о5 К статической устойчивости трубопровода

© А.Г. Хакимов

Институт механики им. Р.Р. Мавлютова Уфимского федерального исследовательского центра РАН, 450054 Уфа, Россия e-mail: hakimov@anrb.ru

Поступило в Редакцию 28 мая 2019 г. В окончательной редакции 28 мая 2019 г. Принято к публикации 21 октября 2019 г.

> На основе предположения о начальной деформированной форме трубопровода без начальных напряжений определено критическое усилие сжатия. Трубопровод находился под действием внутреннего и внешнего давлений, сжимающей силы. По трубопроводу протекала жидкость с заданной плотностью. Учитывались осесимметричное расширение трубы и ее продольное укорочение, изменение температуры стенки трубы, образование арки выброса. Изучено статическое взаимодействие неустойчивостей под действием вышеуказанных факторов.

Ключевые слова: трубопровод, давление, критическое усилие сжатия.

DOI: 10.21883/JTF.2020.04.49086.214-19

Введение

Актуальность настоящей работы заключается в том, что до сих пор в литературе встречаются ошибочные трактовки действия внутреннего давления в трубопроводе на его устойчивость. Трубопроводы широко применяются в нефте-газо-продуктопроводах, в ракетных и авиационных двигателях, в воздушной и гидравлической системах самолетов. В гидроупругих системах одновременно происходит взаимодействие упругих и гидродинамических неустойчивостей. Внешние воздействия могут быть как независимыми друг от друга, так и связанными [1]. Изучению продольной устойчивости трубопроводов посвящено много работ. Отметим фундаментальные работы [2-4], в которых рассмотрены все основные случаи возможной потери трубопроводом устойчивости в минеральных грунтах, и выполнены аналитические и экспериментальные исследования в данном направлении. В перечисленных и других работах авторы несколько поразному трактуют потерю трубопроводом устойчивости, вкладывают разный смысл в данное понятие, а также с различных позиций как качественно, так и количественно поясняют факт его возможного появления [2]. Например, в [5] приведен анализ литературных источников, откуда следует, что в одних работах [6-9] уравнение продольно-поперечного изгиба трубопровода имеет вид, отличный от уравнения, приведенного в [10,11]. По данным ООО "Газпром трансгаз Сургут", эксплуатирующего магистральный газопровод "Уренгой-Сургут-Челябинск", значительная протяженность трубопровода (10%) имеет участки с непроектным положением в виде оголения, всплытия, образования арочных выбросов. В большинстве случаев вывода участков трубопровода на капитальный ремонт приходится сталкиваться именно с непроектным положением. Процесс изменения проектного положения обусловлен сложным сочетанием инженерно-гидрогеологических условий, и их прогнозирование на стадии проектирования почти невозможно. Причинами потери продольной устойчивости подземного газопровода являются: воздействие температурного перепада перекачиваемого продукта на материал трубопровода; уменьшение внутреннего давления газа (неверное утверждение — примечание автора); сезонные изменения характеристик грунта, связанные с обводнением трассы; отступление от технологии укладки трубопровода в траншею [12]. Цель настоящей работы определение критического усилия сжатия при действии различных факторов.

Постановка задачи

Примем, что упругий трубопровод "закреплен" на защемленных скользящих "опорах", расположенных на расстоянии L друг от друга, причем "опоры" не препятствуют движению жидкости с плотностью ρ_i и скоростью U_i внутри трубопровода вдоль его оси (рис. 1). Расстояние между "опорами" будем считать длиной арки выброса трубопровода. На скользящих опорах прогиб и угол поворота равны нулю. Ускорение G направлено перпендикулярно к оси трубопровода. Предполагается идеальность и несжимаемость жидкостей. Трубопровод сжимается продольной силой P. Сила P, давления внутри и вне трубопровода p_i , p_e и скорость U_i изменяются независимо друг от друга. Интенсивность их возрастания от нуля будем считать такой, чтобы инерционные силы в системе были малы.

При $P = 0, U_i = 0, p_i = 0, p_e = 0$ трубопровод имеет малое отклонение от оси x в виде

$$w_0 = W_{0n} \sin^2 n\beta x, \ \beta = \pi/L, \ n = 1, 2, \dots,$$
(1)

где W_{0n} — амплитуда малого начального отклонения. При этом остаточные напряжения в нем отсутствуют,



Рис. 1. Расчетная схема трубопровода.



Рис. 2. Схема действия сил на упругий трубопровод при его изгибе в плоскости *zx*.

например, в результате отжига трубопровода [1]. Сумма проекций на ось z всех сил, действующих на элемент длиной dx (рис. 2), равна [1]

$$Q \cos \alpha - (Q + dQ) \cos(\alpha + d\alpha) + P \sin \alpha$$
$$- P \sin(\alpha + d\alpha) + [p_i F_i - p_e (F + F_i) \sin \alpha$$
$$- [p_i F_i - p_e (F + F_i)] \sin(\alpha + d\alpha) + G(\rho F + \rho_i F_i) dx$$
$$- G\rho_e (F + F_i) dx - q dx - \rho_i U_i^2 k dx = 0,$$

где Q — перерезывающая сила, q — интенсивность распределенной выталкивающей силы, k — кривизна осевой линии трубопровода, ρ , h, F — плотность, толщина стенки и площадь поперечного сечения трубопровода, F_i — площадь сечения в свету трубопровода. Давления внутри и вне трубопровода определяются по формулам

$$p_i = p_{i0} + G\rho_i(w_0 + w),$$

 $p_e = p_{e0} + G\rho_e(w_0 + w), \ p_{e0} = p_0 + G\rho_e H.$

Здесь p_0 — давление на поверхности жидкости на высоте H от трубопровода, p_{i0} , p_{e0} — давления жидкости внутри и вне трубопровода на расчетной глубине. Из уравнения моментов в том же приближении следует Qdx - dM = 0, где в выражение изгибающего момента $M = Dd^2w/dx^2$ не входит w_0 ввиду указанного выше предположения об отсутствии напряжений до начала внешних воздействий. Принимая в линейной задаче $\cos \alpha = 1$, $\sin(\alpha + d\alpha 0 = \alpha + d\alpha$ и учитывая $\alpha = d(w_0 + w)/dx$, $d\alpha = (d^2(w_0 + w)/dx^2)dx$, получаем уравнение изгиба трубопровода относительно текущего прогиба w(x) [13], где линеаризованное уравнение запи-

сывается в следующем виде:

$$D\frac{d^4w}{dx^4} + \left[P + p_{i0}F_i - p_{e0}(F + F_i) + \rho_i F_i U_i^2\right]$$
$$\times \frac{d^2(w_0 + w)}{dx^2} = 0, \quad D = EJ, \quad F_i = \pi R_i^2,$$
$$F = \pi [(R_i + h)^2 - R_i^2], \quad J = \pi [(R_i + h)^4 - R_i^4]/4, \quad (2)$$

где *E*, *R_i* — модуль упругости, внутренний радиус поперечного сечения трубопровода.

Изгиб трубопровода

Примем частное решение уравнения (2) в виде

$$w = W_n \sin^2 n\beta x, \quad n = 1, 2, \dots, \tag{3}$$

где W_n — амплитуда малого отклонения. Подставляя (1), (3) в уравнение (2), получаем отношение амплитуды текущего прогиба к амплитуде начального прогиба в виде [13]

$$\frac{W_n}{W_{0n}} = \frac{R_n}{P_E(n^2\beta)^2 - R_n}, \quad P_E = 4D\beta^2 = \frac{4\pi^2 EJ}{L^2},$$
$$R_n = [P + p_{i0}F_i - p_{e0}(F + F_i) + \rho_i F_i U_i^2](n\beta)^2.$$
(4)

Здесь Р_Е — критическое значение статической продольной сжимающей силы на трубопровод (n = 1). Из (4) видно, что прогиб тем больше, чем больше величина осевого усилия сжатия трубопровода Р, давление внутри трубопровода *p*_{i0}, скоростной напор внутри трубопровода $\rho_i U_i^2$ и меньше критическое значение статической продольной сжимающей силы на трубопровод Р_Е, давление вне трубопровода p_{e0} . При $R_n = P_E (n^2 \beta)^2$ прогиб в рассматриваемом линейном приближении растет неограниченно. Здесь R_n представляет собой критическую комбинацию внешних воздействий P, p_{i0}, p_{e0}, $\rho_i U_i^2$ для системы с заданными параметрами материалов и размерами E, ρ_i, h, L, R_i . С возрастанием внешних воздействий рост прогиба (4) происходит наиболее быстро при n = 1. Указанная критическая комбинация внешних воздействий по (4) является минимальной при n = 1. Под действием перепада давления $p^* = p_{i0} - p_{e0}$ происходит осесимметричное расширение трубы и ее продольное укорочение, что в зависимости от коэффициента Пуассона материала и условий закрепления трубы на опорах в продольном направлении приводит к образованию растягивающей продольной силы $(p_{i0} - p_{e0})F_{i0}\chi$ и соответственно распределенной поперечной силы $(p_{i0} - p_{e0})F_{i0}\chi k$, направленной в сторону вогнутости осевой линии. Величина χ включает в себя указанные выше параметры.

Осесимметричная деформация трубопровода

 \mathbf{r}

Для определения величины χ нужно рассмотреть осесимметричную деформацию под действием перепада давления $p^* = p_{i0} - p_{e0}$. При пренебрежении инерционностью окружная сила равна $N_{*\theta} = p_*R$. Из закона Гука следует [14]

$$N_{*\theta} = \frac{Eh}{1 - \nu^2} [\varepsilon_{\theta*} + \nu \varepsilon_* - (1 + \nu)\alpha T],$$
$$N_* = \frac{Eh}{1 - \nu^2} [\varepsilon_* + \nu \varepsilon_{\theta*} - (1 + \nu)\alpha T],$$
(5)

где $N_{*\theta}$ и продольная сила N_* — принимаются приходящимися на единицу длины, ν — коэффициент Пуассона, α — коэффициент линейного теплового расширения, T — изменение температуры трубопровода, $\varepsilon_{\theta*}, \varepsilon_*$ деформации. Исключив $\varepsilon_{\theta*}$ из (5), получаем

$$N_* = (p_{i0} - p_{e0})R_i\nu + Eh(\varepsilon_* - \alpha T).$$
(6)

Продольная деформация постоянна по длине пролета $\varepsilon_* = A$ или

$$\varepsilon_* = \frac{\partial u_*}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_*}{\partial x}\right)^2 = A,$$
$$u_* = Ax + B - \frac{1}{2} \int_0^x \left(\frac{\partial w_*}{\partial x}\right)^2 dx.$$
(7)

Константы A и B определяем из условий $N_* = Cu_*$ (x = 0), $u_* = 0$ (x = L), где C — продольная жесткость опоры единичной дуги. В соответствии с выражениями (6), (7) полное осевое усилие по трубе равно

$$2\pi R_i N_* = (p_{i0} - p_{e0}) F_i \chi - \beta T + \gamma W_n^2,$$
$$= \frac{2\nu}{1+\lambda}, \ \lambda = \frac{Eh}{CL}, \ \beta = \frac{2\pi\alpha EhR_i}{(1+\lambda)}, \ \gamma = \frac{\pi^3 EhR_i}{2(1+\lambda)L^2}$$

Коэффициент λ представляет собой отношение жесткостей трубы и опоры в продольном направлении. При малом отношении этих жесткостей $\chi \to 2\nu$, при большом их отношении $\chi \to 0$. Если осевое усилие сжатия трубопровода $P = P_0$ при $p_{i0} = 0$, $p_{e0} = 0$, $\rho_i U_i^2 = 0$, T = 0, то справедливо равенство

$$P = P_0 - 2\pi R_i N_* = P_0 - (p_{i0} - p_{e0}) F_i \chi + \beta T - \gamma W_n^2.$$
(8)

Из выражения (4) с учетом соотношения (8) получаем критическое значение сжимающей трубопровод силы P_0 при n = 1

$$P_{0cr} = P_E n^2 + (p_{i0} - p_{e0})F_i \chi - p_{i0}F_i + p_{e0}(F + F_i) - \rho_i F_i U_i^2 - \beta T + \gamma W_n^2,$$
(9)

или

$$P_{0cr} = P_E n^2 - p_{i0} F_i (1 - \chi) + p_{e0} F + p_{e0} F_i (1 - \chi) - \rho_i F_i U_i^2 - \beta T + \gamma W_n^2,$$
(10)

которое представляет собой обобщение классического критического значения в задаче Эйлера за счет учета давлений внутри и вне трубопровода pi0, pe0, скоростного напора внутри трубопровода $ho_i U_i^2$, температуры стенки трубопровода Т, максимального прогиба трубопровода W_n при образовании арки выброса. Из (9) видно, что критическое значение сжимающей трубопровод силы P₀ тем больше, чем больше критическое значение статической продольной сжимающей силы Эйлера на трубопровод P_E , давление вне трубопровода p_{e0} и меньше давление внутри трубопровода *p*_{i0}, скоростной напор внутри трубопровода $\rho_i U_i^2$, температура стенки трубопровода Т. Также отметим, что с увеличением максимального прогиба трубопровода W_n происходит увеличение критического значения сжимающей трубопровод силы Ро. Первое слагаемое в правой части выражения (9) представляет критическую осевую сжимающую силу Эйлера, второе слагаемое возникает при осесимметричном расширении трубы и ее продольном укорочении под действием перепада давления $p^* = p_{i0} - p_{e0}$, что в зависимости от коэффициента Пуассона материала и условий закрепления трубы на опорах приводит к образованию растягивающей продольной силы, третье слагаемое, умноженное на кривизну k, представляет поперечную распределенную силу, направленную в сторону выпуклости осевой линии, четвертое слагаемое, умноженное на кривизну k, представляет поперечную распределенную силу, направленную в сторону вогнутости осевой линии при изгибе трубы под действием внешнего давления pe0, пятое слагаемое, умноженное на кривизну k, представляет поперечную распределенную силу, направленную в сторону выпуклости осевой линии при изгибе трубы под действием скоростного напора $\rho_i U_i^2$, шестое слагаемое — это сжимающая сила, возникающая при увеличении температуры стенки трубопровода Т и учитывающая условия закрепления трубы на опорах, седьмое слагаемое — это растягивающая сила при образовании арки выброса, учитывающая условия закрепления трубы на опорах. Частные случаи рассмотрены в [13,15].

Анализ результатов и примеры

Расчеты проведены для следующих параметров трубы: модуль упругости материала трубопровода $E = 2.0 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$, плотность $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$, коэффициент Пуассона $\nu = 0.3$, коэффициент линейного теплового расширения $\alpha = 11.3 \cdot 10^{-6} \text{ deg}^{-1}$, внутренний радиус поперечного сечения трубопровода $R_i = 0.496$ m, толщина стенки h = 14 mm, температура стенки $T = 5^{\circ}$ С, давление газа внутри трубопровода

χ

 $p_{i0} = 5$ MPa, плотность газа $\rho_i = 100 \text{ kg/m}^3$, скорость течения газа $U_i = 10 \text{ m/s}$, расстояние между опорами L = 120 m, продольная жесткость опоры единичной дуги $C = 10^8 \text{ N/m}^2$, давление вне трубопровода $p_{e0} = 0$ MPa, амплитуда малого отклонения $W_n = 0.1$ m. Расчеты по формуле (10) дают: критическое значение сжимающей трубопровод силы $P_{0cr} = 0.106 \text{ MN}$, критическая сжимающая сила Эйлера равна 3.069 MN. Критическое значение сжимающей трубопровод силы уменьшается на 2.567 MN под действием внутреннего давления, на 0.007 MN вследствие движения газа по трубопроводу, на 0.399 MN из-за увеличения температуры стенки трубы и увеличивается на 0.012 MN за счет появления арки выброса с амплитудой $W_n = 0.1 \text{ m}.$

Арки выброса можно рассматривать как компенсаторы осевых усилий и в некоторых случаях их предусматривать в проектах новых трубопроводов. Так как максимальное возможное значение $\chi = 2\nu$, из выражения (9) следует, что внутреннее давление в трубопроводе приводит к снижению критического значения сжимающей трубопровод силы. В статье [12] во введении отмечено, что причиной потери продольной устойчивости подземного трубопровода является уменьшение внутреннего давления газа, что противоречит формуле (9). К снижению критического значения сжимающей трубопровод силы приводит также движение жидкости по трубопроводу. Из выражения (9) следует, что критическая сжимающая сила P_{0cr} может быть отрицательной или трубопровод может потерять устойчивость под действием растягивающих осевых усилий. Видно, что увеличение внутреннего давления *p*_{i0}, скоростного напора внутри трубопровода $\rho_i U_i^2$ и температуры его стенки, уменьшение изгибной жесткости ЕЈ трубопровода, внешнего давления pe0 приводят к уменьшению критического значения силы Ро. Для исследования вклада каждого слагаемого в выражении (9) запишем его в виде

$$P_{0cr} = P_E + P_{Pi} + P_{Pe} + P_{Ui} + P_T + P_{Wn}, \ P_E = P_E n^2,$$

$$P_{Pi} = -p_{i0}F_i(1-\chi), \ P_{Pe} = p_{e0}F + p_{e0}F_i(1-\chi),$$

$$P_{Ui} = -\rho_i F_i U_i^2, \ P_T = -\beta T, \ P_{Wn} = \gamma W_n^2.$$
(11)

На рис. 3 приводятся зависимости критического значения сжимающей трубопровод силы P_{0cr} от давления внутри трубопровода p_{i0} для давления вне трубопровода $p_{e0} = 0$ МРа (кривая I), $p_{e0} = 0.5$ МРа (кривая 2), $p_{e0} = 1.0$ МРа (кривая 3) при вышеприведенных данных и температуре стенки $T = 1^{\circ}$ С.

Видно, что с увеличением внутреннего давления в трубопроводе происходит уменьшение критического значения сжимающей трубопровод силы. Можно отметить, что с увеличением внешнего давления происходит увеличение критического значения сжимающей трубопровод силы.

На рис. 4 приводятся зависимости P_{Pi} от жесткости опоры единичной дуги *C* для давления внутри трубопровода $p_{i0} = 6$ MPa (кривая 1), $p_{i0} = 8$ MPa (кривая 2),



Рис. 3. Зависимости критического значения сжимающей трубопровод силы P_{0cr} от давления внутри трубопровода p_{i0} .

 p_{i0} , MPa



Рис. 4. Зависимости P_{Pi} от жесткости опоры единичной дуги *C*.

 $p_{i0} = 10$ MPa (кривая 3) при вышеприведенных в примере данных. Видно, что с увеличением жесткости опоры единичной дуги *C* происходит уменьшение влияния внутреннего давления на P_{Pi} .

На рис. 5 приводятся зависимости P_T от жесткости опоры единичной дуги C для температуры стенки трубопровода $T = 50^{\circ}$ С (кривая 1), $T = 60^{\circ}$ С (кривая 2), $T = 70^{\circ}$ С (кривая 3) при вышеприведенных в примере данных. Видно, что с увеличением жесткости опоры единичной дуги C происходит увеличение влияния температуры стенки трубопровода на P_T .



Рис. 5. Зависимости P_T от жесткости опоры единичной дуги *C*.



Рис. 6. Зависимости критического значения сжимающей трубопровод силы P_{0cr} от максимального прогиба трубопровода W_n .

На рис. 6 приводятся зависимости критического значения сжимающей трубопровод силы P_{0cr} от максимального прогиба трубопровода W_n для жесткости опоры единичной дуги C = 20 MPa (кривая 1), 50 MPa (кривая 2), 100 MPa (кривая 3). С увеличением максимального прогиба трубопровода происходит увеличение критического значения сжимающей трубопровод силы.

Если образовалась арка выброса, то можно определить критическое значение сжимающей трубопровод силы P_{0cr} . Если действующий трубопровод имеет арку выброса и из эксперимента известно перемещение трубопровода в начале координат (x=0), которое равно *B* [15], то продольная жесткость опоры единичной дуги *C* определяется по формуле

$$C = \frac{-4(BL + \alpha TL^2 - \pi^2 W_n^2/4)Eh + p_{i0}R_i\nu L^2}{BL^2},$$

Далее по известным остальным параметрам можно определить действующее критическое усилие по формуле (9).

Выводы

С увеличением внутреннего давления в трубопроводе происходит уменьшение критического значения сжимающей трубопровод силы, а с увеличением внешнего давления происходит увеличение критического значения сжимающей трубопровод силы. С увеличением жесткости опоры единичной дуги происходит увеличение влияния температуры стенки трубопровода на сжимающую трубопровод силу. С увеличением максимального прогиба трубопровода происходит увеличение критического значения сжимающей трубопровод силы. Получена формула для определения продольной жесткости опоры единичной дуги по известному из эксперимента перемещению трубопровода в начале координат. Полученные результаты позволяют анализировать устойчивость трубопроводных систем. Результаты работы могут найти применение для анализа статической устойчивости трубопроводов на этапе проектирования, эксплуатации и ремонта арок выброса. Получено критическое значение сжимающей трубопровод силы Ро, которое представляет собой обобщение классического критического значения сжимающей трубопровод силы в задаче Эйлера за счет учета давлений внутри и вне трубопровода, скоростного напора внутри трубопровода, температуры стенки трубопровода, максимального прогиба трубопровода при образовании арки выброса.

Благодарности

Автор выражает благодарность член-корреспонденту РАН М.А. Ильгамову за обсуждение результатов работы.

Финансирование работы

Работа поддержана средствами государственного бюджета по государственному заданию на 2019-2022 г. (№ 0246-2019-0088) и грантом РФФИ (№ 18-01-00150).

Конфликт интересов

Автор заявляет, что у него нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] Ильгамов М.А. // ЖТФ. 2018. Т. 63. Вып. 2. С. 163–167. DOI: 10.21883/JTF.2018.02.45401.2144
- [2] Димов Л.А., Богушевская Е.М. Магистральные трубопроводы в условиях болот и обводненной местности. М.: Горная книга: Изд-во Московского гос. горного ун-та, 2010. 391 с.
- [3] Ясин Э.М., Черникин В.И. Устойчивость подземных трубопроводов. М.: Недра, 1968. 120 с.
- [4] Айнбиндер А.Б., Камерштейн А.Г. Расчет магистральных трубопроводов на прочность и устойчивость. М.: Недра, 1982. 343 с.
- [5] Гумеров К.М., Сильвестров С.А. // Проблемы сбора, подготовки и транспорта нефти и нефтепродуктов. 2017. Вып. 1 (107). С. 60–68. DOI: http://dx.doi.org/10.17122/ntjoil-2017-1-60-68
- [6] Бабин Л.А., Быков Л.И., Волохов В.Я. Типовые расчеты по сооружению трубопроводов. М.: Недра, 1979. 176 с.
- [7] Бородавкин П.П., Березин В.Л. Сооружение магистральных трубопроводов. М.: Недра, 1977. 407 с.
- [8] Мугаллимов Ф.М., Багманов Р.Р., Гумеров А.К., Мугаллимов И.Ф. // Проблемы сбора, подготовки и транспорта нефти и нефтепродуктов. 2015. Вып. 3 (101). С. 88–96.
- [9] Чучкалов М.В., Гумеров К.М. // Транспорт и хранение нефтепродуктов и углеводородного сырья. 2014. № 2. С. 3–6.
- [10] Коробков Г.Е., Зарипов Р.М., Шаммазов И.А. Численное моделирование напряженно-деформированного состояния и устойчивости трубопроводов и резервуаров в осложненных условиях. СПб.: Недра, 2009. 410 с.
- [11] Петров И.П., Спиридонов В.В. Надземная прокладка трубопроводов. М.: Недра, 1973. 472 с.
- [12] *Сысоев Ю.С.* // Изв. вузов. Нефть и газ. 2012. № 1. С. 72– 76.
- [13] Хакимов А.Г. // Вестник Пермского нац. исследовательского политех. ун-та. Механика. 2018. № 3. С. 87–94. DOI: 10.15593/perm.mech/2018.3.09
- [14] Коваленко А.Д. Основы термоупругости. Киев: Наук. думка, 1970. 307 с.
- [15] Хакимов А.Г. // Экспозиция. Нефть. Газ. 2019. № 1 (68). С. 48–52. https://elibrary.ru/item.asp?id=37028571