCC}} n_1^2 p + \frac{n_3}{\tau_{2,3}} - \frac{n_2}{\tau_{1,2}}, \\ \frac{dn_3}{dt} &= C_{ee}^{4312} n_4 n_1 + \frac{n_4}{\tau_{3,4}} - \frac{n_3}{\tau_{2,3}}. \end{aligned} \quad (28)$$

Теперь под индексом 3 понимается принадлежность к третьей энергетической подзоне КЯ, а индекс 4 соответствует величинам, относящимся к сплошному спектру. n_4 выступает в качестве параметра, связанного с плотностью тока накачки. Коэффициент 2 перед выражением для скорости ОР в правой части первого уравнения отражает тот факт, что в процессе ОР основной энергетический уровень покидают два электрона — один рекомбинирует с тяжелой дыркой, а другой переходит на второй энергетический уровень в КЯ.

Расчет для ширины КЯ $a = 123 \text{ \AA}$ дает следующие значения для коэффициентов и времен рекомбинации: $C_{ee}^{4312} = 7.2 \text{ см}^2/\text{с}$, $C_e^{2111} = 1.7 \cdot 10^{-2} \text{ см}^2/\text{с}$, $C_a^{\text{CHCC}} = 6 \cdot 10^{-16} \text{ см}^4/\text{с}$, $\tau_{3,4} = 6.6 \text{ пс}$, $\tau_{2,3} = 12 \text{ пс}$, $\tau_{1,2} = 9 \text{ пс}$. Концентрацию дырок p , согласно условию электронейтральности, можно считать равной n_1 .

Систему (28) решаем численными методами, при этом параметр n_4 выбирается из условия достижения концентрацией n_1 значения 10^{11} см^{-2} .

На рис. 5 приведены временные зависимости концентраций электронов в основной энергетической под-

зоне КЯ E_{e1} . Данные кривые демонстрируют вклады, вносимые каждым из трех рассмотренных процессов рекомбинации (электрон-фононный захват, кулоновский захват и оже-рекомбинация) при заполнении основной подзоны КЯ. Так, видно, что учет только электрон-фононного взаимодействия (кривая 1) не объясняет достижения необходимой концентрации электронов. В данном случае основную роль играет резонансный 4312 процесс захвата (кривая 2); оже-рекомбинация вносит деструктивный вклад, незначительно понижая концентрацию (кривая 3).

4.2.2. Резонансный СНСС-процесс оже-рекомбинации. Другой важный случай для трехуровневой КЯ — когда СНСС-процесс ОР является резонансным (рис. 6), т.е. в случае если выполняется условие $E_{e1} + E_g + E_{hh} = E_{e2} - E_{e1}$. Для исследуемой структуры это соответствует ширине КЯ $a = 115 \text{ \AA}$. При этом кулоновский захват осуществляется по схеме 4311.

Система скоростных уравнений в этом случае имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{dn_1}{dt} &= C_{ee}^{2111} n_1 n_2 - 2C_a^{\text{CHCC}} n_1^2 p - \frac{n_1}{\tau_r} + \frac{n_2}{\tau_{1,2}}, \\ \frac{dn_2}{dt} &= C_a^{\text{CHCC}} n_1^2 p - C_{ee}^{2111} n_1 n_2 + \frac{n_3}{\tau_{2,3}} - \frac{n_2}{\tau_{1,2}}, \\ \frac{dn_3}{dt} &= C_{ee}^{4311} n_4 n_1 + \frac{n_4}{\tau_{3,4}} - \frac{n_3}{\tau_{2,3}}. \end{aligned} \quad (29)$$

В отличие от системы (28) здесь в правых частях первых двух уравнений отсутствуют слагаемые, свя-

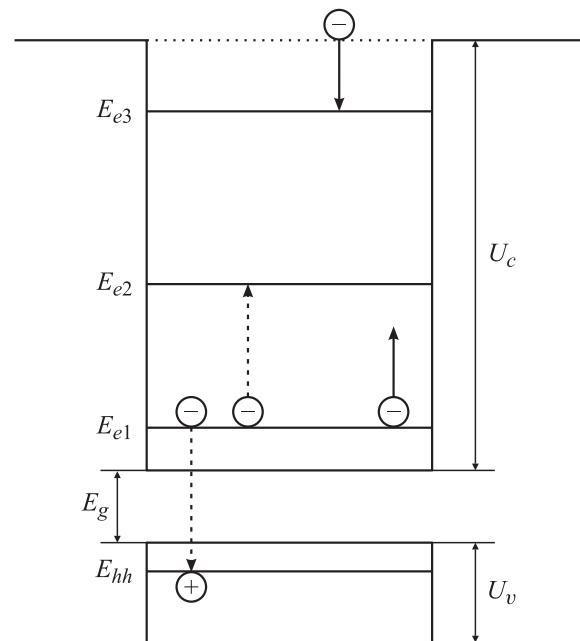


Рис. 6. Зонная диаграмма гетероструктуры с трехуровневой глубокой квантовой ямой для электронов: сплошными стрелками показан процесс 4311 кулоновского захвата, пунктирными стрелками показан резонансный СНСС-процесс оже-рекомбинации.

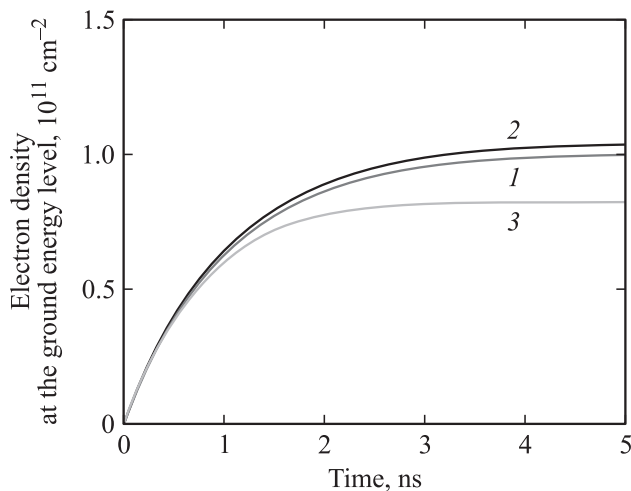


Рис. 7. Временная зависимость концентрации электронов в основной энергетической подзоне квантовой ямы: 1 — заполнение основного уровня энергии за счет электрон-фононного захвата; 2 — заполнение основного уровня энергии с учетом электрон-фононного и кулоновского захвата по схеме процесса 4311; 3 — учет резонансного СНСС-процесса оже-рекомбинации.

занные с кулоновским захватом электронов сплошного спектра. Это связано с тем, что процесс 4311 не оказывает прямого влияния на концентрации электронов на первом и втором энергетических уровнях в КЯ. В результате данного процесса рассеяния электрон, находящийся в основном энергетическом состоянии E_{e1} , просто увеличивает свою продольную составляющую квазиимпульса, при этом оставаясь в той же энергетической подзоне.

Расчет гетероструктуры с шириной КЯ 115 Å дает следующие значения для коэффициентов и времен рекомбинации: $C_{ee}^{4311} = 5.77 \cdot 10^{-2} \text{ см}^2/\text{с}$, $C_{ee}^{2111} = 1.2 \cdot 10^{-2} \text{ см}^2/\text{с}$, $C_a^{\text{СНСС}} = 1.4 \cdot 10^{-14} \text{ см}^4/\text{с}$, $\tau_{3,4} = 4.1 \text{ пс}$, $\tau_{2,3} = 11.5 \text{ пс}$, $\tau_{1,2} = 9.6 \text{ пс}$.

Как можно видеть, коэффициент ОР в случае резонанса более чем на порядок превышает значение $C_a^{\text{СНСС}}$ для ранее рассмотренного случая порогового процесса в гетероструктуре с шириной КЯ 123 Å. В то же время значение коэффициента кулоновского захвата C_e^{4311} на 2 порядка меньше значения C_{ee}^{4312} для резонансного процесса захвата и сравнимо с величиной C_{yy}^{2111} .

На рис. 7 показаны вклады, вносимые каждым из рассмотренных процессов рекомбинации при заполнении основной подзоны квантовой ямы. Видно, что в данном случае резонансный процесс ОР оказывает значительно большее влияние на формирование электронной плотности в основной энергетической подзоне КЯ, чем в случае порогового процесса (кривая 3). В то же время кулоновский захват можно не учитывать по сравнению с электрон-фононным захватом (кривые 2 и 1 соответственно), так как он дает незначительную добавку к общей концентрации электронов.

5. Обсуждение результатов

В данной работе показано, что электрон-электронное взаимодействие наряду с поляризационным электрон-фононным взаимодействием может играть важную роль при захвате носителей заряда и их распределении по энергетическим состояниям в глубокой квантовой яме. Мы рассмотрели несколько основных процессов кулоновского захвата, которые можно подразделить на два класса: первый — захват при взаимодействии электронов сплошного спектра и электронов, находящихся на внутренних энергетических состояниях КЯ (процессы 3211, 4311 и 4312), второй — захват, обусловленный взаимодействием между электронами внутри КЯ (процесс 2111). На примере двухуровневой квантовой ямы было показано, что процесс 3211, при котором электрон сплошного спектра (уровень 3) в результате кулоновского взаимодействия с электроном основного энергетического состояния в КЯ (уровень 1) переходит на второй энергетический уровень в КЯ, а электрон основного состояния увеличивает свою продольную составляющую квазиимпульса, оставаясь в той же подзоне, оказывает значимую роль для заполнения КЯ лишь в том случае, когда второй энергетический уровень отстоит от сплошного спектра на расстоянии не более нескольких $k_B T$. При этом доля электронов, захваченных в КЯ, в процессе межэлектронного рассеяния достигает 20–30% (рис. 3).

Для трехуровневой квантовой ямы были рассмотрены два важных частных случая. Первый — случай резонансного кулоновского захвата (процесс 4312). Показано, что скорость такого процесса значительно выше, чем скорость электрон-фононной релаксации, что способствует более эффективному заполнению квантовой ямы. Второй — случай резонансного СНСС-процесса ОР, скорость которого значительно выше, чем скорость порогового СНСС-процесса. Это приводит к уменьшению концентрации электронов в основном энергетическом состоянии КЯ, а следовательно, и к увеличению тока накачки. Так, кривые на рис. 5 и 7 были построены для значений концентрации $n_4 = 1.2 \cdot 10^8 \text{ см}^{-2}$ и $4.1 \cdot 10^8 \text{ см}^{-2}$ соответственно. Следовательно, плотность тока накачки для случая резонансного СНСС-процесса ОР также должна быть в 3–4 раза выше, чем в случае резонансного кулоновского захвата.

На рис. 8 показана зависимость обратной величины времени захвата электронов (частоты захвата) от ширины квантовой ямы. Данная величина характеризует эффективность захвата электронов в КЯ и определяется выражением $\tau_c^{-1} = \tau_{\text{ph}}^{-1} + C_{ee} n_1$, где τ_{ph} — время электрон-фононного захвата, C_{ee} — коэффициент кулоновского захвата. Первый пик при ширине ямы $\sim 50 \text{ Å}$ обусловлен близким расположением второго уровня размерного квантования к зоне сплошного спектра, в связи с чем скорость электрон-фононного захвата резко возрастает. Время релаксации τ_{ph} при этом составляет $\sim 3 \cdot 10^{-13} \text{ с}$. Как было показано выше, кулоновский

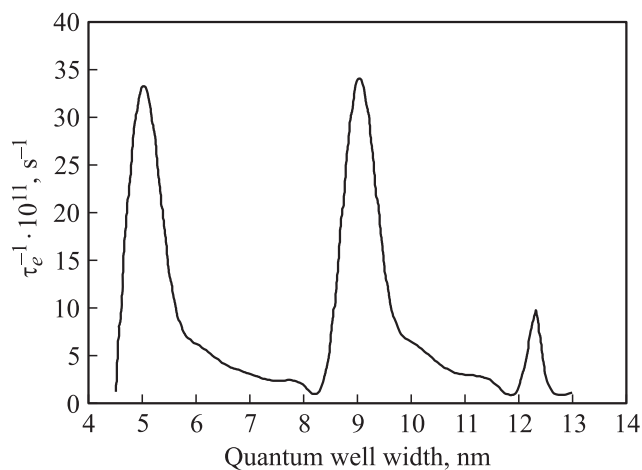


Рис. 8. Зависимость частоты захвата электронов от ширины квантовой ямы.

захват также вносит существенный вклад. Аналогично наличие пика при ширине ямы $\sim 90 \text{ \AA}$ объясняется появлением следующего, третьего, уровня размерного квантования вблизи сплошного спектра. Третий, менее интенсивный пик при ширине ямы 120–125 \AA обусловлен резонансным кулоновским захватом.

Таким образом, очевидно, что механизм кулоновского захвата при определенно подобранных параметрах гетероструктуры может играть важную и даже ключевую роль в процессе накачки лазерной гетероструктуры, обеспечивая высокую эффективность заполнения активной области при невысоких рабочих токах.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (гранты № 05-02-16679; № 07-07-00283), программы президиума РАН „Квантовые наноструктуры“ и гранта Президента № НШ-5730.2006.2.

Список литературы

- [1] Л.В. Данилов, Г.Г. Зегря. ФТП, **42**, 566 (2008).
- [2] Л.В. Данилов, Г.Г. Зегря. ФТП, **42**, 573 (2008).
- [3] Г.Г. Зегря, А.С. Полковников. ЖЭТФ, **113**, 1491 (1998).
- [4] S.A. Cripps, T.J.C. Hosea, A. Krier, V. Smirnov, P.J. Batty, Q.D. Zhuang, H.H. Lin, Po-Wei Liu, G. Tsai. Appl. Phys. Lett., **90**, 172 106 (2007).
- [5] J. Wrobel, R. Ciupa, A. Rogalski. Proc. SPIE, **7660**, 766 033 (2010).
- [6] Н.А. Гунько, Г.Г. Зегря, А.С. Полковников. ФТП, **34**, 464 (2000).
- [7] В.Л. Зерова, Л.Е. Воробьев, Г.Г. Зегря. ФТП, **38**, 716 (2003).
- [8] K. Kalna, M. Mosko. Phys. Rev., **54**, 17 730 (1996).
- [9] P. Kinsler, P. Harrison, R.W. Kelsall. Phys. Rev., **58**, 4771 (1998).
- [10] K.D. Moiseev, E.V. Ivanov, G.G. Zegrya, M.P. Mikhailova, Y.P. Yakovkev, E. Hulicius, A. Hospodkova, J. Pangrac, K. Melichar, T. Simecek. Appl. Phys. Lett., **88**, 132 102 (2006).

- [11] I. Vurgaftman, J.R. Meyer, L.R. Ram-Mohan. J. Appl. Phys., **89** (11), 5815 (2001).
- [12] В.Н. Абакумов, В.И. Перель, И.Н. Ясиевич. Безызлучательная рекомбинация в полупроводниках (СПб., Изд-во ПИЯФ РАН, 1997).
- [13] Л.Е. Воробьев, Д.А. Фирсов, В.А. Шалыгин, В.Н. Тулупенко, Н.Н. Леденцов, П.С. Копьев, В.М. Устинов, Ю.М. Шерняков, Ж.И. Алфёров. УФН, **169**, 459 (1999).
- [14] J. Smet, C.G. Fonstad, Q. Hu. J. Appl. Phys., **79** (12), 9305 (1996).

Редактор Т.А. Полянская

The role of electron-electron interaction for processes of carries capture in deep quantum wells

L.V. Danilov, G.G. Zegrya

Ioffe Physicotechnical Institute,
Russian Academy of Sciences,
194021 St. Petersburg, Russia

Abstract The contribution of electron-electron scattering for the electron capture process in the deep quantum well was investigated in this work. The main mechanisms of electron capture — for interaction with optical phonons and Columb interaction each other, were considered for two and three-level quantum well. The corresponding relaxation times and the electron capture probability were calculated. Also, the influence of Auger-recombination on the carrier distribution in the quantum well was taken into account. With this in mind the system of rate equations was solved for the nonstationary mode and the time dependencies of electron concentration at ground energy level in the quantum well were presented. The contribution of each considering process of the Columb capture are illustrated.