# 11

# Рост кристаллов при спонтанной кристаллизации в неинерциальных системах в условиях космической станции и в условиях Земли на примере синтеза и роста кристаллов CrSi<sub>2</sub> из раствора-расплава Zn

© Е.В. Калашников<sup>1,2</sup>, В.Н. Гурин<sup>2</sup>, С.П. Никаноров<sup>2</sup>, Л.И. Деркаченко<sup>2</sup>, М.А. Яговкина<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Московский государственный областной университет, Мытищи, Московская обл., Россия <sup>2</sup> Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: ekevkalashnikov1@gmail.com

Поступила в Редакцию 16 июля 2019 г. В окончательной редакции 16 июля 2019 г. Принята к публикации 25 июля 2019 г.

Рассматривается влияние гравитационного поля Земли на рост кристаллов из раствора-расплава при спонтанной кристаллизации. Для этого принимается во внимание, что космическая станция (КС) и лаборатория на Земле, в которых протекают процессы кристаллизации, являются неинерциальными системами. Показано, что особенностью отличающей рост кристалла на Земле является давление в расплаве, вызванное реакцией опоры (третий закон Ньютона). Такое давление на КС отсутствует и это ведет к увеличению элементарного объема расплава, претерпевающего фазовый переход первого рода. В результате кристаллы на КС оказываются по размерам бо́льшими, чем те же кристаллы, выращенные на Земле. И они обладают избыточным напряжением, по величине равным отсутствующему на КС давлению опоры. Эта ситуация сопоставляется с экспериментальными данными по выращиванию кристаллов CrSi<sub>2</sub> из раствора-расплава в Zn системы Cr–Si–Zn.

Ключевые слова: спонтанная кристаллизация, расплав-раствор, неинерциальная система, реакция опоры, невесомость, несмачиваемость, химический потенциал.

DOI: 10.21883/FTT.2020.01.48728.52ks

## 1. Введение

Эксперименты показывают, что кристаллизация в условиях невесомости (космической станции, КС) и в условиях Земли значительно отличаются [1–8]. В частности отмечается существенное влияние условий невесомости [4] на форму выращенных кристаллов на форму кристаллов таких как  $CrSi_2[1,2]$ , <sup>4</sup>He [5] и InGaSb [7].

Причиной такого различия являются особенности, связанные с доставкой вещества к растущему кристаллу. Одной из возможных таких причин для синтеза и спонтанной кристаллизации (массовой кристаллизации) на КС (невесомость) является отсутствие конвективного движения в жидкости [9], вызванного неоднородным распределением температуры (градиент температуры) [10]. Но здесь будет массоперенос, вызванный градиентом химического потенциала, который определяется "разностью" одного и того же вещества в разных точках расплава. Температура и состав расплава являются хорошо контролируемыми параметрами. Однако, зависимость химического потенциала от давления в условиях Земли и КС неочевидна. Также неочевидно, что означает давление в расплаве в случае зарождения кристаллов и их роста.

Важные результаты экспериментов по синтезу и появлению кристаллов CrSi<sub>2</sub> при спонтанной кристаллизации в растворе-расплаве в системы [1] показали следующее. Микрокристаллы, выращенные в условиях невесомости (*a*) имеют изометрическую форму (размеры кристаллов вдоль трех направлений приблизительно равны) ~ 600  $\mu$ m. Эти кристаллы в 1.5–2 раза превышают размеры кристаллов того же соединения, выращенного в условиях Земли (~ 300  $\mu$ m); (b) имеют увеличенное число граней; (*c*) по составу отличаются от стехиометрического; (*d*) микротвердость в условиях невесомости —  $H_V = 1200 \pm 150$ , а в условиях Земли —  $H_N = 1450 \pm 150$  GPa.

Эти факты, в частности, (a) и (d), указывают на два очень важных свойства кристаллов, выращенных в условиях невесомости. Кристаллы, выросшие в условиях невесомости и помещенные в условия Земли (i) оказываются в напряженном состоянии, (ii) имеют больше дефектов (чем кристаллы, выросшие в условиях Земли).

Влияние "весомости" и "невесомости" на процесс образования и рост кристаллов не вполне ясен. Земля и Космическая станция, в общем, являются неинерциальными системами. Поэтому необходимо уточнить понятие явления весомости и невесомости и как эти явления проявляют себя в условиях роста кристаллов. В обоих случаях (Земли и КС) капсулы с расплавом, в котором возникают и растут кристаллы, находятся, в общем, в неинерциальных системах отсчета. Поэтому необходимо учесть поведение вещества в таких системах отсчета.

# Влияние неинерциальной системы отсчета на условия кристаллизации

#### 2.1. Общий случай

Космическая станция (КС) вращается вокруг Земли с постоянной угловой скоростью  $\omega$  на расстоянии  $|\mathbf{r}_{\rm ES}|$  от центра Земли до КС и является неинерциальной системой. Уравнение движения центра масс расплава в капсуле, закрепленной на КС следующее [11,12]:

$$m(d^{2}\mathbf{r}_{c}/dt^{2}) = \mathbf{R} + \mathbf{F} - m(d^{2}\mathbf{r}_{\mathrm{ES}}/dt^{2})$$
$$- m[\boldsymbol{\omega}[\boldsymbol{\omega}\mathbf{r}_{c}]] - 2m[\boldsymbol{\omega}\mathbf{v}_{c}]. \qquad (1)$$

Здесь  $\mathbf{r}_c$  — радиус-вектор центра масс расплава в капсуле относительно системы отсчета, связанной с КС; **R** — реакция опоры, сила, которую нужно найти, она действует при фиксации капсулы внутри КС; **F** — сила притяжения центра масс расплава в капсуле к Земле

$$\mathbf{F} = -\gamma (\mathbf{M}_{\mathrm{E}}m/\mathbf{r}_{a}^{3})\mathbf{r}_{a}, \qquad (2)$$

 $\gamma$  — гравитационная постоянная,  $M_E$  — масса Земли, m — центр масс расплава,  $\mathbf{r}_a$  — расстояние от центра Земли до центра масс расплава;  $\mathbf{r}_{\rm ES}$  — центр масс КС;  $m_j$  и  $\mathbf{r}_j$  — являются *j*-ми частями массы КС и радиус-векторами этих частей относительно Земли, соответственно. Это значит, что

$$\mathbf{r}_{\rm ES} = \Sigma_j m_j \mathbf{r}_j / \Sigma_j m_j. \tag{3}$$

Но на КС действует сила притяжения Земли

$$m_{\rm SS}(d^2\mathbf{r}_{\rm ES}/dt^2) = -\gamma \Sigma_j (\mathbf{M}_{\rm E}m_j/r_j^3)\mathbf{r}_j. \tag{4}$$

Отметим, что  $\Sigma_j m_j \mathbf{r}_j = m_{\rm SS} \mathbf{r}_{\rm ES}$  (где  $\Sigma_j m_j = m_{\rm SS}$ ), и  $|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_{j+1}| \ll \mathbf{r}_{\rm ES}$  и  $\mathbf{r}_j \approx \mathbf{r}_{\rm ES}$ , тогда (1) при условии  $r_a \cong \mathbf{r}_{\rm ES}$  сводится к

$$m(d^{2}\mathbf{r}_{c}/dt^{2}) = \mathbf{R} - m[\boldsymbol{\omega}[\boldsymbol{\omega}\mathbf{r}_{c}]] - 2m[\boldsymbol{\omega}\mathbf{v}_{c}].$$
(5)

Теперь учтем, что капсула с расплавом зафиксирована внутри КС. Тогда движение капсулы с расплавом в КС отсутствует и  $[\omega \mathbf{v}_c] = 0$ , и  $\mathbf{v}_c = 0$  и  $d^2 \mathbf{r}_c / dt^2 = 0$ . В этом случае выражение (5) превращается:  $\mathbf{R} - m[\omega[\omega \mathbf{r}_c]] = 0$ . А вес капсулы в КС вращающейся вокруг Земли с угловой скоростью  $\omega$ , равен

$$\mathbf{R} = m \big[ \boldsymbol{\omega} [\boldsymbol{\omega} \mathbf{r}_c] \big], \tag{6}$$

величина которой  $R = m\omega^2 r_c = 5.33 \cdot 10^{-5}N$ . Если  $\mathbf{r}_c$  капсулы ориентирован параллельно оси вращения КС относительно Земли, т.е.  $\omega \parallel \mathbf{r}_c$ , тогда из (6)  $\mathbf{R} = \mathbf{0}$  и капсула с расплавом находится в полной невесомости.

#### 2.2. На Земле

Если теперь КС закреплена на Земле, тогда уравнение (1) принимает иную форму. Теперь  $\omega_{\rm E}$  равна угловой скорости поверхности Земли относительно ее собственной оси (вместо  $\omega$ ) и  $r_a = R_{\rm E} = 6.4 \cdot 10^6$  m — радиус Земли. Уравнение (1) теперь превращается в уравнение движения расплава в капсуле скрепленной с Землей и вращающейся вместе с Землей относительно ее центра:  $0 = \mathbf{R} + \mathbf{F} - m[\omega_{\rm E}[\omega_{\rm E}\mathbf{r}_c]]$  или

$$\mathbf{R} = \gamma (\mathbf{M}_{\mathrm{E}} m / r_a^3) \mathbf{r}_a + m \big[ \omega_{\mathrm{E}} [\omega_{\mathrm{E}} \mathbf{r}_c] \big].$$
(7)

Для оценки значений величин реакции опоры использовались следующие данные estimate угловая скорость вращения Земли  $\omega_{\rm E}\approx 7.3\cdot 10^{-5}\,{\rm s}^{-1}$ , масса Земли  $M_{\rm E}=5.9736\cdot 10^{24}\,{\rm kg};$  гравитационная постоянная:  $\gamma=6.67259\cdot 10^{-11}\,{\rm m}^3/{\rm kg}\,{\rm s}^2;$  высота орбиты КС над Землей  $\approx 400\cdot 10^3$  m; угловая скорость обращения КС относительно Земли  $\omega\approx 7.3\cdot 10^{-4}\,{\rm s}^{-1}.$  Тогда

$$|\mathbf{R}| \approx 9.7 \cdot 10^{-2} N. \tag{7a}$$

Это значит, что сила реакции опоры на Земле больше чем та же реакция опоры на КС в  $1.82 \cdot 10^3$  раза, при учете (6). Теперь оценим давление, вызванное реакцией опоры. Рассмотрим давление в расплаве.

# Экспериментальная ситуации, в которой возникают микрокристаллы CrSi<sub>2</sub>

Одинаково приготовленные образцы [1,2] размещались в цинковой капсуле в кварцевую цилиндрическую ампулу. Ампулы откачивалась и запаивалась. При температурах плавления и выше наступает значительное различие в поведении расплава на Земле и на КС.

#### 3.1. Условия на Земле

Внешнее давление действует на раствор-расплав цинка  $P_{\text{ext}}$ . Оно вызвано давлением насыщенного пара в замкнутой ампуле. К нему добавляется давление Лапласа, вызванное несмачиваемостью (знак "+") или смачиваемостью (знак "-") расплава внутренних стенок кварцевой ампулы  $\pm \Delta P_{\text{Lapl}}$ . В обоих случаях (на Земле и на КС) возникает, в соответствии с (7) и (7а), давление вызванное реакцией опоры  $P_{\text{sup}}$ . В таком случае внутреннее давление  $P_{\text{int}}$  в растворе-расплаве цинка изменится

$$P_{\text{int}} \to P_{\text{int}} + P_{\text{ext}} \pm \Delta P_{\text{Lapl}} + P_{\text{sup}}.$$
 (8)

#### 3.2. Условия на КС

Внутренне давление в растворе-расплаве цинка, согласно (6) и (7), будет выглядеть

$$P_{\text{int}} \to P_{\text{int}} + P_{\text{ext}} \pm 2\Delta P_{\text{Lapl}}.$$
 (9)

Для цинка при температуре плавления T = 723 K,  $\rho = 6.6 \cdot 10^3$  kg/m<sup>3</sup>;  $\gamma = 755 \cdot 10^{-3}$  J/m<sup>2</sup>, для диаметра кварцевой ампулы  $2r = 1 \cdot 10^{-2}$  m и высотой расплава  $3 \cdot 10^{-2}$  m, давление  $P_{sup} = 1940$  Pa превышает  $\Delta P_{Lapl} = 151$  Pa на порядок. Однако, при плавлении и более высоких температурах происходит растворение и смешивание компонентов. Это ведет к тому, что поверхностное натяжение будет меняться [13], и смачиваемость может меняться на несмачиваемость, и наоборот. Но  $P_{sup}$  больше  $\Delta P_{Lapl}$  и потому влияние  $\Delta P_{Lapl}$  будет влиять на расплав значительно слабее. Но кривизна границы раздела будет влиять на работу образования кристалла в расплаве.

# 4. Определение состояния кристалла, выращенного в КС

В задачах роста кристаллов, контролирующими параметрами обычно являются температура и состав. Удобным термодинамическим потенциалом для описания системы, состоящей из одного вещества, в котором растет кристалл является потенциал Гиббса G = U + PV = TS. Учитывая его аддитивность, можно ввести химический потенциал каждого вида вещества

$$G_1 = n(u + Pv - Ts)_i = n\mu_i(P, T).$$
(10)

Здесь n — число атомов(молекул) определенного типа вещества, j — соответствует жидкому (L) или кристаллическому (Cr) состоянию.

# 4.1. Определение избыточного напряжения кристалла

Возникновение кристалла является процессом фазового перехода первого рода и носит локальный характер. Это означает, что только часть жидкого расплава объема  $V_{\rm L}$  претерпевает превращение в кристалл и соответственно число (*n*) атомов(молекул) в этом объеме полностью трансформируется в кристалл объема  $V_{\rm cr}$ . Из (10) имеем

$$(\partial \mu_j(P,T)/\partial P)_T = v_j = V_j/n, \quad j = L, Cr.$$
 (11)

Интегрируя (11), получаем  $n \cdot \mu_j = \int_{p_{L-er}}^{p} V_j dP$  [14]. Сравним эти два (j = L, Cr) выражения. (В равновесии  $\mu_L = \mu_{cr}$ , тогда  $P - P_{L-cr} = 0$ , здесь  $P_{L-cr}$  — давление на границе "расплав-кристалл" в равновесии). Поэтому рассматриваем условия, при которых существует движение границы раздела. А это, кстати, задает кинетику роста кристалла, при которой кристалл растет и приобретает грани

$$n(\mu_{\rm L} - \mu_{\rm cr}) = \int_{P_{\rm L-cr}}^{P} (V_{\rm L} - V_{\rm cr}) dP$$
$$= (P - P_{\rm L-cr})(V_{\rm L} - V_{\rm cr})$$
(12)

или

$$n(\mu_{\rm L} - \mu_{\rm cr}) = (P - P_{\rm L-cr})(V_{\rm L} - V_{\rm cr})$$
 (12a)

при T = const (11). Для отслеживания того, как и в чем разница в росте кристалла в условиях Земли и КС используются соотношения (12). Для условий на Земле

$$n(\mu_{\rm L} - \mu_{\rm cr})_{\rm E} = (P - P_{\rm L-cr})_{\rm E}(V_{\rm L} - V_{\rm cr})_{\rm E}.$$
 (13)

Аналогичное уравнение для КС

$$n(\mu_{\rm L} - \mu_{\rm cr})_{\rm SS} = (P - P_{\rm L-cr})_{\rm SS}(V_{\rm L} - V_{\rm cr})_{\rm SS}.$$
 (13a)

Левые части последних двух уравнений (13) и (13а) равны, поскольку они определяются только работой по переносу п атомов (молекул) из расплава к кристаллу. Тогда и правые части этих уравнений равны

$$(P - P_{L-cr})_{E}(V_{L} - V_{cr})_{E} = (P - P_{L-cr})_{SS}(V_{L} - V_{cr})_{SS}.$$
(14)

Разность  $(P - P_{L-cr})_E$  отличается от  $(P - P_{L-cr})_{SS}$  на величину  $P_{sup}$  (здесь давлением Лапласа пренебрегаем). Тогда

$$(P - P_{\mathrm{L-cr}})_{\mathrm{SS}} = (P - P_{\mathrm{L-cr}})_{\mathrm{E}} - P_{\mathrm{sup}}, \qquad (14a)$$

а уравнение (14) теперь приобретает вид

$$(P - P_{L-cr})_{E}(V_{L} - V_{cr})_{E}$$
  
=  $((P - P_{L-cr})_{E} - P_{sup})(V_{L} - V_{cr})_{SS}.$  (15)

Учтем, что размер кристалла выросшего на КС в 1.5-2 раза больше чем на Земле (экспериментальный результат (*a*) и [1]):

$$(V_{\rm L} - V_{\rm cr})_{\rm SS} = 2(V_{\rm L} - V_{\rm cr})_{\rm E},$$
 (16)

т.е. кристалл не может вырасти больше, если ему не предоставлен бо́льший объем. Возвращаясь к (15) получаем:

$$(P - P_{L-cr})_{E} ((V_{L} - V_{cr})_{E} - 2(V_{L} - V_{cr})_{E})$$
  
=  $(-P_{sup})2(V_{L} - V_{cr})_{E}$ 

или

$$2P_{sup} = (P - P_{L-cr})_E.$$
 (17)

Подставляя это выражение в (14а), получаем

$$(P - P_{L-cr})_{SS} = 2P_{sup} - P_{sup} = P_{sup}.$$
 (18)

Это означает, что кристалл, выросший на КС, имеет избыточное напряжение

$$\sigma_{jk} = \delta_{jk} P_{\text{sup.}} \tag{19}$$

Модуль которого равен  $|\sigma_{ik}| = P_{sup}$ .

#### 4.2. Огранки кристалла

Другая важная особенность связана с формированием граней кристалла. В соответствии с Вольфом [14], кристалл может поделен на пирамиды, вершины которых начинаются из некоторой внутренней точки кристалла О. Тогда объем кристалла равен сумме объемов пирамид:

$$(V_{\rm L} - V_{\rm cr})_{\rm E} = \sum_{j} (1/3) A_j h_j.$$
 (20)

Здесь  $(V_{\rm L} - V_{\rm cr})_{\rm E}$  — объем выросшего кристалла на Земле,  $A_j$  — площадь *j*-й грани,  $h_j$  — расстояние от центра кристалла О до *j*-й грани. Но поскольку условия невесомости обеспечивают бо́льший объем (16), то и число граней окажется бо́льшим.

## 5. Заключение

Показано, что при отсутствии давления, вызванного реакцией опоры, в расплаве, в космической станции микрокристаллы увеличиваются в размерах. Они имеют избыточное напряжение, равное по величине давлению в расплаве вызванного реакцией опоры в условиях Земли.

#### Финансирование работы

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ (идентификатор проекта RFMEFI62117X0018) в рамках исследований по теме 9.7 (0040-2014-0007).

#### Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

### Список литературы

- V.N. Gurin, L.I. Derkatchenko, S.P. Nikanorov. Proc. AIAA/IKI Microgravity Science Symposium (13–17 May 1991, Moscow) Pabl. AIAA, Washington (1991). P. 134.
- [2] В.И. Стрелов, И.П. Куранова, Б.Г. Захаров, А.Э. Волошин. Кристаллография **59**, 863 (2014).
- [3] K. Zhang, L.B. Wang. Frontiers Heat Mass Transfer 7, 1 (2016).
- [4] C.E. Kundrot, R.A. Judge, M.L. Pusey, E.H. Snell. Cryst. Growth Design 1, 87 (2001).
- [5] T. Takuya, O. Haruka, N. Ryuji, O. Yuichi. Sci. Adv. 1:e1500825, 1 (2015).
- [6] N.S. Vonortas. Protein crystallization for drug development: Final Rep. Nasa (2015). 30 p.
- [7] Y. Hayakawa, V.N. Kumar, M. Arivanandhan, G. Rajesh, T. Koyama, Y. Momose, K. Sakata, T. Ozawa, Y. Okano, Y. Inatomi. J. Microgravity Sci. Appl. 34, 340111 (2017).
- [8] И.Л. Шульпина, Б.Г. Захаров, Р.В. Парфеньев, И.И. Фарбштейн, Ю.А. Серебряков, И.А. Прохоров. ФТТ 54, 1264 (2012).
- [9] П.К. Волков. Природа 11, 36 (2001).

- [10] Гидромеханика и тепломассообмен в невесомости / Под ред. В.С. Авдуевского, В.И. Полежаева. Наука, М. (1982). 263 с.
- [11] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Механика. Наука, М. (1988). 215 с.
- [12] И.И. Ольшанский. Курс теоретической механики для физиков. МГУ, М. (1974). 569 с.
- [13] А.Г. Амброк, Е.В. Калашников. Расплавы 4, 41 (1997).
- [14] М. Фольмер. Кинетика образования новой фазы. Наука, М. (1986). 208 с.

Редактор Т.Н. Василевская