26 июля

Конвективный теплообмен во вращающемся полом цилиндре с торцевой стенкой

© В.А. Архипов¹, О.В. Матвиенко^{1,2}, А.С. Жуков¹, Н.Н. Золоторёв^{1,3}

¹ Национальный исследовательский Томский государственный университет, Томск, Россия

² Томский государственный архитектурно-строительный университет, Томск, Россия

³ Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск, Россия

E-mail: leva@niipmm.tsu.ru

03.2

Поступило в Редакцию 24 сентября 2019 г. В окончательной редакции 13 апреля 2020 г. Принято к публикации 16 апреля 2020 г.

Представлены метод и результаты расчета поля течения и конвективного теплообмена в полом цилиндре с торцевой стенкой, вращающемся вокруг оси симметрии, при варьировании угловой скорости вращения и высоты цилиндра.

Ключевые слова: полый цилиндр, торцевая стенка, угловая скорость вращения, поле течения, конвективный теплообмен, математическое моделирование.

DOI: 10.21883/PJTF.2020.14.49663.18049

Вращающиеся элементы широко применяются в газовых турбинах, авиационных двигателях, аппаратах химической технологии, в промышленных и лабораторных устройствах. Вращение элементов приводит к существенному изменению условий их теплообмена [1]. В частности, при измерении характеристик зажигания образцов конденсированных веществ многомодовым лазерным излучением используется метод пространственного осреднения интенсивности излучения путем вращения цилиндрического образца [2]. При вращении образца конденсированного вещества возникает конвективный теплообмен облучаемой торцевой поверхности (диска) с неподвижной окружающей средой (воздухом), интенсивность которого возрастает по мере нагрева поверхности лазерным излучением. В литературе закономерности конвективного теплообмена вращающихся элементов подробно рассмотрены для диска и полого цилиндра без торцевых стенок [3-7]. В настоящей работе представлены результаты расчета поля течения и теплообмена в полом вращающемся цилиндре с торцевой стенкой (рис. 1).

Плотность конвективного теплового потока от равномерно нагретой до температуры T_s поверхности вращающегося диска радиусом R (цилиндра с высотой стенок h = 0) в неподвижную среду определяется соотношением

$$q = \frac{\lambda}{R} (T_s - T) \mathrm{Nu}, \qquad (1)$$

где *T* — температура окружающей среды, λ — коэффициент теплопроводности среды.

Число Нуссельта при обтекании вращающегося с угловой скоростью $\omega(rad/s)$ диска определяется соотношением [8]:

$$Nu = 0.388 \sqrt{Re_{\omega}Pr},$$
 (2)

где $\operatorname{Re}_{\omega} = \rho \omega R^2 / \mu$ — вращательное число Рейнольдса; $\operatorname{Pr} = \mu c_p / \lambda$ — число Прандтля; ρ , μ , c_p — плотность, коэффициент динамической вязкости и удельная изобарная теплоемкость окружающей среды.

Результаты расчета q по формулам (1), (2) в зависимости от T_s и частоты вращения $n = 30\omega/\pi$ (грm)



Рис. 1. Схема вращающегося полого цилиндра. *1* — боковая стенка, *2* — торцевая стенка, *3* — внутренняя полость цилиндра.

Результаты расчета q в зависимости от T_s и n

| <i>n</i> , rpm | q, W/cm ² | | | |
|----------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| | $T_s = 500 \mathrm{K}$ | $T_s = 600 \mathrm{K}$ | $T_s = 700 \mathrm{K}$ | $T_s = 800 \mathrm{K}$ |
| 1200 | 0.48 | 0.72 | 0.95 | 1.18 |
| 3600 | 0.84 | 1.24 | 1.65 | 2.05 |
| 6000 | 1.08 | 1.60 | 2.12 | 2.65 |

для теплофизических характеристик воздуха $\lambda = 0.0244 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K}), \quad \rho = 1.205 \text{ kg/m}^3, \quad \text{Pr} = 0.72, \\ \mu = 1.8 \cdot 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}, \quad c_p = 1008 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K}), \quad T = 293 \text{ K}$ приведены в таблице.

При вращении полого цилиндра с высотой стенок $h \neq 0$ поле течения и характеристики теплообмена существенно изменяются. В отличие от [1,9], где рассматривается теплообмен с боковыми стенками цилиндра, в настоящей работе проанализированы условия течения и теплообмена на его торцевой стенке.

Для описания стационарного осесимметричного течения в полом цилиндре использовались уравнения Навье-Стокса в цилиндрических координатах *x*, *r* [10]:

$$\frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial \rho v r}{\partial r} = 0, \qquad (3)$$

$$\frac{\partial \rho u^2}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial \rho u v r}{\partial r} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}$$

$$\times \left[\mu_e \left(2 \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial v r}{\partial r} \right) \right) \right]$$

$$+ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\mu_e r \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right], \qquad (4)$$

$$\frac{\partial\rho uv}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial\rho v^2 r}{\partial r} = -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu_e \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial r} \right) \right] \\ + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\mu_e r \left(2 \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{2}{3} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial v r}{\partial r} \right) \right) \right] \\ - 2 \frac{\mu_e v}{r^2} + \frac{\rho w^2}{r}, \tag{5}$$

$$\frac{\partial\rho uw}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial\rho v wr}{\partial r} - \frac{\partial}{\partial r} \left(\mu \frac{\partial w}{\partial r} \right)$$

$$\frac{\rho u w}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial \rho v w r}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_e \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left[\mu_e r^3 \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{w}{r} \right) \right] - \frac{\rho v w}{r}, \qquad (6)$$

где u, v, w — осевая, радиальная и тангенциальная компоненты вектора скорости, p — давление, $\mu_e = \mu + \mu_t$ — коэффициент эффективной вязкости, μ_t — коэффициент турбулентной вязкости.

В качестве уравнения состояния использовалось уравнение Менделеева-Клапейрона. Характеристики турбулентности рассчитывались с использованием составной модели Ментера SST (shear stress transport) [11]. Уравнения (3)-(6) решались численно методом конечного объема [12] при следующих граничных условиях:

| r = 0: | u=w=0, | $\partial u/\partial r = 0;$ | | |
|---|------------|------------------------------|--|--|
| r = R: | u=v=0, | $w = \omega R;$ | | |
| x = 0 (торцевая стенка): | u=v=0, | $w = \omega r;$ | | |
| x = h: | v = w = 0, | $p = p_a$ | | |
| (<i>p_a</i> — атмосферное давление). | | | | |

Для оценки точности вычислений была проведена серия расчетов на последовательности сгущающихся сеток. На основе представленной математической модели было проведено численное исследование поля течения во вращающемся цилиндре с торцевой стенкой для условий экспериментов [2] (R = 0.5 cm, h = 0.5-10 cm, n = 500-3000 rpm).

На рис. 2 приведены линии тока в цилиндре при n = 2800 грт для различных значений h. Вращение стенок инициирует закрутку примыкающих к ним слоев воздуха, которая приводит к формированию поля центробежных сил. В приосевой зоне образуется область пониженного давления за счет движения воздуха в радиальном направлении. Воздух из окружающей среды инжектируется в приосевую зону и разворачивается в окрестности торцевой стенки с последующим истечением вдоль боковых стенок цилиндра (рис. 2).

Результаты расчетов показали, что структура потока определяется частотой вращения n и высотой hцилиндра. В частности, для n = 2800 грт в цилиндре высотой $h/R \ge 5$ между торцевой поверхностью и местом разворота приосевого потока формируется застойная зона с вихревым движением малой интенсивности (рис. 2, a, b). При этом конвективный теплообмен диска, определяемый разностью скоростей вращения диска и среды, существенно снижается. Для относительно коротких цилиндров (h/R < 3) разворот потока



Рис. 2. Линии тока во вращающемся цилиндре (n = 2800 rpm). h/R = 10 (a), 5 (b) и 1 (c).



Рис. 3. Радиальные распределения относительной тангенциальной скорости в приторцевой зоне. a - n = 2800 грm, $h/R = 5(1), 10(2), 15(3) \ge 20(4); b - h/R = 10, n = 500(1), 1000(2), 2000(3) \ge 2800$ грm (4).

происходит в непосредственной близости от торцевой стенки (рис. 2, *c*).

На рис. 3, *а* приведены радиальные распределения тангенциальный скорости относительного движения потока $\Delta w(r) = w(r) - \pi n r/30$ в приторцевой зоне (x/R = 0.4) для частоты вращения n = 2800 грт. Максимальная величина относительной скорости реализуется при значениях r/R = 0.5-0.8 и уменьшается от $|\Delta w| \sim 20$ сm/s до $|\Delta w| \sim 2$ сm/s при увеличении высоты цилиндра h/R от 5 до 20.

На рис. 3, *b* приведены радиальные распределения $\Delta w(r)$ в приторцевой зоне для фиксированной высоты цилиндра h/R = 10. С увеличением частоты вращения от 500 до 2800 грт величина максимальной относительной скорости возрастает от нуля до значения $|\Delta w| \sim 8$ cm/s.

Таким образом, результаты расчетов показали, что относительная скорость вращательного движения воздуха и торцевой поверхности, характеризующая интенсивность конвективного теплообмена, определяется двумя параметрами: частотой вращения n и высотой hцилиндра. На основе анализа результатов численного моделирования получено условие для выбора высоты цилиндра, обеспечивающей разность тангенциальных скоростей воздуха и торцевой стенки, не превышающую 10% для заданной частоты вращения:

$$\frac{h}{R} \ge 2.14 \cdot 10^{-3} n,$$
 (7)

где размерность *n* приведена в rpm.

Условие (7) можно представить в виде зависимости от вращательного числа Рейнольдса Re_ω с учетом соотношения $\omega=\pi n/30.$ Для характеристик воздуха при $T=293~\mathrm{K}~(\rho=1.205~\mathrm{kg/m^3},~\mu=1.8\cdot10^{-5}~\mathrm{Pa}\cdot\mathrm{s})$ это неравенство эквивалентно (7) и имеет вид

$$\frac{h}{R} \ge 0.306 \frac{\text{Re}_{\omega}}{R^2},\tag{8}$$

где размерности h и R приведены в mm.

При выполнении этого условия между торцевой стенкой и областью разворота потока формируется застойная зона, в которой взаимодействие инжектируемого потока с поверхностью незначительно. В приторцевой зоне течения угловые скорости вращения потока и торцевой стенки практически равны. При этом в соответствии с (1), (2) исключается конвективный теплообмен.

Для оценки уровня теплового потока в коротких цилиндрах при $h/R < 2.14 \cdot 10^{-3}$ *п* необходимо при расчете числа Рейнольдса $\text{Re}_{\omega} = \rho \omega R^2 / \mu$, входящего в зависимости (1), (2) для конвективного теплового потока, в качестве ω использовать угловую скорость относительного вращательного движения $\Delta \omega = \Delta w/R$.

Финансирование работы

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант № 19-79-30075).

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] Дорфман Л.А. Гидродинамическое сопротивление и теплоотдача вращающихся тел. М.: Физматгиз, 1960. 260 с.
- [2] Arkhipov V.A., Goldin V.D., Zolotorev N.N., Korotkikh A.G., Kuznetsov V.T., Matvienko O.V. // 14th Int. Conf. "Gas discharge plasmas and their applications" (GDP-2019). Abstracts. Tomsk: TPU Publishing House, 2019. P. 70.
- [3] Asghar S., Jalil M., Hussan M., Turkyilmazoglu M. // Int. J. Heat Mass Transfer. 2014. V. 69. P. 140–146.
- [4] Васильев А.Ю., Колесниченко И.В., Мамыкин А.Д., Фрик П.Г., Халилов Р.И., Рогожкин С.А., Пахолков В.В. // ЖТФ. 2015. Т. 85. В. 9. С. 45–49.
- [5] Raza J., Rohni A.M., Omar Z., Awais M. // J. Mol. Liq. 2016.
 V. 219. P. 703–708.

- [6] *Shevchuk I.V.* Modelling of convective heat and mass transfer in rotating flows. Springer International Publ., 2016. P. 235.
- [7] Reddy P.S., Sreedevi P., Chamkha A.J. // Powder Technol. 2017. V. 307. P. 46–55.
- [8] Шевчук И.В. // Теплофизика высоких температур. 2001. Т. 39. № 4. С. 682–685.
- [9] Шевчук И.В., Халатов А.А. // Теплофизика высоких температур. 1996. Т. 34. № 3. С. 461–473.
- [10] Гупта А., Лилли Д., Сайред Н. Закрученные потоки. М.: Мир, 1987. 588 с.
- [11] Menter F.R., Kuntz M., Langtry R. // Turbulence, heat and mass transfer 4. Begell House, Inc., 2003. P. 625–632.
- [12] Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. М.: Энергоатомиздат, 1984. 152 с.