# 09 Чувствительность отражательных терагерцовых сенсоров водных растворов

© А.Б. Сотский,<sup>1</sup> М.М. Назаров,<sup>2</sup> С.С. Михеев,<sup>1</sup> Л.И. Сотская<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Могилевский государственный университет им. А.А. Кулешова,

212022 Могилев, Беларусь

<sup>2</sup> Национальный исследовательский центр "Курчатовский институт",

123098 Москва, Россия

<sup>3</sup> Белорусско-Российский университет,

212000 Могилев, Беларусь

e-mail: ab\_sotsky@mail.ru

Поступило в Редакцию 11 июня 2020 г. В окончательной редакции 22 июля 2020 г. Принято к публикации 19 августа 2020 г.

> Исследована чувствительность сенсоров состава водных растворов, в которых осуществляется регистрация терагерцового сигнала, отраженного от структуры диэлектрическая пленка–раствор. Показано, что максимизация чувствительности достигается при выборе углов падения и частот излучения, обеспечивающем нулевое отражение монохроматического излучения от названной диссипативной структуры. Выяснены условия реализации такого отражения для волн *s*- и *p*-поляризации. Расчеты подтверждены экспериментально на примере сенсора концентрации глюкозы в воде, в котором использована тонкая кремниевая пластина, отделяющая раствор от воздуха. Установлено, что при использовании метода терагерцовой спектроскопии во временной области предложенная схема сенсора позволяет надежно обнаружить и различить примеси глюкозы концентрации 10 и 30 g/l.

> Ключевые слова: терагерцовый сенсор раствора, закон Брюстера, мода Ценнека, метод терагерцовой спектроскопии во временной области, концентрация глюкозы в водном растворе.

DOI: 10.21883/JTF.2021.02.50368.199-20

#### Введение

По мере освоения терагерцового (THz) диапазона частот в биологии и медицине становятся востребованными THz-сенсоры состава жидкостей [1-5]. Это объясняется потребностями спектроскопии биологических жидкостей, поскольку переход от поликристаллического вещества к раствору приводит к существенным изменениям его спектральных характеристик в ТН*z*-диапазоне [1,2]. Однако создание таких сенсоров сталкивается с высоким поглощением ТНz-излучения водой и другими полярными жидкостями. Например, слой воды толщиной 200 µm ослабляет интенсивность ТНz-излучения на два порядка, а слой толщиной 1 mm практически непрозрачен во всем ТНz-диапазоне частот. В таких условиях предпочтительно использовать сенсоры отражательного типа, которые более чувствительны к выявлению малых различий в спектральных характеристиках растворов по сравнению с измерением пропускания растворов в кювете [1]. Кроме того, с использованием таких сенсоров принципиально возможно решение важной проблемы неинвазивного контроля концентрации глюкозы в крови [3]. Однако и чувствительность известных сенсоров отражательного типа сравнительно невысока, что объясняется малой протяженностью области взаимодействия зондирующего излучения с исследуемой средой. В настоящей работе показано, что преодолеть данное ограничение и на этой основе существенно повысить чувствительность THz-спектроскопии водных растворов позволяет использование пленочного сенсора с нулевым отражением. Эффект нулевого отражения имеет аналогию с классическим законом Брюстера, который утверждает равенство нулю коэффициента отражения r<sub>p</sub> плоской волны p-поляризации при ее падении на плоскую границу раздела двух однородных сред с вещественными диэлектрическими проницаемостями  $\varepsilon_a$ и *ε*<sub>s</sub> со стороны среды с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon_a$  под углом  $b = \operatorname{arctg} \sqrt{\varepsilon_s \varepsilon_a^{-1}}$ , называемым углом Брюстера [6]. В присутствии поглощения в средах и при отклонении границы раздела от идеальной плоской геометрии данный закон строго не выполняется, но если указанные факторы невелики, то отражательная способность |r<sub>P</sub>|<sup>2</sup> имеет минимум при угле падения  $\theta_b \approx \arctan \left[ \sqrt{\operatorname{Re} \varepsilon_s(\operatorname{Re} \varepsilon_a)^{-1}} \right]$ , который называется псевдобрюстеровским углом [7–9]. Использование в экспериментах углов падения, близких к  $\theta_b$ , приводит к возбуждению быстрых мод Ценнека [10], благодаря чему длина взаимодействия излучения с границей раздела сред, одной из которых является исследуемая среда, значительно превосходит длину волны излучения. В результате значения  $\theta_b$ ,  $|r_p(\theta_b)|$  и отношение  $r_p(\theta_b)r_s(\theta_b)$ (r<sub>s</sub> — коэффициент отражения плоской волны s-поляризации) оказываются весьма чувствительными к параметрам границы раздела [7-9]. Это объясняет широкое использование псевдобрюстеровских углов при решении обратных задач эллипсометрии и спектрофотометрии поверхности [7,9]. Но при наличии значительного поглощения электромагнитного излучения исследуемым раствором псевдобрюстеровский угол утрачивает практическое значение (см. ниже). Тем не менее, как установлено в [11], в диссипативных структурах пленкаподложка при определенных углах падения излучения на структуру и на определенных частотах может быть реализовано нулевое отражение от структур волн как s-, так и p-поляризации, причем в последнем случае возможен предельный переход к закону Брюстера. Режим нулевого отражения эквивалентен возбуждению быстрых длиннопробежных мод структуры, являющихся аналогами мод Ценнека. Поэтому при использовании ТНz-сенсоров отражательного типа с конфигурацией пленка-исследуемый раствор можно надеяться на существенное увеличение чувствительности к спектральным характеристикам раствора. Ниже этот факт подтвержден теоретически и экспериментально. В частности, методом THz-спектроскопии во временной области (метод THz-TDS [12]) осуществлено надежное детектирование концентрации глюкозы в воде на уровне 10 g/l, что с использованием других известных ТНz-сенсоров водных растворов проблематично.

## 1. Чувствительность отражательных ТНz-сенсоров водных растворов

Рассмотрим сенсоры отражательного типа, в которых методом THz-TDS измеряется дисперсия отношения  $r_{\alpha}/r_{\alpha}^{(0)}$ . Здесь  $r_{\alpha}$  и  $r_{\alpha}^{(0)} = r_{\alpha}|_{C=0}$  — комплексные коэффициенты отражения плоских волн p- ( $\alpha = p$ ), либо *s*-поляризации ( $\alpha = s$ ) от пленки толщины *d*, контактирующей с водой, содержащей примесный компонент концентрации *C*, и с чистой водой (C = 0). Излучение падает на пленку под углом  $\theta$  со стороны среды с вещественной диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon_a$ . Пленка и раствор разделены плоской границей и имеют комплексные диэлектрические проницаемости  $\varepsilon_f$  и  $\varepsilon_s$  соответственно.

Согласно [11]:

$$r_{\alpha} = F_{\alpha} \Phi_{\alpha}^{-1}, \tag{1}$$

$$F_{p}, \Phi_{p} = [1 \mp h_{s} \varepsilon_{a} (h_{a} \varepsilon_{s})^{-1}] \cos(k_{0} \sigma d) + i [h_{s} \varepsilon_{f} (\sigma \varepsilon_{s})^{-1} \mp \sigma \varepsilon_{a} (h_{a} \varepsilon_{f})^{-1}] \sin(k_{0} \sigma d),$$
(2)  
$$F_{s}, \Phi_{s} = (1 \mp h_{s} h_{a})^{-1} \cos(k_{0} \sigma d) + i (h_{s} \sigma^{-1} \mp \sigma h_{a}^{-1}) \sin(k_{0} \sigma d),$$
(3)

где  $h_{a,s} = \sqrt{\varepsilon_{a,s} - \beta^2}$ ,  $\sigma = \sqrt{\varepsilon_f - \beta^2} (\text{Re}(h_{a,s}, \sigma) \ge 0)$ ,  $k_0 = 2\pi f c^{-1}$  — волновое число вакуума, c — скорость света,  $\beta = \sqrt{\varepsilon_a} \sin \theta$  — проекция безразмерного волнового вектора падающей волны на плоскость пленки. В качестве параметров, характеризующих чувствительность сенсора, примем производные

$$(\partial \rho_{\alpha}/\partial A)_{A=0}, \quad (\partial \varphi_{\alpha}/\partial A)_{A=0},$$
 (4)

где  $\rho_{\alpha} = |r_{\alpha}/r_{\alpha}^{(0)}), \ \varphi_{\alpha} = \arg(r_{\alpha}) - \arg(r_{\alpha}^{(0)}), \ A$  — некий коэффициент, пропорциональный *С*. Для диэлектрической проницаемости раствора воспользуемся моделью

$$\varepsilon_s = 2.5 + \frac{75(1-A)}{1+i19\pi f} + \frac{1.47}{1+i0.46\pi f} + \frac{32}{28.09 - f^2 + i5.35f},$$
(5)

где частота f берется в THz, A = KC, множитель K определяется типом примесного компонента [13].

На рис. 1 сопоставлены графики угловой зависимости чувствительности отражательных сенсоров трех типов, рассчитанные на основании (1)-(3), (5).

Здесь использованы обозначения

$$egin{aligned} M^{(lpha)}_{
ho} &= \log_{10}igg( \max_f \Big|rac{\partial 
ho_{lpha}}{\partial A}\Big|_{A=0}igg), \ M^{(lpha)}_{arphi} &= \log_{10}igg( \max_f \Big|rac{\partial arphi_{lpha}}{\partial A}\Big|igg), \end{aligned}$$

где максимумы величин определяются на интервале  $0.1 \le f \le 1 \,\mathrm{THz}.$ 

Рис. 1, *а* соответствует простейшему сенсору, в котором THz-сигнал отражается от плоской границы раздела воздух-раствор ( $\varepsilon_a = 1$ ,  $d = 0 \mu m$ ), рис. 1, *b* — сенсору, использующему эффект нарушенного полного внутреннего отражения (НПВО) THz-сигнала от границы раздела основание кремниевой призмы — раствор ( $\varepsilon_a = 3.42^2$ ,  $d = 0 \mu m$ ) [13], рис. 1, *c*, *d* — предлагаемым сенсорам, в которых THz-сигнал, падающий из воздуха, отражается от структуры диэлектрическая пленка толщины *d*-раствор. Рис. 1, *c* относится к пленке из высокоомного кремния (пленка Si<sub>1</sub>) с  $\varepsilon_f = n_f^2$ , где  $n_f = 3.42 - i0.005$  [14], рис. 1, *d* — к пленке из полипропилена (пленка PP) с  $\varepsilon_f = 2.247 - i0.0036$  [15]. Толщина обеих пленок  $d = 240 \mu m$ .

Согласно рис. 1, *a*, *b*, чувствительность известных отражательных сенсоров растворов незначительна. Из сравнения рис. 1, *a* и *b* следует также несколько более высокая чувствительность сенсора, использующего эффект НПВО и преимущество использования волн *p*-поляризации.

Кардинально решить проблему максимизации чувствительности THz-сенсоров водных растворов позволяет использование пленки, отделяющей раствор от воздуха (рис. 1, *c*, *d*). Здесь существенную роль играют поляризация излучения и диэлектрическая проницаемость пленки. Для высокопреломляющей пленки Si<sub>1</sub> в случае использования волн *p*-поляризации можно выделить две области с экстремально высокой чувствительностью сенсора по обоим критериям (4) в диапазонах



**Рис. 1.** Угловые зависимости чувствительностей известных (a, b) и предлагаемых (c, d) THz-сенсоров водных растворов отражательного типа. Сплошные кривые:  $I - M_{\rho}^{(p)}(\theta), 2 - M_{\rho}^{(p)}(\varphi)$ , штриховые кривые  $I' - M_{\rho}^{(s)}(\theta), 2' - M_{\rho}^{(s)}(\varphi)$ .

углов падения  $64.14^{\circ} \le \theta \le 64.84^{\circ}$  и  $79.21^{\circ} \le 79.99^{\circ}$  (рис. 1, *c*). При использовании низкопреломляющей пленки PP аналогичный результат имеет место для волн как *p*-, так и *s*-поляризации (рис. 1, *d*). Здесь для *s*-волн максимумы чувствительности наблюдаются в диапазонах  $40.83^{\circ} \le \theta \le 42.24^{\circ}$  и  $62.6 \le \theta \le 63.54^{\circ}$ , а для *p*-волн — в диапазонах  $66.61^{\circ} \le \theta \le 66.73^{\circ}$  и  $69.4 \le \theta \le 69.55^{\circ}$ . Формально данные особенности следуют из выражения

$$\left(\frac{d\rho_{\alpha}}{dA} + i\frac{d\varphi_{\alpha}}{dA}\right)_{A=0} = \frac{1}{r_{\alpha}^{(0)}} \left(\frac{\partial r_{\alpha}}{\partial A}\right)_{A=0}$$

и объясняются наличием в указанных областях нулей функций  $r_{\alpha}^{(0)}(\theta, f)$ .

Для исследования названных нулей заметим, что комплексное уравнение  $r_{\alpha}(\theta, f) = 0$ , или эквивалентное ему  $r_{\alpha}(\beta, f) = 0$  при любом A сводится к системе двух вещественных уравнений

$$L = R_k, \tag{6}$$

$$k_0 d \operatorname{Re} \sigma = R_k, \tag{7}$$

где  $R_k = \operatorname{Re}[\operatorname{Arctg}(z)], L = \operatorname{Re}\sigma(\operatorname{Im}\sigma)^{-1}\operatorname{Im}[\operatorname{Arctg}(z)],$ 

$$egin{aligned} z &= i(h_sarepsilon_s^1 - h_aarepsilon_a^{-1})\sigmaarepsilon_f^{-1}[(\sigmaarepsilon_f^{-1})^2 \ &-h_ah_s(arepsilon_aarepsilon_s)^{-1}]^{-1} \ (p ext{-волны}), \ &z &= i(h_s - h_a)\sigma[\sigma^2 - h_ah_s]^{-1} \ (s ext{-волны}), \end{aligned}$$

Журнал технической физики, 2021, том 91, вып. 2



**Рис. 2.** Зависимости  $L(\beta)$  на частоте f = 0.5 THz для PP- (1, 2) и Si<sub>1</sub>-пленок (3, 4), контактирующих с водой. Кривые 1, 3 - p-волны, 2, 4 - s-волны. Штриховая линия — нулевой уровень L.

и выбраны ветви бесконечнолистной функции  $\operatorname{Arctg}(z)$ 

$$Re[Arctg(z)] = 0.5 \Big\{ Arctg[2x(1-|z|^2)^{-1}] \\ + \pi sign(x)H(|z|^2-1) \Big\} + k\pi, \qquad (8)$$

 $Im[Arctg(z)] = 0.25In\left\{ [(1+y)^2 + x^2][(1-y)^2 + x^2]^{-1} \right\},$ где  $x = \operatorname{Re}(z), y = \operatorname{Im}(z), H(a) = 1$  при  $a \ge 0, H(a) = 0$ при  $a < 0, k = 0, 1, \dots$ 

Предположим вначале, что частота f фиксирована. Тогда неизвестными в (6), (7) являются  $\beta$  и d. Ключевую роль играет решение относительно  $\beta$  уравнения (6), свойства которого определяются значениями  $\varepsilon_f$  и  $\varepsilon_s$ . Последующее обращение в тождество уравнения (7) сводится к прямому расчету d.

Особенности функции  $L(\beta)$  на фиксированной частоте иллюстрирует рис. 2.

В случае *p*-волн график  $L(\beta)$  имеет острый максимум при аргументе

$$\beta = \beta_m = \sqrt{\varepsilon_a \operatorname{Re}(\varepsilon_f) [\operatorname{Re}(\varepsilon_a + \varepsilon_f)]^{-1}},$$

который соответствует псевдобрюстеровскому углу падения для границы раздела воздух-материал пленки. Значение  $L(\beta_m)$  монотонно возрастает по мере уменьшения  $|\text{Im}\varepsilon_f|$ , причем  $L(\beta_m) \to \infty$ , если  $\text{Im}\varepsilon_f \to 0$ . Для кремния и полипропилена  $L(\beta_m) = 1807$  и  $L(\beta_m) = 2967$ соответственно. В диапазоне  $0 \le \beta \le \beta_m$  функция  $L(\beta)$ является монотонно возрастающей, а в диапазоне  $\beta_M < \beta \le 1$  — монотонно убывающей. При этом L(1) < 0, а знак L(0) зависит от диэлектрических проницаемостей сред. В частности, для слабо поглощающих сред

$$\operatorname{sign}[L(0)] = \operatorname{sign}\left[\sqrt{\operatorname{Re}(\varepsilon_a)\operatorname{Re}(\varepsilon_s)} - \operatorname{Re}(\varepsilon_f)\right].$$
(9)

Из (8) следует, что функция  $R_k(\beta)$  удовлетворяет неравенствам

$$(k-0.5)\pi \le R_k(\beta) \le (k+0.5)\pi$$
 (10)

и имеет единственный разрыв первого рода при  $\beta \approx \beta_m$ . В результате при рассмотрении *p*-волн система уравнений (6), (7) имеет два конечных дискретных набора решений для  $\beta$  и *d*. Эти решения мы обозначим через  $\beta_{pk}^{(l)}$  и  $d_{pk}^{(l)}$ , где l = 1, 2 — номер набора. Набор с l = 1 относится к области  $0 \le \beta \le \beta_m$ , а набор с l = 2 — к области  $\beta_m < \beta \le 1$ . Решения из обоих наборов различаются числами *k* в (8), расположенными в диапазонах  $k_{p\min}^{(l)} \le k \le k_{p\max}^{(l)}$ . Значения  $d_{pk}^{(l)}$  удовлетворяют неравенствам  $d_{p\min}^{(l)} \le d_{pk}^{(l)} \le d_{p\max}^{(l)}$ , где  $d_{p\min}^{(l)} = h_{p\min}^{(l)} = h_{p\min}^{(l$ 

Заметим, что полученные предельные значения толщин пленок  $d_{p\,\text{max}}^{(1),(2)} = 22.7 \,\text{сm}$  и  $d_{p\,\text{max}}^{(2)} = 5.2 \,\text{сm}$  весьма велики. Их следует расценивать как формальный результат строгого решения уравнений (6), (7). Практический же интерес представляют толщины пленок, сопоставимые с длиной волны THz-излучения, находящиеся в найденных выше диапазонах (см. далее).

Для *s*-волн функция  $L(\beta)$  является монотонно убывающей. Ее максимальное значение L(0) совпадает с L(0) для *p*-волн, а L(1) < 0. Очевидно, что при L(0) < 0 система (6), (7) не имеет решений с d > 0. Таким образом, в случае кремниевой пленки уравнение  $r_{\alpha}(\beta, f) = 0$  может быть удовлетворено только для *p*-волн. В то же время для РР пленки L(0) > 0. Как ясно из рис. 2 и неравенств (10), в этом случае для *s*-волн существует единственный набор решений системы (6), (7) для  $\beta$  и *d*, отвечающих различным *k*. Эти решения мы обозначим через  $\beta_{sk}$  и  $d_{sk}$ . Их набор дополняет набор с l = 1 для *p*-волн со стороны меньших значений *d*. Минимальное значение  $d_{sk}$ , равное  $d_{s0} = 97.25 \,\mu$ m, имеет место при  $\beta_{s0} = 0.751$ , а максимальное значение  $d_{sk}$  совпадает с  $d_{pmin}^{(1)}$ .

Рис. 3, где  $b_{pk}^{(l)} = \arcsin(\beta_{pk}^{(l)}), b_{sk} = \arcsin(\beta_{sk}),$  иллюстрирует частотную зависимость решений уравнений (6), (7), принадлежащих указанным выше наборам.

Представляет интерес определение углов падения  $\theta$  и частот f, соответствующих нулевому отражению излу-



**Рис. 3.** Частотная зависимость параметров, обеспечивающих нулевое отражение THz-излучения от пленки Si<sub>1</sub> (a, b) и пленки PP (c, d), контактирующих с водой (A = 0).

чения от сенсора, при условии задания толщины пленки d. В этом случае система уравнений (6), (7) должна решаться относительно  $\beta$  и f. Как видно из рис. 3, зависимости  $d_{pk}^{(l)}(f)$  и  $d_{sk}(f)$ , отвечающие различным k, являются монотонными. Это означает, что уравнение (7) после подстановки в него функции  $\beta(f)$ , определенной из (6), имеет единственное решение для f. Обозначим такие решения для волн p-поляризации через  $f_{pk}^{(l)}$ , а для волн s-поляризации — через  $f_{sk}$ , где индексы имеют такой же смысл, как и в определенных выше величинах  $\beta_{pk}^{(l)} = \beta(f_{pk}^{(l)}), \beta_{sk} = \beta(f_{sk}).$ 

Согласно рис. 3, пары  $f_{pk}^{(l)}, b_{pk}^{(l)}$ , для *p*-волн и  $f_{sk}, b_{sk}$ для *s*-волн составляют дискретные множества. Например, из рис. 3, *a*, *b* следует, что при  $d = 240 \,\mu$ m на промежутке 0.1  $\leq f \leq 1$  THz в каждом из наборов решений для волн *p*-поляризации имеется 5 пар значений  $f_{pk}^{(1)}, b_{pk}^{(1)}$ , причем  $b_{pk}^{(1)}$  находятся в угловых интервалах максимальной чувствительности (рис. 1, *c*). Аналогичная корреляция имеет место между рис. 3, *c*, *d* и рис. 1, *d*. Округленные значения  $f_{pk}^{(1)}$ ,  $b_{pk}^{(1)}$  для сенсора с пленкой Si<sub>1</sub> (рис. 1, *a*) и  $f_{sk}$ ,  $b_{sk}$  для сенсора с пленкой PP (рис. 3, *d*), использованные в дальнейших расчетах, приведены в таблице.

На рис. 4 представлены зависимости  $\rho_{\alpha}(f)$ , исследование которых методом THz-TDS предпочтительнее по сравнению с зависимостями  $\varphi_{\alpha}(f)$  ввиду высокой чувствительности последних к погрешностям юстировки сенсора и неоднозначного определения фазовых характеристик THz-сигналов. Расчеты выполнены на основании (1)-(3),(5) при значении A = 0.0074, которое относится к водному раствору глюкозы концентрации 10 g/l [13]. Углы падения излучения на сенсоры выбраны равными табличным  $b_{p1}^{(1)}$  и  $b_{s0}$ .

На рис. 4 виден резкий рост чувствительности сенсоров к примеси в растворе при стремлении  $f \kappa f_{p1}^{(1)}$ , либо  $\kappa f_{s0}$ . Физическая причина данного эффекта состоит в том, что  $b_{pk}^{(1)}$ , либо  $b_{sk}$  являются углами фазового синхронизма падающей на пленку сенсора плоской



**Рис. 4.** Зависимости  $\rho_a(f)$  для сенсоров с пленкой Si<sub>1</sub> толщины  $d = 240 \,\mu\text{m}$  при  $\theta = b_{p1}^{(1)} = 64.32^{\circ}$  (*a*) и с пленкой PP толщины  $d = 240 \,\mu\text{m}$  при  $\theta = b_{s0} = 63.09^{\circ}$  (*b*) в нормальном (диапазон  $0.1 \le f \le 1$  THz) и уменьшенных (вставки — диапазоны  $0.22 \le f \le 0.228$  THz и  $0.222 \le f \le 0.224$  THz) частотных масштабах. Штриховые линии — частоты  $f_{pk}^{(1)}$  и  $f_{sk}$ , взятые из таблицы.

Параметры нулевого отражения THz-волн от сенсоров с $d=240\,\mu{\rm m}$ 

Пленка	Поляризация	k	$b_{pk}^{(1)}, b_{sk}, \deg$	$f_{pk}^{(1)}, f_{sk}, \text{THz}$
Siı	р	1	64.32	0.223
		2	64.78	0.402
		3	64.60	0.586
		4	64.36	0.773
		5	64.18	0.960
РР	S	0	63.09	0.223
		1	41.52	0.659
Si <sub>2</sub>	р	1	66.06	0.223
		2	65.98	0.401
		3	65.48	0.586
		4	64.94	0.772
		5	64.46	0.959

волны и быстрой моды с вещественной безразмерной постоянной распространения  $\beta < 1$ , которая совпадает с  $\beta_{pk}^{(1)}$ , либо с  $\beta_{sk}$ , поскольку  $r_{\alpha}(\beta) = 0$  является дисперсионным уравнением для этой моды [16]. Высокая чувствительность сенсоров параметров сред, использующих резонансное возбуждение волноводных мод при условии их фазового синхронизма с падающей волной, хорошо известна в стандартной волноводной спектроскопии, где

с помощью призм связи возбуждаются медленные моды пленочных волноводов [17]. Для рассматриваемых быстрых мод роль такой призмы выполняет воздух. Возбуждение этих мод имеет аналогию с возбуждением моды Ценнека, которое происходит при отражении волны *p*поляризации, падающей под углом Брюстера на границу раздела прозрачных сред [10].

Сходство рассматриваемого сенсорного эффекта с аналогичными эффектами в волноводной спектроскопии, где используется зависимость от параметров окружающей среды провалов в угловой, либо частотной зависимостях отражательной способности призмы связи (так называемых темных триний), реализующихся при резонансном возбуждении волноводных мод [17], очевидно из рис. 5. Согласно рисунку, наличие примеси глюкозы в воде приводит к ощутимому изменению отражательных способностей сенсоров только в окрестности резонансных частот, соответствующих минимумам зависимостей 1, а при заметном отклонении f от  $f_{p1}^{(1)}$  на рис. 5, a, либо от  $f_{s0}$  на рис. 5, b сенсорный эффект практически исчезает.

На рис. 4 и 5 наблюдается качественное различие характеристик отражательных сенсоров, использующих волны p- и s-поляризации. При появлении в воде глюкозы в сенсоре на p-волнах происходит сдвиг минимума отражательной способности сенсора на шкале частот (рис. 5, a), тогда как в сенсоре на s-волнах основным эффектом является изменение величины отражательной способности сенсора (рис. 5, b|/). Кроме того, существенный сенсорный эффект при использовании s-волн наблюдается в гораздо более узком частотном интервале, чем в случае p-волн (рис. 4, 5).



**Рис. 5.** Спектры отражательной способности сенсоров раствора глюкозы с пленкой Si<sub>1</sub> толщины  $d = 240 \,\mu\text{m}$  при  $\theta = b_{p1}^{(1)} = 64.32^{\circ}$  для волн *p*-поляризации (*a*) и с пленкой PP толщины  $d = 240 \,\mu\text{m}$  при  $\theta = b_{z0} = 63.09^{\circ}$  для волн *s*-поляризации (*b*). Кривые I — чистая вода, 2 — водный раствор глюкозы с  $C = 10 \,\text{g/l}$ .



Рис. 6. Дисперсионные кривые моды *p*-поляризации структуры воздух–(пленка Si<sub>1</sub> толщины  $d = 240 \,\mu$ n)–вода. Вертикальные штриховые линии — частоты  $f_{pk}^{(1)}$ , горизонтальная штриховая линия — нулевой уровень Im $\beta$ .

Отметим также, что ощутимое отклонение параметра  $\rho_s$  от 1 при выбранном угле падения  $b_{s0}$  наблюдается только в окрестности частоты  $f_{s0}$  (рис. 4, b). В то же время аналогичные отклонения от 1 параметра  $\rho_p$  имеют место в окрестности всех пяти табличных частот  $f_{pk}^{(1)}$ (рис. 4, *a*) несмотря на то, что выбранный угол обращает систему (6), (7) в тождество только в паре с  $f_{p1}^{(1)}$ .

Последняя особенность объясняется дисперсионными свойствами быстрой моды *p*-поляризации на комплексной плоскости переменной *β*. Их иллюстрирует рис. 6, который построен в результате решения относительно  $\beta$  дисперсионного уравнения для данной моды  $r_p(\beta, f) = 0$ . Расчет выполнен методом контурного интегрирования [18].

Дисперсионные кривые на рис. 6 непрерывно переходят из физической (Im $\beta < 0$ ) в нефизическую область (Im $\beta > 0$ ). В момент перехода (Im $\beta \to 0$ ) на частотах  $f = f_{pk}^{(l)}$  рассматриваемая мода допускает возбуждение при условии sin  $\theta = \text{Re}\beta(f) = \beta_{pk}^{(l)}$ . Набор решений 2 системы уравнений (6), (7) формируется координатами точек пересечения кривой Re $\beta(f)$  с вертикальными штриховыми линиями, расположенных в области Re $\beta > 0.96$ , а набор решений 1 — координатами аналогичных точек, расположенных в области Re $\beta < 0.92$ .

Как видно из рис. 6, названные точки практически совпадают с экстремальными точками зависимости  $\operatorname{Re}_{\beta}(f)$ . Поэтому, дифференцируя дисперсионное уравнение  $r_{p}(\beta, f) = 0$  и используя приближение  $\operatorname{Re}(d\beta) = 0$ , получаем

$$\operatorname{Re}\left(\frac{\partial r_{p}}{\partial f}\right)df - \operatorname{Im}\left(\frac{\partial r_{p}}{\partial \beta}\right)\operatorname{Im}(d\beta) + i\left[\operatorname{Re}\left(\frac{\partial r_{p}}{\partial \beta}\right)\operatorname{Im}(d\beta) + \operatorname{Im}\left(\frac{\partial r_{p}}{\partial f}\right)df\right] = 0, \quad (11)$$

где производные вычисляются при  $\beta = \beta_{pk}^{(l)}$ ,  $f = f_{pk}^{(l)}$ . Комплексное уравнение (11) эквивалентно однородной системе двух вещественных алгебраических уравнений относительно Im $(d\beta)$  и df, определитель которой

$$\operatorname{Re}\left(\frac{\partial r_p}{\partial f}\right)\operatorname{Re}\left(\frac{\partial r_p}{\partial \beta}\right) + \operatorname{Im}\left(\frac{\partial r_p}{\partial f}\right)\operatorname{Im}\left(\frac{\partial r_p}{\partial \beta}\right) = 0.$$
(12)

С другой стороны, разложение в ряд Тейлора функции двух вещественных переменных  $|r_p(\beta, f)|^2$  в окрестности точки с координатами  $\beta = \beta_{pk}^{(l)}$ ,  $f = f_{pk}^{(l)}$ , по степеням приращений  $\Delta\beta = \beta - \beta_{pk}^{(l)}$ ,  $\Delta f = f - f_{pk}^{(l)}$ , с точностью до квадратичных членов имеет вид

$$\begin{aligned} |r_{p}(\beta, f)|^{2} &= \left\{ \left[ \operatorname{Re}\left(\frac{\partial r_{p}}{\partial \beta}\right) \right]^{2} + \left[ \operatorname{Im}\left(\frac{\partial r_{p}}{\partial \beta}\right) \right]^{2} \right\} (\Delta \beta)^{2} \\ &+ \left\{ \left[ \operatorname{Re}\left(\frac{\partial r_{p}}{\partial f}\right) \right]^{2} + \left[ \operatorname{Im}\left(\frac{\partial r_{p}}{\partial f}\right) \right]^{2} \right\} (\Delta f)^{2} \\ &+ 2 \left[ \operatorname{Re}\left(\frac{\partial r_{p}}{\partial f}\right) \operatorname{Re}\left(\frac{\partial r_{p}}{\partial \beta}\right) + \operatorname{Im}\left(\frac{\partial r_{p}}{\partial f}\right) \operatorname{Im}\left(\frac{\partial r_{p}}{\partial \beta}\right) \right] \Delta \beta \Delta f. \end{aligned}$$
(13)

Из (12) следует, что матрица квадратичной формы (13) относительно переменных  $\Delta\beta$  и  $\Delta f$  является диагональной. Следовательно, при малом  $|\Delta\beta|$ , или при малом модуле отклонении угла падения излучения на сенсор  $\theta$  от  $b_{pk}^{(l)}$ , минимум отражательной способности сенсора, а значит и максимум его чувствительности, будут наблюдаться на частоте  $f = f_{pk}^{(l)}$ , что и объясняет вид зависимости  $\rho_p(f)$  на рис. 4, *а*. Очевидно, что аналогичный результат будет иметь место и для зависимости  $\rho_p(\theta)$  при фиксации частоты. Это обстоятельство может быть использовано для максимизации чувствительности сенсоров отражательного типа с перестраиваемым углом падения  $\theta$ , использующих монохроматический источник излучения. Заметим, что при рассмотрении волн *s*-поляризации матрица квадратичной формы, аналогичной (13), не диагональна.

## 2. Эксперимент

Исследован сенсор концентрации глюкозы в воде отражательного типа. В нем одна из стенок кюветы, в которую заливался исследуемый раствор, представляла собой полированную пластину из высокоомного кремния (пленка Si<sub>2</sub>). Площадь поверхности пластины составляла 50 × 15 mm при диаметре THz-пучка 10 mm. Использована типовая установка THz-TDS [1,12]. В ней фемтосекундные оптические импульсы Ті:Sa-лазера с частотой следования 80 MHz преобразовывались в THzимпульсы кристаллом ZnTe толщиной 2 mm. Пространственный диаметр THz-импульса *р*-поляризации на выходной грани кристалла был около 0.5 mm. Импульс пропускался через линзу из кристаллического кварца с фокусным расстоянием 5 ст, фокальная плоскость которой совмещалась с выходной гранью кристалла ZnTe. Нормаль к фронту коллимированного THz-излучения составляла угол  $\theta$  с поверхностью пленки Si<sub>2</sub>. Изменение  $\theta$  контролировалось с погрешностью 0.02°. Абсолютная погрешность задания  $\theta$  порядка 0.5° была вызвана дифракционной расходимостью THz-импульса. Рабочий угол  $\theta$  настраивался по наиболее контрастной картине распределения  $|r_p^{(0)}(f)|$ . Излучение, отраженное от сенсора, проходило через еще одну линзу, идентичную названной выше. В ее задней фокальной плоскости помещалась широкоапертурная гиперсферическая кремниевая линза в виде полусферы радиуса 7.5 mm, которая фокусировала излучение на фотопроводящую антенну (THz-приемник) с площадью рабочей поверхности  $50 \times 50 \,\mu\text{m}$ . Моменты срабатывания приемника задавались с помощью управляемой линии задержки детектирующих лазерных импульсов и отстояли друг от друга на 0.05 ps. Регистрируемая напряженность электрического поля при каждом положении линии задержки усреднялась на интервале времени 0.1 s. Поскольку метод THz-TDS предполагает деление фурье-образов импульсов, отраженных от сенсора, контактирующего с исследуемым раствором и с чистой водой, главное значение для получения достоверного отклика сенсора имеет стабильность угла  $\theta$ , а не его абсолютная величина. Поэтому с целью сохранения неизменной юстировки сенсора в ходе измерений перезаливка кюветы исследуемым раствором осуществлялась непосредственно в спектрометре. Измерения проводились на оптическом столе с виброизоляцией. Термостабилизация обеспечивалась на уровне 0.5°C, при котором влияние термооптических эффектов было пренебрежимо малым по сравнению с сенсорным эффектом при  $C \ge 10$  g/l.

Перед тестированием сенсора были уточнены параметры пластинки Si<sub>2</sub>. Для этого по методике, описанной в [15], был измерен спектр модуля коэффициента пропускания пластины  $|t_f(f)|$  с использованием THzимпульса, падающего нормально ее поверхности при нахождении пластины в воздухе. Для получения  $t_f(f)$ фурье-образ прошедшего через пластину импульса делился на фурье-образ импульса, отраженного от металлического зеркала в отсутствие образца. Обработка распределения  $|t_f(f)|$  методом наименьших квадратов с использованием дисперсионной модели Друде для диэлектрической проницаемости кремния [19] и известного выражения для  $t_f$  [6] позволила установить толщину пластины Si<sub>2</sub> и ее диэлектрическую проницаемость:

$$d = 238.6 \,\mu {\rm m},$$

$$\varepsilon_f = \varepsilon_\infty \Big\{ 1 - u^2 [1 + i(uF)^{-1}] (1 + F^2)^{-1} \Big\}, \qquad (14)$$

где  $\varepsilon_{\infty} = 11.848$ ,  $u = 7.57 \cdot 10^{-3}$ ,  $F = f f_n^{-1}$ ,  $f_n = = 0.992$  THz.

О согласии экспериментальных и расчетных данных для функции  $|t_f(f)|$ , полученных в рамках модели (14), и о дисперсионных характеристиках пластинки Si<sub>2</sub> позволяет судить рис. 7.

Экспериментальные данные для реакции сенсора на изменение в водном растворе глюкозы ее концентрации *С* представлены на рис. 8.



**Рис. 7.** Характеристики кремниевой пластины Si<sub>2</sub>, использованной в эксперименте: a — частотная зависимость модуля коэффициента пропускания пластины в воздушном окружении (дискретные точки — эксперимент, сплошная кривая — теория); b — спектр комплексного показателя преломления пластины  $n_f = \sqrt{\varepsilon_f}$  (модель (14)).



**Рис. 8.** Экспериментальный отклик сенсора концентрации глюкозы в водном растворе: a — THz-импульсы, отраженные от сенсора с пластинкой Si<sub>2</sub> (схема его чувствительного элемента — на вставке) при заполнении кюветы чистой водой (кривая 1) и раствором глюкозы с C = 30 g/l (2); b — спектры параметра (15): горизонтальная штриховая линия — C = 0 g/l, сплошная кривая 1 - C = 30 g/l, 2 - C = 10 g/l; вертикальные штриховые линии — расчетные частоты для пленки Si<sub>2</sub>, взятые из таблицы.

Здесь зависимости  $\rho_p(f)$  оценены по формуле

$$\rho_p = \left| \int_{t_1}^{t_2} E(t) \exp(-i2\pi f t) dt \right| \left| \int_{t_1}^{t_2} E_0(t) \exp(-i2\pi f t) dt \right|^{-1},$$
(15)

где  $t_1 = 0$  ps и  $t_2 = 52$  ps — границы временного промежутка, использованного при измерении импульсов, E(t) — напряженность электрического поля в отраженном от сенсора импульсе при значении концентрации C;  $E_0(t) = E(t)|_{C=0 \text{ g/l}}$ . Интегралы в (15) рассчитаны методом трапеций. Расчеты и измерения выполнены при  $\theta = 65.90^{\circ}$ .

Согласно рис. 8, a, влияние небольшой примеси глюкозы в растворе слабо влияет на временную форму импульса, но существенно сказывается на его фурье-образе. Заметим, что часть импульса при  $t \le 12$  рs определяется отражением излучения от границы раздела пластина– воздух и практически не зависит от *C*. Наиболее информативным является интервал времени 15-25 ps, в котором перекрываются импульсы, отраженные от границ раздела пластина–воздух и пластина–раствор. Осцилляции сигналов при t > 25 ps можно связать с резонансным поглощением THz-излучения водяным паром, присутствовавшим в атмосфере лаборатории.

Графики зависимостей  $\rho_p(f)$  на рис. 8, *b* качественно подобны графику  $\rho_p(f)$  на рис. 4, *a*. В частности, изломы всех графиков наблюдаются на частотах  $f_{pk}^{(1)}$ . Однако экспериментальные распределения  $\rho_p(f)$  в окрестности частот  $f_{pk}^{(1)}$  (рис. 8, *b*) более уширены по сравнению с их теоретическим аналогом (рис. 4, *a*) (в частности, при C = 10 g/l модуль отклонения  $\rho_p(f)$  от 1 в окрестности резонансной частоты  $f_{p1}^{(1)} = 0.223$  THz превышает 5% в диапазонах  $0.22 \le f \le 0.226$  THz на рис. 4, *a* и  $0.185 \le f \le 0.248$  THz на рис. 8, *b*). Это можно связать с дифракционной расходимостью THz-излучения, которая в теоретической модели не учитывалась, и с конечными пределами интегрирования в (15).

Отметим, что частоты  $f_{pk}^{(1)}$  для пленок Si<sub>1</sub> и Si<sub>2</sub> практически совпадают, тогда как соответствующие им углы нулевого отражения  $b_{pk}^{(1)}$  существенно различаются, причем их расхождение увеличивается с уменьшением номера k (см. таблицу). Причина этих особенностей состоит в том, что в случае высокопреломляющих пленок существенное влияние на значения  $b_{pk}^{(1)}$  оказывает коэффициент поглощения пленки [11]. Для пленки Si<sub>2</sub> этот коэффициент ( $|\text{Im}(n_f)|$ ) заметно превосходит, особенно в низкочастотной области, значение 0.005 для пленки Si<sub>1</sub> (рис. 7, b), тогда как значения d и Re $(n_f)$ , влияющие на  $f_{pk}^{(1)}$ , для обеих пленок, близки. Как показано в [11], подобные особенности могут быть использованы для измерения коэффициентов поглощения пленок.

## Заключение

Как следует из рис. 8, b, примеси глюкозы концентрации C = 10 и 30 g/l в воде отчетливо обнаружимы и различимы, что с применением других THz-сенсоров водных растворов труднодостижимо (например, в недавно опубликованной работе [20], где использован метод пропускания THz-изучения через раствор в кювете, заметное изменение отклика сенсора наблюдалось при шаге по концентрации глюкозы в растворе 100 g/l). Таким образом, предложенные сенсоры, использующие эффект нулевого отражения монохроматических волн от диссипативной структуры пленка-раствор, могут с успехом применяться для THz-спектроскопии сильно поглощающих водных растворов. Помимо высокой чувствительности к концентрации детектируемого компонента их достоинствами являются простота в изготовлении и высокая стабильность точек спектральных особенностей, положение которых определяется и может регулироваться толщиной диэлектрической пленки (пластины).

### Благодарности

Авторы благодарны коллегам из МГУ им. М.В. Ломоносова за содействие в проведении экспериментов.

#### Финансирование работы

Работа выполнена в рамках задания 1.3.03 "Разработка теории методов оптического контроля наноразмерных тонкопленочных структур" ГПНИ "Фотоника, оптои микро-электроника", № госрегистрации 20161316 и гранта РФФИ 17-00-00270.

#### Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

## Список литературы

- [1] A.A. Ангелуц, A.B. Балакин, М.Г. Евлокимов. M.H. Есаулков, M.M. Назаров, И.А. Ожередов, Л.А. Сапожников, П.М. Солянкин, О.П. Черкасова, А.П. Шкуринов. Квант. электрон., 44 (7), 614 (2014). Angeluts, A.V. Balakin, M.G. A.A. Evdokimov. M.N. Esaulkov, M.M. Nazarov, Ozheredov, I.A. Sapozhnikov, P.M. Solyankin, O.P. Cherkasova, D.A. A.P. Shkurinov. Quant. Electron., 44 (7), 614 (2014). DOI: 10.1070/qe2014v044n07abeh015565]
- [2] O.A. Smolyanskaya, N.V. Chernomyrdin, A.A. Konovko, K.I. Zaytsev, I.A. Ozheredov, O.P. Cherkasova, M.M. Nazarov, J.-P. Guillet, S.A. Kozlov, Yu.V. Kistenev, J.-L. Coutaz, P. Mounaix, V.L. Vaks, J.-H. Son, H. Cheon, V.P. Wallace, Yu. Feldman, I. Popov, A.N. Yaroslavsky, A.P. Shkurinov, V.V. Tuchin. Prog. Quant. Electron., 62, 1 (2018). DOI: 10.1016/j.pquantelec.2018.10.001
- [3] O. Cherkasova, M. Nazarov, A. Shkurinov. Opt. Quant. Electron., 48, 217 (2016). DOI: 10.1007/s11082-016-0490-5
- [4] T. Torii, H. Chiba, T. Tanabe, Y. Oyama. Digital Health, 3, 1 (2017). DOI: 10.1177/2055207617729534
- [5] F. Lan, F. Luo, P. Mazumder, Z. Yang, L. Meng, Z. Bao, J. Zhou, Y. Zhang, S. Liang, Z. Shi, A.R. Khan, Z. Zhang, L. Wang, J. Yin, H. Zeng. Biomed. Opt. Express, **10** (8), 3789 (2019). DOI: 10.1364/BOE.10.003789
- 6] М. Борн, Э. Вольф. Основы оптики (Наука, М., 1973)
- [7] H.G. Tompkins, E.A. Irene. *Handbook of Ellipsometry* (William Andrew Publishing, Norwich, 2005)
- [8] R.M.A. Azzam. J. Opt. Soc. Am. A, **30** (10), 1975 (2013).
   DOI: 10.1364/JOSAA.30.001975
- [9] P. Adamson. Appl. Opt., 53 (21), 4804 (2014).
   DOI: 10.1364/ao.53.004804
- [10] А.В. Кукушкин, А.А. Рухадзе, К.З. Рухадзе. УФН, 182 (11), 1205 (2012). DOI: 10.3367/UFNr.0182.201211f.1205
- [11] А.Б. Сотский, С.С. Михеев, М.М. Назаров. Докл. НАН Беларуси, 63 (6), 672 (2019). DOI: 10.29235/1561-8323-2019-63-6-672-679
- [12] J. Neu, C.A. Schmuttenmaer. J. Appl. Phys., 124, 231101 (2018). DOI: 10.1063/1.5047659

- [13] M.M. Nazarov, O.P. Cherkasova, A.P. Shkurinov. Quant. Electron., 46 (6), 488 (2016). DOI: 10.1070/QEL16107
- [14] J.-L. Coutaz, F. Garet, E. Bonnet, A.V. Tishchenko,
   O. Parriaux, M. Nazarov. Acta Phys. Pol. A, 107 (1), 26 (2005). DOI: 10.12693/aphyspola.107.26
- [15] M.M. Nazarov, A.V. Shilov, K.A. Bzheumikhov,
   Z.Ch. Margushev, V.I. Sokolov, A.B. Sotsky, A.P. Shkurinov.
   IEEE Trans. Terahertz Sci. Technol., 8 (2), 183 (2018).
   DOI: 10.1109/TTHZ.2017.2786030
- [16] А.Б. Сотский, L.M. Steingart, J.H. Jackson, П.Я. Чудаковский, Л.И. Сотская. ЖТФ, 83 (11), 105 (2013).
- [17] А.В. Хомченко. Волноводная спектроскопия тонких пленок (БГУ, Минск, 2002)
- [18] А.Б. Сотский. *Теория оптических волноводных элементов* (МГУ им. А.А. Кулешова, Могилев, 2011)
- [19] E.D. Palik. *Handbook of Optical Constants of Solids* (Academic Press, Orlando, Florida, 1985)
- [20] Г.Р. Мусина, А.А. Гавдуш, Н.В. Черномырдин, И.Н. Долганова, В.Э. Улитко, О.П. Черкасова, В.Н. Курлов, Г.А. Командин, И.В. Животовский, В.В. Тучин, К.И. Зайцев. Опт. и спектр., **128** (7), 1020 (2020). DOI: 10.21883/OS.2020.07.49576.65-20