01

# Оптимизация уравнения для вычисления коэффициента заполнения при проектировании сборок Хальбаха

© F. Balcı [1], A. Bingolbali [1,¶], N. Dogan [2], M. Irfan [3]

[1] Department of Bioengineering, Yıldız Technical University, Istanbul, Turkey
[2] Department of Physics, Gebze Technical University, Gebze, Turkey
[3] Department of Electronics Engineering, Gebze Technical University, Gebze, Turkey
[¶] E-mail: ab1353@gmail.com

*Поступило в Редакцию 12 мая 2020 г.*
*В окончательной редакции 10 октября 2020 г.*
*Принято к публикации 18 октября 2020 г.*

В рамках задачи магнитопорошкового и магнитно-резонансного формирования изображений проведено моделирование поля выбора (пространственно неоднородного) и поля возбуждения (пространственно однородного), создаваемых с помощью магнитов Хальбаха. В области применения структур Хальбаха ключевыми факторами являются характеристики постоянных магнитов (длина и остаточная плотность магнитного потока) и геометрические параметры сборки (фактор заполнения ($FF$), число магнитов и радиус структуры). Влияние отношения факторов заполнения на плотность магнитного потока исследовалось на схемах с четырьмя и восемью цилиндрическими магнитами. Выведено новое математическое выражение, позволяющее точно рассчитать необходимое расположение магнитов даже для случая 100% заполнения ($FF = 1$). Проведен численный расчет согласно предложенной модели, при этом точность определения плотности магнитного потока в четырехмагнитной системе на 17% превысила точность, обеспечиваемую моделью, предложенной в литературе.

**Ключевые слова:** магниты Хальбаха, фактор заполнения ($FF$), магнитопорошковое формирование изображения (MPI), магнитно-резонансное формирование изображений (MRI).

DOI: 10.21883/PJTF.2021.04.50635.18453

Магнитная сборка Хальбаха представляет собой конфигурацию постоянных магнитов, обеспечивающую, с одной стороны, усиление магнитного потока, а с другой — его уменьшение вплоть до полного исчезновения. Такие двумерные схемы распределения намагниченности были впервые предложены Маллинсоном в 1971 г. [1]. Дальнейшая разработка таких схем распределения намагниченности была проведена Хальбахом [2,3], в результате чего были созданы системы многополярных постоянных магнитов, которые в течение последних десятилетий известны как сборки Хальбаха. Известны конфигурации магнитов Хальбаха линейного, кругового или сферического типа. Такие конфигурации магнитов могут создавать биполярные или многополярные магнитные поля.

Фактор заполнения [4] является одним из наиболее важных параметров магнитов Хальбаха, определяющим их эксплуатационные характеристики и применимость в различных областях (см. работы [5–15]), например в методах магнитопорошкового (MPI) и магнитно-резонансного (MRI) формирования изображений в медицинских целях. Фактор заполнения ($FF$), упоминаемый при описании конфигурации магнитов Хальбаха, представляет собой коэффициент заполнения магнитов такой системы.

Значение $FF$ существенно влияет на изменение плотности магнитного потока. Целью настоящей работы является оптимизация приведенного в работе [4] уравнения для расчета фактора заполнения магнита Хальбаха, недостатком которого является отождествление диаметра магнита с длиной занимаемой им дуги. Кроме того, это уравнение подразумевает перекрытие расположенных следом друг за другом магнитов при 100% заполнении ($FF = 1$). Из-за этих особенностей используемое в литературе уравнение для определения $FF$ нельзя считать корректным.

В результате развития предложенной здесь математической модели удалось построить такую конфигурацию магнитов (сборку Хальбаха), при которой коэффициент заполнения, равный 1, обеспечивается без взаимного перекрытия соседних магнитов. В работе исследуется влияние значения $FF$ на плотность магнитного потока в системах Хальбаха с четырьмя и восемью магнитами (M). Чтобы выделить влияние именно величины $FF$, значения всех остальных параметров (длины, остаточной магнитной индукции, радиуса структуры) поддерживались на постоянном уровне. Оптимизация всех параметров была также проведена, и влияние их значений на характеристики сборки Хальбаха было тщательно изучено [16]. На рис. 1 представлена геометрическая схема сборки Хальбаха с четырьмя магнитами.

Радиус магнита $|CP|$ выражается через центральный угол ($COP$), обозначенный как угол $\alpha$:

$$|CP| = \frac{D_m}{2} = R_s \sin(\alpha), \qquad (1)$$

где $\frac{D_m}{2}$ — радиус магнита, а $R_s$ — радиус сборки. Поскольку полный угол в точке $O$ составляет $2\pi = 360^\circ$,

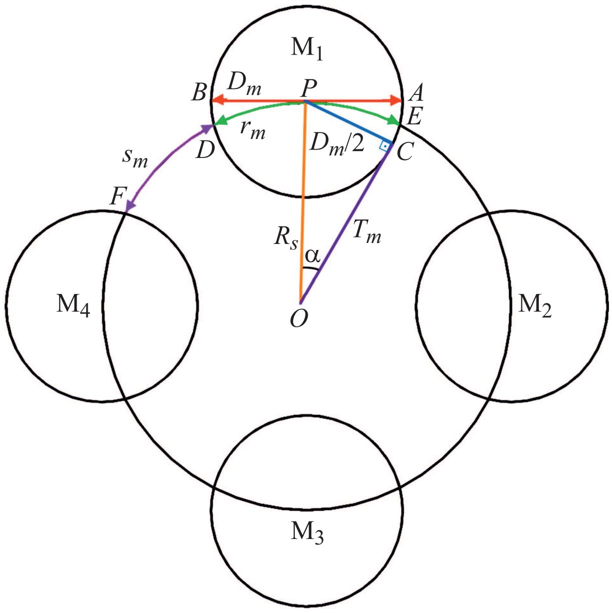


**Рис. 1.** Двумерное изображение четырехмагнитной сборки Хальбаха. Радиус сборки обозначен как $R_s$. $D_m$ — диаметры постоянных магнитов ($\mathrm{M}_1$, $\mathrm{M}_2$, $\mathrm{M}_3$ и $\mathrm{M}_4$), $\alpha$— угол между касательной к магниту ($T_m$) и радиусом сборки, $r_m$ — длина дуги, перекрытой магнитом, $s_m$ — длина дуги между магнитами.

при любом значении $FF$ внешний касательный угол каждого магнита можно определить как

$$\alpha = \frac{\pi \cdot FF}{n}. \tag{2}$$

В такой модели легко учитываются изменения радиусов как магнитов, так и всей сборки. Таким образом, выражение для $FF$ принимает следующий вид:

$$FF = \frac{n}{\pi} \arcsin\left(\frac{D_m}{2R_s}\right). \tag{3}$$

Благодаря точному математическому представлению коэффициента $FF$ проблема перекрытия соседних магнитов устраняется. В отличие от модели, принятой в литературе, данная модель не включает в себя периметр корпуса сборки (т. е. $2\pi R_s$). В результате проблема совмещения магнитов при $FF = 1$ решается так, как показано на рис. 2.

В данном исследовании проведен расчет плотности магнитного потока в центре системы на примере цилиндрических сборок Хальбаха с четырьмя и восемью магнитами, поскольку именно такая конфигурация используется чаще других, особенно в случае задачи магнитопорошковой визуализации. Для систем Хальбаха, построенных на основе уравнения (3) и выражения, приведенного в литературе [4], численный расчет плотности магнитного потока был выполнен с помощью программы COMSOL Multiphysics 5.3a (COMSOL AB, Стокгольм, Швеция).

При этом значения радиуса сборки Хальбаха (12.5 cm), длины постоянного магнита ($l = 50$ cm) и остаточной магнитной индукции (т. е. коэффициента $B_r$ магнитов, равного 1.2 T) поддерживались на постоянном уровне. Для оценки влияния коэффициента $FF$ на плотность магнитного потока была проведена параметрическая оптимизация. На рис. 3 представлены результаты сравнения расчетов по новой модели с результатами использования уравнения, приведенного в литературе, причем сравнение проводилось в центральных точках геометрических систем (рис. 3). Результаты, полученные с помощью новой модели, со всей очевидностью превосходят те, которые дает уравнение, приведенное в литературе. При моделировании были заданы четыре разных значения коэффициента заполнения (0.68, 0.78, 0.88 и 1). По окончании вычислений было проведено сравнение результатов обеих моделей.

В практических приложениях фактор заполнения играет важную роль в определении зазора между магнитами, необходимого для фиксации полюсов магнитов Хальбаха в определенных точках. Неадекватность приведенного в литературе выражения становится особенно заметной в случае систем с небольшим числом магнитов, например систем Хальбаха с четырьмя и восемью магнитами, когда погрешность составляет $\sim 17.6\%$. Однако в конфигурациях, число магнитов в которых равно или превышает 12, приведенная в литературе величина погрешности варьируется в зависимости от коэффициента заполнения в пределах 0.5–1.5%. Таким образом, различие между результатами, предоставляемыми модифицированной моделью (уравнение (3)) и старой моделью (уравнение, приведенное в литературе), значительно уменьшается при использовании большого (более 10) количества магнитов.

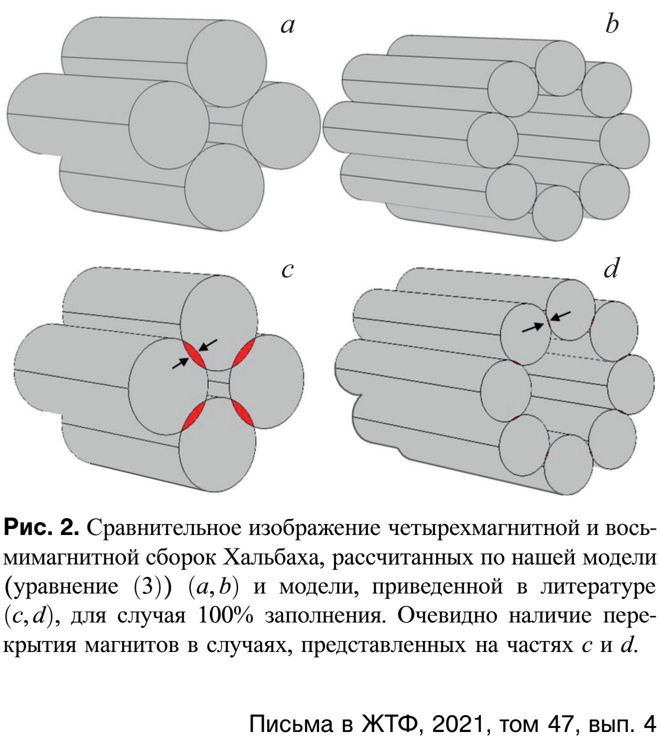


**Рис. 2.** Сравнительное изображение четырехмагнитной и восьмимагнитной сборок Хальбаха, рассчитанных по нашей модели (уравнение (3)) $(a, b)$ и модели, приведенной в литературе $(c, d)$, для случая 100% заполнения. Очевидно наличие перекрытия магнитов в случаях, представленных на частях $c$ и $d$.

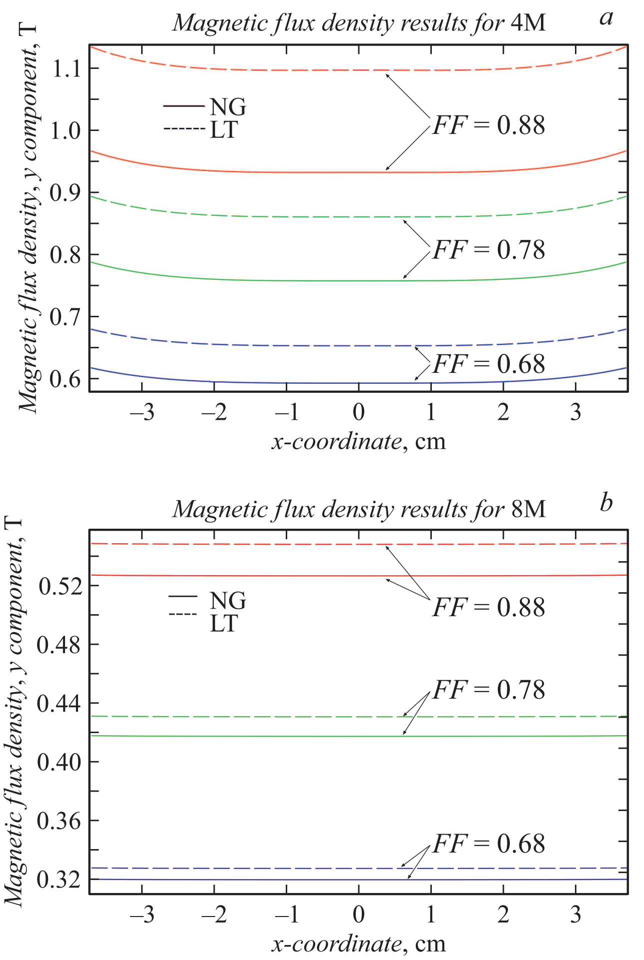


**Рис. 3.** Влияние значения фактора заполнения на геометрические различия между системами, смоделированными с использованием уравнения, приведенного в литературе, и нашего нового уравнения, для четырехмагнитной (4M) (*a*) и восьмимагнитной (8M) (*b*) сборки. NG — новая геометрия (сплошные линии), LT — литературные данные (штриховые линии).

Из рис. 3 видно, что различие между значениями плотности магнитного потока, полученными с помощью указанных двух уравнений при значениях коэффициента заполнения 0.68, 0.78 и 0.88, составляет соответственно 10.08, 13.53 и 17.61% для систем с четырьмя магнитами и 2.41, 3.18 и 4.08% для систем с восемью магнитами. Кроме того, по оптимизированному уравнению были проведены расчеты для случая $FF = 1$. При этом наибольшие значения плотности магнитного потока 1.154 и 0.674 T были получены соответственно при четырех и восьми магнитах (рис. 4). Центральные области сборок Хальбаха (с четырьмя и восемью магнитами) обладают высокой степенью однородности, что имеет большое значение в таких приложениях, как MRI и MPI. Однако с помощью уравнения, приведенного в литературе, спроектировать сборку Хальбаха с наибольшим (равным 1) коэффициентом $FF$ не представляется возможным.

В настоящей работе было обнаружено, что недостаток (погрешность) приведенного в литературе уравнения порождает погрешность порядка 17% для четырехмагнитной системы Хальбаха и 4% для восьмимагнитной. Другими словами, было показано, что для четырехмагнитной системы Хальбаха предложенная здесь численная модель обеспечивает примерно на 17% лучшую точность определения плотности магнитного потока. Разработанная нами новая формула (уравнение (3)) позволяет избавиться от перекрытия соседних магнитов в случае максимального коэффициента заполнения ($FF = 1$) и в случае наибольшей плотности магнитного потока. Таким

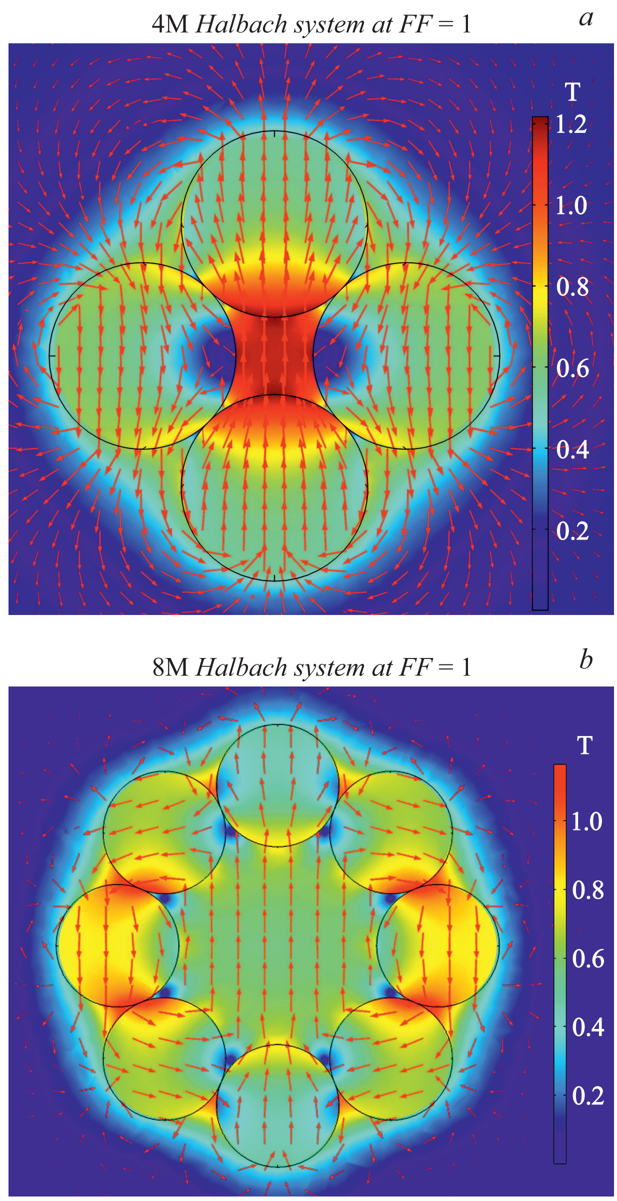


**Рис. 4.** Двумерные изображения плотности магнитных потоков для четырехмагнитной (4M) и восьмимагнитной (8M) геометрии для приложений с использованием однородного магнитного поля при 100% заполнении. *a* — значение 1.154 T получено в центре четырехмагнитной сборки, *b* — значение 0.674 T получено в центре восьмимагнитной сборки.

образом, результаты данного исследования позволяют устранить погрешность и другие недостатки модели, задаваемой приведенным в литературе уравнением.

### Финансирование работы

Финансовая поддержка работы осуществлялась Советом по научно-техническим исследованиям Турции (Scientific and Technological Research Council of Turkey) (грант TUBITAK 115E776&115E777).

### Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

## Список литературы

[1] J.C. Mallinson, IEEE Trans. Magn., **9** (4), 678 (1973).
[2] K. Halbach, IEEE Trans. Nucl. Sci., **26** (3), 3882 (1979).
[3] K. Halbach, Nucl. Instrum. Meth., **169** (1), 1 (1980).
[4] M.W. Vogel, A. Giorni, V. Vegh, R. Pellicer-Guridi, D.C. Reutens, PLoS ONE, **11** (6), e0157040 (2016).
[5] K. Turek, P. Liszkowski, J. Magn. Res., **238**, 52 (2014).
[6] C.W. Windt, H. Soltner, D. van Dusschoten, P. Blümler, J. Magn. Res., **208** (1), 27 (2011).
[7] S. Anferova, V. Anferov, J. Arnold, E. Talnishnikh, M.A. Voda, K. Kupferschläger, B. Blümich, Magn. Res. Imaging, **25** (4), 474 (2007).
[8] C.Z. Cooley, J.P. Stockmann, B.D. Armstrong, M. Sarracanie, M.H. Lev, M.S. Rosen, L.L. Wald, Magn. Res. Med., **73** (2), 872 (2015).
[9] C.Z. Cooley, M.W. Haskell, S.F. Cauley, C. Sappo, C.D. Lapierre, C.G. Ha, L.L. Wald, IEEE Trans. Magn., **54** (1), 5100112 (2018).
[10] J. Konkle, P. Goodwill, S. Conolly, in *Medical imaging 2011: biomedical applications in molecular, structural, and functional imaging*, Proc. SPIE, **7965**, 79650X (2011).
[11] M. Weber, J. Beuke, A. von Gladiss, K. Gräfe, P. Vogel, V.C. Behr, T.M. Buzug, Int. J. Magn. Part. Imaging, **4** (2), 1811004 (2018).
[12] H. Bagheri, C.A. Kierans, K.J. Nelson, B.A. Andrade, C.L. Wong, A.L. Frederick, M.E. Hayden, in *5th Int. Workshop on magnetic particle imaging (IWMPI)* (IEEE, 2015), p. 1-1.
[13] P. Babinec, A. Krafčík, M. Babincová, J. Rosenecker, Med. Biol. Eng. Comput., **48** (8), 745 (2010).
[14] A. Sarwar, A. Nemirovski, B. Shapiro, J. Magn. Magn. Mater., **324** (5), 742 (2012).
[15] H. Soltner, P. Blümler, Concepts Magn. Res. A, **36A** (4), 211 (2010).
[16] F. Balcı, *Master thesis* (Yıldiz Technical University, Istanbul, Turkey, 2020).