

Теория баллистических токов, ограниченных объемным зарядом, в наноструктурах разной размерности

© М.В. Безногов^{†*}, Р.А. Сурис^{†*}

[†] Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук, 194021 Санкт-Петербург, Россия

* Санкт-Петербургский академический университет — научно-образовательный центр нанотехнологий Российской академии наук, 194021 Санкт-Петербург, Россия

(Получена 11 октября 2012 г. Принята к печати 15 октября 2012 г.)

Предложен единый подход к описанию баллистических токов монополярной инжекции для наноструктур разных размерностей. Показано, что в случаях трехмерных, двумерных и одномерных структур задача сводится к нелинейному интегральному уравнению с безразмерным параметром, который задает коэффициент в универсальной зависимости тока от напряжения. Доказано, что для каждой размерности существует максимально возможное значение этого параметра, которое является аналогом порога Бурсиана для вакуумного диода. Найдены вольт-амперные характеристики, распределения потенциала и концентрации инжектированных зарядов для трехмерных, двумерных и одномерных наноструктур.

1. Введение

Исследование токов, ограниченных объемным зарядом (ТООЗ), восходит к началу XX века, когда были выполнены классические работы Чайлда [1] и Ленгмюра [2] по вакуумным диодам. Затем, в 1940 г., вышла книга Мотта и Герни [3], которая послужила толчком к интенсивным исследованиям инжекционных токов в полупроводниках и диэлектриках.

В течение долгого времени инжекционные токи в высокоомных средах описывались в дрейфовом или дрейфово-диффузионном приближении. Дрейфовые ТООЗ являются хорошим инструментом для изучения электрических характеристик полупроводников и диэлектриков: по вольт-амперной характеристике (ВАХ) токов монополярной инжекции можно определить подвижность носителей заряда, уровни глубоких и мелких локализованных состояний и их концентрации. По ВАХ токов двойной инжекции можно определить и сечения захвата носителей ловушками и центрами рекомбинации [4,5].

В связи с миниатюризацией полупроводниковых приборов возникла необходимость перехода от дрейфово-диффузионного приближения к квазibalлистической и баллистической моделям переноса заряда. К настоящему времени и дрейфово-диффузионный, и баллистический транспорт исследованы весьма подробно. Изучены структуры различных геометрических конфигураций: трехмерные (3D) [4–7,8], двумерные (2D) [9,10–13], одномерные (1D) [14–16].

В нашей статье предложен метод, который позволяет единообразно описать протекание баллистических токов монополярной инжекции в структурах различной размерности и увидеть общие закономерности, присущие ТООЗ.

2. Постановка задачи и универсальное уравнение для распределения потенциала

Мы рассматриваем баллистический ток монополярной инжекции в структуре из двух контактов (катода и анода) и полупроводника между ними (рис. 1). Полупроводник предполагается идеальным, не содержащим свободных носителей заряда и примесных центров (ловушек). Он представляет собой либо объемный параллелепипед (3D структура, классическая ситуация закона Чайлда–Ленгмюра), либо тонкий и широкий полупроводниковый слой (2D структура), либо тонкую длинную нить (1D структура). Форма контактов — две параллельные плоскости, расположенные на расстоянии L друг от друга. Контакты считаются идеально проводящими.

Во всех трех случаях рассматриваемая структура описывается уравнением Пуассона и законом сохранения тока:

$$\begin{cases} \nabla \cdot (\epsilon \nabla \varphi) = 4\pi qn \\ j = qnv = \text{const.} \end{cases} \quad (1)$$

Здесь n — объемная концентрация инжектированных носителей заряда (электронов), v — z -компонента их скорости, j — z -компонента плотности тока (не зависит от z , подробнее см. далее), ось z направлена от катода

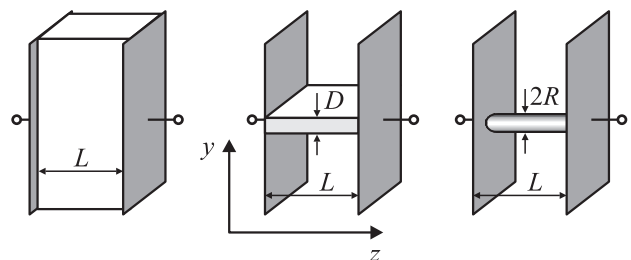


Рис. 1. Слева направо: геометрия 3D, 2D и 1D структур.

[†] E-mail: mikavb89@gmail.com

к аноду по нормали к плоскости контактов (рис. 1); $q > 0$ — элементарный заряд, φ — самосогласованный потенциал, создаваемый контактами и инжектированными зарядами; ε — диэлектрическая проницаемость, в низкоразмерных (2D и 1D) структурах является функцией поперечной координаты. Предполагается, что заряды инжектируются из катода с нулевой начальной скоростью. Конкретный вид оператора Лапласа, а также некоторые дополнительные упрощения зависят от размерности структуры. Для низкоразмерных структур предполагается, что

$$j(u) = qn(z, u)v(z) = qf(u)n(z)v(z),$$

где u — поперечная координата (y для 2D структуры, r для 1D структуры), $f(u)$ есть электронная плотность, представляющая собой квадрат поперечной волновой функции электрона. В разд. 4 и 5 для простоты мы считаем эту величину постоянной в пределах квантовой ямы или нити. При этом во всех вычислениях (кроме граничных условий (2)) подразумевается $u = 0$ (см. обоснование этого приближения в разд. 4 и 5). В разд. 6 сделана оценка для реальной волновой функции в бесконечно глубокой потенциальной яме. В разд. 2 для краткости поперечная координата не указывается. Из уравнения непрерывности в стационарных условиях $\nabla \cdot j = 0$ следует, что j не зависит от z .

Граничные условия для потенциала на контактах есть

$$\begin{cases} \varphi|_{z=0} = 0, \\ \varphi|_{z=L} = V. \end{cases} \quad (2)$$

Здесь $V = V(j)$ — вольт-амперная характеристика структуры. Она подлежит определению в процессе решения поставленной задачи. При сделанных предположениях и таком выборе граничных условий z -компонента скорости электронов в баллистическом режиме задается законом сохранения энергии:

$$v(z) = \sqrt{\frac{2q\varphi(z)}{m}}, \quad (3)$$

где m — эффективная масса электрона.

Общий подход к решению заключается в следующем. С помощью функции Грина для уравнения Пуассона система (1)–(3) сводится к нелинейному интегральному уравнению для потенциала. Потенциал удобно представить в виде суммы двух частей — решения уравнения Лапласа с граничными условиями (2) и решения уравнения Пуассона с нулевыми граничными условиями на электродах:

$$\varphi = \frac{V}{L}z + \widehat{K}(\varphi). \quad (4)$$

Здесь \widehat{K} — нелинейный интегральный оператор. Первое слагаемое — это потенциал в плоском конденсаторе в отсутствие инжектированного заряда. Второе слагаемое учитывает потенциал, создаваемый инжектированными

зарядами и зарядами, наведенными на контактах. Ядро нелинейного оператора \widehat{K} зависит от размерности системы, но его структура может быть записана в общем виде.

Закон сохранения тока (1) и выражение для скорости электронов (3) дают

$$qn(z) = \frac{j}{\sqrt{2q\varphi(z)/m}}. \quad (5)$$

Тогда

$$\begin{aligned} \widehat{K}(\varphi) &= \text{const} \cdot \int_0^L g_K(z, z')qn(z')dz' \\ &= \frac{\text{const} \cdot j}{\sqrt{2q/m}} \int_0^L g_K(z, z') \frac{dz'}{\sqrt{\varphi(z')}}. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь g_K — ядро оператора \widehat{K} , которое определяется с помощью функции Грина для уравнения Пуассона соответствующей размерности. Вычисление этого ядра, константы и более детальный вывод соотношения (5) для структур каждой из рассматриваемых размерностей приведены в разд. 3, 4 и 5.

Введем безразмерные переменные:

$$\begin{cases} \{z, z'\} = L\{\tilde{z}, \tilde{z}'\} \\ \varphi = V\psi \end{cases}. \quad (7)$$

В этих переменных (6) запишется в виде:

$$\widehat{K}(\psi) = \lambda \int_0^1 \tilde{g}_K(\tilde{z}, \tilde{z}') \frac{d\tilde{z}'}{\sqrt{\psi(\tilde{z}')}}, \quad (8)$$

\tilde{g}_K — ядро g_K в безразмерном виде. При этом интегральное уравнение (4) сводится к нелинейному интегральному уравнению:

$$\psi = \tilde{z} - \lambda \tilde{K}(\psi). \quad (9)$$

Здесь λ — параметр, выражающийся через плотность тока, напряжение и геометрические размеры структуры. Этот параметр определяет ВАХ структуры и принимает значения, лежащие в некотором диапазоне, который необходимо определить. Например, для 3D геометрии (см. подробнее разд. 3, формула (16)):

$$\lambda = \frac{4\pi}{\varepsilon} \frac{jL^2}{\sqrt{2qV^3/m}}.$$

Чем больше значение λ , тем больше величина тока при заданном напряжении, поэтому принципиально найти максимально возможное значение параметра.

Оценим максимально возможное значение параметра λ .

Очевидно, что наименьшее возможное значение параметра — $\lambda_{\min} = 0$. Оно соответствует полному отсут-

ствию инжекции. Сейчас мы покажем, что параметр λ ограничен сверху. Для определения наибольшего значения, λ_{\max} , воспользуемся следующими соображениями, справедливыми для структур любой размерности.

— $\psi(0) = 0$ (см. (2)) и при $\tilde{z} > 0$ $\psi(\tilde{z}) > 0$ (это следует из (3)). Отсюда

$$\left. \frac{d\psi}{d\tilde{z}} \right|_{z=0} = \psi'(0) \geq 0.$$

— Из (8) и (9) получим

$$\psi'(0) = 1 - \lambda \int_0^1 \left. \frac{\partial g(\tilde{z}, \tilde{z}')}{\partial \tilde{z}} \right|_{\tilde{z}=0} \frac{d\tilde{z}'}{\sqrt{\psi(\tilde{z}')}}.$$

На основе этих двух выражений делаем вывод, что

$$1 - \lambda \int_0^1 \left. \frac{\partial g(\tilde{z}, \tilde{z}')}{\partial \tilde{z}} \right|_{\tilde{z}=0} \frac{d\tilde{z}'}{\sqrt{\psi(\tilde{z}')}} \geq 0.$$

Решая это неравенство относительно λ , имеем

$$\lambda \leq \left[\int_0^1 \left. \frac{\partial g(\tilde{z}, \tilde{z}')}{\partial \tilde{z}} \right|_{\tilde{z}=0} \frac{d\tilde{z}'}{\sqrt{\psi(\tilde{z}')}} \right]^{-1}. \quad (10)$$

Таким образом,

$$\lambda_{\max} = \left[\int_0^1 \left. \frac{\partial g(\tilde{z}, \tilde{z}')}{\partial \tilde{z}} \right|_{\tilde{z}=0} \frac{d\tilde{z}'}{\sqrt{\psi(\tilde{z}')}} \right]^{-1}. \quad (11)$$

Подчеркнем, что максимальному значению параметра $\lambda = \lambda_{\max}$ соответствует $\psi'(0) = 0$, т.е. равное нулю электрическое поле на катоде. Таким образом, λ_{\max} отвечает условию идеальной инжекции носителей заряда; при этом в структуре достигается максимально возможный для заданного напряжения ток. Это является аналогом порога Бурсиана [17] в вакуумном диоде.

Похожий метод перехода к нелинейным интегральным уравнениям применялся в [12] для описания ТООЗ в 2D геометрии в дрейфовом приближении, где нелинейное интегральное уравнение полностью обезразмеривается и не содержит никаких параметров.

3. Трехмерная структура. Закон Чайлда—Ленгмюра

В случае 3D структуры расстояние между контактами L намного меньше поперечных размеров полупроводника (рис. 1). Покажем работу предложенного метода на примере этой „классической“ геометрии.

В этом случае потенциал и концентрация инжектированных носителей зависят только от координаты z . Функция Грина определяется из следующего уравнения:

$$\frac{d^2 G(z, z')}{dz^2} = -\frac{\delta(z - z')}{\varepsilon}, \quad G(0, z') = G(L, z') = 0. \quad (12)$$

Из (12) получаем

$$G(z, z') = \frac{1}{\varepsilon L} \begin{cases} z(L - z'), & z \leq z' \\ z'(L - z), & z > z' \end{cases}. \quad (13)$$

Используя (13) и (5), получим нелинейное интегральное уравнение для потенциала:

$$\begin{aligned} \varphi(z) &= \frac{V}{L} z - 4\pi \int_0^L G(z, z') qn(z') dz' \\ &= \frac{V}{L} z - \frac{4\pi j}{\sqrt{2q/m}} \int_0^L \frac{G(z, z')}{\sqrt{\varphi(z')}} dz'. \end{aligned} \quad (14)$$

Переходя к безразмерным переменным (7), получим (ср. с (4))

$$\psi(\tilde{z}) = \tilde{z} - \lambda \int_0^1 \frac{g_{3D}(\tilde{z}, \tilde{z}')}{\sqrt{\psi(\tilde{z}')}} d\tilde{z}'. \quad (15)$$

Здесь

$$\lambda = \frac{4\pi}{\varepsilon} \frac{jL^2}{\sqrt{2qV^3/m}}. \quad (16)$$

Формула (16) дает искомое выражение для λ через параметры структуры. Безразмерное ядро интегрального оператора есть

$$g_{3D}(\tilde{z}, \tilde{z}') = \begin{cases} \tilde{z}(1 - \tilde{z}'), & \tilde{z} \leq \tilde{z}' \\ \tilde{z}'(1 - \tilde{z}), & \tilde{z} > \tilde{z}' \end{cases}. \quad (17)$$

Из (16) непосредственно следует ВАХ рассматриваемой структуры:

$$j = \varepsilon \lambda \sqrt{\frac{2q}{m}} \frac{V^{3/2}}{4\pi L^2}. \quad (18)$$

Для плоского диода известно аналитическое решение:

$$\psi(\tilde{z}) = \tilde{z}^{4/3}. \quad (19)$$

Подставим в (15), (18) и (11) и получим

$$\lambda_{\max} = \frac{4}{9},$$

$$j_{\max} = \frac{1}{9} \varepsilon \sqrt{\frac{2q}{m}} \frac{V^{3/2}}{\pi L^2}. \quad (20)$$

Итак, максимальное значение параметра λ действительно соответствует известному закону Чайлда—Ленгмюра. Подчеркнем, что в 3D геометрии λ_{\max} является универсальной константой, которая не зависит, в частности, от диэлектрической проницаемости полупроводника.

Вычисление потенциала, соответствующего $0 < \lambda < \lambda_{\max}$, осуществлялось численно с помощью итерационной процедуры (см. Приложение I). Результаты

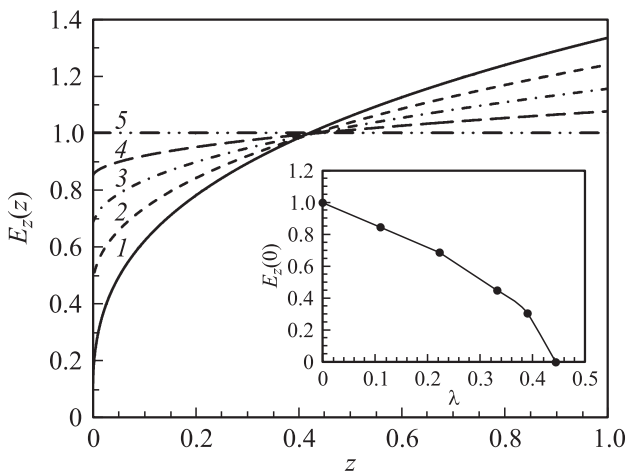


Рис. 2. Распределение напряженности поля E_z в 3D структуре в зависимости от значения параметра λ : 1 — $\lambda = \lambda_{\max} = 4/9$; 2 — $\lambda = 3/9$; 3 — $\lambda = 2/9$; 4 — $\lambda = 1/9$; 5 — $\lambda = 0$. На вставке — зависимость напряженности поля на катоде от λ .

приведены на рис. 2. Видно, что чем меньше величина λ , т.е. чем меньше ток при заданном напряжении, тем больше напряженность поля E_z на катоде и, значит, тем хуже инжекционная способность катода. Интересно отметить, что для любого значения параметра λ (за исключением нулевого) безразмерное поле принимает значение, равное единице, в одной и той же точке.

4. Двумерная структура

В этом случае ширина полупроводникового слоя много больше его длины, L , а длина много больше толщины, D (рис. 1).

Обозначим $\xi = L/D$ и будем полагать, что

$$\xi \gg 1. \tag{21}$$

При выполнении условия (21) все физические величины, описывающие структуру, меняются незначительно с изменением координаты y в пределах толщины слоя (рис. 1). Это позволяет получить одномерное уравнение для потенциала.

Функция Грина определяется из уравнения ($|y'| \leq D/2$ — всегда в пределах слоя)

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 G(z, z', y, y')}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 G(z, z', y, y')}{\partial y^2} = \\ = \begin{cases} -\frac{1}{\epsilon} \delta(z - z') \delta(y - y'), & |y| \leq D/2 \\ 0, & |y| > D/2 \end{cases} \\ G|_{z=0} = G|_{z=L} = G|_{y=0} = 0 \end{cases} \tag{22}$$

Здесь ϵ — диэлектрическая проницаемость полупроводникового слоя, диэлектрическая проницаемость окружающей среды принимается равной 1. На границах слоя сшиваются нормальные к слою компоненты вектора

электрической индукции, т.е. y -компоненты. Решение уравнения (22) можно представить в виде ряда:

$$G(z, z', y, y') = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(\pi k z/L) \sin(\pi k z'/L)}{\pi k [2\epsilon \cosh(\pi k/\xi) + (\epsilon^2 + 1) \sinh(\pi k/\xi)]} \times \begin{cases} M, & y > D/2 \\ N, & -D/2 \leq y < y' \leq D/2 \\ P, & -D/2 \leq y' \leq y \leq D/2 \\ Q, & y < -D/2 \end{cases} \tag{23}$$

$$M = e^{-\frac{\pi k(y+y')}{L}} \left[\epsilon - 1 + (\epsilon + 1) e^{\frac{\pi k(D+2y')}{L}} \right],$$

$$N = \frac{1}{2\epsilon} e^{\frac{\pi k(y'-y-D)}{L}} \left[\epsilon - 1 + (\epsilon + 1) e^{\frac{\pi k(D+2y')}{L}} \right] \times \left[\epsilon - 1 + (\epsilon + 1) e^{\frac{\pi k(D-2y')}{L}} \right],$$

$$P = \frac{1}{2\epsilon} e^{\frac{\pi k(y'-y-D)}{L}} \left[\epsilon - 1 + (\epsilon + 1) e^{\frac{\pi k(D+2y')}{L}} \right] \times \left[\epsilon - 1 + (\epsilon + 1) e^{\frac{\pi k(D-2y')}{L}} \right] - \frac{1}{\epsilon} \sinh \left[\frac{\pi k}{L} (y - y') \right],$$

$$Q = e^{\frac{\pi k(y+y')}{L}} \left[\epsilon - 1 + (\epsilon + 1) e^{\frac{\pi k(D-2y')}{L}} \right].$$

В пределе $\xi \gg 1$ перейдем от трехмерной плотности тока к току на единицу ширины, J , и от объемной концентрации заряда к поверхностной, ρ_s . Тогда

$$q\rho_s(z, 0) = \frac{J}{\sqrt{2q\varphi(z, 0)/m}}, \quad J = jD, \quad \rho_s = nD. \tag{24}$$

Здесь в силу слабой зависимости потенциала от координаты y в пределах слоя она положена равной нулю и в дальнейшем в качестве аргумента потенциала указываться не будет.

Запишем нелинейное интегральное уравнение для потенциала, аналогичное (14):

$$\begin{aligned} \varphi(z) &= \frac{V}{L} z - 4\pi \int_0^L dz' \int_{-D/2}^{D/2} dy' G(z, z', 0, y') qn(z') \\ &= \frac{V}{L} z - \frac{4\pi J}{\sqrt{2q/m}} \int_0^L dz' \frac{1}{\sqrt{\varphi(z')}} \frac{1}{D} \int_{-D/2}^{D/2} dy' G(z, z', 0, y'). \end{aligned} \tag{25}$$

Выберем безразмерные переменные (7). Получим интегральное уравнение вида (15):

$$\psi(\tilde{z}) = \tilde{z} - \lambda \int_0^1 \frac{g_{2D}(\tilde{z}, \tilde{z}')}{\sqrt{\psi(\tilde{z}')}} d\tilde{z}'. \tag{26}$$

Здесь

$$\lambda = \frac{4\pi}{\epsilon} \frac{JL}{\sqrt{2qV^3/m}}. \tag{27}$$

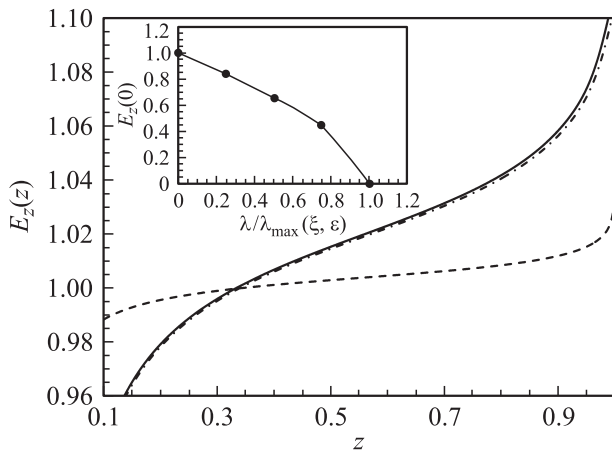


Рис. 3. Распределение напряженности поля E_z в 2D структуре, соответствующее $\lambda = \lambda_{\max}(\xi, \epsilon)$ для разных значений ξ и ϵ . Штриховая линия — $\xi = 400$, $\epsilon = 1$, сплошная линия — $\xi = 20$, $\epsilon = 1$, штрихпунктирная — $\xi = 400$, $\epsilon = 15$. На вставке — зависимость напряженности поля на катоде от значения параметра λ при $\xi = 200$, $\epsilon = 1$.

Ядро $g_{2D}(\tilde{z}, \tilde{z}')$ вычисляется с помощью функции Грина (23):

$$\frac{1}{D} \int_{-D/2}^{D/2} dy' G(z, z', 0, y') = G_{2D}(z, z').$$

После перехода к безразмерным переменным (7) $G_{2D}(z, z')$ дает искомое ядро $g_{2D}(\tilde{z}, \tilde{z}')$, все размерные множители при этом группируются в выражение (27) для параметра λ :

$$g_{2D}(\tilde{z}, \tilde{z}') = \xi g_{3D}(\tilde{z}, \tilde{z}') - 2\xi \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(\pi k \tilde{z}) \sin(\pi k \tilde{z}')}{(\pi k)^2} \frac{1}{\text{ch}(\pi k / 2\xi) + \epsilon \text{sh}(\pi k / 2\xi)}, \quad (28)$$

где $g_{3D}(\tilde{z}, \tilde{z}')$ задается выражением (17).

В отличие от 3D геометрии, в 2D структуре в уравнение (26) входят параметры ξ и ϵ . Следовательно, величина λ_{\max} также зависит от ξ и от ϵ .

Для вычисления потенциала при фиксированном значении параметра λ использовалась та же итерационная процедура (Приложение I). Определение λ_{\max} и соответствующего распределения потенциала осуществлялось с помощью другой итерационной процедуры (Приложение II).

Из рис. 3 видно, что на протяжении почти всей длины слоя напряженность поля практически постоянна. Изменения поля происходят в узких областях вблизи катода и анода и не отображены на рисунке.

Также из рис. 3 следует, что распределение поля почти одинаково для параметров $\xi = 20$, $\epsilon = 1$ (сплошная линия) и $\xi = 400$, $\epsilon = 15$ (штрихпунктирная линия).

Это означает, что увеличение ϵ приводит к увеличению эффективной толщины слоя и соответственно к уменьшению ξ . Тому есть простое объяснение: при увеличении диэлектрической проницаемости слоя в него „втягиваются“ те силовые линии поля, которые раньше находились вне него. При увеличении толщины слоя увеличивается занимаемый им объем, следовательно, в его объем также попадает больше силовых линий поля. Поэтому увеличение диэлектрической проницаемости эквивалентно увеличению толщины. Аналогичные рассуждения применимы к 1D структуре.

Найдем зависимость λ_{\max} от ξ . Расчет дает, что при $\xi > 50$ (для $\epsilon = 1$) эта зависимость аппроксимируется степенной функцией:

$$\lambda_{\max}(\xi) \approx \frac{0.34}{\sqrt{\xi}}. \quad (29)$$

(См. также аналитическую оценку в разд. 6, которая подтверждает такую зависимость).

Отсюда ВАХ (см. (27)) имеет вид

$$J_{\max} = \frac{0.17}{\pi} \sqrt{\frac{qD}{2m}} \left(\frac{V}{L}\right)^{3/2}. \quad (30)$$

Видно, что с уменьшением толщины D линейная плотность тока падает, но медленнее, чем это следовало бы из выражения, получаемого простым умножением плотности тока (20) на D . Корректный расчет для 2D структуры вместо линейной дает корневую зависимость линейной плотности тока от толщины: $J_{\max} \propto \sqrt{D}$.

Этот факт свидетельствует об уменьшении влияния объемного заряда на инжекцию при переходе от 3D структуры к 2D структуре. В 3D структуре объемный заряд, препятствующий инжекции, распределен по плоскостям, а в 2D структуре — по тонким (толщиной D) „полоскам“. Очевидно, что блокирующий потенциал, создаваемый такими „полосками“, значительно слабее, чем создаваемый плоскостями.

Изменение диэлектрической проницаемости не влияет на функциональную зависимость ВАХ от длины и толщины слоя, а приводит только к изменению численного

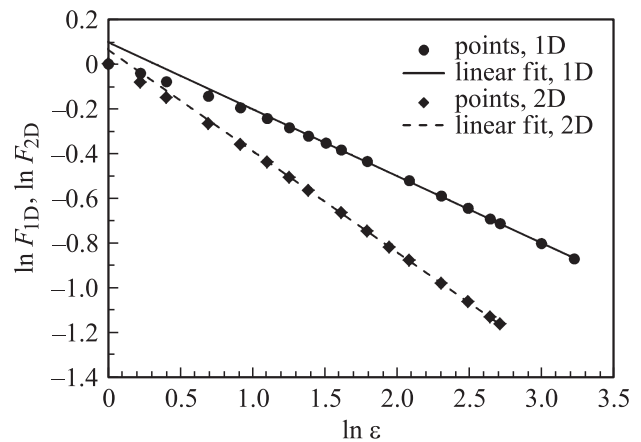


Рис. 4. Зависимости F_{2D} и F_{1D} от ϵ .

множителя. Тогда для произвольного ε получим следующую ВАХ:

$$J_{\max} = \frac{0.17\varepsilon}{\pi} F_{2D}(\varepsilon) \sqrt{\frac{qD}{2m}} \left(\frac{V}{L}\right)^{3/2}, \quad (31)$$

где

$$F_{2D}(\varepsilon) = \frac{\lambda_{\max}(\xi, \varepsilon)}{\lambda_{\max}(\xi, 1)} \quad (32)$$

и зависит только от диэлектрической проницаемости (рис. 4). Получить аналитически зависимость $F_{2D}(\varepsilon)$ не удастся. Тем не менее для $\varepsilon \geq 4$ можно с хорошей точностью аппроксимировать $F_{2D}(\varepsilon)$ степенным законом:

$$F_{2D}(\varepsilon) \approx 1.07 \cdot \varepsilon^{-0.45}, \quad \varepsilon \geq 4.$$

Поскольку значения ε реальных полупроводников (кремний, германий, арсенид галлия и т.д.) превосходят 10, то ВАХ (31) представима в виде

$$J_{\max} = \frac{0.18\varepsilon^{0.55}}{\pi} \sqrt{\frac{qD}{2m}} \left(\frac{V}{L}\right)^{3/2}, \quad 4 \leq \varepsilon \leq 20. \quad (33)$$

Отметим, что увеличение ε эквивалентно уменьшению ξ (см. рис. 3), поэтому область применимости приведенных формул с ростом диэлектрической проницаемости смещается в сторону больших отношений длины слоя к его толщине.

5. Одномерная структура

В такой геометрии полупроводник представляет собой тонкую длинную нить радиуса R и длины L , причем

$$\xi = \frac{L}{R} \gg 1. \quad (34)$$

Для простоты мы считаем нить аксиально симметричной, поэтому все вычисления производятся в цилиндрической системе координат. Как и для 2D структуры, предполагаем, что при условии (34) все физические величины слабо зависят от радиальной координаты r при $r \leq R$. Это позволяет получить одномерное интегральное уравнение для потенциала.

Уравнение на функцию Грина ($r' \leq R$ — всегда в пределах нити) есть

$$\begin{cases} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial G(z, z', r, r')}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 G(z, z', r, r')}{\partial z^2} = \\ = \begin{cases} -\frac{1}{2\pi\varepsilon r} \delta(r - r') \delta(z - z'), & r \leq R \\ 0, & r > R \end{cases} \\ G|_{z=0} = G|_{z=L} = G|_{r=\infty} = 0. \end{cases} \quad (35)$$

Здесь ε — диэлектрическая проницаемость нити, диэлектрическая проницаемость окружающей среды принимается равной 1. На границах нити сшиваются нормальные к ней компоненты вектора электрической индукции, т.е. r -компоненты.

Решение этого уравнения записывается в виде

$$\begin{aligned} G(z, z', r, r') = & \\ = \frac{1}{\pi L} \sum_{k=1}^{\infty} \sin\left(\frac{\pi k z}{L}\right) \sin\left(\frac{\pi k z'}{L}\right) \cdot \begin{cases} M, & r \leq r' \\ N, & r' < r \leq R, \\ P, & r > R \end{cases} & (36) \\ M = \frac{1}{\varepsilon} I_0\left(\frac{\pi k r}{L}\right) \left[I_0\left(\frac{\pi k r'}{L}\right) \frac{K_1(\pi k/\xi)}{I_1(\pi k/\xi)} \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + \gamma_{k,\xi}} \right. & \\ \left. + K_0\left(\frac{\pi k r'}{L}\right) \right], & \\ N = \frac{1}{\varepsilon} I_0\left(\frac{\pi k r'}{L}\right) \left[I_0\left(\frac{\pi k r}{L}\right) \frac{K_1(\pi k/\xi)}{I_1(\pi k/\xi)} \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + \gamma_{k,\xi}} \right. & \\ \left. + K_0\left(\frac{\pi k r}{L}\right) \right], & \\ P = I_0\left(\frac{\pi k r'}{L}\right) K_0\left(\frac{\pi k r}{L}\right) \frac{1 + \gamma_{k,\xi}}{\varepsilon + \gamma_{k,\xi}}. & \end{aligned}$$

Здесь I_m , и K_m — модифицированные функции Бесселя первого и второго рода соответственно,

$$\gamma_{k,\xi} = \frac{I_0(\pi k/\xi) K_1(\pi k/\xi)}{I_1(\pi k/\xi) K_0(\pi k/\xi)}.$$

Перейдем от плотности тока к току (I) и от объемной концентрации заряда к линейной (ρ_{lin}):

$$q\rho_{lin}(z, 0) = \frac{I}{\sqrt{2q\varphi(z, 0)/m}}; \quad I = j\pi R^2, \quad \rho_{lin} = n\pi R^2. \quad (37)$$

Здесь в силу слабой зависимости потенциала от радиуса r в пределах нити он положен равным нулю и в дальнейшем в качестве аргумента потенциала указываться не будет.

Запишем уравнение для потенциала, аналогичное (14) и (25):

$$\begin{aligned} \varphi(z) = \frac{V}{L} z - 8\pi^2 \int_0^L dz' \int_0^R r' dr' G(z, z'; 0, r') qn(z') & \\ = \frac{V}{L} z - \frac{8\pi^2 I}{\sqrt{2q/m}} \int_0^L dz' \frac{1}{\sqrt{\varphi(z')}} \frac{1}{\pi R^2} \int_0^R r' dr' G(z, z'; 0, r'). & \end{aligned} \quad (38)$$

Переходя к безразмерным переменным (7), получим

$$\psi(\tilde{z}) = \tilde{z} - \lambda \int_0^1 \frac{g_{1D}(\tilde{z}, \tilde{z}')}{\sqrt{\psi(\tilde{z}')}} d\tilde{z}', \quad (39)$$

где

$$\lambda = \frac{4}{\varepsilon} \frac{I}{\sqrt{2qV^3/m}}. \quad (40)$$

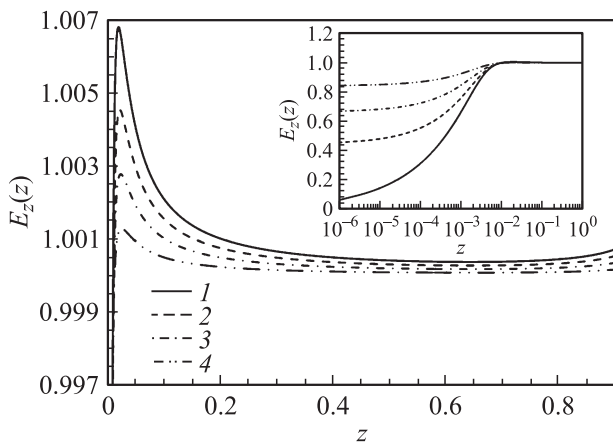


Рис. 5. Распределение напряженности поля E_z в 1D структуре в зависимости от значения параметра λ при $\xi = 200$, $\varepsilon = 1$. 1 — $\lambda = \lambda_{\max}(\xi, \varepsilon)$, 2 — $\lambda = (3/4)\lambda_{\max}$, 3 — $\lambda = (1/2)\lambda_{\max}$, 4 — $\lambda = (1/4)\lambda_{\max}$. На вставке — кривые распределения напряженности поля в полулогарифмическом масштабе.

Ядро $g_{1D}(\tilde{z}, \tilde{z}')$ вычисляется с помощью функции Грина (36):

$$\frac{1}{R^2} \int_0^R r' dr' G(z, z'; 0, r') = G_{1D}(z, z').$$

После перехода к безразмерным переменным (7) $G_{1D}(z, z')$ дает искомое ядро:

$$g_{1D}(\tilde{z}, \tilde{z}') = \xi^2 g_{3D}(\tilde{z}, \tilde{z}') - 2\xi \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(\pi k \tilde{z}') \sin(\pi k \tilde{z})}{\pi k} K_1\left(\frac{\pi k}{\xi}\right) \frac{1 + \gamma_{k,\xi}}{\varepsilon + \gamma_{k,\xi}}. \quad (41)$$

Как и для 2D геометрии, здесь в уравнение (39) входят параметры ξ и ε . Следовательно, величина λ также зависит от ξ и от ε .

Вычисление потенциала и максимально возможного значения параметра λ осуществлялось аналогичным 2D случаю способом.

Рис. 5 представляет собой аналог рис. 2, для наглядности в обычном и полулогарифмическом масштабах. Как и в 2D структуре, напряженность поля сильнее всего изменяется в узкой области вблизи катода и остается почти неизменной на протяжении большей части длины нити.

Из рис. 5 видно, что при достаточно больших ξ ($\xi > 10$ для $\lambda = \lambda_{\max}$ и $\varepsilon = 1$) существует участок нити, на котором z -компонента электрического поля незначительно убывает, при этом потенциал остается монотонно возрастающим. Этот участок тем больше, чем больше ξ . При $\xi = 200$ он занимает примерно 60% длины нити, а относительное убывание поля достигает 0.6%.

По той же причине, что и в 2D структуре, увеличение диэлектрической проницаемости эквивалентно увеличению радиуса нити и соответственно уменьшению ξ .

Здесь, однако, этот эффект не столь значителен, как для 2D геометрии.

Аппроксимация зависимости λ_{\max} от ξ степенной функцией (для $\varepsilon = 1$, см. аналитическую оценку в разд. 6) дает

$$\lambda_{\max}(\xi) \approx \frac{0.36}{\xi^{3/2}}. \quad (42)$$

Вольт-амперная характеристика (см. (40), $\varepsilon = 1$) записывается как

$$I_{\max} = 0.18 \sqrt{\frac{q}{2m}} \left(\frac{RV}{L}\right)^{3/2}. \quad (43)$$

Аналогично 2D структуре здесь видно усиление инжекции по сравнению с 3D случаем (блокирующий инжекцию объемный заряд распределен по „дискам“ малого радиуса R).

Общий вид ВАХ для произвольного значения диэлектрической проницаемости определяется из тех же соображений, что и для 2D структуры,

$$I_{\max} = 0.18 \varepsilon F_{1D}(\varepsilon) \sqrt{\frac{q}{2m}} \left(\frac{RV}{L}\right)^{3/2}, \quad (44)$$

где

$$F_{1D}(\varepsilon) = \frac{\lambda_{\max}(\xi, \varepsilon)}{\lambda_{\max}(\xi, 1)}. \quad (45)$$

Функция $F_{1D}(\varepsilon)$ зависит только от диэлектрической проницаемости и представлена на рис. 4. Как и в 2D случае, при $\varepsilon \geq 4$ с хорошей точностью

$$F_{1D}(\varepsilon) \approx 1.1 \cdot \varepsilon^{-0.30}, \quad \varepsilon \geq 4.$$

Тогда (44) запишется в виде

$$I_{\max} = 0.2 \varepsilon^{0.70} \sqrt{\frac{q}{2m}} \left(\frac{RV}{L}\right)^{3/2}, \quad 4 \leq \varepsilon \leq 20. \quad (46)$$

6. Обсуждение результатов

Полученные результаты для 2D и 1D наноструктур отличаются от тех, которые можно ожидать из простейших рассуждений.

Начнем с 3D структуры:

$$n \propto \frac{C_{3D} V}{L},$$

$$v \propto \sqrt{V}.$$

Здесь C_{3D} — емкость на единицу площади (S — площадь контактов):

$$C_{3D} \propto \frac{S}{L} \frac{1}{S} = \frac{1}{L}.$$

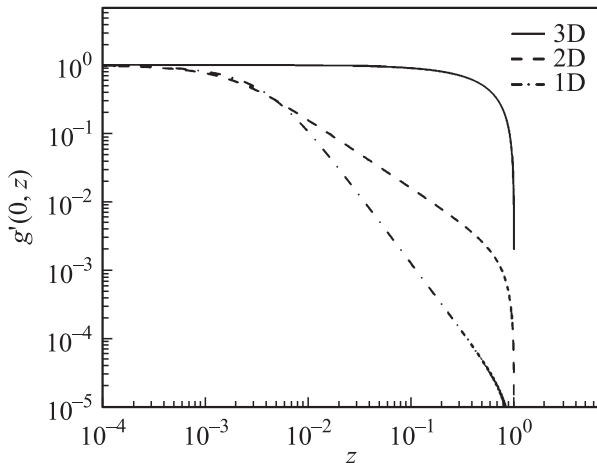


Рис. 6. Нормированная производная от функций Грина для структур разной размерности. Для 2D и 1D наноструктур $\xi = 200, \varepsilon = 1$.

Таким образом,

$$j_{3D} \propto nv \propto \frac{V}{L^2} \sqrt{V},$$

что полностью соответствует закону Чайлда–Ленгмюра. Для двумерных наноструктур воспользуемся приближением плавного канала:

$$C_{2D} \propto \frac{1}{\text{arch}(L/D)} \approx \text{const}(L/D),$$

C_{2D} — емкость на единицу длины (в поперечном к осям z и y направлении). Тогда

$$J_{2D} \propto \rho_s v \propto \frac{C_{2D} V}{L} \sqrt{V} \propto \frac{V \sqrt{V}}{L}.$$

Для 1D структуры (с точностью до логарифма $\ln(W/R)$ в знаменателе, где W — эффективное расстояние до экрана)

$$C_{1D} \approx \text{const},$$

C_{1D} — емкость на единицу длины (вдоль оси z). Таким образом,

$$I_{1D} \propto \rho_{\text{lin}} v \propto C_{1D} V \sqrt{V} \propto V \sqrt{V}.$$

Итак, в рамках приближения плавного канала ВАХ низкоразмерных наноструктур не должны зависеть от толщины слоя либо радиуса нити, т.е. уменьшение толщины (радиуса) должно компенсироваться увеличением эффективности инжекции.

Поскольку рассчитанные ВАХ для низкоразмерных структур отличались от ожидаемых, поясним происхождение этого различия.

Из (11) следует, что λ_{max} определяется производной от функции Грина, взятой на катоде:

$$\left. \frac{\partial g(\tilde{z}, \tilde{z}')}{\partial \tilde{z}} \right|_{\tilde{z}=0}.$$

Она представлена¹ на рис. 6 нормированной на свое максимальное значение для 3D, 2D и 1D структур. Видно, что в 3D случае эта производная не имеет сильной локализации вблизи катода, и вклад в λ_{max} вносит весь промежуток между катодом и анодом. Однако для 2D структуры и в особенности для 1D структуры основной вклад в λ_{max} вносит область $\tilde{z} \leq 1/\xi$, т.е. область, расположенная в непосредственной близости от катода. На таких малых расстояниях от катода как 2D структура, так и 1D структура ведут себя почти как 3D структура. Именно поэтому усиление инжекции в низкоразмерных структурах оказывается не столь значительным, как того можно было бы ожидать исходя из приближения плавного канала.

Используя то обстоятельство, что для 2D и 1D структур основной вклад в λ_{max} вносит область $\tilde{z} \leq 1/\xi$, оценим зависимость λ_{max} от ξ . В нулевом приближении (см. Приложение I) примем $\psi(\tilde{z}) = \tilde{z}$ (этого достаточно для оценки). Тогда соответственно имеем:

$$\begin{aligned} \lambda_{\text{max}}^{2D} &= \left[\int_0^1 \frac{\partial g_{2D}(\tilde{z}, \tilde{z}')}{\partial \tilde{z}} \Big|_{\tilde{z}=0} \frac{d\tilde{z}'}{\sqrt{\psi(\tilde{z}')}} \right]^{-1} \propto \left[\frac{1}{\xi} \xi \frac{1}{\sqrt{1/\xi}} \right]^{-1} \\ &= \frac{1}{\sqrt{\xi}}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lambda_{\text{max}}^{1D} &= \left[\int_0^1 \frac{\partial g_{1D}(\tilde{z}, \tilde{z}')}{\partial \tilde{z}} \Big|_{\tilde{z}=0} \frac{d\tilde{z}'}{\sqrt{\psi(\tilde{z}')}} \right]^{-1} \propto \left[\frac{1}{\xi} \xi^2 \frac{1}{\sqrt{1/\xi}} \right]^{-1} \\ &= \frac{1}{\xi^{3/2}}, \end{aligned}$$

$1/\xi$ — эффективная длина промежутка, на котором идет интегрирование. Здесь

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial g_{2D}(\tilde{z}, \tilde{z}')}{\partial \tilde{z}} \right|_{\tilde{z}=0} &\approx \left. \frac{\partial g_{2D}(\tilde{z}, \tilde{z}')}{\partial \tilde{z}} \right|_{\tilde{z}=0, \tilde{z}'=0} = \xi, \\ \left. \frac{\partial g_{1D}(\tilde{z}, \tilde{z}')}{\partial \tilde{z}} \right|_{\tilde{z}=0} &\approx \left. \frac{\partial g_{1D}(\tilde{z}, \tilde{z}')}{\partial \tilde{z}} \right|_{\tilde{z}=0, \tilde{z}'=0} = \xi^2, \\ \psi(\tilde{z}') &\leq \frac{1}{\xi}. \end{aligned}$$

Видно, что полученные с помощью такой оценки результаты полностью совпадают с результатами выполненных расчетов (29) и (42).

Можно говорить о двух типах обсуждаемых выше низкоразмерных наноструктур.

1) Полупроводник соответствующей формы „подвешен“ между контактами (рис. 1). Тогда диэлектрическая проницаемость окружающей среды равна 1.

2) Рассматриваются полупроводниковые гетероструктуры с квантовой ямой (2D структура) или квантовой проволокой (1D структура). Тогда диэлектрические проницаемости материалов ямы и барьера (т.е. окружающей

¹ Все три функции на аноде обращаются в нуль. На графике в логарифмическом масштабе они „не доведены“ до нуля.

среды) различаются незначительно. В этом случае для определения ВАХ применимы формулы (31) и (44), в которых следует положить $F_{2D,1D} \approx 1$. Такая реализация является более распространенной.

Для низкоразмерных структур анализ проведен в предположении, что в полупроводниковом слое или нити $n(y, z) = \text{const} \cdot f_{2D}(z)$ и $n(r, z) = \text{const} \cdot f_{1D}(z)$. Если рассматривать реальные низкоразмерные наноструктуры, в которых происходит квантование носителей заряда в поперечном к оси z направлении, то необходимо сделать замену

$$n(y, z) = 2 \sin^2 \left[\frac{\pi}{D} \left(y + \frac{D}{2} \right) \right] f_{2D}(z)$$

и

$$n(r, z) = \frac{J_0^2(\gamma_1 r/R)}{J_1^2(\gamma_1)} f_{1D}(z)$$

соответственно, где J_0 и J_1 — нулевая и первая функции Бесселя. Это верно в предположении, что носители находятся в основном состоянии бесконечно глубокой квантовой ямы или проволоки. Здесь γ_1 — первый нуль J_0 . В пределе $\xi \gg 1$ такая замена приводит к уменьшению эффективных размеров структуры (толщины слоя D_{eff} или радиуса нити R_{eff}). Сделаем оценку величины этого эффекта на примере 1D структуры²:

$$\frac{R_{\text{eff}}}{R} = \frac{3}{2} \frac{\int_0^1 r^2 J_0^2(\gamma_1 r) dr}{\int_0^1 r J_0^2(\gamma_1 r) dr} \approx 0.64.$$

Тогда, согласно (44) (предполагаем гетероструктуру с квантовой проволокой, в которой $\varepsilon \approx \text{const}$ всюду, см. обсуждение выше³),

$$\frac{I}{I_{\text{quantum}}} = \left(\frac{R}{R_{\text{eff}}} \right)^{3/2} \approx 2.0.$$

Расчет с использованием вышеприведенной $n(r, z)$ дает (для $\xi = 200$)

$$\frac{I}{I_{\text{quantum}}} \approx 2.5.$$

Таким образом, наблюдается достаточно хорошее соответствие между оценкой и результатами расчета. К 2D структуре применимы аналогичные рассуждения.

² Около 85% заряда в поперечном сечении квантовой нити сосредоточено в области $r \leq R_{\text{eff}}$.

³ Для „подвешенного“ полупроводника ситуация становится сложнее, так как в области $r > R_{\text{eff}}$ происходит скачок диэлектрической проницаемости с ε до 1 при $r = R$. В этом случае отношение „обычного“ тока I к „квантовому“ I_{quantum} будет меньше. „Квантовый“ ток возрастет ввиду наличия у нити радиуса R_{eff} „внешней оболочки“ $R_{\text{eff}} < r \leq R$ с высокой ε .

7. Заключение

В работе предложен универсальный подход к описанию инжекционных ТООЗ при баллистическом режиме транспорта заряда, применимый к наноструктурам разной размерности. Этот метод позволяет свести задачу к одномерному нелинейному интегральному уравнению с безразмерным параметром, которому пропорциональна величина тока.

Представлен качественный анализ допустимого диапазона значений этого параметра. Предложен итерационный метод вычисления распределения потенциала и максимально возможного значения параметра, которое определяет максимально возможный ток через структуру при заданном значении напряжения. Существование максимального тока является аналогом порога Бурсиана [17] в вакуумном диоде.

Обнаружено, что в низкоразмерных геометриях инжекция увеличивается не так сильно, как можно было бы предположить на основании приближения плавного канала. Этот факт объяснен поведением производной от функции Грина в области, непосредственно примыкающей к катоду: электрическое поле в низкоразмерных структурах значительно убывает на расстоянии порядка толщины слоя (радиуса нити) от катода (см. разд. 6, а также рис. 6). Инжекция определяется напряженностью поля на катоде и в непосредственной близости от него, поэтому ток для низкоразмерных структур формируется в той области, где различие между ними и 3D структурой минимально.

Изучено влияние диэлектрической проницаемости материала на протекание тока в низкоразмерных структурах. Показано, что увеличение диэлектрической проницаемости эквивалентно увеличению толщины слоя (либо радиуса нити), поэтому с ростом ε область применимости всех полученных результатов смещается в сторону больших значений ξ .

Полученные для цилиндрической 1D структуры результаты не изменятся при переходе к структуре с произвольной „не патологической“ формой поперечного сечения, если поперечные размеры много меньше длины. При этом условии потенциал слабо зависит от поперечной координаты.

Авторы признательны за поддержку Российскому фонду фундаментальных исследований (грант РФФИ № 11-02-00573) и Программе поддержки научных школ (грант НШ-2901.2012.2).

Приложение I

Итерационная процедура для вычисления потенциала при фиксированном значении параметра λ

При фиксированном значении λ уравнения (15), (26) и (39) решались численно с помощью следующего

алгоритма:

$$\psi_0(\tilde{z}) = \tilde{z},$$

$$\psi_{k+1}(\tilde{z}) = \tilde{z} - \lambda \int_0^1 \frac{g(\tilde{z}, \tilde{z}')}{\sqrt{\psi_k(\tilde{z}')}} d\tilde{z}'.$$

Такой выбор нулевого приближения, ψ_0 , является наиболее естественным ввиду структуры исходного уравнения (9) и так как при $\lambda = 0$ — это точное решение.

Количество итераций N подбиралось так, чтобы

$$\frac{|\psi'_{k+1}(0) - \psi'_k(0)|}{\psi'_{k+1}(0)} \leq 10^{-5}, \quad \text{где} \quad \psi'_i(0) = \left. \frac{d\psi_i(\tilde{z})}{d\tilde{z}} \right|_{\tilde{z}=0}.$$

Этот критерий выбран потому, что именно напряженность поля на катоде изменяется сильнее всего от итерации к итерации. Также установлено, что чем ближе λ к λ_{\max} , тем большее число итераций необходимо для достижения заданной точности. При $\lambda \leq (3/4)\lambda_{\max}$ достаточно 6–7 итераций.

В принципе, такой метод можно использовать и для определения значения λ_{\max} , однако это получается слишком медленно и не очень удобно с практической точки зрения. Для вычисления λ_{\max} был предложен другой способ — см. Приложение II.

Приложение II

Итерационная процедура для определения максимально возможного значения параметра λ и соответствующего ему распределения потенциала

Для вычисления λ_{\max} использовался немного видоизмененный вариант алгоритма из Приложения I:

$$\psi_0(\tilde{z}) = \tilde{z},$$

$$\lambda_{\max}^{(k)} = \left(\int_0^1 \left. \frac{\partial g(\tilde{z}, \tilde{z}')}{\partial \tilde{z}} \right|_{\tilde{z}=0} \frac{d\tilde{z}'}{\sqrt{\psi_k(\tilde{z}')}} \right)^{-1},$$

$$\psi_{k+1}(\tilde{z}) = \tilde{z} - \lambda_{\max}^{(k)} \int_0^1 \frac{g(\tilde{z}, \tilde{z}')}{\sqrt{\psi_k(\tilde{z}')}} d\tilde{z}'.$$

Критерий сходимости использовался точно такой же, как и в Приложении I, так как напряженность поля на катоде изменяется от итерации к итерации больше, чем $\lambda_{\max}^{(k)}$ или какие-либо другие величины.

Этот алгоритм был проверен для случая 3D структуры, а также для 2D и 1D структур в пределе $\xi \ll 1$, который эквивалентен 3D геометрии. Во всех тестах результаты полностью соответствовали закону Чайлда–Ленгмюра.

Список литературы

- [1] C.D. Child. Phys. Rev., **32**, 492 (1911).
- [2] I. Langmuir. Phys. Rev., **2**, 450 (1913).
- [3] Н. Мотт, Р. Герни. *Электронные процессы в ионных кристаллах* (М., ИЛ, 1950) [Пер. с англ.: N. Mott, R. Gurney. *Electronic Processes in Ionic Crystals* (N.Y., 1940)].
- [4] М. Ламперт, П. Марк. *Инжекционные токи в твердых телах* (М., Мир, 1973) [Пер. с англ.: M. Lampert, P. Mark. *Current injection in solids* (N.Y.–London, Academic Press, 1970)].
- [5] M. Lampert, F. Edelman. J. Appl. Phys., **35**, 2971 (1964).
- [6] W. Shockley, R. Prim. Phys. Rev., **90**, 753 (1953).
- [7] A. Grinberg, S. Luryi. J. Appl. Phys., **61**, 1181 (1986).
- [8] В.И. Рыжий, Н.А. Баннов, В.А. Федирко. ФТП, **18** (5), 769 (1984) [Sov. Phys. Semicond., **18**, 481 (1984)].
- [9] J. Geurst. Phys. Status Solidi, **15**, 107 (1966).
- [10] Y. Li, H. Wang, C. Liu, J. Sun. Appl. Surf. Sci., **251**, 19 (2005).
- [11] A. Rokhlenko, J.L. Lebowitz. Phys. Rev. Lett., **91** (8), 085 002 (2003).
- [12] A. Grinberg, S. Luryi, M. Pinto, N. Schryer. IEEE Trans. Electron Dev., **36**, 1162 (1989).
- [13] W. Chandra, L.K. Ang, W. S. Koh. J. Phys. D: Appl. Phys., **42**, 055 504 (2009).
- [14] A. Talin, F. Leonard, B. Swartzentruber, X. Wang, S. Hersee. Phys. Rev. Lett., **101**, 076 802 (2008).
- [15] A. Haque, A. Khondker. J. Appl. Phys., **87**, 2553 (2000).
- [16] B. Shchamkhalova, V. Sablikov. Physica E, **27**, 51 (2005).
- [17] В.Р. Бурсиан, В.И. Павлов. Журн. русск. физ.-хим. общества, **55**, 71 (1923).

Редактор Л.В. Шаронова

Theory of ballistic space charge limited currents in nanostructures of different dimensionalities

M.V. Beznogov^{†*}, R.A. Suris^{†*}

[†] Ioffe Physicotechnical Institute, Russian Academy of Sciences, 194021 St. Petersburg, Russia

* Saint Petersburg Academic University — Nanotechnology Research and Education Centre, Russian Academy of Sciences, 194021 St. Petersburg, Russia

Abstract In this paper we present new unified approach to the description of the ballistic monopolar injection currents, which is applicable to the nanostructures of different geometric dimensionalities. It was shown that in 3D, 2D and 1D structures the problem could be reduced to a nonlinear integral equation with a dimensionless parameter defining a coefficient of the universal current–voltage characteristic for the structures of different dimensionalities. Existence of the maximum value of the parameter which is analogous to the Bursian limit in vacuum diode was proven. Current–voltage characteristics, potential and charge distributions in 3D, 2D and 1D nanostructures were calculated.