# Воздействие на массив слабовзаимодействующих углеродных нанотрубок электромагнитного излучения при наличии импульсов наносекундной длительности

## © Н.Р. Садыков<sup>¶</sup>, Н.А. Скоркин, Е.А. Ахлюстина

Снежинский физико-технический институт — филиал Национального исследовательского ядерного университета "МИФИ", 456776 Снежинск, Россия

430770 CHEMINCK, TOCCIA

Для металлических углеродных нанотрубок типа "зигзаг" исследована зависимость нелинейного тока от величины переменного электрического поля с шириной наклонного переднего фронта  $\Delta T = 3 \cdot 10^{-11}$  с и с длиной волны  $\lambda \approx 1$  мм. Теоретически и численно показано, что величина поверхностного тока практически не зависит от радиуса нанотрубок. В случае полупроводниковых нанотрубок типа "зигзаг" в качестве переменного электрического поля рассмотрено излучение двухчастотного CO<sub>2</sub>-лазера с постоянной амплитудой. Исследована зависимость от величины времени релаксации в кинетическом уравнении Больцмана. Оптимальные условия генерации терагерцового излучения достигаются при равенстве времени релаксации 40 фс. Численно установлено, что амплитуда усиливаемого излучения носит характер биений.

#### 1. Введение

В последние годы проводятся интенсивные исследования, связанные с наноструктурами, среди которых следует назвать такие, как фуллерены [1–3], нанотрубки [4,5], хиральные наноструктуры на основе молекул ДНК [6]. Хиральной симметрией обладают также хиральные углеродные нанотрубки [5]. Нанотрубки представляют собой цилиндрические молекулы с нанометровым диаметром и микрометровой длиной [7-9]. Такое сочетание масштабов длины и диаметра приводит к уникальным свойствам нанотрубок. Нанотрубки демонстрируют целый спектр самых неожиданных электрических, магнитных, оптических свойств. Например, в зависимости от конкретной схемы сворачивания графитовой плоскости нанотрубки могут быть проводниками, полуметаллами и полупроводниками [4]. Им также свойственна сверхпроводимость (квантовая проводимость). Совокупность большого числа уникальных свойств углеродных нанотрубок (УНТ) в сочетании с их геометрическими размерами делает нанотрубки перспективными при рассмотрении задачи генерации сверхвысокочастотного (СВЧ) и терагерцового излучений [4,10-19]. В случае металлической нанотрубки типа "зигзаг" (m, 0) (т кратно трем) концентрация электронов в зоне проводимости отличается от случая неметаллических нанотрубок типа "зигзаг" [4,20]. В данной работе исследуем для УНТ (m, 0) типа "зигзаг" зависимость нелинейного тока от величины переменного электрического поля при наличии постоянного электрического поля (или при наличии нестационарных электрических импульсов, например, наносекундной длительности [21,22]). В первом случае, в отличие от [17,18] (в этих работах рассматривались полупроводниковые нанотрубки такого типа), рассмотрим для металлических УНТ типа "зигзаг" в качестве переменного электрического поля излучение с шириной наклонного переднего фронта  $\Delta T = 3 \cdot 10^{-11}$  с и с длиной волны  $\lambda \approx 1$  мм. С помощью численных расчетов для этого случая подтверждено, что величина поверхностного тока практически не зависит от радиуса УНТ. Во втором случае для полупроводниковых нанотрубок типа "зигзаг" в качестве переменного электрического поля используем излучение двухчастотного CO<sub>2</sub>-лазера с постоянной амплитудой. Оказалось, что величина эффекта в этом случае сильно зависит от величины времени релаксации  $\tau$  в кинетическом уравнении Больцмана. В данной работе в отличие от [17,18] полагалось, что  $\tau = 4 \cdot 10^{-14}$  с. Из результатов численных расчетов установлено, что амплитуда усиливаемого излучения носит характер биений.

# 2. Поверхностный ток в углеродных нанотрубках при наличии постоянного и периодического электрических полей

#### 2.1. Концентрация свободных электронов в зоне проводимости металлических углеродных нанотрубок типа "зигзаг"

Определим концентрацию электронов для металлических нанотрубок типа "зигзаг" (*m* кратно трем). В соответствии с работой ([10], с. 17 138) поверхностная концентрация электронов *n<sub>e</sub>* будет равна

$$n_e = \frac{2}{(2\pi\hbar)^2} \int f_0(\mathbf{p}) d^2 \mathbf{p},\tag{1}$$

где  $\hbar$  — постоянная Планка,  $f_0(\mathbf{p})$  — равновесная функция распределения Ферми, которая однозначно определяется химическим потенциалом  $\mu$ 

$$f_0 = \frac{1}{1 + \exp\left[\{\epsilon(\mathbf{p}) - \mu\}/(k_{\rm B}T)\right]}.$$
 (2)

В (2) k<sub>в</sub> — постоянная Больцмана, *Т* — температура. В [20] для полупроводниковых УНТ (*m*, 0) типа "зигзаг"

<sup>¶</sup> E-mail: n.r.sadykov@rambler.ru

в правой части (2) в числителе использовался коэффициент  $C \neq 1$ . Полагалось, что для химического потенциала имеет место  $\mu = 0$ .

При малом значении радиуса УНТ уровни энергии электрона для УНТ типа "зигзаг" определяются соотношением (см., например, [4])

$$\varepsilon_c = \pm \gamma_0 \sqrt{1 \pm 4\cos(a p_z)\cos(\pi s/m) + 4\cos^2(\pi s/m)}, \quad (3)$$

в котором  $\gamma_0$  — интеграл перескока,  $\varepsilon_c$  — соответствующая энергия электронных уровней в зоне проводимости;  $a = 3b/(2\hbar), b = 0.142$  нм — расстояние между соседними атомами углерода в графене.

Воспользуемся для УНТ малого радиуса соотношением  $d^2\mathbf{p} = (2\pi\hbar/L)\sum_s dp_z$  (см. [20]), где  $L = 2\pi R$  $= \sqrt{3}bm, R$  — радиус нанотрубки. В этом случае поверхностную концентрацию электронов  $n_e$  можно оценить относительно параметра  $\lambda_0 = \gamma_0/(k_BT)$ . В соответствии с [23] в окрестности точки Ферми имеет место разложение для закона дисперсии носителей тока в зоне проводимости

$$\varepsilon_c(\mathbf{p}) = \frac{3b\gamma_0}{2\hbar} |\mathbf{p} - \mathbf{p}_{\rm F}|,\tag{4}$$

где **р**<sub>F</sub> — импульс на поверхности Ферми. Из равенства (4) работы [10] следует

$$d^{2}\mathbf{p} = \frac{2\pi\hbar}{L} \sum_{s} dp_{z} = \frac{8\pi\hbar^{2}}{3b\gamma_{0}L} \bigg|_{s=\frac{m}{3},\frac{2m}{3}} d\varepsilon, \qquad (5)$$

где при интегрировании область изменения  $-p_0 \le p_z \le p_0$  заменяется удвоенным интегрированием по  $\varepsilon$  в области  $0 \le \varepsilon \le \infty$ ; главный вклад в интеграл вносится точками s = m/3 и s = 2m/3 на поверхности Ферми (см. [10], с. 17 139).

Из (1) и (5) следует

$$n_e = \frac{2}{(2\pi\hbar)^2} \int \frac{d^2 \mathbf{p}}{1 + \exp[\varepsilon(\mathbf{p})/k_{\rm B}T]}$$
$$= \frac{8}{3\pi L b \gamma_0} \int_0^\infty \frac{d\varepsilon}{1 + \exp[\varepsilon(\mathbf{p}, s = m/3)/k_{\rm B}T]} = \frac{8\ln 2}{3\pi\lambda_0 L b},$$
(6)

где имеет место соотношение

$$\int_{0}^{\infty} \frac{d\varepsilon}{1 + \exp[\varepsilon/k_{\rm B}T]} = k_{\rm B}T\ln 2.$$
(7)

С учетом соотношения  $L = 2\pi R = \sqrt{3}bm$  из (6) окончательно получаем выражение для поверхностной плотности электронов в зоне проводимости:

$$n_e = \frac{8\ln 2}{3\sqrt{3}\pi\lambda_0 b^2} \frac{1}{m}.$$
 (8)

Физика и техника полупроводников, 2013, том 47, вып. 9

Из (8) видно, что  $n_e \approx 1/m$ . Это в свою очередь означает, что линейная плотность зарядов  $2\pi R n_e$  не зависит от индекса *m*, т. е. является постоянной величиной. Из такой закономерности линейной плотности зарядов в УНТ следует ожидать, что плотность тока вдоль оси также не будет зависеть от радиуса УНТ. Это подтверждается результатами математического моделирования.

#### 2.2. Постоянная составляющая плотности тока для массива слабо взаимодействующих углеродных нанотрубок

Распределение плотности тока вдоль оси 0*z* можно найти по формуле

$$j_z = \frac{2eNL}{(2\pi\hbar)^2} \int \upsilon_z(p_z,s) f(p_z,s) d^2 \mathbf{p},$$

где е — заряд электрона, N — поверхностная плотность массива не плотно упакованных нанотрубок,  $L = 2\pi R$  — длина окружности нанотрубки,  $R = \sqrt{3}bm/(2\pi)$ ,  $f(p_z, s)$  — функция распределения носителей заряда, которая определяется из кинетического уравнения Больцмана в приближении времени релаксации и пренебрежения эффектами, связанными с неоднородностью поля [20]:

$$\frac{\partial f(t, \mathbf{p})}{\partial t} + \upsilon_z \frac{\partial f}{\partial z} + eE_z \frac{\partial f}{\partial p_z} = -\nu [f(t, \mathbf{p}) - f_0(\mathbf{p})], \quad (10)$$

где  $E_z = (0, 0, E_1 + E_0 \cos \omega t).$ 

По аналогии с работой [20] в уравнении (10) осуществим преобразование  $p_z \rightarrow p_z - eA_z/c$ , что равносильно введению обобщенного импульса  $P_z = p_z + eA_z/c$ . Пренебрежем в (10) вторым слагаемым в левой части. В результате с помощью метода характеристик получаем

$$f(p,t) = f_0 \left( \mathbf{p} + \frac{e}{c} \mathbf{A}(t) \right) \exp(-\nu t)$$
$$+ \nu \int_{\infty}^{t} \exp[\nu(t'-t)] f_0 \left( \mathbf{p} + \frac{e}{c} \left[ \mathbf{A}(t) - \mathbf{A}(t') \right] \right) dt', \quad (11)$$

где  $E_z = -\partial A_z/cdt$ , **А** — вектор-потенциал поля. При  $E_z = (0, 0, E_1 + E_0 \cos \omega t)$  будет иметь место соотношение  $A_z(t) = -cE_1t - (cE_0/\omega) \sin \omega t$ .

Подставляя (11) в (9) и проведя замену переменных

$$p_z \rightarrow p_z - \frac{e}{c} [A_z(t) - A_z(t')],$$

получаем с учетом (5) выражение для постоянной составляющей плотности тока в следующем виде:

$$j_{0} = \frac{eNv}{\pi\hbar} \sum_{s} \int_{-p_{0}}^{p_{0}} \int_{-\infty}^{t} \upsilon_{z} \left\{ p_{z} - \frac{e}{c} \left[ A_{z}(t) - A_{z}(t') \right], s \right\}$$
$$\times \exp\left[ \nu(t'-t) \right] f_{0}(p_{z},s) dt' dp_{z}. \tag{12}$$



**Рис. 1.** Зависимость постоянной составляющей плотности тока от  $x_0$  для углеродных нанотрубок при m = 9 и m = 15. Сплошные кривые — численное решение (13), штриховая кривая — аналитическое решение (15). Примечание:  $x_1 = aeE_1/v = 4$ .

Раскладывая скорость носителей тока в (12) в ряд Фурье, окончательно получим выражение для постоянной составляющей плотности тока

$$j_0 = \frac{eN}{\pi\hbar} \sum_{l,s} a_{ls} B(s, l, T) \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n^2 \left(\frac{aeE_0l}{\omega}\right) \sin\varphi_n \cos\varphi_n,$$
(13)

где введены обозначения

l

$$\begin{aligned} \varphi_z(x,s) &= \sum_l a_{ls} \sin(lx), \quad a_{ls} = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \upsilon_z(x,s) \sin(lx) dx, \\ B(s,l,T) &= \int_{-p_0}^{p_0} \cos(lap_z) \left[ 1 + \exp\left(\frac{\varepsilon_c}{k_{\rm B}T}\right) \right]^{-1} dp_z, \\ \sin\varphi_n &= \frac{\nu}{\sqrt{\nu^2 + (laeE_1 + n\omega)^2}}, \\ \cos\varphi_n &= \frac{laeE_1 + n\omega}{\sqrt{\nu^2 + (laeE_1 + n\omega)^2}}. \end{aligned}$$
(14)

Проведем по аналогии с [17,18,20] численный анализ соотношения (13). Из (13) следует периодическая зависимость постоянной составляющей плотности тока от амплитуды напряженности переменного электрического поля при наличии постоянного поля. На рис. 1 приведена в соответствии с (13) зависимость постоянной составляющей плотности тока  $j_0$  при m = 9 и m = 15 (две сплошные кривые совпадают) от величины  $x_0 = aeE_0/v$ ,  $E_0$  — амплитуда переменного электрического поля. Для величины постоянного электрического поля  $E_1$  имеет место соотношение  $aeE_1/v = 4$ . Частота усиливаемого излучения равна  $\omega = 5v$ . Штриховая кривая на рис. 1 — аналитическая аппроксимация постоянной составляющей плотности тока от величины x<sub>0</sub> формулой

$$j_{an} = j_1 + j_2 \exp\left[-x_0/A + (x_0/\Delta_{x_0})^{1.9}\right] \sin(2\pi x_0/B + \varphi_0),$$
(15)

где A = 7.38,  $\Delta x_0 = 27.5$ , B = 16.2,  $\varphi_0 = 0.69$ ,  $j_1 = -4.45 \cdot 10^3 \text{ A/m}^2$ ,  $j_2 = 2.16 \cdot 10^5 \text{ A/m}^2$ . Из рисунка видно, что плотность тока при изменении амплитуды напряженности переменного электрического поля  $E_0$  в интервале  $0 \le x_0 \le 80$  меняется почти по периодическому закону (пять периодов). Это означает, что, если в рассматриваемой среде на основе упаковки из УНТ распространяется переменное электрическое поле волны  $E_0$ с наклонным передним фронтом в фиксированной точке *z* и распространяется нестационарное электрическое поле  $E_1$ , то плотность тока будет меняться по гармоническому закону. Из рис. 1 также видно, что плотность не зависит от радиуса нанотрубок  $R = \sqrt{3}bm/(2\pi)$ .

# 3. Генерация электромагнитного излучения

# 3.1. Возможность генерирования СВЧ излучения

Из рис. 1 видно, что плотность тока меняется по гармоническому закону. Такая зависимость должна привести к генерированию излучения. Пусть кривая на рис. 1 представляет собою функцию  $j = f(x_0)$ , где  $a = 3b/(2\hbar)$ . Пусть ширина переднего фронта амплитуды переменного поля (волны) равняется  $\Delta T$ . Тогда частота генерируемого излучения должна удовлетворять условию  $\Omega\Delta T \approx 10\pi$ . Переменное электрическое поле  $E_0$  за время  $\Delta T$  сместится на расстояние  $\Delta z = c\Delta T$ . Поэтому постоянная составляющая плотности тока при распространении переменного электрического поля будет модулирована как  $j(t, z) = f_0(x_{\max}\overline{t}/\Delta T)$ , где  $\overline{t} = t - z/c$ ,  $0 \le \overline{t} \le \Delta T$ ,  $x_{\max} = 80$ . При  $\overline{t} < 0$  и  $\overline{t} > \Delta T$  имеет место соотношение j(t, z) = 0.

Следуя работе [21], положим  $\Delta T = 2 \cdot 10^{-10} c$ ,  $\nu = 1/\tau$ ,  $\bar{t} = t - z/c$ . В работе [24] теоретически получено для УНТ типа "кресло" при комнатной температуре T = 300 К значение  $\tau \approx 1.4 \cdot 10^{-12}$  с. В [25] экспериментально получено значение  $\tau \approx 3 \cdot 10^{-12}$  с, что хорошо согласуется с результатом [24]. В дальнейшем положим, что  $\tau = 3 \cdot 10^{-12}$  с. Тогда из формулы (13) следует, что постоянную составляющую плотности тока можно аппроксимировать формулой

$$j_{\rm an} = j_1 + j_2 \exp\left(-\overline{t}/T_2 + \left(\overline{t}/\Delta\overline{t}\right)^{1.9}\right) \sin\left(\Omega\overline{t} + \varphi_0\right),$$

где  $T_2 = A\Delta T/x_{\text{max}} \approx 1.84 \cdot 10^{-11} \text{ c}, \ \Omega = 2\pi x_{\text{max}}/(B\Delta T)$  $\approx 1.55 \cdot 10^{11} \text{ c}^{-1}$ . Величины  $j_1$  и  $j_2$  приведены после формулы (15).

Численно решалось волновое уравнение

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 E}{c^2 \partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial j_0(\overline{t})}{\partial t}.$$
 (16)



**Рис. 2.** Распределение напряженности поля  $\tilde{E}_0(t, z)$  по координате z в момент времени  $3 \cdot 10^{-10}$  с при m = 9 и m = 15. Сплошные кривые — численное решение (16), штриховая кривая — аналитическое решение (19). Примечание:  $E = \tilde{E}_1 + \tilde{E}_0$ .



**Рис. 3.** Распределение напряженности поля излучения  $\tilde{E}_0(t, z)$  по координате z в момент времени  $3 \cdot 10^{-10}$  с при m = 9 и m = 15. Сплошные кривые — численное решение (16), штриховая кривая — аналитическое решение (19). Примечание:  $E = \tilde{E}_1 + \tilde{E}_0$ .

Из уравнения (16) можно получить приближенное аналитическое решение. Пусть  $\overline{t} = t - z/c$ ,  $\overline{z} = z$ . Пред-полагая, что  $|E| \ll |P/\varepsilon_0|$ , получим

$$\frac{\partial^2 E}{\partial \overline{t} \partial \overline{z}} = -\frac{\mu_0 c}{2} \frac{\partial j_{an}}{\partial t}, \qquad (17)$$

где при выводе (17) учтено, что  $|\partial E/\overline{z}| \ll |\partial E/c \partial \overline{t}|$ . Из (17) получаем

$$\frac{\partial E}{\partial z} = -\frac{\mu_0 c}{2} (j_{\rm an}(\bar{t}) - j_{\rm an}(0)), \qquad (18)$$

или с учетом граничного условия  $E(\overline{z} = 0, \overline{t}) = 0$ 

.. ...

$$E(t, z) = -\frac{\mu_0 c z}{2} \left( j_{an}(t - z/c) - j_{an}(0) \right)$$
  
=  $-\frac{\mu_0 c j_1}{2} \overline{z} - \frac{j_2^{\overline{z}}}{2c\varepsilon_0} \exp\left(-\frac{\overline{t}}{T_2}\right) \cos\left(\Omega \overline{t} + \varphi_0\right).$  (19)

На рис. 2 приведены результаты численного решения уравнения (16) для E(t, z) от z в момент времени  $3 \cdot 10^{-10}$  с. Уравнение решалось при граничных условиях E(z = 0, t) = 0,  $\partial E(z = L, t)/\partial z = 0$ . На рис. 2 штриховая кривая соответствует аналитическому решению (19), сплошная — численному. Усматривается хорошее согласование сравниваемых величин. Видно, что поле E(t, z) складывается из медленно меняющейся (по линейному закону) составляющей  $\tilde{E}_1$  и поля усиливаемого СВЧ излучения  $\tilde{E}_0(t, z)$ .

На рис. З приведена зависимость поля усиливаемого СВЧ излучения  $\tilde{E}_0(T, z)$  от z в момент времени  $3 \cdot 10^{-10}$  с. Штриховая кривая соответствует аналитическому решению (решение из (19) без первого слагаемого в правой части), сплошная — численному. Максимальное значение постоянной составляющей поля  $\tilde{E}_1$  порядка  $\tilde{E}_1 \approx 4 \cdot 10^6$  В/м. Амплитуда СВЧ излучения (поля излучения) при  $z \approx 0.09$  м порядка  $\approx 3 \cdot 10^6$  В/м. Длина волны поля излучения составляет  $\lambda = 2\pi c / \Omega \approx 1.2$  см.

Из условия  $aeE_1/v = 4$  при  $v = 1/\tau$ , где  $\tau = 3 \cdot 10^{-12}$  с, получим значение для величины нестационарного электрического поля  $E_1 = 4.1 \cdot 10^6$  В/м. Такие значения нестационарного поля могут быть получены в газовой среде [21,22]. В соответствии рис. 1 амплитуды напряженности c для переменного электрического поля Е0 имеет место неравенство  $0 \le x_0 \le 80$ , что эквивалентно условию  $0 \le E_0 \le 7.8 \cdot 10^7 \, \text{В/м.}$  Частота колебаний переменного электрического поля  $E_0$  порядка  $\omega = 5\nu = 5/\tau$  $\approx 1.67 \cdot 10^{12} \, \text{c}^{-1}.$  Такое значение частоты соответствует миллиметровому диапазону излучения.

#### 3.2. Возможность генерации терагерцового излучения

Полученные результаты позволяют рассмотреть задачу по генерации субмиллиметрового излучения при воздействии на систему параллельно ориентированных углеродных нанотрубок (УНТ) двухчастотного углекислотного лазерного излучения (СО<sub>2</sub>-лазер) с постоянной амплитудой при наличии постоянного (или нестационарного) поля. По аналогии с [18] в данной работе рассмотрим полупроводниковые УНТ (m, 0) типа "зигзаг" (индекс m не кратен трем, m = 7).

При фиксированном значении *z* продольный компонент вектор-потенциала поля имеет вид

$$\begin{aligned} A_{z}(t) &= -cE_{1}t + A_{z}^{(+)}(t) + A_{z}^{(-)}(t), \\ A_{z}^{(+)}(t) &= -\frac{c}{\omega + \Omega_{1}} \frac{E_{0}^{(+)}}{2} \left[ \sin(\omega + \Omega_{1})t \right], \\ A_{z}^{(-)}(t) &= -\frac{c}{\omega - \Omega_{1}} \frac{E_{0}^{(-)}}{2} \left[ \sin(\omega - \Omega_{1})t \right], \end{aligned}$$
(20)

где  $\Omega_1 \ll \omega$ . В качестве двухчастотного излучения можно рассмотреть углекислотный лазер [26,27], который имеет две частоты излучения:  $\omega + \Omega_1 = 1.96 \cdot 10^{14} \, c^{-1}$ ,

 $ω - Ω_1 = 1.78 \cdot 10^{14} \text{ c}^{-1}$ . Отсюда следует, что  $ω \approx$  $\approx 1.87 \cdot 10^{14} \text{ c}^{-1}$ ,  $Ω_1 \approx 9.4 \cdot 10^{12} \text{ c}^{-1}$ , т.е.  $Ω_1/ω \approx 5 \cdot 10^{-2}$ . В случае двухчастотного излучения ( $ω + Ω_1$ ) и ( $ω - Ω_1$ ) выражение для плотности тока также вычисляется по формуле (12), где A(t) и A'(t) определены в (20).

Рассмотрим частный случай

$$E_0^{(+)} = E_0^{(-)} = E_0.$$
 (21)

В результате с учетом соотношения  $E_z = -\partial A_z/c\partial t$ получаем

$$A_{z}(t) = -cE_{1}t$$
  
$$-\frac{c}{\omega^{2} - \Omega_{1}^{2}}E_{0}(\omega \sin \omega t \cos \Omega_{1}t - \Omega_{1} \cos \omega t \sin \Omega_{1}t). \quad (22)$$

При  $\Omega_1 \ll \omega$  соотношение (22) перепишем в виде

$$A_{z}(t) - A_{z}(t') = -cE_{1}(t - t')$$
$$- \frac{c}{\omega}E_{0}(\sin\omega t\cos\Omega_{1}t - \sin\omega t'\cos\Omega_{1}t'). \quad (23)$$

Поскольку при  $\Omega_1/\omega \approx 0.05$  для времени релаксации  $\tau = 1/\nu$  выполняется соотношение  $\tau \ll 2\pi/\Omega_1$ , то в (22) величину  $\cos \Omega_1 t'$  можно заменить на  $\cos \Omega_1 t$ . В результате получаем

$$A_{z}(t) - A_{z}(t') = -cE_{1}(t - t')$$
$$- \frac{c}{\omega}E_{0}\cos\Omega_{1}t(\sin\omega t - \sin\omega t'). \quad (24)$$

Видно, что в выражении  $A_z(t) - A_z(t')$  при переходе от одночастотного излучения (см. (13)) к двухчастотному амплитуда  $E_0$  перейдет в  $(E_0 \cos \Omega_1 t)$ , т.е. даже при  $E_1 = \text{const}, E_0 = \text{const}$  ток  $j_0$  должен осциллировать с постоянной амплитудой. Поэтому выражение для постоянной составляющей плотности тока приближенно можно записать в виде

$$j_{0} = \frac{eN}{\pi\hbar} \sum_{l,s} a_{ls} B(s, l, T)$$
$$\times \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_{n}^{2} \left( \frac{a e E_{0} l}{\omega} \cos \Omega_{1} \overline{t} \right) \sin \varphi_{n} \cos \varphi_{n}, \quad (25)$$

где в случае произвольного z в (25) время t в выражении для  $\cos \Omega_1 \overline{t}$  заменено на время  $\overline{t}$  в лагранжевой системе координат. Все величины в (25) аналогичны величинам в (13).

Теоретический анализ и результаты математического моделирования показали, что величина "генерируемого" излучения в терагерцовом диапазоне с помощью двухчастотного CO<sub>2</sub>-лазера сильно зависит от времени релаксации  $\tau$ . Поэтому в данной работе оптимальные условия для генерации излучения реализуются при  $\tau = 4 \cdot 10^{-14} c$  (такое значение для  $\tau$  использовалось в работе [28]).



Рис. 4. Зависимость напряженности поля от z при  $x_1 = 1$ ,  $\tau = 4 \cdot 10^{-14}$  с и  $x_0 = 4$ .

На рис. 4 приведено решение (16) для напряженности поля  $E(z, t = 3 \cdot 10^{-11} \text{ c})$ , где плотность тока  $j_0$  определяется равенством (25). При расчете полагалось, что  $x_1 = 1$  ( $E_1 = 7.7 \cdot 10^7 \text{ B/m}$ ),  $x_0 = 4$  ( $E_0 = 3.1 \cdot 10^8 \text{ B/m}$ ). Из рисунка видно, что длина волны излучения равняется  $\lambda \approx 0.1$  мм. Такое значение волны непосредственно следует из (25). Действительно, зависимость вида  $J_n([aeE_0l/\omega]\cos\Omega_1\overline{t})$  означает, что в лагранжевой системе координат излучение имеет частоту  $\omega_1 = 2\Omega$ . Поэтому  $\lambda = 2\pi c / \omega_1 \approx 0.1$  мм. Из рис. 4 следует, что на расстоянии z = 9 мм амплитуда излучения равна  $\sim 8.5 \cdot 10^5$  В/м. Дальнейшее моделирование приводит к тому, что огибающая амплитуды генерируемого излучения по аналогии с [18] имеет вид биения (в [18]  $\tau = 3 \cdot 10^{-13}$  с). Период биения составил 78 мм. Максимальное значение амплитуды излучения на расстоянии полупериода биения z = 39 мм составило  $\sim 2.2 \cdot 10^{6}$  В/м.

#### 4. Заключение

Таким образом, в данной работе для металлических УНТ типа "зигзаг", исходя из известной зависимости для плотности тока, показана возможность генерации коротких (сверхкоротких) импульсов СВЧ излучения с длиной волны  $\lambda \approx 1.2$  см. Амплитуда СВЧ излучения (поля излучения) при  $z \approx 0.09$  м порядка  $3 \cdot 10^{6}$  В/м. С помощью численных расчетов для этого случая подтверждено, что величина поверхностного тока практически не зависит от радиуса УНТ. Частота колебаний переменного электрического поля Е0 порядка  $\omega = 5\nu = 5/\tau \approx 1.67 \cdot 10^{12} \,\mathrm{c}^{-1}$ . Такое значение частоты соответствует миллиметровому диапазону излучения. Такие переменные поля генерируются на установках "Sinus" в институте электрофизики УрО РАН, г. Екатеринбург. Значение величины нестационарного электрического поля, которое необходимо для генерации СВЧ излучения, порядка  $E_1 = 4.1 \cdot 10^6$  В/м. Такие значения нестационарного поля могут быть получены в газовой среде (см. [21,22]).

При воздействии на систему параллельно ориентированных УНТ двухчастотного СО<sub>2</sub>-лазерного излучения при наличии направленного вдоль нанотрубок постоянного (или нестационарного) электрического поля возможна генерация излучения с длиной волны  $\lambda \approx 0.1$  мм. При  $\tau = 4 \cdot 10^{-14}$  с максимальное значение амплитуды излучения достигается на расстоянии z = 39 мм и составляет  $\sim 2.2 \cdot 10^6$  В/м. Огибающая амплитуды генерируемого излучения по аналогии с [18] носит характер биения. Период биения составляет 78 мм.

Авторы благодарят М.Б. Белоненко, О.В. Кибиса, М.Е. Портного и С.А. Максименко за предоставленный список статей по нанотрубкам.

## Список литературы

- А.В. Елецкий. УФН, 177, 233 (2007); А.В. Елецкий, Б.М. Смирнов. УФН, 179 (3), 225 (2009).
- [2] G.J. Miller, J.G. Verkade. J. Mathematical Chem., **33** (1), 55 (2003).
- [3] N. Mizorogi, M. Kiuchi, K. Tanaka, R. Sekine, J. Aihara. Chem. Phys., 378, 598 (2003).
- [4] П.Н. Дьячков. Электронные свойства и применение нанотрубок (М., БИНОМ. Лаборатория знаний, 2011), с. 488.
- [5] O.V. Kibis, D.G.W. Parfitt, M.E. Portnoi. Phys. Rev. B, 71 (3), 035 411 (2005).
- [6] Guang-yu Chen, Jin Wang, Ting-ting Wang, Min-giang Li, Jin-huai Liu. J. Mater. Chem., 19 (37), 6849 (2009).
- [7] R. Satio, G. Dresselhaus, M.S. Dresselhaus. *Physical Properties of Carbon Nanotubes* (London, Imperial College Press, 1998) p. 260.
- [8] A. Enyashin, S. Gemming, G. Seifert. Eur. Eur. Phys. J. Special Topics, 149, 103 (2007).
- [9] A.N. Enyashin, G. Seifert. Phys. Status Solidi B, 242 (7), 1361 (2005).
- [10] G.Ya. Slepyan, S.A. Maksimenko, A. Lakhtakia, O.M. Yevtushenko, A.V. Gusakov. Phys. Rev. B, 60 (24), 17 136 (1999).
- [11] О.В. Кибис, М.Е. Портной. Письма ЖТФ, 31 (15), 85 (2005).
- [12] K.G. Batrakov, S. A. Maksimenko, P.P. Kuzhir, C. Thomsen. Phys. Rev. B, 79, 125408 (2009).
   [doi:10.1103/PhysRevB.79.125408].
- [13] G.Ya. Slepyan, M.V. Shuba, S.A. Maksimenko, C. Thomsen,
   A. Lakhtakia. Phys. Rev. B, 81, 205423 (2010).
   [doi:10.1103/PhysRevB.81.205423].
- [14] K.G. Batrakov, O.V. Kibis, P.P. Kuzhir, M. Rosenau da Costa, M.E. Portnoi. J. Nanophotonics, 4, 041 665 (2010) [doi:10.1117/1.3436585].
- [15] O.V. Kibis, M. Rosenau da Costa, M.E. Portnoi. Nano Letters, 7, 3414 (2007). [doi:10.1021/nl0718418].
- [16] M.E. Portnoi, O.V. Kibis, M. Rosenau da Costa. Superlattices and Microstructures, 43, 399 (2008). [doi:10.1016/j.spmi.2007.07.026].
- [17] Н.Р. Садыков, Н.А. Скоркин. ФТП, **46** (2), 168 (2012). [doi:10.1134/S1063782612020212].

- [18] Н.Р. Садыков, Н.А. Скоркин. ФТП, **46** (6), 809 (2012). [doi:10.1134/S1063782612060188].
- [19] Н.Р. Садыков, Н.А. Скоркин. Оптика атмосферы и океана, 25 (5), 372 (2012). [doi:10.1134/S1024856012050090].
- [20] М.Б. Белоненко, С.Ю. Глазов, Н.Е. Мещеряков. ФТП, 44 (9), 1248 (2010).
- [21] Г.А. Месяц, М.И. Яландин. УФН, 175 (3), 225 (2005).
- [22] Г.А. Месяц. УФН, 176 (10), 1070 (2006).
- [23] P.R. Wallace. Phys. Rev., 71, 622 (1947).
- [24] R.A. Jishi, M.S. Dresselhaus, G. Dresselhaus. Phys. Rev. B, 48 (15), 11 385 (1993).
- [25] S.J. Tans, M.H. Devoret, H. Dai, A. Thess, R.E. Smalley, L.J. Geerligs, C. Dekker. Nature, 386, 474 (1997).
- [26] А.П. Бабичев, Н.А. Бабушкина, А.М. Братковский и др. Физические величины: Справочник (М., Энергоатомиздат, 1991) с. 1232.
- [27] В. Виттеман. *СО<sub>2</sub>-лазер*: Пер. с англ. (М., Мир. 1990) с. 360.

Редактор Т.А. Полянская

# Influence of the electromagnetic radiation of carbon nanotubes under nanosecond impulses

N.R. Sadykov, N.A. Scorkin, E.A. Akhljustina

Snezhinsk Physics and Technology Institute of the National Researck Nuclear University "MEPhl", 456070 Snezhinsk, Chelyabinsk, Russia

**Abstract** For metal zigzag-type carbon nanotubes the dependence of nonlinear current on the value of variable electric field with width of inclined forward front  $\Delta T = 3 \cdot 10^{-11}$  s and wavelength  $\lambda \approx 1$  mm is investigated. It is shown theoretically also numerically that the value of surface current practically does not depend on nanotube radius. In the case of semiconductor zigzag-type nanotubes the radiation of two-frequency CO<sub>2</sub>-laser with constant amplitudes is considered as variable electric field. The dependence on the value of ralaxation time in Boltzmann kinetic equation is investigated. The optimal conditions of generation of terahertz radiation are reached when the relaxation time is 40 fs. It is numerically istablished that the amplitude of amplifying radiation has beating character.