

05

Деламинация плоской адгезионной зоны при комбинированных динамических воздействиях

© Н.О. Граничин,¹ Г.А. Волков,¹ Ю.В. Петров^{1,2}

¹ Санкт-Петербургский государственный университет,
199034 Санкт-Петербург, Россия

² Институт проблем машиноведения РАН,
199178 Санкт Петербург, Россия
e-mail: kolya30.87@yandex.ru

Поступило в Редакцию 27 февраля 2019 г.

В окончательной редакции 21 мая 2019 г.

Принято к публикации 5 июня 2019 г.

Изучена проблема разрушения слоистых сред при комбинированной динамической нагрузке. Исследовано влияние фоновых гармонических колебаний на амплитуду основного силового импульса. Особенности разрушения от такого комбинированного воздействия будут продемонстрированы на простой двумерной модели — круговая мембрана на упругом основании. В качестве условия разрыва адгезионного слоя применен критерий инкубационного времени. В результате будет показано, что можно значительно уменьшить значение пороговой амплитуды разрушающего воздействия за счет правильного выбора частоты возбуждения, даже при малых интенсивностях фонового поля.

Ключевые слова: адгезионная прочность, деламинация, вибрационно-импульсное воздействие, критерий инкубационного времени, упругое основание.

DOI: 10.21883/JTF.2020.01.48664.68-19

Введение

Задачи, связанные с расчетом и предсказанием адгезионной прочности, являются актуальными во многих областях науки и техники, при этом точное знание условий разрушения требуется не только для того, чтобы предотвратить непредвиденное разрушение зоны сцепления, но, и наоборот, для того чтобы при необходимости управлять ее поведением. Одним из вероятных факторов, оказывающих существенное влияние на прочностные свойства адгезионной зоны, может быть воздействие фонового вибрационного ультразвукового поля. Например, при проектировании конструкций, изготавливаемых из композиционных слоистых материалов, которые в процессе эксплуатации могут подвергаться высокочастотным колебаниям, необходимо учитывать особенности вероятного комбинированного нагружения. Также вибрационно-импульсные комбинированные воздействия могут быть использованы для управляемого разрушения зон сцепления. Такого рода задачи особенно актуальны для микромеханических систем, где адгезионные силы являются основополагающими при взаимодействии объектов. Возможность управляемо разъединять и соединять микрообъекты с помощью фонового ультразвукового поля позволит расширить функциональные возможности микросистем.

Существует стандартная процедура измерения адгезионной прочности, которая называется испытанием на отслаивание[1,2]. В частности, эти испытания показали, что даже слабое воздействие внешнего колебательного поля может существенно уменьшить нагрузку, которая вызывает провал адгезионных связей. В натеящей работе

мы получим аналитическое доказательство того, как внешнее фоновое поле может влиять на прочностные характеристики адгезионного слоя.

Имеется достаточное количество математических моделей, описывающих адгезионную прочность зоны сцепления[3,4]. Одним из простых методов описания адгезионного взаимодействия является приближение Винклера—Фусса в одномерном случае известное, как модель струны на упругом основании. Эта модель помогла разобраться в вопросе о том, как могут влиять внешние поля на адгезионную прочность[5,6]. Однако для более точного количественного соответствия с реальными объектами необходимо рассматривать более сложный двумерный случай, который и анализируется ниже. Полученные решения уравнения, описывающего колебания системы для различных видов внешнего комбинированного нагружения анализируются с помощью структурно-временного подхода, основанного на понятии инкубационного времени[7,8]. Таким образом, учитываются не только динамические особенности поведения системы, но также и временная (кинетическая) специфика самого процесса разрушения при динамических воздействиях.

1. Одна из простейших, но эффективных двумерных моделей адгезионной зоны представлена при помощи взаимодействия мембраны с упругим основанием. Для простоты модели возьмем круговую мембрану, которая будет работать только на растяжение и сжатие, т. е. жесткостью на изгиб в настоящей работе мы пренебрегаем.

Поведение мембраны на упругом основании можно описать с помощью волнового уравнения. С учетом центральной симметрии (т. е. u не зависит от φ) в полярной

системе координат оно принимает вид:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\omega^2}{c^2} u = -f(r, t), \quad (1)$$

$$r \in (0, R), \quad t > 0,$$

где $u(r, t)$ — перемещение мембраны от положения равновесия [m], c — скорость волны [m/s], ω — характеристика упругого основания жесткости [s⁻¹], $f(r, t)$ — внешняя нагрузка [m⁻¹], R — радиус круговой мембраны [m]. Слагаемое $\frac{\omega^2}{c^2} u$ описывает влияние упругого основания на мембрану.

Будем рассматривать следующую начально-краевую задачу. В начальный момент времени мембрана находится в невозмущенном состоянии с жестким закреплением по краям

$$u(r, 0) = \frac{\partial u}{\partial r}(r, 0) = 0, \quad (2)$$

$$u(R, t) = 0. \quad (3)$$

Решение задачи (1)–(3) может быть найдено при помощи метода Фурье. Соответствующие перемещения записываются в виде ряда:

$$u(r, t) = \sum_{k=1}^n f_k(r)g_k(t), \quad j = 1, 2.$$

Решение начально-краевой задачи (1)–(3) в безразмерном виде принимает следующий вид:

$$u(r, t) = 2c^2 \sum_{k=1}^n \frac{J_0\left(\frac{\alpha_{0k}r}{R}\right)}{\Omega(k)(J'_0(\alpha_{0m}))^2} \int_0^t \left(\int_0^R f(\varepsilon, \eta) \varepsilon \times J_0\left(\frac{\alpha_{0m}\varepsilon}{R}\right) d\varepsilon \right) \sin(\Omega(k)(t - \eta)) d\eta, \quad (4)$$

где

$$\Omega(k) = \sqrt{c^2\lambda_k^2 + \omega^2},$$

$$\lambda_k = R\alpha_{0k},$$

J_0 — функция Бесселя 0-го порядка, α_{0k} — нули функции Бесселя 0-го порядка.

Для нахождения решения в случае произвольной нагрузки удобно вычислить фундаментальное решение рассматриваемой начально-краевой задачи — функцию Грина. Тогда общее решение неоднородного уравнения будет получаться простой сверткой правой части уравнения, описывающей комбинированную нагрузку, с функцией Грина.

Функция Грина, отвечающая элементарной нагрузке

$$f(r, t) = \frac{\delta(r - r_0)}{r} \delta(t - t_0),$$

выражается следующим рядом:

$$G(r, r_0, t, t_0) = 2c^2 \sum_{k=1}^n \frac{J_0\left(\frac{\alpha_{0k}r}{R}\right)}{\Omega(k)(J'_0(\alpha_{0m}))^2} J_0\left(\frac{\alpha_{0m}r_0}{R}\right) \times \sin(\Omega(k)(t - t_0)).$$

Тогда решение нашей задачи (1)–(3) может быть записано в следующем виде:

$$u(r, t) = \int_0^t \int_0^R r_0 G(r, r_0, t, t_0) f(r_0, t_0) dr_0 dt_0.$$

Для последующего анализа будут рассмотрены три различных сценария воздействия на мембрану: постоянного, импульсного и комбинированного нагружения. Для каждого случая при помощи критерия инкубационного времени мы построим графики зависимости пороговой амплитуды разрушающей нагрузки от частоты внешнего фонового поля при разных относительных интенсивностях вибрационного поля.

2. Для поиска пороговой амплитуды мы будем использовать критерий инкубационного времени

$$\min_{t \in [0, t_c]} \frac{1}{\tau} \int_{t-\tau}^t u(0, \eta) d\eta = u_c,$$

где t_c — время, которое зависит от амплитуды нагрузки и свойств клеевого слоя и мембраны, $[0, t_c]$ — промежуток времени, на котором мы будем рассматривать поведение решения.

Такой интегральный критерий эффективно использовался для описания различных динамических задач механики разрушения [9]. Постоянная τ , имеющая размерность по времени, входит в этот критерий и называется временем инкубации. Этот параметр отражает структурные свойства системы.

Из этого критерия можно определить критическое значение амплитуды P_{crit} , однако для удобства вместо него мы введем \tilde{P}_{crit} :

$$\tilde{P}_{crit} = \frac{2c^2}{R^2} P_{crit}.$$

3. Рассмотрим внешнее воздействие в виде внезапно приложенной сосредоточенной силы и фонового вибрационного поля

$$f(r, t) = P \left(H(t) \frac{\partial(r)}{R^2 r} + \gamma \sin(\nu t) \right),$$

где P — амплитуда нагрузки, $\delta(r)$ — функция Дирака, $H(t)$ — функция Хевисайда, γ — относительная интенсивность фонового вибрационного поля и ν — частота фонового поля.

Решение при такой нагрузке будет выглядеть так

$$u(0, t) = 2Pc^2 \sum_{k=1}^n \frac{1}{\Omega(k)(J'_0(\alpha_{0m}))^2} \left[\frac{1 - \cos(\Omega(k)t)}{R^2\Omega(k)} + \frac{\gamma R^2 J_1(\alpha_{0k}) w(\Omega(k), \nu, t)}{\alpha_{0k}} \right],$$

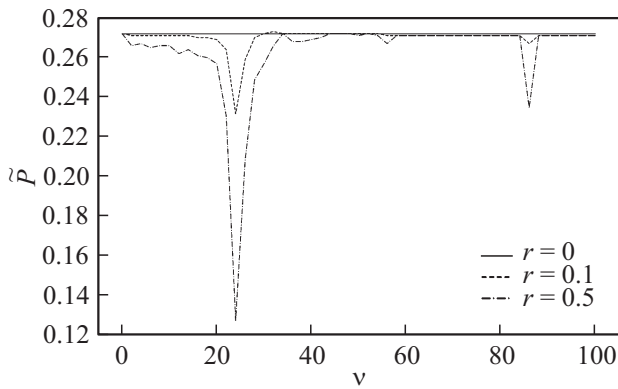


Рис. 1. Зависимость амплитуды внешнего воздействия P от частоты внешнего поля ν при разных интенсивностях внешних полей γ при постоянном со временем ступенчатом воздействии.

где J_1 — функция Бесселя 1-го порядка, а $w(\Omega(k), \nu)$:

$$w(\Omega(k), \nu, t) = \begin{cases} \frac{\Omega(k) \sin(\nu t) - \nu \sin(\Omega(k)t)}{\Omega(k)^2 - \nu^2}, & \nu \neq \Omega(k), \\ \frac{\sin(\nu t)}{\nu} - t \cos(\nu t), & \nu = \Omega(k). \end{cases}$$

График зависимости пороговой разрушающей амплитуды P от частоты фонового поля ν при его различных интенсивностях γ приведен на рис. 1.

Из графика видно, что при достижении некоторой частоты амплитуда нагрузки, необходимой для отрыва мембраны, уменьшается в 5–6 раз. Это показывает: внешнее поле, даже не значительной интенсивностью может оказывать существенное влияние на предельные характеристики разрушения плоского адгезионного слоя.

4. Рассмотрим внешнее импульсное воздействие в виде внезапно приложенной сосредоточенной силы, действующей в течении кратковременного интервала T и фонового вибрационного поля:

$$f(r, t) = P \left((H(t) - H(t - T)) \frac{\delta(r)}{R^2 \tau} + \gamma \sin(\nu t) \right),$$

где T — время приложения внешней силы к центру мембраны [с].

В этом случае решение исходной задачи (1)–(3) будет выглядеть следующим образом:

$$u(0, t) = 2Pc^2 \sum_{k=1}^n \frac{1}{\Omega(k)(J'_0(\alpha_{0m}))^2} \times \left[\frac{1 - \cos(\Omega(k)t) - 1 - \cos(\Omega(k)(t - T))}{R^2 \Omega(k)} + \frac{\gamma R^2 J_1(\alpha_{0k}) w(\Omega(k), \nu, t)}{\alpha_{0k}} \right],$$

где J_1 — функция Бесселя 1-го порядка.

Построим зависимость критической амплитуды импульса от его длительности для частоты фонового поля $\nu = \frac{\Omega(1) + \Omega(2)}{2}$ (рис. 2).

Из графика видно, что при расчётных параметрах значение амплитуды нагрузки уменьшается с ростом длительности импульса. Однако при значениях $T > 0.1$ величина минимальной критической амплитуды практически не изменяется.

Построим графики зависимости пороговой амплитуды разрушающей нагрузки P от ν при разных значениях относительной интенсивности фоновых вибраций γ . Первый график при $T_1 = \frac{\tau}{3}$, $\tau = 0.2$ (рис. 3), второй график при $T_2 = \frac{\tau}{100}$ (рис. 4). Графики отличаются тем, что в первом случае внешняя сила прикладывается более длительное время, нежели во втором случае. $T_1 \gg T_2$.

На обоих графиках видно, что при некоторой частоте сильно падает амплитуда нагрузки. Причем она падает до одинаковой величины, что является интересным фактом, так как амплитуда силы, необходимая для отрыва мембраны в случае отсутствия фонового поля (при $\gamma = 0$) при длительности импульса $T = 0.66s$, в 3 раза меньше, чем при $T = 0.002s$.

На рис. 4 можно заметить не только падение амплитуды внешнего воздействия, но и ее увеличение. Из этого

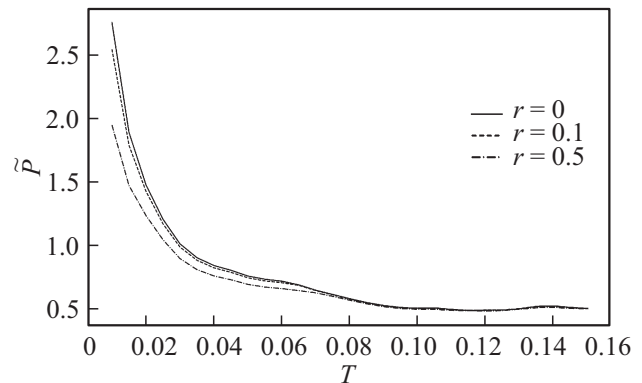


Рис. 2. Зависимость амплитуды внешнего воздействия P от длительности импульса T при разных интенсивностях внешних полей γ при импульсной нагрузке.

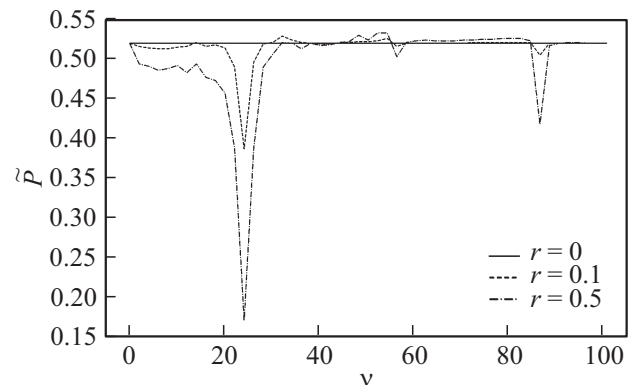


Рис. 3. Зависимость амплитуды внешнего воздействия P от частоты внешнего поля ν при разных интенсивностях внешних полей γ и длительности приложения импульса $T = 0.66$ s при импульсной нагрузке.

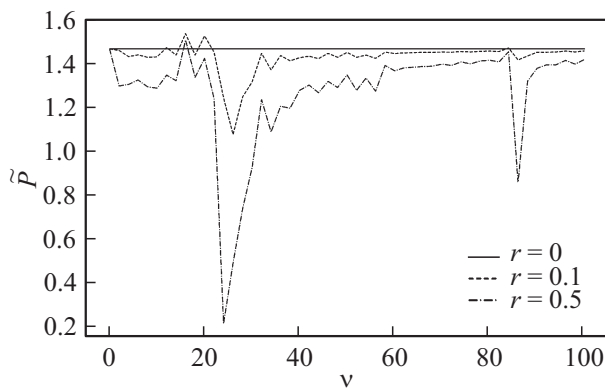


Рис. 4. Зависимость амплитуды внешнего воздействия P от частоты внешнего поля ν при разных интенсивностях внешних полей γ и длительности приложения импульса $T = 0.002$ s при импульсной нагрузке.

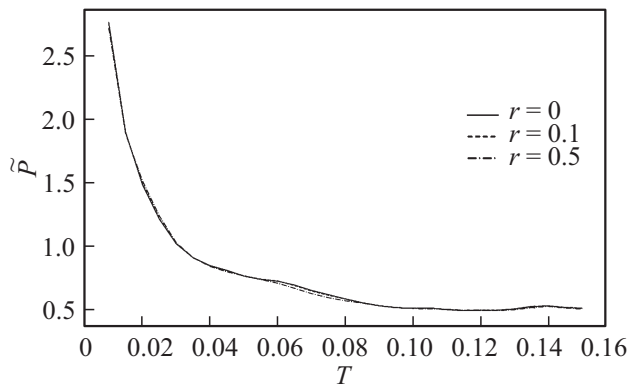


Рис. 5. Зависимость амплитуды внешнего воздействия P от длительности импульса T при разных интенсивностях внешних полей γ при импульсной нагрузке с вибрационным воздействием конечной длительности.

следует, что внешние фоновые поля могут улучшать прочностные характеристики адгезионного слоя.

5. Рассмотрим случай, когда внешнее поле включается и выключается вместе с основным импульсом

$$f(r, t) = P \left(H(t) - H(t - T) \left(\frac{\delta(r)}{R^2 r} + \gamma \sin(\nu t) \right) \right).$$

Решение исходной задачи (1)–(3) при такой нагрузке представляется в виде ряда

$$u(0, t) = 2Pc^2 \sum_{k=1}^n \frac{1}{\Omega(k)(J'_0(\alpha_{0m}))^2} \times \left[\frac{1 - \cos(\Omega(k)t) - 1 - \cos(\Omega(k)(t - T))}{R^2 \Omega(k)} + \frac{\gamma R^2 J_1(\alpha_{0k}) w_1(\Omega(k), \nu, t, T)}{\alpha_{0k}} \right],$$

где J_1 — функция Бесселя 1-го порядка, а $w_1(\Omega(k), \nu, t, T)$ структура похожа на $w(\Omega(k), \nu, t)$, только еще зависит от длительности импульса.

Построим зависимость пороговой амплитуды нагрузки P от длительности импульса T . Для этого положим, что $\nu = \frac{\Omega(1) + \Omega(2)}{2}$ (рис. 5).

Так же как и в случае импульсной нагрузки, видно, что чем больше длина импульса, тем меньше получается амплитуда нагрузки, но при превышении значения $T = 0.1$ величина пороговой амплитуды разрушающей нагрузки не уменьшается.

Построим графики зависимости амплитуды нагрузки P от ν при разных γ . Первый график при $T_1 = \frac{\tau}{3}$, $\tau = 0.2$ (рис. 6), второй график при $T_2 = \frac{\tau}{100}$ (рис. 7). Графики, как и в прошлом случае, отличаются тем, что в первом случае внешняя сила прикладывается более длительное время, нежели во втором случае. $T_1 \gg T_2$.

Так же как и при постоянно действующем внешнем вибрационном поле, пороговая амплитуда разрушающего импульса значительно снижается при некоторых частотах. Причем она падает до одинаковой величины, что является интересным фактом, так как амплитуда

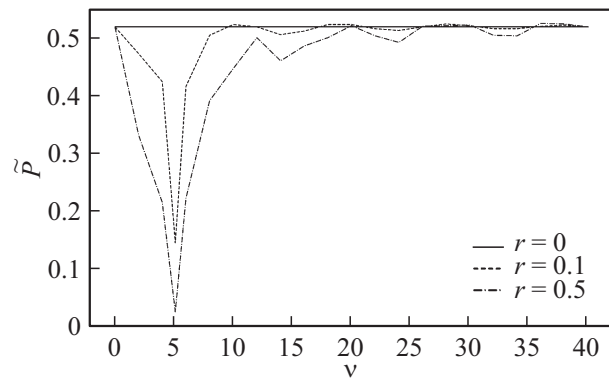


Рис. 6. Зависимость амплитуды внешнего воздействия P от частоты внешнего поля ν при разных интенсивностях внешних полей γ и длительности приложения импульса $T = 0.66$ s при импульсной нагрузке с вибрационным воздействием конечной длительности.

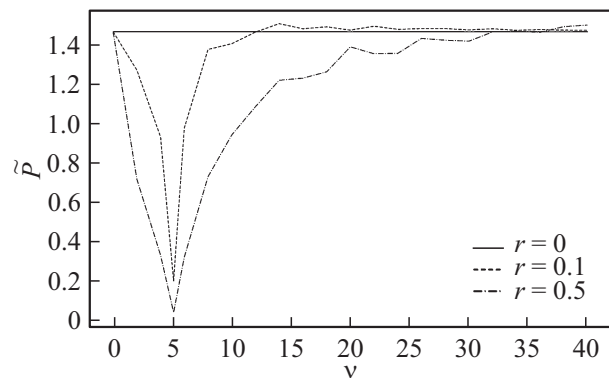


Рис. 7. Зависимость амплитуды внешнего воздействия P от частоты внешнего поля ν при разных интенсивностях внешних полей γ и длительности приложения импульса $T = 0.002$ s при импульсной нагрузке с вибрационным воздействием конечной длительности.

силы, необходимая для отрыва мембраны в отсутствии фонового поля (при $\gamma = 0$) при длительности импульса $T = 0,66$ s, в 4 раза меньше, чем при $T = 0,002$ s.

Заключение

Рассматривая задачу с точки зрения прочностных характеристик механической системы, было аналитически показано, что даже при малых интенсивностях внешнего колебательного поля можно эффективно влиять на предельные характеристики деляминации адгезионной зоны, в частности, значительно уменьшать пороговую амплитуду нагрузки, необходимой для разрушения зоны сцепления. Полученные результаты показывают, что фоновые периодические поля можно использовать в качестве управляющего фактора над адгезионным соединением. Использование критерия инкубационного времени позволило установить связь между величиной критических частот фоновых колебаний, для которых наблюдается наибольшее снижение пороговых разрушающих воздействий с волновыми и динамическими прочностными параметрами среды. Также стоит отметить, что существуют определенные соотношения между длительностью основного импульса воздействия и частотой фонового вибрационного поля, при которых добавление внешних колебаний может привести и к незначительному росту пороговой разрушающей амплитуды.

Финансирование работы

Работа выполнена при поддержке РФФИ (18-51-80008 BRICS, 17-01-0061 а). Результаты пп. 2–4 были получены Г.А. Волковым при поддержке Российского научного фонда (РНФ 17-11-01053).

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] *Mastrangelo C., Hsu C.* A simple experimental technique for the measurement of the work of adhesion of microstructures Solid-State Sensor and Actuator Workshop, 1992. The 5th Technical Digest., IEEE. 1992. P. 208–212.
- [2] *Zhang Y., Zhao Y.-P.* // *Microsyst. Technol.* 2015. Vol. 21. P. 919–929.
- [3] *Zhao Y.-P., Wang L., Yu T.* // *J. Adhes. Sci. Technol.* 2003. Vol. 17. P. 519–546.
- [4] *Lee H., Lee B.P., Messersmith P.B.* // *Nature.* 2007. Vol. 448. P. 338–341.
- [5] *Gorbushin N.A., Petrov Yu.V.* // *Dokl. Phys.* 2016. Vol. 61. N 8. P. 384.
- [6] *Gorbushin N.A., Granichin N.O., Logachev A.N., Petrov Y.V., Volkov G.A.* // *Mater. Phys. Mechanics.* 2018. Vol. 36. P. 114–120.
- [7] *Petrov Y.V.* // *Dokl. Akad. Nauk USSR.* 1991. Vol. 321. N 1. P. 66–68.

- [8] *Petrov Y.V., Utkin A.A.* // *Mater. Science.* 1989. Vol. 25. N 2. P. 153–156.
- [9] *Petrov Yu.V.* // *Doklady Phys.* 2004. Vol. 49. N 4. P. 246–249.