

03

Мгновенные спекл-модулированные интерференционные изображения и когерентные эффекты в оптической микроскопии тонких слоев

© Л.А. Максимова¹, Н.Ю. Мысина¹, А.А. Дьяченко², В.П. Рябухо^{1,2}

¹ Институт проблем точной механики и управления РАН,
410028 Саратов, Россия

² Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского,
410012 Саратов, Россия

e-mail: MaksimovaLA@yandex.ru

Поступила в редакцию 19.07.2019 г.

В окончательной редакции 19.07.2019 г.

Принята к публикации 01.10.2019 г.

Рассмотрены формирование в оптическом микроскопе мгновенных спекл-модулированных интерференционных изображений тонких прозрачных слоев при освещающем квазимонохроматическом или частотно широкополосном волновом поле с широкими угловыми спектрами и проявляющиеся при этом когерентные эффекты. С помощью численного моделирования пространственных распределений комплексной амплитуды волновых полей, отраженных гранями слоя, и их суперпозиции получены мгновенные спекл-модулированные интерференционные изображения слоя в поперечном и продольном сечениях полного волнового поля, отраженного слоем. Приведены результаты компьютерного моделирования мгновенных спекл-модулированных и наблюдаемых в эксперименте усредненных интерференционных изображений слоя при квазимонохроматическом и частотно широкополосном освещающем слой поле с различной шириной углового спектра. Численно исследованы взаимная корреляция мгновенных спекл-полей, отраженных гранями слоя, и эффекты влияния ширины углового и частотного спектров освещающего поля на контраст экспериментально наблюдаемых интерференционных изображений слоя. На основе представлений о мгновенной спекл-модуляции волнового поля исследуется физический механизм влияния ширины углового и ширины частотного спектров освещающего поля на взаимную когерентность интерферирующих волновых полей.

Ключевые слова: интерференция, интерференционные изображения, интерференционные картины, мгновенные спекл-структуры, спекл-модулированные изображения, пространственная когерентность, взаимная когерентность, оптическая микроскопия, интерференционная микроскопия.

DOI: 10.21883/OS.2020.01.48842.241-19

1. Введение

В оптической интерференционной микроскопии микрорельефа поверхности и слоистой структуры микрообъектов [1,2] часто используются источники пространственно частично когерентного света (вместо лазерных источников) для подавления когерентных помех — спекл-модуляции, паразитных интерференционных и дифракционных полос и выделения интерференционного изображения или сигнала от контролируемой структуры объекта. В этом случае волновое поле освещения объекта исследования оказывается пространственно частично когерентным. Увеличение поперечного разрешения микроскопа достигается путем освещения объекта полем с широкой угловой апертурой и использования микрообъектива с большой числовой апертурой [3,4]. В этом случае в интерференционной микроскопии необходимо учитывать влияние ширины углового спектра поля освещения объекта на когерентные свойства этого поля и соответственно на параметры формируемого интерференционного изображения или интерференционного

сигнала [5–17]. Когерентные свойства волнового поля с широким угловым спектром в осевом (продольном) направлении определяются не только шириной частотного спектра поля, но также и шириной его углового спектра [8–10,12,18–21], а при достаточно узком частотном спектре продольная когерентность поля может практически полностью определяться только параметрами углового спектра [11,22–29]. Ширина частотного спектра и ширина углового спектра волнового поля оказывают совместное конкурирующее влияние на длину продольной когерентности поля [7–10,19–21].

Конечная длина продольной когерентности освещающего поля накладывает определенные ограничения на возможность наблюдения эффектов интерференции волн в интерференционном эксперименте (в том числе в интерференционной микроскопии [7,9,10,12,13]) и в обычной микроскопии при наблюдении интерференционных изображений тонких слоистых объектов без использования опорного волнового поля [30,31]. Взаимный пространственный сдвиг интерферирующих волновых полей, обусловленный различием оптических путей

интерферирующих полей, приводит к возникновению взаимной декогерентности возмущений полей в области их наложения и интерференции, что сопровождается снижением контраста интерференционных осцилляций интенсивности суммарного поля. Превышение величины взаимного сдвига интерферирующих полей длины их пространственной когерентности в направлении сдвига приводит практически к полной взаимной декогерентности полей и, как следствие, к исчезновению интерференционного эффекта [12,19,20,32].

Ограниченная в пространстве когерентность волновых возмущений обусловлена пространственно-временными амплитудно-фазовыми флуктуациями волнового поля, возникающими в результате мгновенной интерференции различных угловых и частотных составляющих волнового поля. Эти пространственные флуктуации поля, как показано в [21,33], можно представить и рассматривать в виде мгновенных спекл-полей и соответствующих им мгновенных спекл-структур — пространственных флуктуаций интенсивности, стохастически изменяющихся во времени и в пространстве. Пространственные и временные корреляционные свойства мгновенных спекл-полей фактически определяют трехмерные пространственные и временные когерентные свойства волнового поля. При этом длина продольной корреляции спекл-полей — продольная длина мгновенных спеклов, определяющая длину продольной когерентности волнового поля, ограничивается или шириной частотного спектра поля, или шириной его углового спектра, или совместно и шириной частотного, и шириной углового спектров [21,33].

При суперпозиции и интерференции волновых полей в тех или иных оптических интерференционных системах в суммарном волновом поле должна возникать мгновенная интерференция мгновенных спекл-полей и образование мгновенных спекл-модулированных интерференционных картин. Суммирование и соответственно усреднение по ансамблю таких мгновенных спекл-модулированных интерференционных картин (что и происходит на экспериментальной практике вследствие определенной временной инерционности фотодетектора — конечного времени срабатывания фотодетектора) приводит к наблюдаемой в натурном эксперименте интерференционной картине или интерференционному сигналу.

Параметры мгновенных спекл-структур и свойства их пространственной корреляции определяются, как показано в [33], параметрами как углового, так и частотного спектров волнового поля. Поэтому и параметры взаимной корреляции интерферирующих мгновенных спекл-полей должны определяться параметрами и углового, и частотного спектров интерферирующих полей. Мгновенные спекл-структуры и соответственно мгновенные спекл-модулированные интерференционные картины экспериментально не наблюдаемы в силу достаточно большого времени срабатывания фотодетекторов — низкого временного разрешения. Наблюдаемыми в интерференционном эксперименте оказываются

только результаты взаимной корреляции мгновенных спекл-полей — взаимной когерентности полей. Однако численное моделирование мгновенных спекл-полей и соответственно мгновенных спекл-модулированных интерференционных картин может позволить выявить физические механизмы и основные свойства взаимной корреляции мгновенных спекл-полей в интерференционном эксперименте в зависимости от параметров углового и частотного спектров полей, в которых возникают мгновенные спекл-поля.

В настоящей работе рассматриваются физические механизмы формирования в оптической микроскопии интерференционного изображения тонкого оптического слоя на основе представлений о возникновении в оптическом волновом поле мгновенных спекл-полей, их интерференции и взаимной корреляции. На основе компьютерного моделирования мгновенных спекл-полей и мгновенных спекл-модулированных интерференционных изображений слоя в частотно широкополосном волновом поле с широким угловым спектром рассмотрены физические механизмы снижения контраста экспериментально наблюдаемых интерференционных изображений слоя. Рассматриваются физические механизмы возникновения взаимной декогерентности волновых полей и формирования наблюдаемых в оптическом микроскопе интерференционных изображений тонкого оптического слоя.

Интерференционное волновое поле с широким угловым и частотным спектрами в тонком оптическом слое

В оптической микроскопии на отражение и на пропускание, как правило, используются протяженные пространственно некогерентные источники света с широким частотным спектром и широкие апертурные диафрагмы освещающей оптической системы, что приводит к увеличению разрешающей способности микроскопа [3]. В этом случае освещающий исследуемый объект оптическое поле в микроскопе оказывается в значительной степени пространственно частично когерентным. В качестве вторичного источника поля освещения объекта в микроскопе следует рассматривать световое поле в плоскости апертурной диафрагмы осветительной системы микроскопа или (последовательно по ходу распространения лучей света) волновое поле в плоскости изображения этой апертуры, формируемое в задней фокальной плоскости микрообъектива микроскопа на отражение при использовании освещения объекта в микроскопе по Келлеру [3,4]. Волновое поле этого вторичного источника света можно считать пространственно существенно частично когерентным и использовать для описания его пространственных когерентных свойств приближение δ -коррелированности, так же как и для самосветящегося источника [4,34]. Тогда волновое поле в

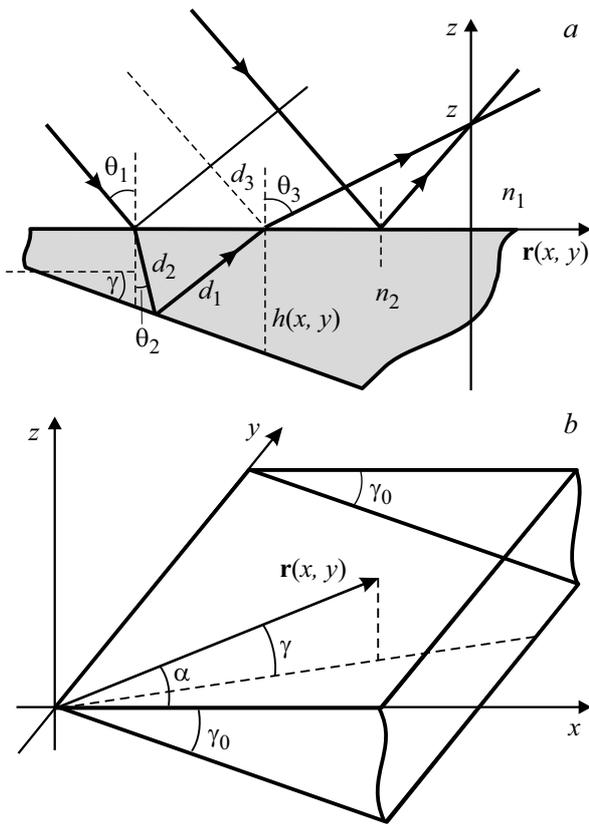


Рис. 1. Ход лучей в тонком клинообразном слое (а); определение угла клина в направлении распространения волнового возмущения в плоскости (x, y) (б).

передней фокальной плоскости микрообъектива, где располагается объект, можно представить в виде суперпозиции множества взаимно некогерентных квазиплоских волн со случайными начальными фазами φ_0 , равномерно статистически распределенными в интервале $[0, 2\pi]$, с разными длинами волн λ в пределах частотного диапазона излучения $\Delta\lambda$ и разными направлениями распространения в пределах угловой апертуры $2\theta_i$ этого поля.

Начальные фазы φ_0 и амплитуды E_0 всего ансамбля квазиплоских волн в полном волновом поле изменяются случайным образом за время когерентности $\tau_c \approx 2\pi/\Delta\omega$, где $\Delta\omega$ — ширина частотного спектра колебаний поля. В течение времени когерентности эти параметры волн можно считать квазипостоянными и рассматривать сложение и интерференцию ансамбля этих элементарных волн. Результирующее волновое поле рассматривается как мгновенное спекл-поле, поскольку его амплитуда и фаза в пространстве распределены случайным образом [35].

Комплексную амплитуду падающего на объект волнового поля в плоскости $(x, y, z = 0)$ на первой поверхности слоя можно записать как сумму возмущений плоских волн, падающих под всеми возможными углами в пределах осесимметричного углового спектра освещающего поля с числовой апертурой NA_i , в пределах

частотного диапазона излучения $\Delta\lambda$ в шкале длин волн. Распределение возмущений поля плоской волны, отраженной от передней грани слоя, в плоскости $(x, y, z = 0)$ можно представить в следующем виде:

$$U_{1\theta_1, \alpha, \lambda}(x, y) = U_0 \sqrt{R_1} \exp \left(i \left(2\pi \times \left(\frac{x}{\Lambda_x(\theta_1, \alpha, \lambda)} + \frac{y}{\Lambda_y(\theta_1, \alpha, \lambda)} \right) + \varphi_0(\theta_1, \alpha, \lambda) \right) \right), \quad (1)$$

где U_0 — действительная амплитуда падающей волны, θ_1 — угол падения плоской волны на плоскость (x, y) , α — азимутальный угол между направлением распространения волновых возмущений в плоскости (x, y) и осью x , $\varphi_0(\theta_1, \alpha, \lambda)$ — случайная начальная фаза плоской волны, равномерно распределенная в интервале $[0, 2\pi]$, R_1 — энергетический коэффициент отражения первой грани слоя, зависящий в общем случае от угла падения θ_1 освещающего поля, Λ_x и Λ_y — пространственные периоды волны в плоскости (x, y) вдоль осей x и y соответственно:

$$\lambda_x = \frac{\Lambda_r}{\cos(\alpha)} = \frac{\Lambda}{n_1 \sin(\theta_1) \cos(\alpha)},$$

$$\lambda_y = \frac{\Lambda_r}{\sin(\alpha)} = \frac{\Lambda}{n_1 \sin(\theta_1) \sin(\alpha)}, \quad (2)$$

где $\Lambda_r = \lambda/n_1 \sin(\theta_1)$ — пространственный период плоской волны в плоскости (x, y) : $(1/\Lambda_r)^2 = (1/\Lambda_x)^2 + (1/\Lambda_y)^2$, λ — длина волны в вакууме, n_1 — показатель преломления первой среды до слоя.

Преломленная на первой грани слоя плоская волна, затем отраженная от второй грани клина и двукратно прошедшая слой, по отношению к волне, отраженной от первой грани, приобретает в плоскости $(x, y, z = 0)$ следующий фазовый сдвиг:

$$\Delta\varphi(x, y, \lambda) = 2\pi[n_2(d_1(x, y) + d_2(x, y)) - n_1 d_3(x, y)]/\lambda,$$

где $n_2(d_1(x, y) + d_2(x, y))$ — оптический путь волны в слое (рис. 1, а), n_2 — показатель преломления среды слоя, $n_1 d_3(x, y)$ — оптический путь волны в первой среде. Комплексную амплитуду поля этой волны в плоскости первой грани слоя $(x, y, z = 0)$ можно записать в виде

$$U_{2\theta_1, \alpha, \lambda}(x, y) = \frac{\sqrt{R_2}(1 - R_1)}{\sqrt{R_1}} \times U_{1\theta_1, \alpha, \lambda}(x, y) \exp(i\Delta\varphi(x, y, \lambda)), \quad (3)$$

где R_2 — энергетический коэффициент отражения второй грани слоя.

Суммарное поле $U(x, y)$ волн, отраженных от обеих граней слоя, в плоскости $(x, y, z = 0)$ будет определять-

ся выражением

$$\begin{aligned}
 U(x, y) &= U_{1\theta, \alpha, \lambda}(x, y) - U_{2\theta, \alpha, \lambda}(x, y) \\
 &= U_{1\theta, \alpha, \lambda}(x, y) \left(1 - \frac{\sqrt{R_2}(1 - R_1)}{\sqrt{R_1}} \exp(i\Delta\varphi(x, y, \lambda)) \right), \quad (4)
 \end{aligned}$$

где вычитание комплексных амплитуд полей обусловлено возможным скачком фазы на π одной из волн при ее отражении от более плотной среды [4].

Для отрезков путей волн d_1 , d_2 и d_3 (согласно геометрическому ходу лучей в слое, рис. 1, *a*) можно записать выражения

$$\begin{aligned}
 d_1 &= \frac{h(x, y) \cos(\gamma)}{\cos(\theta_2 + \gamma)}, \quad d_2 = \frac{d_1 \cos(\theta_2 + 2\gamma)}{\cos(\theta_2)}, \\
 d_3 &= (d_1 \sin(\theta_2 + 2\gamma) + d_2 \sin(\theta_2)) \sin(\theta_1), \quad (5)
 \end{aligned}$$

где θ_2 — угол преломления падающей волны на первой грани, $h(x, y)$ — толщина клинообразного слоя в окрестностях точки с координатами $r(x, y)$ (рис. 1, *b*), $\gamma(\alpha)$ — угол клина в направлении распространения волнового возмущения в плоскости (x, y) . Угол $\gamma(\alpha)$ можно определить по формуле (рис. 1, *b*)

$$\gamma = \arctg \left(\frac{\text{tg}(\gamma_0)}{\sqrt{1 + \text{tg}(\alpha)^2}} \right),$$

в которой γ_0 — угол клина в направлении оси x .

Распределение интенсивности поля в мгновенной интерференционной картине в тонком клине можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned}
 I(x, y) &= |U(x, y)|^2 \\
 &= \left| \sum_{\lambda_0 - \Delta\lambda/2}^{\lambda_0 + \Delta\lambda/2} \sum_{a=0}^{2\pi} \sum_{n_1 \sin(\theta_1)=0}^{NA_i} (U_{1\theta_1, \alpha, \lambda}(x, y) - U_{2\theta_1, \alpha, \lambda}(x, y)) \right|^2 \\
 &= \left| \sum_{\lambda_0 - \Delta\lambda/2}^{\lambda_0 + \Delta\lambda/2} \sum_{a=0}^{2\pi} \sum_{n_1 \sin(\theta_1)=0}^{NA_i} U_0 (\sqrt{R_1} - \sqrt{R_2}(1 - R_1)) \right. \\
 &\quad \times \exp(i\Delta\varphi(x, y, \lambda)) \exp \left(i \left(2\pi \left(\frac{x}{\Lambda_x(\theta_1, \alpha, \lambda)} \right. \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. \left. + \frac{y}{\Lambda_y(\theta_1, \alpha, \lambda)} \right) + \varphi_0(\theta_1, \alpha, \lambda) \right) \right|^2, \quad (6)
 \end{aligned}$$

где $NA_i = n_1 \sin \theta_i$ — числовая апертура освещающего слоя волнового поля.

Мгновенная интерференционная картина в тонком клине представляет собой пространственное распределение интенсивности на поверхности клина, определяемое квадратом модуля комплексной амплитуды поля $U(x, y)$, представляющего собой сумму отраженных от двух граней клинообразного слоя плоских волн со всевозможными направлениями распространения в пределах

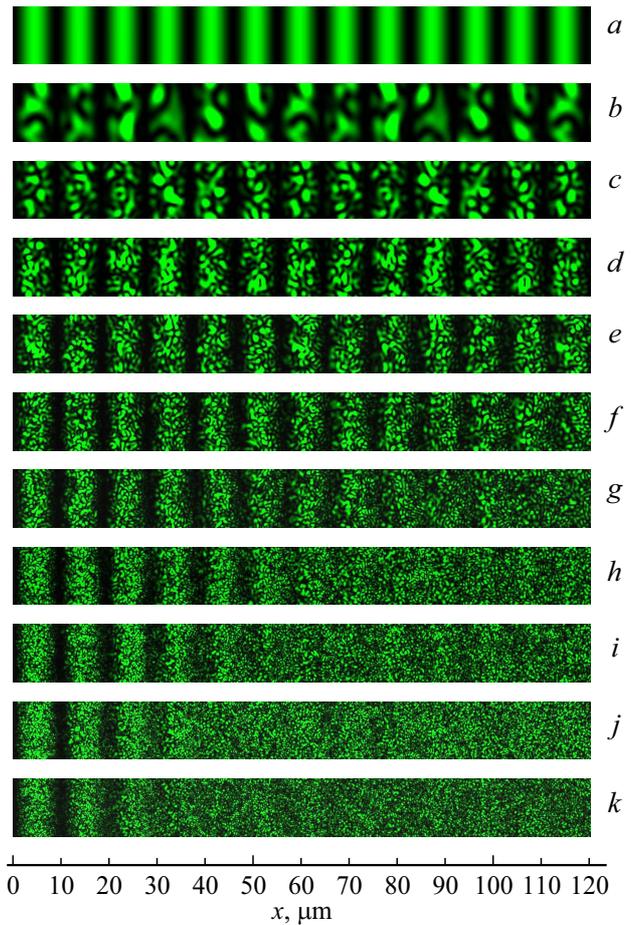


Рис. 2. Квазимонохроматические мгновенные спекл-модулированные интерференционные картины $I(x, y)$, формируемые на поверхности тонкого линейного клина ($n_2 = 1.5$, $\gamma_0 = 0.02$) в квазимонохроматическом поле освещения ($\lambda_0 = 0.55 \mu\text{m}$, $\Delta\lambda = 0.002 \mu\text{m}$) с разной числовой апертурой NA_i : $a - NA_i = 0$, $b - 0.1$, $c - 0.2$, $d - 0.3$, $e - 0.4$, $f - 0.5$, $g - 0.6$, $h - 0.7$, $i - 0.8$, $j - 0.9$, $k - 0.99$. Размер изображений — $x \times y = 120 \times 12 \mu\text{m}$.

угловой апертуры поля $2\theta_i$ для всех составляющих частотного спектра в конечном интервале длин волн $[\lambda_0 - \Delta\lambda/2, \lambda_0 + \Delta\lambda/2]$.

2. Численное моделирование мгновенных спекл-модулированных интерференционных картин в тонком клине

Численное моделирование мгновенных спекл-модулированных интерференционных картин в тонком клине проводилось на основе представления о волновом поле как сумме плоских волн, падающих на клин под всевозможными углами в пределах осесимметричного углового спектра освещающего поля с числовой апертурой NA_i , для всех составляющих частотного спектра этого поля. Каждая плоская волна излучается точеч-

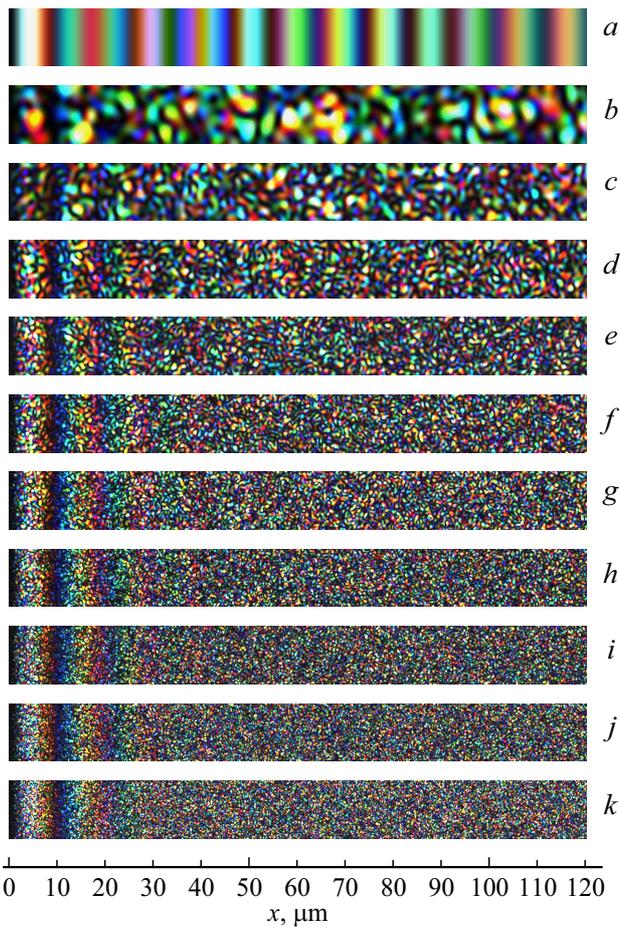


Рис. 3. Полихроматические мгновенные спекл-модулированные интерференционные картины $I(x, y)$, формируемые в тонком линейном клине ($n = 1.5, \gamma_0 = 0.02$) в полихроматическом поле освещения ($\lambda_0 = 0.55 \mu\text{m}, \Delta\lambda = 0.4 \mu\text{m}$) с различной числовой апертурой NA_i : $a - NA_i = 0, b - 0.1, c - 0.2, d - 0.3, e - 0.4, f - 0.5, g - 0.6, h - 0.7, i - 0.8, j - 0.9, k - 0.99$. Размер изображений — $x \times y = 120 \times 12 \mu\text{m}$.

ным источником с координатами (k, j) в плоскости протяженного источника с начальной фазой $\varphi_0(k, j, \lambda)$, определяемой в виде дискретного массива случайных величин $\varphi_0(k, j, \lambda) = 2\pi h(k, j, \lambda)$, где случайная величина $h(k, j, \lambda)$ должна быть задана статистически равномерно распределенной от 0 до 1, так чтобы начальная фаза оказывалась статистически равномерно распределенной в интервале $[0, 2\pi]$ [34].

Поскольку определяющее значение для структуры суммарного поля имеют фазы элементарных волн, то для упрощения расчетов действительная амплитуда этих волн E_0 определялась не случайной, а детерминированной величиной, постоянной в пределах апертуры источника. Мы полагаем, что такое упрощение никак не сказывается на результатах моделирования мгновенных волновых полей в рассматриваемой задаче.

В области наблюдения с заданными граничными координатами записывался, согласно формуле (6), ре-

зультат сложения всех компонент поля, отраженных от обеих граней клина, в пределах осесимметричного углового спектра освещающего поля с числовой апертурой NA_i для всех составляющих частотного спектра $[\lambda_0 - \Delta\lambda/2, \lambda_0 + \Delta\lambda/2]$. На рис. 2 и 3 представлены квазимонохроматические и полихроматические мгновенные спекл-модулированные интерференционные картины, формируемые в тонком линейном клине на первой поверхности слоя в плоскости $(x, y, z = 0)$, полученные в результате численного моделирования распределения комплексной амплитуды суммарного поля $U(x, y)$ и соответственно пространственного распределения мгновенной интенсивности этого поля $I(x, y) = |U(x, y)|^2$.

Приведенные на рис. 3 смоделированные цветные изображения мгновенных спекл-модулированных интерференционных картин сформированы в тонком линейном клине в полихроматическом свете $\lambda_0 = 0.55 \mu\text{m}, \Delta\lambda = 0.4 \mu\text{m}$ при различных угловых спектрах освещающего клина поля — при различных числовых апертурах NA_i поля освещения.

При моделировании цветных мгновенных спекл-модулированных интерференционных картин (рис. 3) спектральные контуры трех цветовых компонент RGB-изображения задавались в форме гауссовых функций

$$g_{ch}(\lambda) = \exp\left(-\frac{(\lambda - \lambda_{0ch})^2}{\Delta\lambda_{ch}^2}\right), \quad (7)$$

где $\Delta\lambda_{ch}$ — спектральный интервал, определяющий ширину спектрального контура, λ_{0ch} — центральные длины волн. В численном моделировании ширина спектрального интервала $\Delta\lambda_{ch}$ для каждого канала предполагалась одинаковой и равной $0.1 \mu\text{m}$; центральные длины волн λ_{0ch} цветовых компонент имели значения $0.47, 0.55$ и $0.63 \mu\text{m}$.

Представленные на рис. 2 и 3 мгновенные интерференционные картины, формируемые в тонком линейном клине, имеют ярко выраженный спекл-модулированный характер. Чем шире угловой спектр поля освещения, тем меньше поперечные размеры спеклов. Когда поле освещения имеет предельно узкий угловой спектр, но широкий частотный спектр поперечная спекл-структура не наблюдается (рис. 2, a и 3, a). Для возникновения поперечной спекл-модуляции необходима некоторая конечная ширина углового спектра поля освещения. Случайная цветовая гамма мгновенной интерференционной картины на рис. 3, a наблюдается вследствие случайных начальных фаз плоских волн — составляющих полного освещающего поля.

При достаточно малой толщине слоя, когда идентичные спекл-поля, отраженные от граней слоя, в плоскости формирования интерференционной картины $(x, y, z = 0)$ взаимно коррелированы — накладываются друг на друга идентичными спеклами, в мгновенных интерференционных картинах формируются регулярные интерференционные полосы. При постепенном увеличении

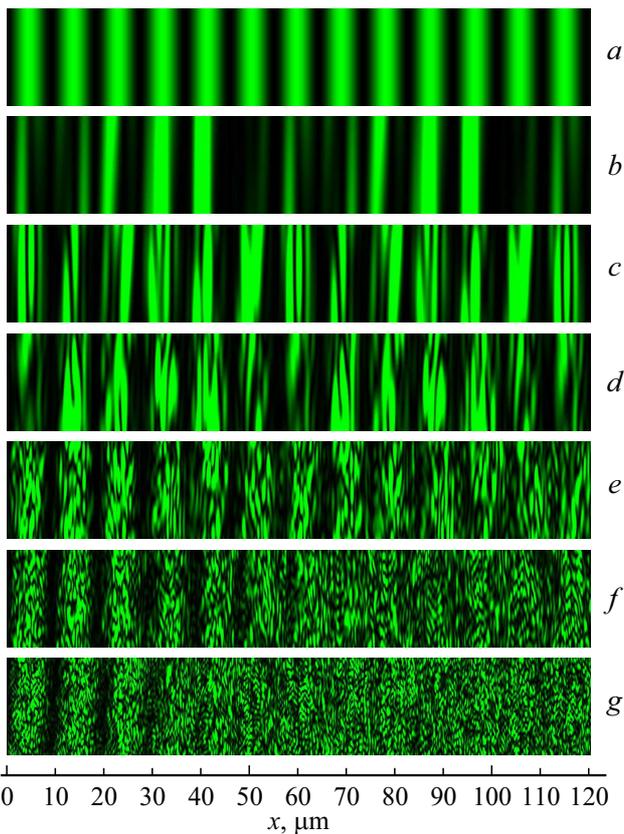


Рис. 4. Мгновенные продольные спекл-модулированные интерференционные картины, формируемые в тонком линейном клине ($n_2 = 1.5$, $\gamma_0 = 0.02$) в квазимонохроматическом поле освещения ($\lambda_0 = 0.55 \mu\text{m}$, $\Delta\lambda = 2 \cdot 10^{-4} \mu\text{m}$) при различных числовых апертурах NA_i поля освещения и соответствующих, рассчитанных по формуле (9) длинах продольной когерентности $L_c \approx \rho_{||}$: *a* — $NA_i = 0$, $L_c \approx 1.5 \text{ mm}$; *b* — $NA_i = 0.1$, $L_c \approx 110 \mu\text{m}$; *c* — $NA_i = 0.2$, $L_c \approx 27 \mu\text{m}$; *d* — $NA_i = 0.3$, $L_c \approx 11.9 \mu\text{m}$; *e* — $NA_i = 0.5$, $L_c \approx 4.1 \mu\text{m}$; *f* — $NA_i = 0.7$, $L_c \approx 2 \mu\text{m}$; *g* — $NA_i = 0.9$, $L_c \approx 1 \mu\text{m}$. Размер изображений — $x \times z = 120 \times 20 \mu\text{m}$.

толщины слоя возникает взаимный сдвиг мгновенных спекл-полей, отраженных гранями слоя, в продольном направлении — перпендикулярно поверхности клина. В результате этого сдвига возникает наложение неидентичных спеклов полей, имеющих статистически независимые фазы возмущений, что приводит к возникновению случайной составляющей разности фаз интерферирующих спекл-полей. Таким образом, возникает взаимная декорреляция интерферирующих полей, что сопровождается исчезновением регулярных интерференционных полос. Чем больше ширина частотного или/и ширина углового спектров поля освещения слоя, тем меньше продольная длина спеклов мгновенного поля — меньше длина продольной корреляции поля [33], тем при меньшей толщине слоя и соответственно при меньшем взаимном сдвиге полей происходит их взаимная декорреляция и исчезновение интерференционных полос.

3. Взаимная декорреляция мгновенных спекл-полей, отраженных гранями клина

Взаимная корреляция мгновенных спекл-полей, отраженных гранями слоя, определяет контраст наблюдаемых в эксперименте интерференционных полос усредненной интенсивности. Снижение взаимной корреляции мгновенных спекл-полей может быть вызвано двумя

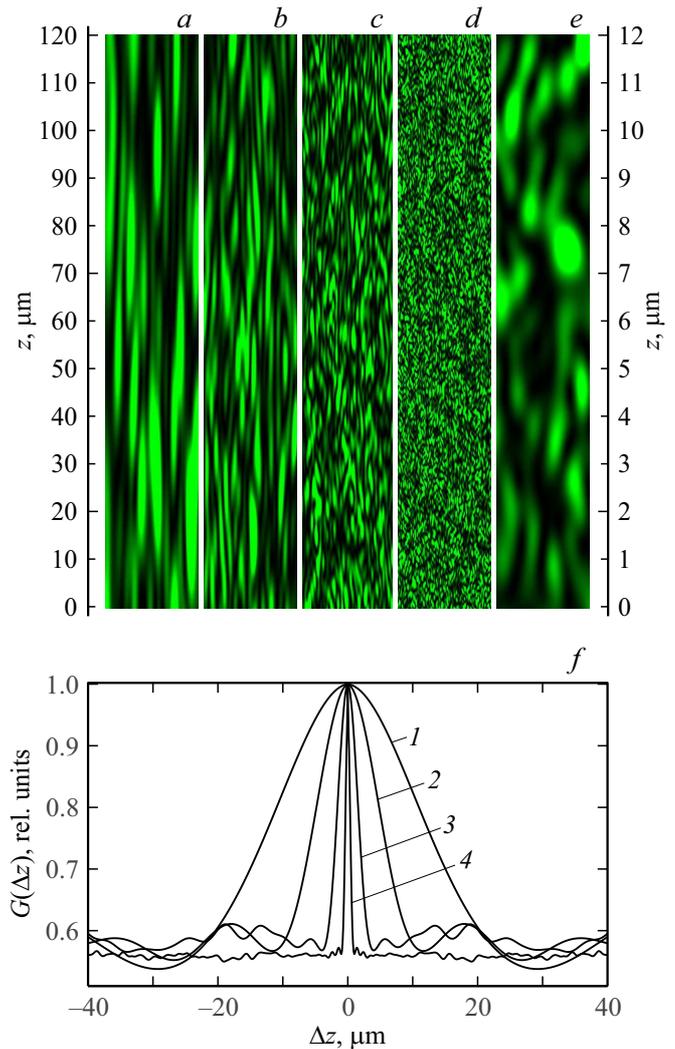


Рис. 5. Мгновенные спекл-модулированные интерференционные картины (*a–e*) в продольном сечении в квазимонохроматическом свете ($\lambda_0 = 0.55 \mu\text{m}$, $\Delta\lambda = 2 \cdot 10^{-4} \mu\text{m}$, $\gamma_0 = 0$) при различных числовых апертурах поля освещения NA_i и соответствующих, рассчитанных по формуле (9) длинах продольной когерентности $L_c \approx \rho_{||}$: *a* — $NA_i = 0.2$, $L_c \approx 29.2 \text{ mm}$; *b* — $NA_i = 0.3$, $L_c \approx 11.6 \mu\text{m}$; *c* — $NA_i = 0.5$, $L_c \approx 4.0 \mu\text{m}$; *d, e* — $NA_i = 0.9$, $L_c \approx 1.0 \mu\text{m}$; *f* — кривые функции автокорреляции распределения мгновенной интенсивности спекл-поля при различных числовых апертурах поля освещения NA_i и определенные по ним продольные размеры спеклов $\varepsilon_{||}$: 1 — $NA_i = 0.2$, $\varepsilon_{||} \approx 29.2 \mu\text{m}$; 2 — $NA_i = 0.3$, $\varepsilon_{||} \approx 11.6 \mu\text{m}$; 3 — $NA_i = 0.5$, $\varepsilon_{||} \approx 4.1 \mu\text{m}$; 4 — $NA_i = 0.9$, $\varepsilon_{||} \approx 1.0 \mu\text{m}$; Размеры изображений $x \times z$: *a–d* — $20 \times 120 \mu\text{m}$, *e* — $2 \times 12 \mu\text{m}$.

причинами: (1) взаимными поперечным и продольным смещениями спекл-полей, отраженных гранями слоя, и (2) автокорреляцией спекл-поля, отраженного второй гранью слоя — дважды прошедшего толщю слоя и испытавшего двукратное преломление на первой грани слоя [36]. Ниже показано, что на практике в эксперименте определяющее влияние на взаимную корреляцию мгновенных спекл-полей, отразившихся от граней клинообразного слоя, оказывает взаимное продольное смещение спекл-полей, тогда как эффект автокорреляции одного из спекл-полей имеет малое влияние.

Минимальные поперечные ε_{\perp} и продольные ε_{\parallel} размеры мгновенных спеклов определяют соответственно длины поперечной R_{\perp} и продольной L_c пространственной когерентности волнового поля: $R_{\perp} \approx \varepsilon_{\perp}$, $L_c \approx \varepsilon_{\parallel}$ [32]. Поперечная длина когерентности R_{\perp} определяется средней длиной волны λ_0 частотного спектра и шириной углового спектра $2\theta_i$ волнового поля [4,34]. Зависимость R_{\perp} от ширины частотного спектра проявляется только при достаточно широком частотном спектре [20,21]:

$$R_{\perp} \approx \frac{\lambda_0^2}{n_1(2\lambda_0 + \Delta\lambda) \sin(\theta_i)} \approx \frac{\lambda_0}{2n_1 \sin(\theta_i)} = \frac{\lambda_0}{2NA_i}, \quad (8)$$

где $\Delta\lambda$ — ширина частотного спектра в шкале длин волн.

Величину взаимного поперечного смещения спекл-полей Δx на поверхности первой грани клина на расстоянии x от ребра клина можно оценить примерно как $\Delta x \approx x / \cos(\gamma_0) - x \approx 0.01 \mu\text{m}$ при $\gamma_0 = 0.02 \text{ rad}$, когда контраст интерференционных полос, формируемых в квазимонохроматическом поле освещения ($\lambda_0 = 0.55 \mu\text{m}$, $\Delta\lambda = 2 \cdot 10^{-4} \mu\text{m}$), снижается примерно до минимального значения при числовой апертуре $NA_i = 0.9$ на расстоянии $x \approx 45 \mu\text{m}$ (рис. 2, *к*). Такое взаимное поперечное смещение поля $\Delta x \approx 0.01 \mu\text{m}$ составляет $\approx 3\%$ от поперечного размера спеклов $\varepsilon_{\perp} \approx 0.31 \mu\text{m}$, получаемого, согласно (8), при числовой апертуре $NA_i = 0.9$ и $\lambda_0 = 0.55 \mu\text{m}$. Поэтому такое смещение не вносит существенного вклада во взаимную декорреляцию интерферирующих полей и соответственно в снижение контраста наблюдаемых усредненных интерференционных картин непосредственно на поверхности клина.

Основной вклад в декорреляцию интерферирующих на поверхности клина полей вносит их взаимное продольное смещение Δz , сравнимое с продольной длиной когерентности полей L_c . Продольная длина когерентности L_c и соответственно минимальные продольные размеры спеклов определяются и шириной частотного, и шириной углового спектров поля [19–21]:

$$L_c \approx \left[\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0^2} n_1 + \frac{2n_1}{\lambda_0} \sin^2 \left(\frac{\theta_i}{2} \right) \right]^{-1} \approx \left[\frac{1}{l_c} + \frac{1}{\rho_{\parallel}} \right]^{-1}, \quad (9)$$

где l_c — длина временной когерентности волнового поля в среде с показателем преломления n_1 :

$$l_c \approx v\tau_c \approx \frac{\lambda_0^2}{n_1 \Delta\lambda} = \frac{l_{cv}}{n_1}, \quad (10)$$

v — скорость света в среде, τ_c — время когерентности, l_{cv} — длина временной когерентности волнового поля в вакууме, ρ_{\parallel} — длина продольной когерентности волнового поля в среде, зависящая только от ширины углового спектра:

$$\rho_{\parallel} \approx \frac{\lambda_0}{2n_1 \sin^2(\theta_i/2)} = \frac{\lambda_0}{n_1 - \sqrt{n_1^2 - NA_i^2}}. \quad (11)$$

Влияние взаимного продольного смещения интерферирующих полей на их взаимную когерентность можно оценить путем численного моделирования и корреляционного анализа спекл-полей, отраженных гранями слоя, в продольном сечении волнового поля.

В численном моделировании распределение комплексной амплитуды возмущений поля в продольном сечении (в плоскости (x, z)) определялось как сумма возмущений в продольном сечении (x, z) , формируемых плоскими волнами, отраженными гранями слоя и распространяющимися под всевозможными углами в пределах осесимметричного углового спектра освещающего поля с числовой апертурой NA_i для всех составляющих частотного спектра этого поля:

$$\begin{aligned} U(x, z) &= \sum_{\lambda_0 - \Delta\lambda/2}^{\lambda_0 + \Delta\lambda/2} \sum_{\alpha=1}^{2\pi} \sum_{\sin(\theta_i)=0}^{NA_i} (U_{1\theta_1, \alpha, \lambda}(x, z) - U_{2\theta_1, \alpha, \lambda}(x, z)) \\ &= \sum_{\lambda_0 - \Delta\lambda/2}^{\lambda_0 + \Delta\lambda/2} \sum_{\alpha=1}^{2\pi} \sum_{\sin(\theta_i)=0}^{NA_i} U_0 \left(\sqrt{R_1} - \sqrt{R_2} (1 - R_1) \right) \\ &\quad \times \exp(i\Delta\varphi(x, z, \lambda)) \\ &\quad \times \exp \left(i \left(2\pi \left(\frac{x}{\Lambda_x(\theta_1, \alpha, \lambda)} + \frac{z}{\Lambda_z(\theta_1, \alpha, \lambda)} \right) + \varphi_0(\theta_1, \alpha, \lambda) \right) \right), \end{aligned} \quad (12)$$

где $\Lambda_z(\theta_1, \lambda) = \lambda/n_1 \cos(\theta_1)$ — пространственный период плоской волны, падающей на поверхность клина, вдоль оси z , $\Lambda_x(\theta_1, \alpha, \lambda)$ — пространственный период волны вдоль оси x , определяемый согласно (2). Дополнительный фазовый набег $\Delta\varphi(x, z, \lambda) = 2\pi\Delta_{12}(x, z, \lambda)/\lambda$, где $\Delta_{12}(x, z, \lambda)$ — оптическая разность хода волн, отраженных от граней клина и приходящих в точку с координатой z (рис. 1, *а*), порождает в плоскости (x, z) другую пространственную периодичность поля волны, отраженной от второй грани слоя, по сравнению с волной, отраженной от первой грани слоя. Для оптического пути $D_1(z, \lambda)$ -волны, отраженной от первой поверхности слоя и пришедшей в точку с координатой z , согласно геометрическому ходу лучей (рис. 1, *а*), можно записать

выражение

$$D_1(x, z, \lambda) = \frac{n_1 z}{\cos(\theta_1)} + n_1 d_3(x) + n_1 (z \operatorname{tg}(\theta_3) - z \operatorname{tg}(\theta_1)) \sin(\theta_1) = n_1 d_3(x) + \frac{n_1 z \cos(\theta_3 - \theta_1)}{\cos(\theta_3)}, \quad (13)$$

где θ_3 — угол преломления второй волны, выходящей из клинообразного слоя, $\sin(\theta_3) = n_2 \sin(2\gamma + \theta_2)/n_1$. Для оптического пути $D_2(z, \lambda)$ волны, отраженной от второй грани слоя и пришедшей в точку с координатой z , также согласно геометрическому ходу лучей (рис. 1, *a*), можно записать выражение

$$D_2(x, z, \lambda) = n_2(d_1(x) + d_2(x)) + \frac{n_1 z}{\cos(\theta_3)}. \quad (14)$$

Разность хода интерферирующих волн в точке с координатой z (рис. 1, *a*) равна

$$\begin{aligned} \Delta_{12}(x, z, \lambda) &= D_2(x, z, \lambda) - D_1(x, z, \lambda) \\ &= n_2(d_1(x) + d_2(x)) - n_1 d_3(x) \\ &\quad + \frac{n_1 z (1 - \cos(\theta_3 - \theta_1))}{\cos(\theta_3)}. \end{aligned} \quad (15)$$

На рис. 4 представлены мгновенные спекл-модулированные интерференционные картины в продольном сечении поля — в плоскости (x, z) , образующиеся вблизи поверхности тонкого линейного клина ($n_2 = 1.5$, $\gamma_0 = 0.02 \text{ rad}$) в квазимонохроматическом излучении ($\lambda_0 = 0.55 \mu\text{m}$, $\Delta\lambda = 2 \cdot 10^{-4} \mu\text{m}$), полученные в результате численного моделирования распределения комплексной амплитуды суммарного поля $U(x, z)$ и соответственно пространственного распределения мгновенной интенсивности этого поля $I(x, z) = |U(x, z)|^2$ при различной ширине углового спектра — различных значениях числовой апертуры поля освещения NA_i . Направление оси z перпендикулярно первой поверхности клина, для которой $z = 0$.

В результате интерференции полей, отраженных от граней клина, когда поля в плоскости, где наблюдается картина интерференции этих полей, в той или иной степени взаимно коррелированы, формируется интерференционная картина. При соответствующей толщине слоя, когда взаимное продольное смещение интерферирующих полей больше длины продольных спеклов, происходит декорреляция интерферирующих полей и, следовательно, исчезновение картины интерференции полей (рис. 4).

Контраст интерференционных картин, наблюдаемых в тонком линейном слое в квазимонохроматическом поле освещения, определяется взаимной когерентностью интерферирующих волновых полей, которая зависит от соотношения между величиной взаимного продольного пространственного сдвига интерфе-

рирующих полей и продольной длины когерентности волнового поля L_c и, следовательно, от продольных размеров мгновенных спеклов, формирующихся в поле освещения. Длину продольной когерентности можно определить с помощью корреляционного анализа пространственного распределения интенсивности $I(x, z)$ мгновенного спекл-поля. Функцию автокорреляции $G(\Delta x, \Delta z)$ пространственного распределения интенсивности спекл-поля, согласно свойствам преобразования Фурье [37], можно записать с использованием выражения

$$\begin{aligned} G(\Delta x, \Delta z) &= \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{z=0}^{N-1} I(x, z) I(x - \Delta x, z - \Delta z) \\ &= \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{z=0}^{N-1} \mathbf{F}^{-1} \{ \mathbf{F}(I(x, z)) \times \mathbf{F}^*(I(x, z)) \}, \end{aligned} \quad (16)$$

где \mathbf{F} и \mathbf{F}^{-1} — прямое и обратное преобразования Фурье, * — знак комплексного сопряжения, $M \times N$ — размер области с распределением интенсивности спекл-поля.

На рис. 5, *a-d* представлены фрагменты смоделированных, согласно (12), продольных спекл-структур освещающего поля и соответствующие функции автокорреляции интенсивности спекл-поля, по которым может быть определена продольная длина спеклов как половина ширины функции автокорреляции.

Длина продольной когерентности квазимонохроматического поля с широким угловым спектром, определяемая путем корреляционного анализа мгновенных спекл-картин в продольном сечении поля, с большой точностью совпадает с теоретическими значениями, получаемыми по формуле (9).

Волновое поле, отраженное второй гранью клина, испытывает двукратное преломление на первой грани. Вследствие нелинейности закона отражения $n_1 \sin(\theta_1) = n_2 \sin(\theta_2)$ и соответственно эффекта сферической аберрации возникают изменение комплексного углового спектра поля [36] и, как следствие, автодекорреляция этого волнового поля. Таким образом, волновые поля, отраженные от двух граней призмы, теряют полную идентичность, что приводит в определенной степени к их взаимной декорреляции.

Оценку степени неидентичности спекл-полей, отраженных от граней клинообразного слоя, и соответственно степени их взаимной декорреляции можно выполнить путем анализа взаимной корреляции мгновенных спекл-картин, формирующихся при отражении волнового поля от первой грани клина и от второй грани при двукратном прохождении поля через оптический слой. Функцию взаимной корреляции $G_{12}(\Delta x, \Delta z)$ мгновенных спекл-картин в продольном сечении поля (x, z) , согласно свойствам преобразования Фурье [37], можно записать

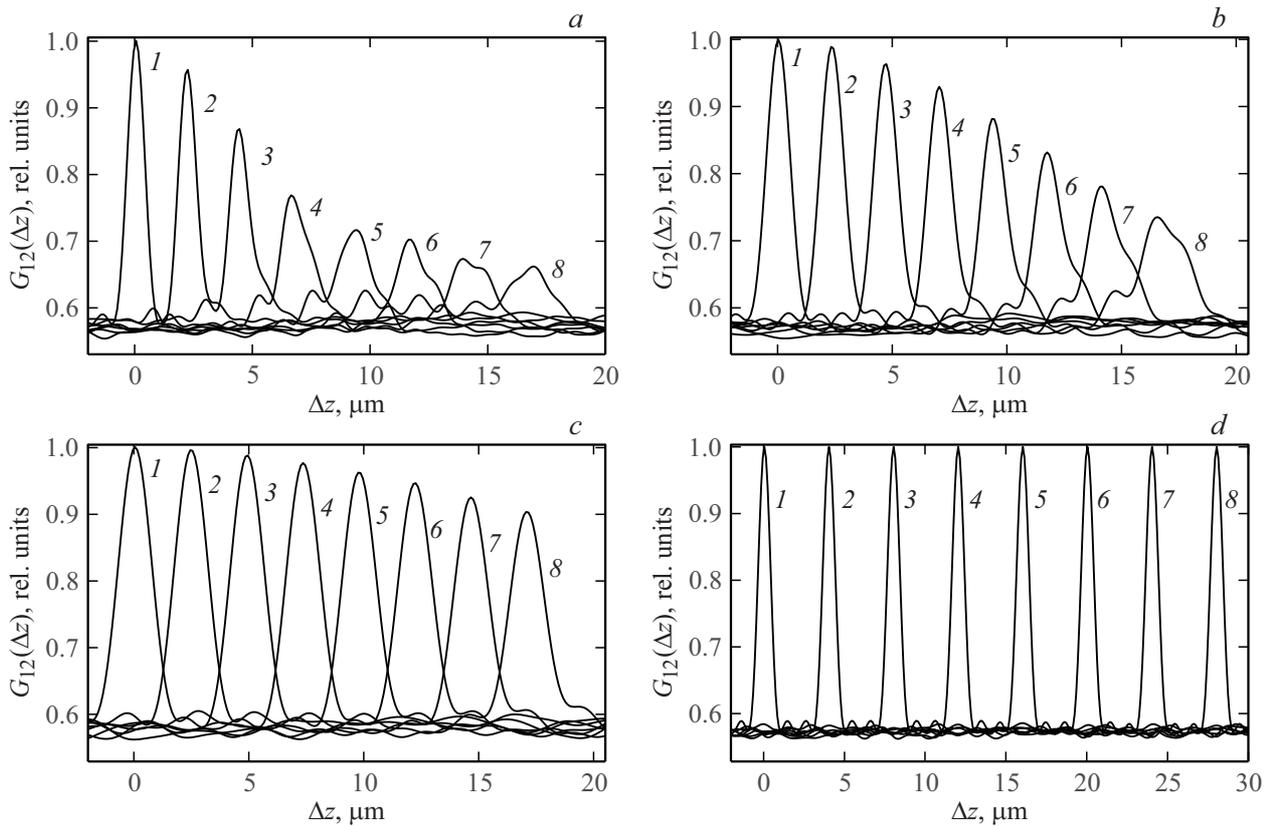


Рис. 6. Графики функций нормированной взаимной корреляции $G_{12}(\Delta z)$ продольных спекл-картин, формируемых при отражении от первой и второй грани слоя поля с числовой апертурой NA_i : a, d — 0.9, b — 0.8, c — 0.7 при различных значениях толщины слоя h : 1 — 0, 2 — 2, 3 — 4, 4 — 6, 5 — 8, 6 — 10, 7 — 12, 8 — 14 μm . Показатель преломления среды слоя n_2 равен: a, b, c — 1.5, d — 1.0 ($n_1 = 1.0$).

в следующей форме:

$$G_{12}(\Delta x \Delta z) = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{z=0}^{N-1} I_1(x, z) I_2(x - \Delta x, z - \Delta z) = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{z=0}^{N-1} \mathbf{F}^{-1} \{ \mathbf{F}(I_1(x, z)) \times \mathbf{F}^*(I_2(x, z)) \}, \quad (17)$$

На рис. 6 представлены графики нормированных функций взаимной корреляции спекл-структур в продольном сечении (x, z) волновых полей с мгновенными распределениями интенсивностей $I_1(x, z)$ и $I_2(x, z)$, формируемых при отражении поля от первой и от второй грани плоскопараллельного слоя при различных значениях геометрической толщины слоя h и заданных значениях показателей преломления n_1 и n_2 . В случае, когда $n_1 \neq n_2$, наблюдается уменьшение взаимной корреляции полей на расстоянии их взаимного сдвига Δz_c при увеличении толщины слоя, что выражается в снижении величины максимума функции взаимной корреляции (рис. 6, $a-c$) и увеличении его ширины. Чем больше числовая апертура поля освещения NA_i , тем в большей степени проявляется декорреляция спекл-полей на расстоянии их продольного взаимного сме-

щения Δz_c при отражении поля от границ слоя, когда $n_1 \neq n_2$. При равенстве n_1 и n_2 (вследствие отсутствия эффекта преломления поля, как и следует ожидать) не происходит взаимной декорреляции полей на расстоянии их взаимного продольного сдвига $\Delta z_c = 2h$ — величина максимума функции взаимной корреляции не изменяется (рис. 6, d).

Из вышеприведенного корреляционного анализа мгновенных спекл-структур следует, что на взаимную когерентность интерферирующих полей на поверхности клинообразного слоя доминирующее влияние оказывает взаимное продольное смещение интерферирующих полей. Возникающая неидентичность интерферирующих полей мало влияет на их взаимную когерентность. Это подтверждается и следующей численной оценкой. Толщина клина $h(x)$ на расстоянии $x \approx 45 \mu\text{m}$ от ребра клина (показатель преломления $n_2 = 1.5$, угол наклона $\gamma_0 = 0.02$), при котором контраст полос в изображении клина снижается практически до нуля при числовой апертуре поля освещения $NA_i = 0.9$ (рис. 2, j), составляет $h(x) \approx 0.9 \mu\text{m}$, а степень взаимной корреляции полей, отраженных от граней клина, при такой толщине равна примерно 1, как это видно из графиков на рис. 6, a . Поэтому декорреля-

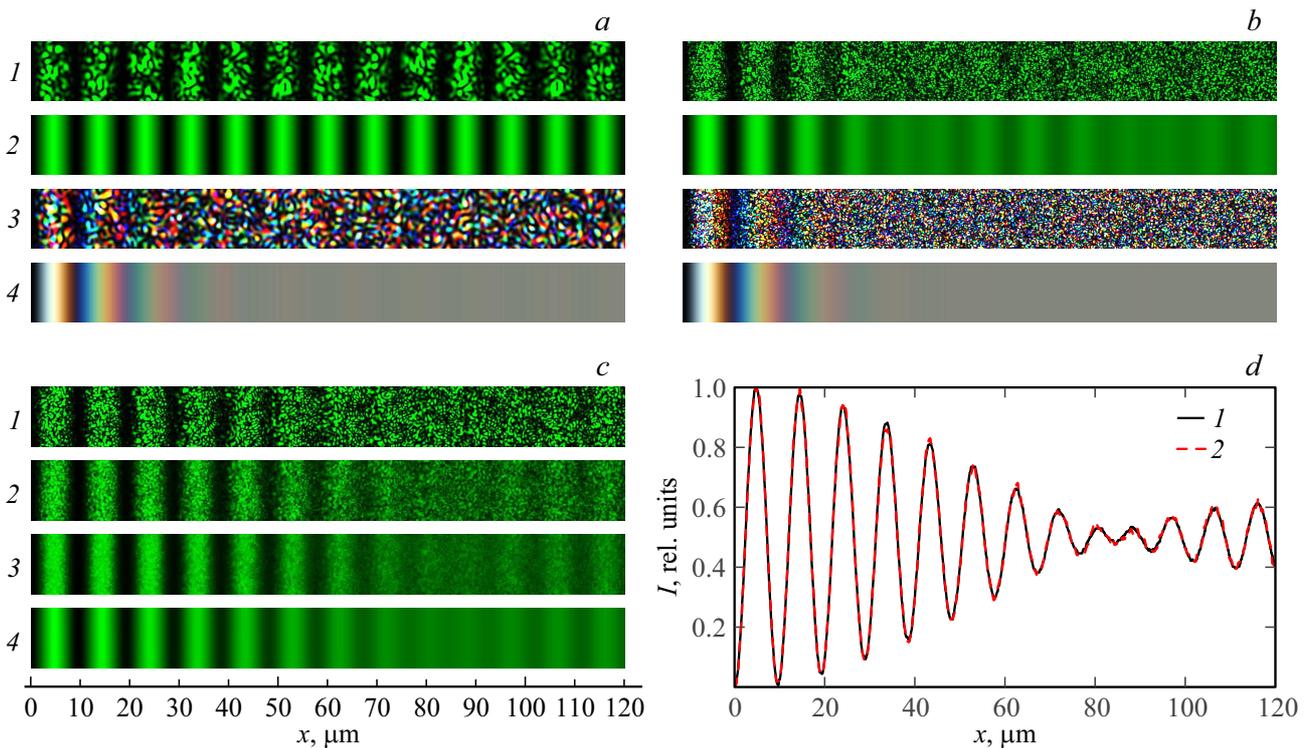


Рис. 7. Мгновенные спекл-модулированные (*a* (1,3), *b* (1,3), *c* (1)) и наблюдаемые (усредненные) (*a* (2,4), *b* (2,4), *c* (4)) интерференционные картины, формируемые в тонком линейном клине ($n_2 = 1.5$, $\gamma_0 = 0.02$) в квазимонохроматическом поле освещения ($\lambda_0 = 0.55 \mu\text{m}$, $\Delta\lambda = 2 \cdot 10^{-4} \mu\text{m}$, *a* (1,2), *b* (1,2), *c* (1–4)) и в свете полихроматического источника ($\lambda_0 = 0.55 \mu\text{m}$, $\Delta\lambda \approx 0.35\text{--}0.75 \mu\text{m}$) (*a* (3,4), *b* (3,4)) с различной числовой апертурой NA_i : *a* — $NA_i = 0.3$, *b* — $NA_i = 0.9$, *c* — $NA_i = 0.7$; *c* (2,3) — картины, усредненные по ансамблям N реализаций: *c* (2) — $N = 10$, *c* (3) — $N = 100$; (*a* (2,4), *b* (2,4), *c* (4)) — некогерентное сложение интерференционных картин по интенсивности различных угловых и частотных компонент; *d* — кривая 1 — нормированное распределение интенсивности в интерференционной картине на рис. 7, *c* (4), кривая 2 — распределение интенсивности в результате усреднения по 100 реализациям мгновенных спекл-структур и по 120 строкам усредненной интерференционной картины на рис. 7, *c* (3). Размер изображений — $x \times y = 120 \times 12 \mu\text{m}$.

ция полей, отраженных от обеих граней клина на расстоянии их взаимного смещения, не вносит существенного вклада в декорреляцию интерферирующих полей. Таким образом, снижение контраста интерференционных картин, формирующихся в тонком слое, обусловлено декорреляцией интерферирующих мгновенных спекл-полей, возникающей в основном вследствие их взаимного продольного смещения на величину, сравнимую с минимальной продольной длиной спеклов, определяющей длину продольной когерентности поля L_c .

4. Наблюдаемые интерференционные картины в частотно широкополосном излучении с широким угловым спектром

Элементарные излучатели протяженного источника испускают немонахроматические волны разной частоты

и с разными случайными начальными фазами. Излучение квазимонохроматического источника при ширине частотного спектра $\Delta\lambda = 2 \cdot 10^{-4} \mu\text{m}$ и средней длине волны $\lambda_0 = 0.55 \mu\text{m}$ имеет время когерентности $\tau_c = l_c/c = \lambda_0^2/c\Delta\lambda \approx 10^{-11} \text{ s}$. Это примерное время квазистационарности представленных на рис. 2 и 4 мгновенных спекл-структур и соответствующих спекл-модулированных интерференционных картин, формирующихся в тонком оптическом клине в квазимонохроматическом свете. Поскольку за время когерентности поля излучения происходит полная смена реализации мгновенной спекл-картины, то за время порядка одной микросекунды (такого порядка приблизительно минимальное время реакции существующих фотодетекторов) происходит смена $N \approx 10^5$ реализаций мгновенных спекл-модулированных интерференционных картин. Вследствие относительно большого времени реакции существующих фотодетекторов — времени наблюдения, наблюдаемое распределение интенсивности в картине интерференции следует представить как картину, усредненную по N реализациям мгновенных спекл-

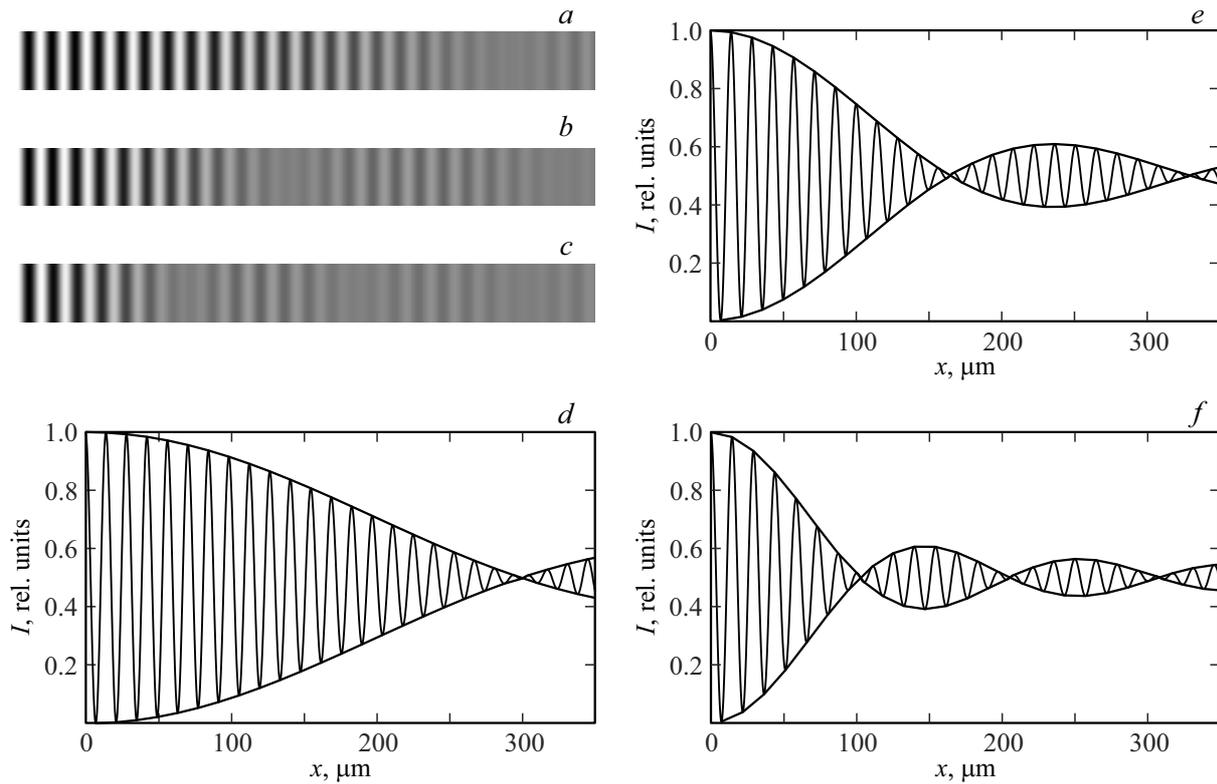


Рис. 8. Наблюдаемые усредненные интерференционные картины (a–c), формируемые в тонком линейном клине ($n_2 = 1.0$, $\gamma_0 = 0.02$) при квазимонохроматическом поле освещения ($\lambda_0 = 0.55 \mu\text{m}$, $\Delta\lambda = 2 \cdot 10^{-4} \mu\text{m}$) и нормированные распределения интенсивности в интерференционных картинах и их огибающие (d–f), характеризующие взаимную декорреляцию интерферирующих полей при различных числовых апертурах освещения NA_i : a, d — $NA_i = 0.3$; b, e — $NA_i = 0.4$; c, f — $NA_i = 0.5$. Размер изображений — $x \times y = 350 \times 15 \mu\text{m}$.

модулированных картин, формирующихся за время наблюдения:

$$I_N(x, y) = \frac{1}{N} \sum_{m=1}^N \left| \sum_{\lambda_0 - \Delta\lambda/2}^{\lambda_0 + \Delta\lambda/2} \sum_{\alpha=0}^{2\pi} \sum_{n_1 \sin(\theta_1)=0}^{NA_i} (U_{1\theta_1, \alpha, \lambda}(x, y) - U_{2\theta_1, \alpha, \lambda}(x, y)) \right|^2. \tag{18}$$

Также принято считать, что распределение интенсивности $I(x, y)$ в наблюдаемой интерференционной картине можно представить путем некогерентного сложения по интенсивности интерференционных полей, образующихся для каждой спектральной и каждой угловой составляющих поля освещения [4]. В рамках такого представления для интенсивности наблюдаемой интерференционной картины следует использовать выражение

$$I(x, y) = \sum_{\lambda_0 - \Delta\lambda/2}^{\lambda_0 + \Delta\lambda/2} \sum_{\alpha=0}^{2\pi} \sum_{n_1 \sin(\theta_1)=0}^{NA_i} \left| U_{1 \sin(\theta_1), \alpha, \lambda} - U_{2 \sin(\theta_1), \alpha, \lambda} \right|^2. \tag{19}$$

Представления о реакции фотодетектора на ансамбль мгновенных спекл-модулированных интерференционных картин следует считать более правильным с физической

точки зрения, поскольку квадратичный фотодетектор реагирует на интенсивность уже сформированного светового поля и в силу своей временной инерционности усредняет временные флуктуации энергии в этом поле, что формально и описывает выражение (18).

На рис. 7 представлены мгновенные спекл-модулированные (рис. 7, a (1,3), b (1,3), c (1)) и наблюдаемые усредненные (рис. 7, a (2,4), b (2,4), c (4)) интерференционные картины. Наблюдаемые картины на рис. 7, a (2,4), b (2,4), c (4) сформированы согласно (19), а картины на рис. 7, c (2,3) сформированы путем усреднения по ансамблю реализаций мгновенных спекл-картин согласно (18). Графики распределения интенсивности в наблюдаемой интерференционной картине (рис. 7, c (4)), полученной согласно (19), и распределения интенсивности, полученного в результате усреднения по 100 реализациям мгновенных спекл-картин (рис. 7, c (3)) и по 120 строкам этой усредненной интерференционной картины (итого $N = 12000$), представленные на рис. 7, d, полностью совпадают. Два количественных подхода в описании формирования наблюдаемых интерференционных картин дают одинаковый результат.

Эффекты некогерентности, возникающие при формировании усредненной картины интерференционных

полос в тонком слое с увеличением числовой апертуры NA_i освещающего поля, проявляются в снижении контраста наблюдаемых интерференционных полос (рис. 7, *a* (1), *b* (2,4), *c* (4)), что вызвано уменьшением длины продольных мгновенных спеклов с увеличением числовой апертуры NA_i или (при той же числовой апертуре поля) увеличением взаимного сдвига интерферирующих полей при увеличении толщины слоя.

На рис. 8 представлены графики распределения интенсивности изображения слоя в квазимонохроматическом поле освещения, построенные по результатам моделирования при некогерентном суммировании по интенсивности угловых составляющих освещающего слой поля и по теоретической формуле, полученной в [31] в предположении, что оптический путь волны в слое (вследствие малого угла наклона клинообразного слоя) приблизительно равен оптическому пути в плоскопараллельном слое с толщиной, равной толщине клина при текущей координате x :

$$I(x, y) = 2\pi n_1 \int_0^{NA_i} J(NA) \left[R_1 + (1 - R_1)^2 R_2 + 2\sqrt{R_1 R_2 (1 - R_1)^2} \times \cos \left(k_0 2h(x, y) \sqrt{n_2^2 - NA^2} + \Delta\varphi \right) \right] NA dNA, \quad (20)$$

где $J(NA)$ — интенсивность составляющих углового спектра освещающего слой поля — плоских волн с угловой переменной NA , $NA_i = n_1 \sin(\theta_i)$ — числовая апертура освещающего поля, равная максимальной величине переменной NA , θ_i — максимальный угол падения волны на слой, $R_1(k_0, NA)$ и $R_2(k_0, NA)$ — энергетические коэффициенты отражения границ слоя, которые в общем случае зависят от длины волны и угла падения θ_1 плоской волны, $h(x, y)$ — толщина слоя в точке с координатами (x, y) , $\Delta\varphi$ — разность фазовых сдвигов волн при отражении от границ слоя. Графики распределения интенсивности наблюдаемого интерференционного изображения слоя в квазимонохроматическом поле освещения, построенные по формуле (20) и по интерференционным картинам, полученным в результате моделирования согласно (19) (рис. 8, *d-f*), полностью совпадают.

На расстоянии x от ребра клина, где возникает первый минимум огибающей интерференционных осцилляций интенсивности, имеет место полная декорреляция интерферирующих полей — взаимное смещение волновых полей Δz , отраженных гранями слоя, в этой области клина оказывается равным длине продольной когерентности полей L_c , определяемой наименьшей продольной длиной спеклов. В квазимонохроматическом поле освещения, когда $\Delta\lambda \ll \lambda$, при $n_2 = n_1$ (согласно формулам (9) и (19)) на данном расстоянии x от

ребра воздушного клина взаимное смещение полей Δz , отраженных от граней клина, оказывается равным $\Delta z(x) \approx 2h(x) \approx 2x\gamma_0 \approx L_c \approx \rho_{\parallel}$. При числовой апертуре $NA_i = 0.5$ координата первого минимума контраста интерференционной картины $x \approx 102 \mu\text{m}$ (рис. 8, *f*), взаимное смещение полей $\Delta z(x) \approx 4.1 \mu\text{m}$. При числовой апертуре $NA_i = 0.4 \approx x \approx 165 \mu\text{m}$ (рис. 8, *e*) взаимное смещение полей $\Delta z(x) \approx 6.6 \mu\text{m}$. При числовой апертуре $NA_i = 0.3 - x \approx 299 \mu\text{m}$ (рис. 8, *d*) взаимное смещение полей $\Delta z(x) \approx 12.0 \mu\text{m}$. Величины взаимного смещения полей $\Delta z(x)$ в точках первых минимумов огибающих интерференционных осцилляций совпадают с большей точностью с длинами когерентности поля освещения, получаемыми теоретически по формуле (9). При числовой апертуре $NA_i = 0.5$ длина когерентности поля освещения $L_c \approx 4.1 \mu\text{m}$, при $NA_i = 0.4 - L_c \approx 6.6 \mu\text{m}$, при $NA_i = 0.3 - L_c \approx 11.9 \mu\text{m}$.

Волновые поля, отраженные гранями клина, кроме продольного взаимного сдвига, как отмечалось выше, имеют и некоторый поперечный взаимный сдвиг Δx в направлении, перпендикулярном ребру клина, что обусловлено разным наклоном граней клина по отношению к направлению распространения освещающего поля. Этот сдвиг также вносит взаимную декогерентность полей в каждой точке их наложения и интерференции. При удалении от клина поперечный сдвиг полей возрастает, что вызывает увеличение взаимной декогерентности волновых полей и падение контраста интерференционных полос — картина интерференции из-за этого эффекта приобретает локализованный характер в направлении оптической оси микроскопа. В наших численных экспериментах этот эффект декогерентности был пренебрежимо малым, поскольку наблюдение картины интерференции осуществлялось на поверхности клина, где Δx мало по сравнению с длиной поперечной когерентности R_{\perp} освещающего поля, определяемой (8).

Для смоделированных интерференционных картин, представленных на рис. 8, можно получить следующие оценки влияния взаимного поперечного сдвига полей. На расстоянии x от ребра клина, равном координате первого минимума контраста интерференционной картины, где происходит полная декорреляция интерферирующих полей, величину поперечного смещения спекл-поля при координате $x \approx 102 \mu\text{m}$, $\gamma_0 = 0.02 \text{ rad}$ и числовой апертуре $NA_i = 0.5$ можно оценить как $\Delta x \approx x / \cos(\gamma_0) - x \approx 0.02 \mu\text{m}$, что составляет $\approx 3.6\%$ от поперечной длины когерентности $R_{\perp} \approx 0.55 \mu\text{m}$, рассчитанной, согласно (8), при числовой апертуре $NA_i = 0.5$ и $\lambda_0 = 0.55 \mu\text{m}$. При координате $x \approx 165 \mu\text{m}$ и $NA_i = 0.4 - \Delta x \approx 0.033 \mu\text{m}$, что составляет $\approx 4.8\%$ от поперечной длины когерентности $R_{\perp} \approx 0.69 \mu\text{m}$. При координате $x \approx 299 \mu\text{m}$ и $NA_i = 0.3 - \Delta x \approx 0.06 \mu\text{m}$, что составляет $\approx 6.5\%$ от поперечной длины когерентности $R_{\perp} \approx 0.92 \mu\text{m}$. Следовательно, взаимное поперечное смещение мгновенных спекл-полей при отражении поля от оптического слоя оказывает слабое влияние на

декорреляцию интерферирующих полей при наблюдении интерференционного изображения на поверхности клина.

Таким образом, эффекты декогерентности, проявляющиеся при формировании картины интерференции волновых полей в тонком слое, возникают в основном вследствие взаимного продольного смещения полей на величину, сравнимую с длиной корреляции мгновенной интенсивности в направлении распространения поля — длиной мгновенных продольных спеклов, которая, важно подчеркнуть, определяется и шириной частотного, и шириной углового спектров поля освещения слоя.

5. Заключение

Развитые в настоящей работе представления о мгновенных спекл-полях и мгновенных спекл-модулированных интерференционных картинах, о зависимости их параметров от ширины частотного и углового спектров поля позволяют наглядным образом рассматривать физические причины и механизмы возникновения взаимной декогерентности интерферирующих волновых полей в оптических интерференционных системах — интерферометрах с делением по амплитуде. Показано, что взаимная декогерентность интерферирующих волновых полей возникает в результате взаимной декорреляции интерферирующих мгновенных спекл-полей, вызываемой их взаимным пространственным смещением на величину, сравнимую с длиной пространственной когерентности — длиной мгновенных спеклов в направлении взаимного смещения полей.

В настоящей работе рассматривается частный случай — система интерференционной микроскопии, в которой формируются оптические волновые поля с максимально широким для практики угловым спектром и возникает конкурирующее влияние на продольные когерентные свойства волнового поля углового и частотного спектров этого поля — длина продольной когерентности ограничивается или шириной частотного спектра, или шириной углового спектра, или совместно и шириной углового, и частотного спектров поля. В интерференционной микроскопии это конкурирующее влияние спектров наблюдается на практике даже при использовании белого света, поскольку используются микрообъективы с предельно большой числовой апертурой.

С помощью численного расчета пространственных распределений комплексных амплитуд волновых полей получены мгновенные интерференционные изображения — пространственные распределения мгновенной интенсивности интерференционного волнового поля, формируемые в тонком оптическом слое в поле излучения с широкими частотным и угловым спектрами. Мгновенная спекл-модулированная интерференционная картина формируется в результате сложения и интерференции

множества плоских волн со случайными начальными фазами, отраженных от граней слоя, со всевозможными направлениями распространения в пределах угловой апертуры поля освещения для всех составляющих частотного спектра этого поля. Методом численного моделирования мгновенных спекл-полей, отраженных гранями слоя, и путем их корреляционного анализа показано, что взаимная декогерентность интерферирующих полей возникает вследствие взаимного продольного пространственного сдвига мгновенных спекл-полей, сравнимого с длиной их продольной корреляции. При этом величина длины продольной корреляции спекл-полей, определяемая путем корреляционного анализа поля в его продольном сечении, с высокой точностью совпадает с величиной, определяемой формально в зависимости от ширины углового и частотного спектров волнового поля, как это следует из теоремы Винера–Хинчина, применяемой для продольной пространственной когерентности волнового поля [19,20].

Развитые в настоящей работе представления о мгновенных спекл-модулированных интерференционных картинах применимы к анализу процессов образования интерференционных картин в любом интерферометре с делением по амплитуде волнового поля с конечной шириной углового и частотного спектров, когда в волновом поле формируются мгновенные спекл-поля с конечными длинами трехмерной корреляции.

Такие представления эффективны и с прикладной точки зрения для количественной оценки декорреляции волновых полей с широкими частотными и угловыми спектрами при их прохождении через границы раздела сред с различными показателями преломления [30,38,39], для определения геометрических и оптических параметров объектов [40,41], для развития методов корреляционной интерференционной микроскопии [10,13,39,42] с целью расширения их измерительных возможностей.

Благодарности

Авторы выражают благодарность к.ф.-м.н. Д.В. Лякину за плодотворные обсуждения результатов работы.

Финансирование

Финансирование работы осуществлялось Министерством науки и высшего образования Российской Федерации в рамках Госзадания Института проблем точной механики и управления РАН, № гос. рег. АААА-А18-118042790042-4.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] *De Groot P.* // *Advanced in Optics and Photonics*. 2015. V. 7. I. 1. P. 1. doi 10.1364/AOP.7.000001
- [2] *Handbook of Full-Field Optical Coherence Microscopy. Technology and Applications* / Ed. by Dubois A. Singapore: Pan Stanford Publishing Pte. Ltd., 2016. 790 p. doi 10.4032/9789814669177
- [3] *Marechal A., Françon M.* *Diffraction, Structure des Images; Influence de la Coherence de la Lumiere*. Paris: Masson, 1960. 295 p.; *Марешаль А., Франсон М.* Структура оптического изображения. Дифракционная теория и влияние когерентности света. М.: Мир, 1964. 295 с.
- [4] *Born M., Wolf E.* *Principles of Optics*. Cambridge University Press, 2002. 994 p.; *Борн М., Вольф Э.* Основы оптики. М.: Наука, 1973. 720 с. doi 10.1017/CBO9781139644181
- [5] *Kino G.S., Chim S.S.C.* // *Appl. Opt.* 1990. V. 29. N 26. P. 3775. doi 10.1364/AO.29.003775
- [6] *Dubois A., Selb J., Vabre L., Voccaro A.-C.* // *Appl. Opt.* 2000. V. 39. N 14. P. 2326. doi 10.1364/AO.39.002326
- [7] *de Groot P., Colonna de Lega X., Kramer J., Turzhitsky M.* // *Appl. Opt.* 2004. V. 43. N 25. P. 4821. doi 10.1364/AO.43.004821
- [8] *Abdulhalim I.* // *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.* 2006. V. 8. N 11. P. 952. doi 10.1088/1464-4258/8/11/004
- [9] *Zeylikovich I.* // *Appl. Opt.* 2008. V. 47. N 12. P. 2171. doi 10.1364/AO.47.002171
- [10] *Abdulhalim I.* // *Ann. Phys.* 2012. V. 524. N 12. P. 787. doi 10.1002/andp.201200106
- [11] *Safrani A., Abdulhalim I.* // *Opt. Lett.* 2012. V. 37. N 4. P. 458. doi 10.1364/OL.37.000458
- [12] *Лякин Д.В., Рябухо В.П.* // *Квант. электрон.* 2013. Т. 43. № 10. С. 949; *Lyakin D.V., Ryabukho V.P.* // *Quant. Electron.* 2013. V. 43. N 10. P. 949. doi 10.1070/QE2013v043n10ABEH015187
- [13] *Gao W.* // *J. Mod. Opt.* 2015. V. 62. N 21. P. 1764. doi 10.1080/09500340.2014.952689
- [14] *Grebenyuk A.A., Ryabukho V.P.* // *Handbook of Full-Field Optical Coherence Microscopy: Technology and Applications*. Chapter 2 / Ed. by Dubois A. Singapore: Pan Stanford Publishing Pte. Ltd., 2016. P. 53–89. doi 10.1201/9781315364889-3
- [15] *Abdulhalim I.* // *Handbook of Full-Field Optical Coherence Microscopy: Technology and Applications*. Chapter 3 / Ed. by Dubois A. Singapore: Pan Stanford Publishing Pte. Ltd., 2016. P. 91–130. doi 10.1201/9781315364889-4
- [16] *Mehta D.S., Srivastava V., Nandy S., Ahmad A., Dubey V.* *Full-Field* // *Handbook of Full-Field Optical Coherence Microscopy: Technology and Applications*. Chapter 10. / Ed. by Dubois A. Singapore: Pan Stanford Publishing Pte. Ltd., 2016. P. 357–392. doi 10.1201/9781315364889-11
- [17] *Ahmad A., Mahanty T., Dubey V., Butola A., Ahluwalia B.S., Mehta D.S.* // *Opt. Lett.* 2019. V. 44. N 7. P. 1817. doi 10.1364/OL.44.001817
- [18] *Рябухо В.П., Лякин Д.В., Лычагов В.В.* // *Опт. и спектр.* 2006. Т. 100. N 5. С. 788; *Ryabukho V.P., Lyakin D.V., Lychagov V.V.* // *Opt. Spectrosc.* 2006. V. 100. N 5. P. 724. doi 10.1134/S0030400X06050146
- [19] *Рябухо В.П., Лякин Д.В., Лычагов В.В.* // *Опт. и спектр.* 2009. Т. 107. N 2. С. 300; *Ryabukho V.P., Lyakin D.V., Lychagov V.V.* // *Opt. Spectrosc.* 2009. V. 107. N 2. P. 282. doi 10.1134/S0030400X09080190
- [20] *Ryabukho V.P., Lyakin D.V., Grebenyuk A.A., Klykov S.S.* // *J. Optics*. 2013. V. 15. N 2. P. 025405. doi 10.1088/2040-8978/15/2/025405
- [21] *Лякин Д.В., Мысина Н.Ю., Рябухо В.П.* // *Опт. и спектр.* 2018. Т. 124. № 3. С. 348; *Lyakin D.V., Mysina N.Yu., Ryabukho V.P.* // *Opt. Spectrosc.* 2018. V. 124. N 3. P. 349. doi 10.1134/S0030400X18030165
- [22] *Сороко Л.М.* Основы голографии и когерентной оптики. М.: Наука, 1971. 686 с.; *Soroko L.M.* *Holography and Coherent Optics*. N.Y.: Springer US. Plenum Press. 1980. 818 p. doi 10.1007/978-1-4684-3420-0
- [23] *Rosen J., Yariv A.* // *Opt. Commun.* 1995. V. 117. N 1-2. P. 8. doi 10.1016/0030-4018(95)00086-N
- [24] *Rosen J., Yariv A.* // *J. Opt. Soc. Am. A*. 1996. V. 13. N 10. P. 2091. doi 10.1364/JOSAA.13.002091
- [25] *Dubois A., Selb J., Vabre L., Voccaro A.-C.* // *Appl. Opt.* 2000. V. 39. N 14. P. 2326. doi 10.1364/AO.39.002326
- [26] *Рябухо В.П., Лякин Д.В., Лобачев М.И.* // *Опт. и спектр.* 2004. Т. 97. № 2. С. 319; *Ryabukho V.P., Lyakin D.V., Lobachev M.I.* // *Opt. Spectrosc.* 2004. V. 97. N 2. P. 299. doi 10.1134/1.1790649
- [27] *Рябухо В.П., Лякин Д.В.* // *Опт. и спектр.* 2005. Т. 98. В. 2. С. 309; *Ryabukho V.P., Lyakin D.V.* // *Opt. Spectrosc.* 2005. V. 98. N 2. P. 273. doi 10.1134/1.1870071
- [28] *Srivastava V., Nandy S., Singh Mehta D.* // *Appl. Phys. Lett.* 2013. V. 103. N 10. P. 103702. doi 10.1063/1.4820350
- [29] *Ahmad A., Srivastava V., Dubey V., Mehta D.S.* // *Appl. Phys. Lett.* 2015. V. 106. N 9. P. 093701. doi 10.1063/1.4913870
- [30] *Lychagov V.V., Ryabukho V.P., Kalyanov A.L., Smirnov I.V.* // *J. Optics*. 2012. V. 14. N 1. P. 015702. doi 10.1088/2040-8978/14/1/015702
- [31] *Дьяченко А.А., Максимова Л.А., Рябухо В.П.* // *Компьютерная оптика*. 2018. Т. 42. № 6. С. 959; *Dyachenko A.A., Maksimova L.A., Ryabukho V.P.* // *Computer Optics*. 2018. V. 42. N 6. P. 959. doi 10.18287/2412-6179-2018-42-6-959-969
- [32] *Лякин Д.В., Рябухо П.В., Рябухо В.П.* // *Опт. и спектр.* 2017. Т. 122. № 2. С. 336; *Lyakin D.V., Ryabukho P.V., Ryabukho V.P.* // *Opt. Spectrosc.* 2017. V. 122. N 2. P. 329. doi 10.1134/S0030400X17020175
- [33] *Рябухо В.П., Максимова Л.А., Мысина Н.Ю., Лякин Д.В., Рябухо П.В.* // *Опт. и спектр.* 2019. Т. 126. № 2. С. 186; *Ryabukho V.P., Maksimova L.A., Mysina N.Yu., Lyakin D.V., Ryabukho P.V.* // *Opt. Spectrosc.* 2019. V. 126. N 2. P. 124. doi 10.21883/OS.2019.02.47202.226-18
- [34] *Goodman J.W.* *Statistical Optics*. Wiley, 2000. 567 p.; *Гудмен Дж.* Статистическая оптика. М.: Мир, 1988. 528 с. doi 10.1063/1.2815179
- [35] *Goodman J.W.* *Speckle Phenomena in Optics: Theory and Applications*. Englewood: Roberts & Company, Publishers, 2007. 387 p.
- [36] *Рябухо В.П., Лычагов В.В., Лякин Д.В., Смирнов И.В.* // *Опт. и спектр.* 2011. Т. 110. № 5. С. 854; *Ryabukho V.P., Lychagov V.V., Lyakin D.V., Smirnov I.V.* // *Opt. Spectrosc.* 2011. V. 110. N 5. P. 802. doi 10.1134/S0030400X11050134
- [37] *Goodman J.W.* *Introduction to Fourier Optics*. 3rd Edition. Roberts & Company Publishers, 2005. 528 p.
- [38] *Labiau S., David G., Gigan S., Voccaro A.C.* // *Opt. Lett.* 2009. V. 34. N 10. P. 1576. doi 10.1364/OL.34.001576.
- [39] *Dubois A.* // *Appl. Opt.* 2017. V. 56. I. 9. P. D142. doi 10.1364/AO.56.00D142

- [40] *Ohmi M., Nishi H., Konishi T., Yamada Y., Haruna M.* // Meas. Sci. Technol. 2004. N 15. P. 1531.
- [41] *Лякин Д.В., Максимова Л.А., Сдобнов А.Ю., Рябухо В.П.* // Опт. и спектр. 2017. Т. 123. № 3. С. 463; *Lyakin D.V., Maksimova L.A., Sdobnov A.Yu., Ryabukho V.P.* // Opt. Spectrosc. 2017. V. 123. N 3. P. 487.
doi 10.1134/S0030400X17090235
- [42] *Gao W.* // J. Microscopy. 2016. V. 261. N 3. P. 199.
doi 10.1111/jmi.12333