

05,13

Динамические перестройки трехмерной топологической структуры движущейся доменной границы в магнитной пленке при наличии случайных возмущений

© В.В. Зверев^{1,2}, Е.Ж. Байкенов¹, И.М. Изможеров^{1,2}

¹ Уральский федеральный университет, Екатеринбург, Россия

² Институт физики металлов УрО РАН, Екатеринбург, Россия

E-mail: vzvzerev49@gmail.com

Поступила в Редакцию 6 августа 2018 г.

В окончательной редакции 26 июня 2019 г.

Принята к публикации 29 июня 2019 г.

С помощью трехмерного микромагнитного моделирования изучены динамические процессы в доменной границе, движущейся под действием постоянного магнитного поля в магнитно-мягкой магнитно-одноосной пленке с плоскостной анизотропией. Показано, что общая картина динамики топологических перестроек, происходящих в ДГ, может значительно меняться при введении возмущающих факторов, зависящих случайным образом от координат или от времени (пространственно-неоднородной анизотропии; магнитного поля, флуктуирующего во времени). При этом характерные конфигурации векторного поля намагниченности вблизи кривовнутрипленочных вихрей и сингулярных (блоховских) точек сохраняют свой вид. Найдены зависимости энергий и смещений ДГ от времени для широкого диапазона значений толщины пленки, температуры и величины магнитного поля. При анализе конфигураций намагниченности используются методы визуализации, основанные на расчете значений топологических зарядов двух типов.

Ключевые слова: магнитные пленки, микромагнетизм, доменные стенки.

DOI: 10.21883/FTT.2019.11.48410.226

1. Введение

Задача создания магнитных материалов с заданными свойствами требует глубокого изучения процессов формирования и трансформации доменной структуры, включая вопросы динамики доменных границ (ДГ). Широкое изучение различных нелинейных режимов движения ДГ стало возможным благодаря использованию компьютеров. Принципиально важный результат для одномерной модели ДГ был получен в работе Шрайера и Уокера [1]: с помощью численного метода решения уравнений движения было показано, что при наложении постоянного и однородного внешнего магнитного поля величиной $H = |\mathbf{H}|$ скорость установившегося движения ДГ постоянна при $H < H_c$ и осциллирует при $H > H_c$, где H_c — некоторое пороговое значение поля. С физической точки зрения, мы наблюдаем здесь возникновение прецессии намагниченности вследствие нарушения условия баланса вращающего момента. Обнаруженное пороговое поведение можно также интерпретировать как бифуркацию рождения предельного цикла в нелинейной системе.

В конце прошлого века, благодаря росту производительности компьютеров, появилась возможность численного моделирования статических и динамических конфигураций намагниченности в магнитных пленках в рамках двумерной модели ДГ. Было установлено [2–4], что

возможной статической конфигурацией является *асимметричная одновихревая блоховская (С-образная)* ДГ, содержащая вихревую структуру с осью вихря, параллельной границам пленки. В этом случае можно считать, что распределение намагниченности при смещении вдоль ДГ остается неизменным, и не принимать во внимание зависимость намагниченности от одной из координат. Двумерное численное моделирование позволило показать [5–12], что возникающая при наложении магнитного поля сложная нелинейная динамика может иметь характер последовательности трансформаций, при которых меняется число вихрей в поперечном сечении ДГ. В [13] было отмечено, что магнитные вихри являются топологическими объектами, так что изменение их числа можно назвать топологической перестройкой.

Значительный прогресс в понимании динамики локализованных магнитных структур был достигнут благодаря изучению процесса перемагничивания ферромагнитных наноразмерных цилиндров с плоскими основаниями (нанодисков). В работах [14–18] было показано, что если радиус и толщина диска превышают некоторые пороговые значения, минимизация энергии приводит не к однодоменному состоянию, а к конфигурации с одиночным вихрем, ось которого совпадает с осью диска. Гипотетическая возможность создания устройств памяти, в которых запись бита информации физически реализуется как изменение знака проекции вектора

намагниченности на ось диска в окрестности центра (кóре [core]) вихря на противоположное, явилась причиной интереса к поведению вихрей в нанодисках. Другое интересное направление — создание наноосцилляторов, в которых колебания магнитных вихрей возбуждаются спин-поляризованным током [19,20]. В [21] с помощью микромагнитного моделирования было установлено, что возможен сценарий перемагничивания достаточно толстого диска постоянным магнитным полем, в соответствии с которым на одном из оснований цилиндра рождается сингулярная (блоховская) точка (СТ) [22], далее перемещающаяся вдоль оси вихря и исчезающая на противоположном основании. Этот результат означает, в частности, что процесс перемагничивания является существенно трехмерным. Численное моделирование динамики перемагничивания, инициированного импульсным или осциллирующим магнитным полем, направленным вдоль оснований цилиндра, показало, что в этом случае происходит рождение дополнительной пары вихрь-антивихрь, с последующей аннигиляцией антивихря из этой пары и вихря из исходной конфигурации [23–27]. Процесс рождения (аннигиляции) протяженных вихря и антивихря начинается с разбегания (слияния) поверхностных вихря и антивихря на одном из оснований цилиндра и, после изменения конфигурации намагниченности внутри диска, завершается аналогичным образом на противоположном основании. В работе [28] было отмечено, что если направления векторов намагниченности в корах рождающихся (аннигилирующих) вихря и антивихря противоположны, процесс топологической перестройки намагниченности сопровождается рождением СТ на одном основании и ее исчезновением, после пересечения диска, на другом основании. При этом появление и исчезновение СТ сопровождается интенсивным излучением спиновых волн. В альтернативном случае, когда векторы намагниченности в корах вихря и антивихря сонаправлены, СТ не возникает. Моделирование динамики намагниченности при большом числе вихрей в начальном состоянии [29] делает более понятной общую картину релаксации такого состояния, когда вихри и антивихри, объединяясь в пары, последовательно аннигилируют. В недавних работах [30–32] было отмечено, что только трехмерное микромагнитное моделирование позволяет получить верную картину динамики намагниченности в нанодиске. Такой подход [31], с учетом возбуждения спин-волновых мод диска [32], обеспечивает хорошее согласие между численными и экспериментальными результатами.

Трехмерное моделирование динамики ДГ, разделяющей домены, в которых намагниченность лежит в плоскости пленки, показало [33], что двумерные конфигурации, рассмотренные в работах [5–12], при достаточно больших значениях приложенного магнитного поля теряют устойчивость. Это проявляется в том, что в процессе движения ДГ фазы прецессионных колебаний намагниченности в областях, расположенных вдоль ДГ и

находящихся вблизи поверхности пленки, рассинхронизируются. Далее происходят множественные рождения и аннигиляции пар вихрь-антивихрь, в некоторых случаях сопровождающиеся появлением и исчезновением СТ. В [33] дана полная классификация допустимых процессов, удовлетворяющих условиям сохранения топологических зарядов двух типов. Процессы в нанодисках [19–21,23–32] входят в эту классификацию как частные случаи. Существенно трехмерный характер динамических топологических перестроек вихревых структур подтверждается визуализацией мгновенных конфигураций, образуемых вихрями [30,34]. При этом геометрическими объектами, пригодными для визуализации, являются множества точек, в которых расположены центры вихрей (антивихрей), лежащих в различных сечениях образца параллельными плоскостями, принадлежащими некоторому семейству. Далее в настоящей работе мы будем называть такие множества *линиями кóров* (ЛК) вихрей. Отметим, что двумерная модель [5–12] позволяет рассматривать только продольные вихри с ЛК, лежащими в плоскости пленки. В рамках трехмерной модели [33,34] продольные вихри, в сочетании с выходящими на границы пленки поперечными вихрями, аналогичными вихрям в нанодисках, образуют единую вихревую структуру.

Помещенная в магнитное поле магнитная пленка с системой доменов, разделенных ДГ, является открытой диссипативной системой. В этой системе имеется приток энергии, связанный с ростом доменов, намагниченных вдоль поля, за счет уменьшения доменов с противоположной ориентацией намагниченности. Характерной особенностью таких систем является появление диссипативных структур, движение которых является нерегулярным и неустойчивым (турбулентным) [35]. Движущуюся ДГ, демонстрирующую сложную динамику внутренних топологических перестроек, можно, по-видимому, считать примером диссипативной структуры.

В настоящей работе проводится компьютерное моделирование движения ДГ при наличии случайных возмущений. Мы ограничиваемся случаем пленок с продольной анизотропией, отмечая сходство возникающих топологических структур с теми, что наблюдаются в нанодисках. Сравниваются результаты, полученные в отсутствие возмущений; при введении малых, случайно распределенных в пространстве, добавок к параметрам анизотропии; при введении магнитного поля, имитирующего термические флуктуации. Основное внимание уделяется флуктуациям последнего типа. Метод учета температурных эффектов, основанный на введении дополнительного поля, случайным образом зависящего от времени, был предложен Брауном [36]; его реализация в численных процедурах рассматривалась в работе [37]. Мы будем использовать пакет программ для микромагнитного моделирования [38], позволяющий моделировать динамику при заданной температуре.

2. Постановка задачи и методы расчета

В качестве расчетной области был выбран фрагмент магнитно-одноосной пленки, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда с размерами $L_x \times L_y \times L_z$ (рис. 1, а), где ось Z направлена вдоль оси легкого намагничивания (ОЛН), лежащей в плоскости пленки, а ось Y перпендикулярна границам пленки. В этом случае L_x — расстояние между доменами, $L_y = d$ — толщина пленки, а L_z — длина фрагмента пленки в направлении ОЛН.

Микромагнитное моделирование динамики поля намагниченности \mathbf{M} , подчиняющегося условию $|\mathbf{M}| = M_s$, где M_s — намагниченность насыщения, выполнялось путем решения уравнения Ландау–Лифшица–Гильберта

$$\frac{d\mathbf{m}}{dt} = -|\gamma|[\mathbf{m} \times \mathbf{H}_{\text{eff}}] + \alpha \left[\mathbf{m} \times \frac{d\mathbf{m}}{dt} \right] \quad (1)$$

для нормированного поля $\mathbf{m} = \mathbf{M}/M_s$. В правой части этого уравнения γ — гиромангнитное отношение, α — параметр затухания Гильберта. Эффективное магнитное поле $\mathbf{H}_{\text{eff}} = \mathbf{H}_e + \mathbf{H}_a + \mathbf{H}^{(m)} + \mathbf{H}$, равное вариационной производной полной энергии по \mathbf{M} , включает поле обменного взаимодействия $\mathbf{H}_e = 2AM_s^{-1}\Delta\mathbf{m}$, поле анизотропии $\mathbf{H}_a = 2KM_s^{-1}\mathbf{k}(\mathbf{k}\mathbf{m})$, постоянное однородное внешнее поле $\mathbf{H} = k\mathbf{H}$ и магнитостатическое поле $\mathbf{H}^{(m)}$. Граничные условия

$$\mathbf{m}|_{x=0} = \mathbf{k}, \quad \mathbf{m}|_{x=L_x} = -\mathbf{k},$$

где \mathbf{k} — орт оси Z , указывают направления намагниченности в доменах, разделенных ДГ. Их дополняют периодические граничные условия в направлении ОЛН

$$\mathbf{m}|_{z=0} = \mathbf{m}|_{z=L_z}, \quad (2)$$

введение которых дает возможность не рассматривать эффекты, связанные с обрыванием намагниченности на соответствующих границах образца. На границах $y = 0$ и $y = L_y$ выполняется условие отсутствия закрепления намагниченности $\partial\mathbf{m}/\partial y = 0$ [2]. Поле $\mathbf{H}^{(m)}$ является решением стандартных уравнений магнитостатики и выражается через намагниченность пленки. Для выполнения условия периодичности (2) при вычислении $\mathbf{H}^{(m)}$ суммировались вклады от пяти повторений расчетной области в положительном и отрицательном направлениях оси Z .

Моделирование динамики намагниченности проводилось с помощью пакета `mtax3` [38,39], позволяющего получить высокую скорость вычислений за счет распараллеливания алгоритмов на графическом процессоре. На расчетную область с размерами $L_x = 400$ nm, $L_y = 12.5$ – 100 nm, $L_z = 800$ nm накладывалась трехмерная ортогональная сетка, состоящая из кубических ячеек со стороной куба $\delta = 3.125$ nm. Уравнение движения (1) решалось методом Хьюна с фиксированным

шагом по времени, позволяющим моделировать влияние термических флуктуаций. Материальным константам, определяющим члены в правой части (1), были присвоены значения $A = 1.3 \cdot 10^{-11}$ J/m, $K = 10^2$ J/m³, $M_s = 8.6 \cdot 10^5$ A/m, $\alpha = 0.02$, которые характерны для стандартного пермаллоя Ni₈₁Fe₁₉ с низким коэффициентом магнитострикции [23–25] (данные для этого сплава приводятся в литературе с некоторым разбросом). Обменная длина [40] равна $l_{\text{ex}} = \sqrt{A/2\pi M_s^2} = 5.3$ nm.

При выбранных размерах образца домены, создающие магнитостатическое поле $\mathbf{H}^{(m)}$ в области ДГ, занимают не менее 75% объема рабочей области (эта величина минимальна в пленке с наибольшей толщиной). Чтобы оценить степень зависимости $\mathbf{H}^{(m)}$ от размера доменов и числа повторений рабочей области вдоль оси Z , для фрагмента ДГ в пленке толщиной 100 nm мы рассчитали модули векторов магнитостатического поля: (i) $H^{(m)}$ при указанных выше значениях параметров; (ii) $H_1^{(m)}$ для образца увеличенного размера ($L_x = 3.2 \cdot 10^3$ nm), в котором домены занимают $\sim 97\%$ объема; (iii) $H_2^{(m)}$ для случая повторения рабочей области 100 раз. Были найдены значения относительных изменений $\xi_s = |1 - H_s^{(m)}/H^{(m)}|$, $s = 1, 2$ в узлах сетки, которые попадают в квадрат G , лежащий в сечении ДГ плоскостью $z = 0$, имеющий центр в точке $x = \frac{1}{2}L_x$, $y = 50$ nm и размеры 100×100 nm. Рассчитанные численно максимальные и усредненные (по G) значения относительных изменений являются малыми величинами: $\max_G \xi_1 = 6 \cdot 10^{-3}$, $\max_G \xi_2 = 3 \cdot 10^{-2}$, $\langle \xi_1 \rangle_G = 10^{-3}$, $\langle \xi_2 \rangle_G = 4 \cdot 10^{-3}$. Выбранный диапазон толщин L_y интересен тем, что соответствует переходу от пленок, в которых минимуму энергии соответствует фактически двумерная ДГ „с перетяжками“ (cross-tie), к пленкам, в которых в результате минимизации энергии получается существенно трехмерная C -образная ДГ. Выбирая эти конфигурации как начальные состояния, мы получаем возможность проанализировать соответствующие различия в динамике. Длина образца L_z вдоль ДГ достаточно велика для того, чтобы наблюдать сложные процессы динамических перестроек. Увеличению L_z препятствует ограниченность объема памяти графического процессора.

Был использован специальный алгоритм, позволяющий расчетной области „следовать“ за движущейся ДГ. Поскольку в доменах векторы намагниченности \mathbf{m} параллельны оси Z и имеют противоположные направления, при определенном расположении ДГ сумма m_z по всем ячейкам равна нулю. При движении ДГ это условие нарушается; для его восстановления данные о намагниченности смещаются на сетке в направлении от одного домена к другому (в нашем случае — вдоль оси X). При этом данные из слоя ячеек со стороны одного домена опускаются, а с противоположной стороны — добавляются. Данные о том, в какой момент времени и на сколько шагов было смещено распределение значений \mathbf{m} вдоль оси X , позволяют найти координату и скорость ДГ как функции времени. Частота

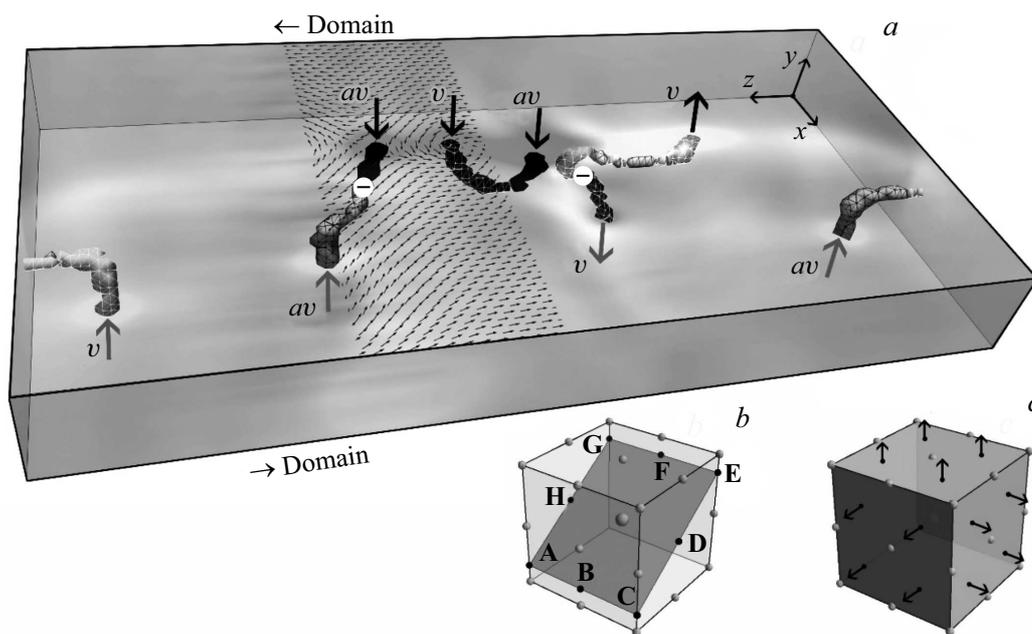


Рис. 1. Геометрия задачи и „моментальный снимок“ вихревой конфигурации в расчетной области (a). Осевые линии светлых (темных) трубчатых поверхностей уровня совпадают с ЛК вихрей и антивихрей, у которых в области ко́ра проекция \mathbf{m} на ось Y положительна (отрицательна). Светлая (темная) сеть треугольников, нанесенная на поверхность уровня, соответствует вихревой (антивихревой) структуре. Замкнутая граница прямоугольного сечения (b) и поверхность куба (c) используются при расчете числа вращения и скирмионного числа. Белыми кружками со знаками „+“ отмечены положения СТ.

смещений определяется алгоритмом, обычно это один шаг на несколько шагов итерации. При расчете скорости необходимо производить усреднение по достаточно большому числу итераций.

Полагая, что сеточный метод корректно описывает конфигурации намагниченности, содержащие СТ, мы опираемся на результаты работы [21]. При моделировании динамики в качестве начальных условий выбирались конфигурации поля \mathbf{m} , стационарные при отсутствии внешнего магнитного поля.

Мы модифицировали метод нахождения положений ЛК вихревых структур, описанный в [33,34], сделав его локальным, что дало возможность получать более точные результаты при наличии термических флуктуаций. Обозначим \mathbf{O} произвольный внутренний узел сетки с координатами $k\delta, l\delta, m\delta$, где $1 < k < L_x/\delta, 1 < l < L_y/\delta$ и $1 < m < L_z/\delta$. Проведем через точку \mathbf{O} плоскость, имеющую нормальный вектор \mathbf{n} , которая пересекает ближайшие прямые, соединяющие узлы сетки и параллельные оси Y , в точках $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \dots, \mathbf{H}$ (рис. 1, b). Обозначим $\Gamma_{\mathbf{O}}$ прямоугольный замкнутый контур, получающийся при последовательном соединении точек $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \dots, \mathbf{H}$ отрезками. Найдем значения векторов поля \mathbf{m} в этих точках с помощью линейной интерполяции на основе значений в ближайших узлах; далее найдем проекции этих векторов на секущую плоскость: $\mathbf{m}_{\perp} = \mathbf{m} - \mathbf{n}(\mathbf{n}\mathbf{m})$. Модифицированный метод базируется на расчете для каждой точки \mathbf{O} числа вращения (топологического заряда первого типа) $J_{\mathbf{O}} = (2\pi)^{-1} \oint d\Phi$ [28,42], равного

числу полных оборотов, совершаемых вектором \mathbf{m}_{\perp} при обходе замкнутого контура $\Gamma_{\mathbf{O}}$ и принимающего различные целочисленные значения. Для конфигураций намагниченности, получающихся при моделировании, $J_{\mathbf{O}} = 0$ в случае отсутствия вихря; $J_{\mathbf{O}} = \pm 1$ при наличие вихря или антивихря. Значение $J_{\mathbf{O}}$ можно приближенно оценить суммой углов между соседними векторами \mathbf{m}_{\perp} , взятыми последовательно в восьми точках, лежащих на контуре $\Gamma_{\mathbf{O}}$:

$$J_{\mathbf{O}} \approx \Phi_{\mathbf{AB}} + \Phi_{\mathbf{BC}} + \dots + \Phi_{\mathbf{GH}} + \Phi_{\mathbf{HA}},$$

$$\sin \Phi_{rs} = |[\mathbf{m}_{\perp}^r \times \mathbf{m}_{\perp}^s]| / (|\mathbf{m}_{\perp}^r| |\mathbf{m}_{\perp}^s|),$$

где $(r, s) = (\mathbf{AB}), (\mathbf{BC}), \dots, (\mathbf{GH}), (\mathbf{HA})$. Степень точности вычисления будет при этом достаточной для визуализации ЛК вихревых структур, которая выполняется путем построения поверхностей уровня для распределения величин $J_{\mathbf{O}}$ на сетке. Если для отыскания чисел вращений используется единственное семейство параллельных плоскостей, изображения ЛК могут прерываться в областях, в которых ЛК расположены касательно или почти касательно к этим плоскостям. Для улучшения качества визуализации мы использовали секущие плоскости, отличающиеся угловыми положениями. Для каждой точки \mathbf{O} вначале рассчитывалось значение $J_{\mathbf{O}}$ для сечения с вектором \mathbf{n} , параллельным оси Y . Если в этом случае получалось $J_{\mathbf{O}} \sim 0$, расчет повторялся для сечений с \mathbf{n} , образующими с осью Y углы порядка 0.05 rad. Заметим, что на границах $y = 0$ и $y = L_y$ везде,

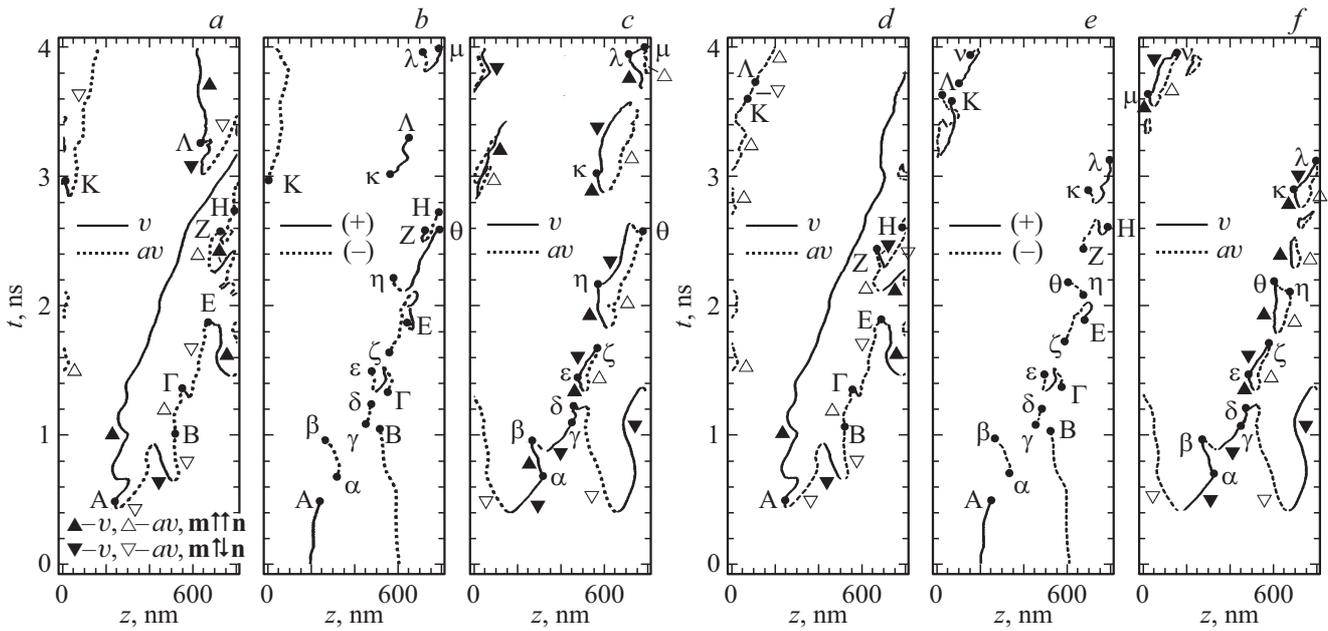


Рис. 2. Графики зависимостей от времени z -координат центров вихрей (v) и антивихрей (av) на верхней (a, d) и нижней (c, f) границах пленки, СТ внутри пленки (b, e). Начальная конфигурация намагниченности содержит две СТ; $d = 100 \text{ nm}$; $H = 100 \text{ Oe}$; $T = 0 \text{ K}$; поле анизотропии однородно ($a-c$) или имеет пространственно неоднородный разброс ориентаций оси анизотропии ($d-f$).

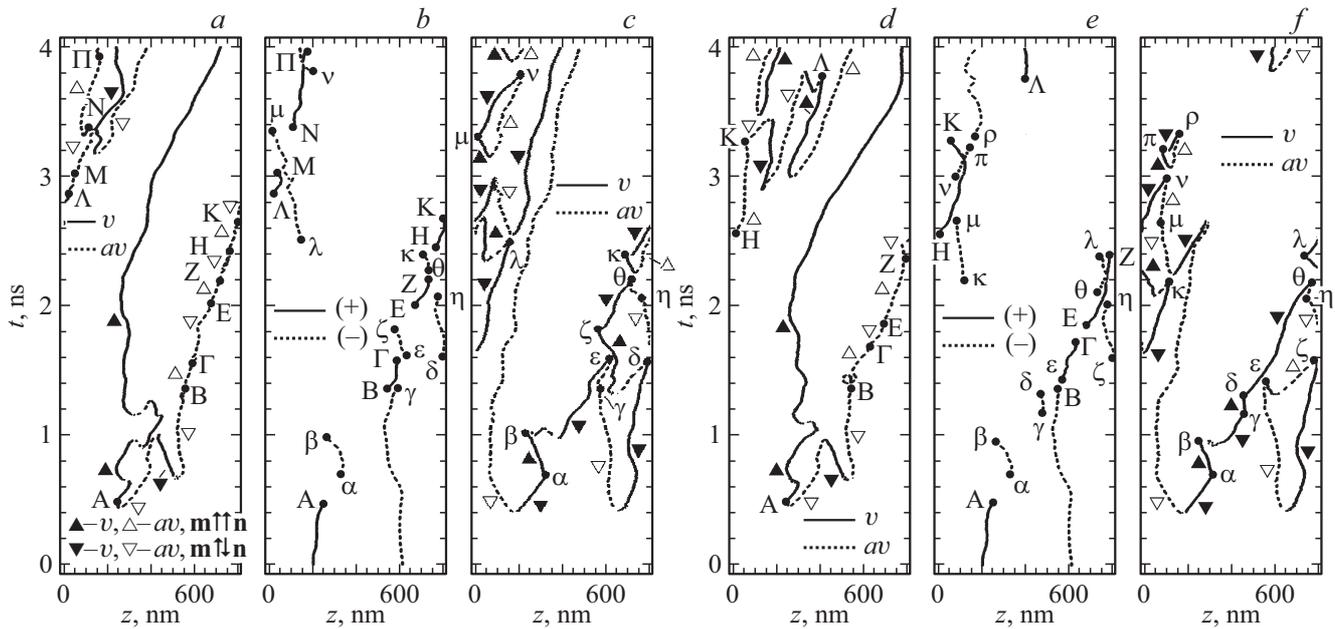


Рис. 3. Графики зависимостей от времени z -координат центров вихрей (v) и антивихрей (av) на верхней (a, d) и нижней (c, f) границах пленки, СТ внутри пленки (b, e). Начальная конфигурация намагниченности содержит две СТ; $d = 100 \text{ nm}$; $H = 100 \text{ Oe}$; поле анизотропии однородно; $T = 150 \text{ K}$ ($a-c$) или $T = 300 \text{ K}$ ($d-f$).

кроме областей ко́ра вихрей и антивихрей, $\mathbf{m}_\perp \approx \mathbf{m}$ (в динамике равенство нарушается также из-за генерации спиновых волн).

С целью нахождения положений СТ для каждой точки \mathbf{O} рассчитывалось значение скирмионного числа (топологического заряда второго типа) $\chi_{\mathbf{O}} = (4\pi)^{-1} \iint d\Omega$,

имеющего смысл степени отображения находящейся в координатном пространстве замкнутой поверхности $\Sigma_{\mathbf{O}}$, охватывающей точку \mathbf{O} , на сферу $\mathbf{m} = 1$. В качестве поверхностей $\Sigma_{\mathbf{O}}$ были взяты граничные поверхности кубов $2\delta \times 2\delta \times 2\delta$ с центрами в точках \mathbf{O} (рис. 1, c). Полагая, что $\mathbf{m}(\sin \theta \cos \Phi, \sin \theta \sin \Phi, \cos \theta)$, можно для

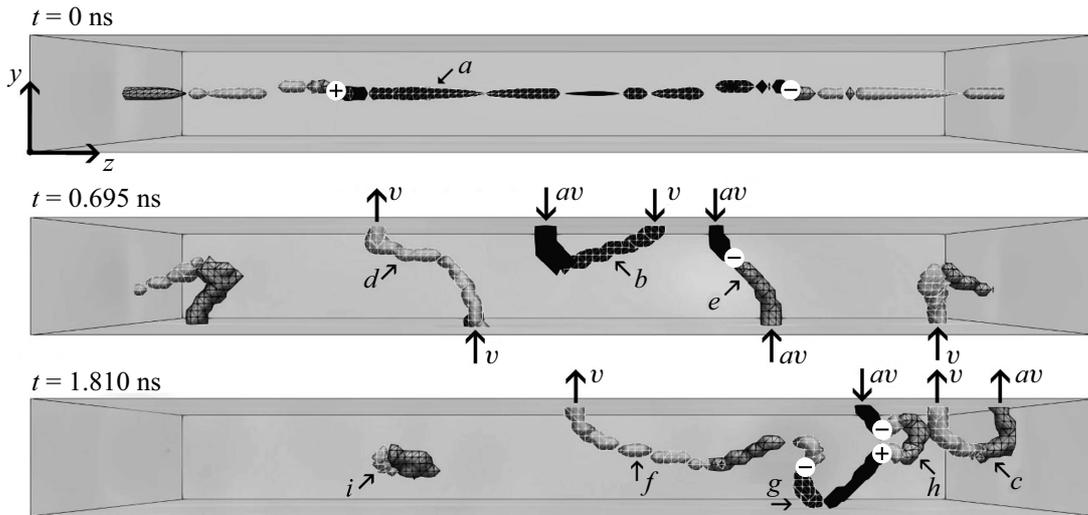


Рис. 4. „Моментальные снимки“ конфигураций ЛК и СТ для начального и двух последующих моментов времени. Параметры задачи такие же, как в случае рис. 2, *a–c*. Положения СТ, имеющих топологические заряды ± 1 , отмечены белыми кружками со знаками „ \pm “ внутри.

вычисления скирмионного числа использовать формулу

$$\chi_0 = \frac{1}{4\pi} \iint_{\Sigma_0} \mathbf{g} ds, \quad \mathbf{g} = \sin \theta \left[\frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{r}} \times \frac{\partial \theta}{\partial \mathbf{r}} \right],$$

включающую поверхностный интеграл от *плотности гиротропного вектора* \mathbf{g} [41–44]. Каждая из граней поверхности куба Σ_0 состоит из четырех квадратов $\delta \times \delta$. Если расчет χ_0 проводится только с целью определения пространственного положения СТ, оказывается достаточным оценить интеграл от \mathbf{g} произведением δ^2 и суммы проекций \mathbf{g} на нормали к Σ_0 , построенные в центрах квадратов $\delta \times \delta$ (рис. 1, *c*). Если СТ локализована вдали от точки \mathbf{O} , $\chi_0 \sim 0$; в противном случае $|\chi_0| \approx 1$ (равенство обычно не выполняется точно вследствие грубости численной оценки). Знак χ_0 является знаком топологического заряда СТ. Описанный выше метод отыскания положений СТ отличается от использованного в работах [33,34] и обеспечивает меньшую погрешность при наличии термических флуктуаций. Отметим, что скирмионное число χ_0 входит в семейство *гомотопических инвариантов*, вводимых в теории гомотопических классов отображений и называемых также степенями векторного поля на гиперповерхности [42]. Физический смысл векторного поля \mathbf{g} и величины χ_0 обсуждается в [41,43,44].

3. Результаты численного моделирования

Чтобы увидеть трехмерную внутреннюю динамику ДГ во всех подробностях, необходимо создать объемную анимацию высокого качества. Однако, преследуя цель дать общее описание возможных динамических

режимов, мы можем ограничиться анализом данных о движении поверхностных вихрей и СТ. Соответствующие графики для пленки толщиной $d = 100$ nm при различных значениях других параметров представлены на рис. 2 и 3.

На этих рисунках изображены графики временных зависимостей проекций центров вихрей (*a, c, d, f*) и СТ (*b, e*) на ось *Z*. Участки кривых, описывающих вихри и антивихри, в центрах которых векторы намагниченности \mathbf{m} ориентированы в том же (в противоположном) направлении относительно внешних нормалей \mathbf{n} к граничным поверхностям, помечены на графиках *a, c, d, f* треугольниками с горизонтальными основаниями, лежащими внизу (вверху). Черные треугольники и сплошные линии соответствуют вихрям, контурные треугольники и пунктирные линии — антивихрям.

На рис. 2 представлены результаты моделирования динамики при $T = 0$ K и при наличии однородной (*a, b, c*) и неоднородной (*d, e, f*) анизотропии; начальное распределение намагниченности содержит две СТ. Нарушение однородности достигается путем введения малых случайных пространственных вариаций направления оси анизотропии. Направления этой оси имеют различные значения в шестнадцати областях размером $L_x \times L_y \times \Delta L_z$, где $\Delta L_z = 50$ nm, расположенных последовательно вдоль оси *Z* и ДГ, при разбросе угловых положений оси ~ 0.01 rad относительно направления орта \mathbf{k} оси *Z*. Сравнивая графики, можно заметить, что различия в динамическом поведении появляются по прошествии 2 ns. В деталях картина движения ДГ меняется, однако общий характер динамики остается неизменным.

Сравнивая диаграммы для случаев $T = 0$ K (рис. 2, *a–c*), $T = 150$ K (рис. 3, *a–c*) и $T = 300$ K

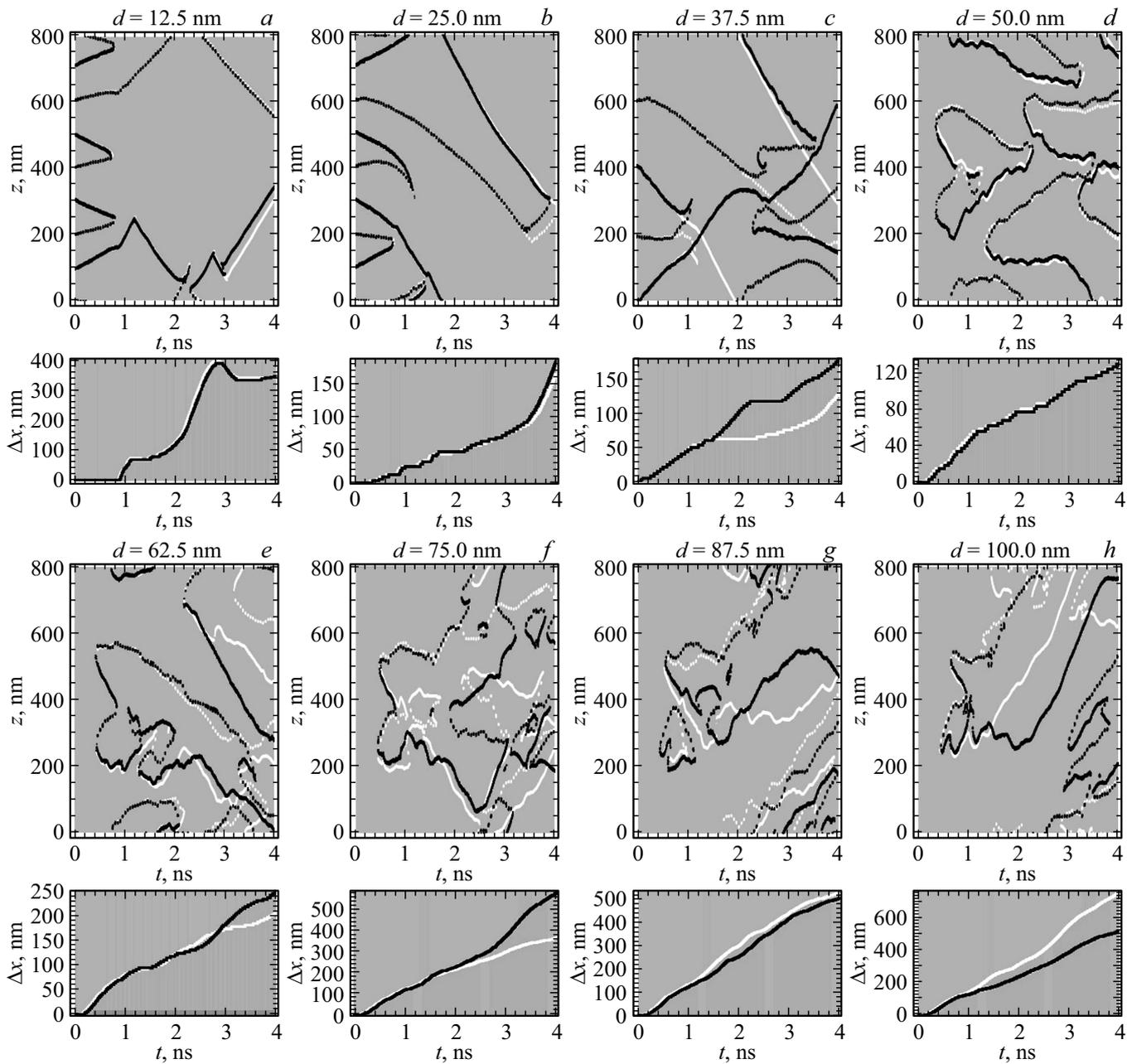


Рис. 5. Графики зависимостей от времени z -координат центров вихрей (сплошные кривые) и антивихрей (пунктирные кривые) на верхней границе пленки, а также смещений ДГ Δx , при различных значениях толщины пленки. Начальная конфигурация намагниченности имеет вид структуры cross-tie при $d = 12.5\text{--}37\text{ nm}$ и одновихревой ДГ при $d = 50\text{--}100\text{ nm}$, содержит две СТ при $d = 12.5\text{--}100\text{ nm}$. Белые кривые: $T = 0\text{ K}$; черные кривые: $T = 300\text{ K}$; значение поля: $H = 100\text{ Oe}$.

(рис. 3, $d\text{--}f$), можно заметить, что различия в конфигурациях траекторий вихрей (антивихрей) и СТ возникают уже в пределах первой наносекунды. В последних двух случаях на верхней границе пленки имеются длинные участки траекторий антивихрей, движение которых сопровождается рождением и исчезновением СТ. И в этом случае общая картина динамического поведения формируется на основе стандартных последовательностей элементарных событий. В частности, на каждой границе пленки рождаются

короткоживущие СТ, которые через $0.1\text{--}1\text{ ns}$ исчезают, выходя на ту же или на противоположную границу.

В работах [33,34] отмечалось, что стадии „медленного“ движения, в течение которых топологическая структура не меняется, прерываются „быстрыми“ процессами („событиями“) топологических перестроек. Мы используем здесь терминологию, позволяющую подчеркнуть схожесть этих процессов с релаксационными колебаниями в „быстро-медленных“ системах [45]. В обоих случаях можно наблюдать чередование „медленных“

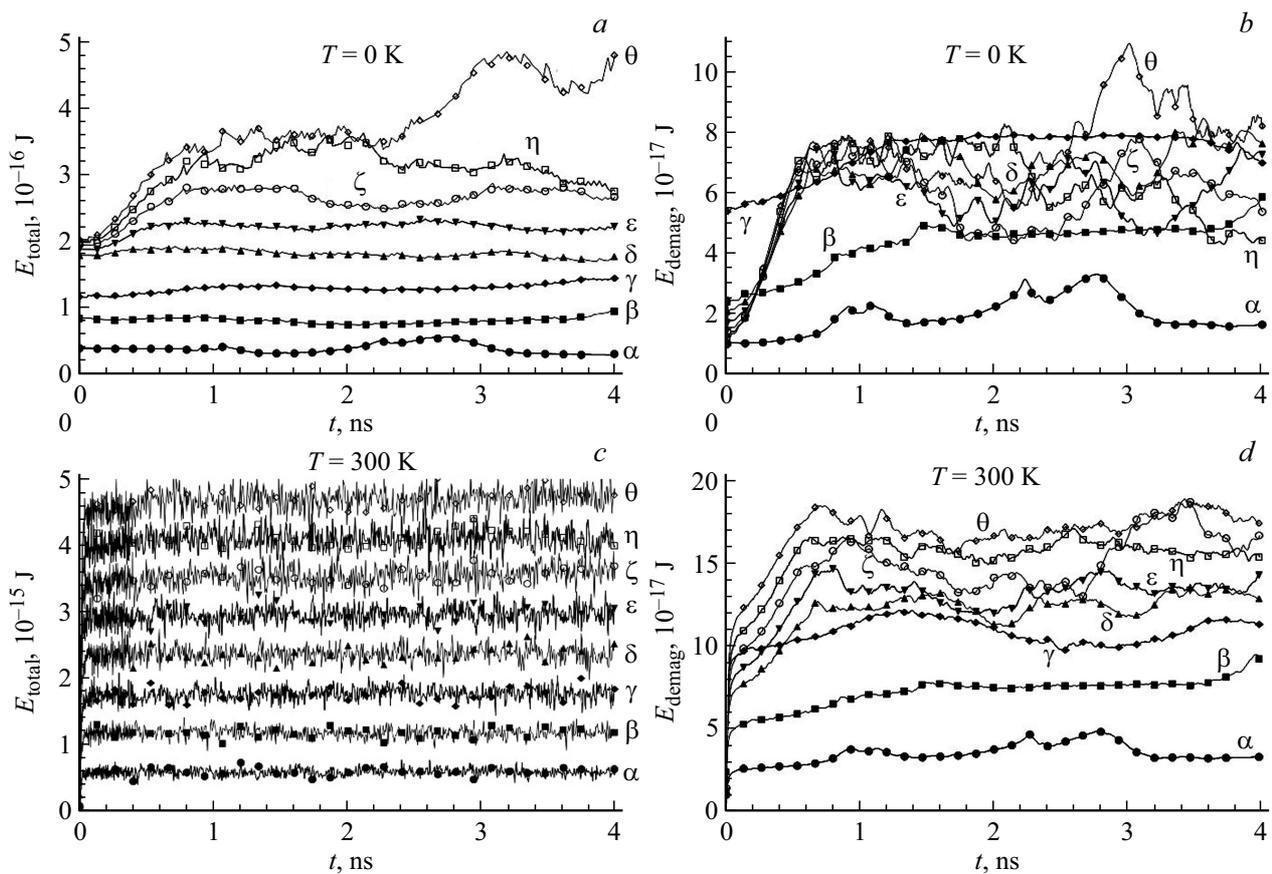


Рис. 6. Зависимости от времени полной E_{total} (a, c) и магнитостатической E_{demag} (b, d) энергии образца при значениях температуры $T = 0\text{ K}$ (a, b), $T = 300\text{ K}$ (c, d) и значении поля $H = 100\text{ Oe}$. Различные кривые соответствуют толщинам пленки $d = 12.5\text{ nm}$ (α); 25 nm (β); 37.5 nm (γ); 50 nm (δ); 62.5 nm (ϵ); 75 nm (ζ); 87.5 nm (η); 100 nm (θ).

и „быстрых“ стадий (стадий „дрейфа“ и „скачков“). В роли быстрых переменных у нас могут выступать величины J_0 и χ_0 . Оценки длительности „событий“ топологических перестроек дают значения $\sim 10\text{--}50\text{ ps}$, так что даже для достаточно толстых пленок ($d \sim 100\text{ nm}$), когда на границе образца за 4 ns происходит до 30 трансформаций поверхностных вихрей, эти „события“ хорошо разделены во времени. В тонких пленках топологические перестройки происходят внутри образца и на границах одновременно (для длительности процесса переворота намагниченности в центре вихря в пленке толщиной 20 nm в работе [48] дана оценка $\sim 12\text{ ps}$).

Некоторые трехмерные вихревые конфигурации, возникающие в различные моменты времени, изображены на рис. 4.

Начальная конфигурация намагниченности получена путем минимизации энергии образца в отсутствие магнитного поля и при специально подобранных начальных условиях. Она представляет собой два фрагмента C-образной ДГ [2,3], разделенных двумя СТ. Коры вихревых распределений намагниченности внутри ДГ (рис. 4, a) почти параллельны границам пленки; это условие нарушается в окрестностях СТ. При движении ДГ в постоянном магнитном поле структура с про-

дольными вихрями с течением времени разрушается. К „быстрым“ процессам, происходящим наиболее часто, относятся рождения и аннигиляции лежащих на границах пленки пар вихрь-антивихрь. В простейшем случае, при рождении вихря и антивихря с намагниченностями в корях, направленными в одну сторону, в теле пленки возникает дугообразная структура (рис. 4, b и c). Увеличиваясь в размере, дуга может соприкоснуться с противоположной границей пленки и разорваться, породив пару вихрь-антивихрь на этой поверхности. В результате возникают трехмерные вихри, „прорастающие“ с одной граничной поверхности на другую (рис. 4, d). Возможно рождение пары вихрь-антивихрь с противоположенными намагниченностями в корях. В этом случае дугообразная структура будет содержать СТ, которая может занимать на дуге любое положение. В частности, СТ может выйти на поверхность пленки; в этом случае намагниченность в центре поверхностного вихря (антивихря) поменяет направление. В результате разрыва дуги, содержащей СТ, может возникнуть вихрь, связывающий граничные поверхности и содержащий СТ (рис. 4, e). Могут происходить „быстрые“ процессы, не связанные с изменением конфигураций намагниченности на границах пленки. К примеру, в результате соприкос-

Типы „быстрых“ процессов, связанных с изменением конфигураций намагниченности на граничных поверхностях пленки

I. $\{2, 0\} \leftrightarrow \{0, 0\}$	II. $\{2, 0\} \leftrightarrow \{0, 1\}$	III. $\{1, 1\} \leftrightarrow \{1, 0\}$
$\blacktriangle + \triangle \leftrightarrow$ $\blacktriangledown + \triangledown \leftrightarrow$	$\blacktriangle + \nabla \leftrightarrow (+)$ $\blacktriangledown + \Delta \leftrightarrow (-)$	$\blacktriangle + (-) \leftrightarrow \blacktriangledown \quad \triangledown + (-) \leftrightarrow \Delta$ $\blacktriangledown + (+) \leftrightarrow \blacktriangle \quad \Delta + (+) \leftrightarrow \triangledown$
IV. $\{2, 1\} \leftrightarrow \{0, 0\}$		V. $\{0, 2\} \leftrightarrow \{0, 0\}$
$\blacktriangle + \nabla + (-) \leftrightarrow \quad \blacktriangledown + \Delta + (+) \leftrightarrow$		$(+) + (-) \leftrightarrow$

новения двух вихревых структур в теле пленки линии кóров разрываются и рождается пара СТ с противоположными значениями скирмионного числа (рис. 4, *h*). Вихревые образования могут иметь сложную структуру и содержать фрагменты с линиями кóров, идущими вдоль границ пленки (рис. 4, *f*). Приближение линии кóров к границе (рис. 4, *g*) обычно ведет к ее разрыву и рождению поверхностных вихря и антивихря. Иногда возникают внутренние вихревые структуры без СТ, не выходящие на граничные поверхности (рис. 4, *i*).

„Быстро-медленная“ динамика вихревых структур напоминает динамику сталкивающихся частиц. Отмечая эту аналогию, следует, однако, иметь в виду, что топологические солитоны не являются хорошо локализованными частицеподобными образованиями. Трансформации топологических объектов являются видимыми проявлениями глобальных перестроек намагниченности в образце в целом. Их удобно разделить на локализованные (происходящие внутри пленки) и нелокализованные (приводящие к изменениям намагниченности на границах пленки).

Допустимые изменения поверхностных конфигураций поля **m**, удовлетворяющие требованию сохранения сумм топологических зарядов при протекании „быстрых“ процессов $\{n_v, n_s\} \leftrightarrow \{n'_v, n'_s\}$, представлены в таблице [33], где в символах $\{n_v, n_s\}$, описывающих конфигурации, n_v — суммарное число вихрей и антивихрей, n_s — число СТ.

Процессы рождения и аннигиляции пар вихрь-антивихрь либо не сопровождаются (I), либо сопровождаются (II) рождением СТ. При „быстрых“ процессах типа III происходят изменения ориентаций **m** в корах поверхностных вихрей (антивихрей) на противоположные. Возникновение (исчезновение) дугообразных структур, содержащих СТ, приводит к процессам типа IV; внутренние трансформации вихрей (как на рис. 4, *h*) — к процессам типа V.

Элементарные процессы топологических перестроек лежат в основе динамических сценариев, которым отвечают характерные паттерны на пространственно-временных диаграммах (рис. 2 и 3). В простейшем случае поверхностный вихрь меняет с течением времени свое положение, но сохраняет структуру (сплошные линии на диаграммах *a, d* рис. 2 и 3). Линия может прерываться, если движущийся вихрь аннигилирует с антивихрем, появившимся при рождении новой пары

вихрь-антивихрь; оставшийся вихрь продолжает движение (рис. 3, *a* — при $t = 0.9$ ns и $t = 1.2$ ns). Более сложный сценарий представляет собой движение поверхностного вихря или антивихря, сопровождающееся появлениями СТ, уходящими в тело пленки и возвращающимися на поверхность. Последовательности таких событий при движении антивихрей мы наблюдаем на рис. 3, *a* (цепочка (В, Г, . . . , N, П)), на рис. 3, *d* (цепочка (В, Г, . . . , H, К)). Начальные и конечные точки траекторий СТ, расположенные на верхней (нижней) границах пленки, обозначены заглавными (строчными) буквами греческого алфавита. Во всех случаях СТ расположены в точках, разделяющих ЛК на фрагменты, причем у соседних фрагментов векторы **m** в точках ЛК направлены в противоположные стороны. Рождения и аннигиляции в теле пленки пар СТ со значениями скирмионного числа +1 и -1 могут сопровождаться возникновением кольцевых вихрей (СТ лежат на ЛК этих вихрей). Также возможно появление пары СТ после соприкосновения двух вихрей, если в точках ЛК этих вихрей векторы **m** направлены навстречу друг другу (рис. 4, *h*).

Диаграммы, изображенные на рис. 5, позволяют увидеть различия в динамическом поведении ДГ при $T = 0$ К и $T = 300$ К, в поле $H = 100$ Ое в пленках различной толщины. Ради наглядности изображены только временные зависимости Z-проекции траекторий центров вихрей (антивихрей), находящихся на верхней границе пленки (ниже — временные зависимости смещений ДГ Δx). Неоднородные распределения намагниченности, подобранные специальным образом, позволили нам путем минимизации энергии получить различные метастабильные конфигурации, использованные далее в качестве начальных условий при моделировании динамики.

В пленках толщиной $d = 12.5\text{--}37.5$ nm ДГ имеет вид цепочки вихрей и антивихрей (ДГ „с перетяжками“, структура cross-tie); динамика ДГ такого типа рассматривалась в работах [46–48]. При $d = 12.5$ nm начальная конфигурация не содержит СТ; Z-проекции траектории имеют изломы в тех точках, в которых намагниченности в центрах вихрей (антивихрей) меняют направление на противоположное: $m_y \rightarrow -m_y$ [46]. Мы видим, что как раз в одной из таких точек при $t \approx 3$ ns появляется расхождение между траекториями, соответствующими температурам $T = 0$ К и $T = 300$ К (рис. 5, *a*). При $d = 25$ nm и $d = 37.5$ nm в начальной конфигурации два

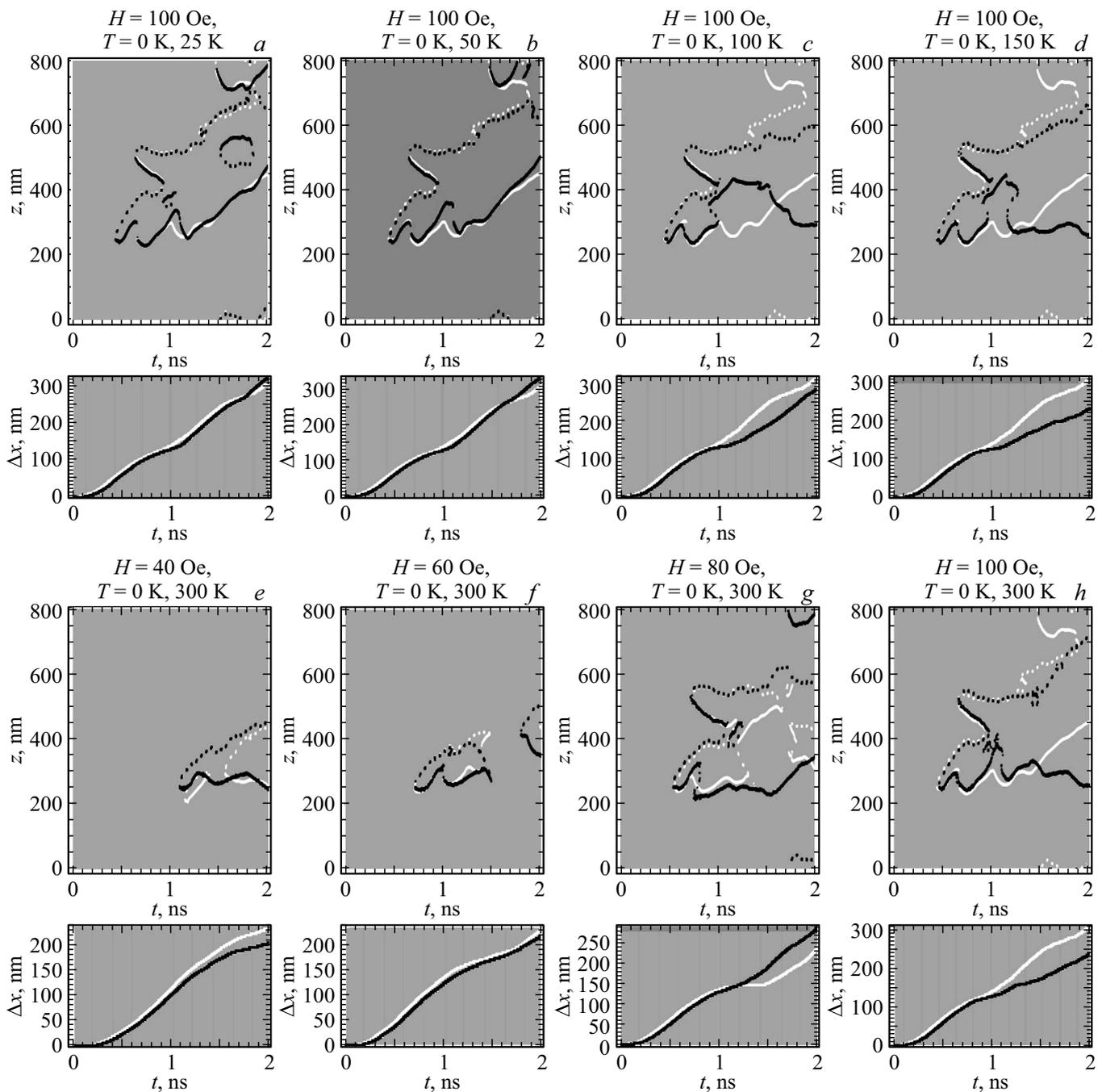


Рис. 7. Графики зависимостей от времени z -координат центров вихрей (сплошные кривые) и антивихрей (пунктирные кривые) на верхней границе пленки, а также смещений ДГ Δx , при различных значениях температуры T и напряженности магнитного поля H ; $d = 100$ nm. Начальная конфигурация намагниченности имеет вид одновихревой ДГ с двумя СТ. На всех графиках белые кривые соответствуют $T = 0$ K. Черные кривые на графиках $a-d, h$ соответствуют различным значениям T , на графиках $e-h$ — различным значениям H .

вихря содержат СТ. В случае $d = 25$ nm в течение первых ~ 10 ps движения обе СТ, выходя на противоположные границы пленки, исчезают; при этом траектории, соответствующие различным температурам, совпадают до момента времени $t \approx 3.5$ ns (рис. 5, b). В случае $d = 37.5$ nm реализуется другой динамический сценарий: одна из СТ оказывается долгоживущей и исчезает,

выходя при $t \approx 0.9$ ns на нижнюю границу, если $T = 0$ K, либо выходя при $t \approx 0.7$ ns на верхнюю границу, если $T = 300$ K. Теперь при разных температурах динамика различна, что видно из рис. 5, c .

В диапазоне толщин $d = 50-100$ nm роль начального распределения играет ДГ, имеющая в поперечном сечении одиночный вихрь [2-4] (в нашем случае также

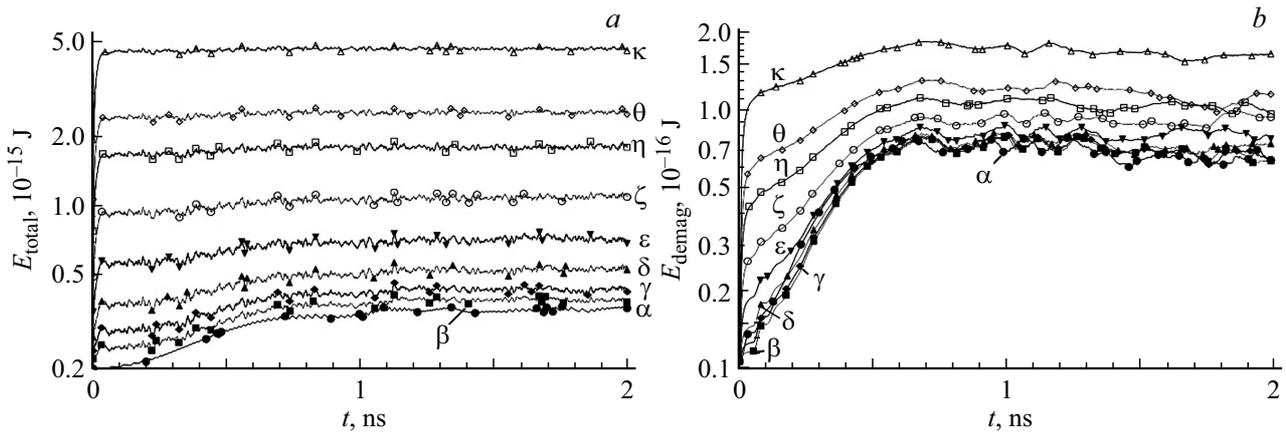


Рис. 8. Зависимости от времени полной E_{total} (a) и магнитостатической E_{demag} (b) энергии образца при $d = 100$ nm, $H = 100$ Oe и при различных значениях температуры: $T = 0$ K (α); 3 K (β); 6 K (γ); 12 K (δ); 25 K (ϵ); 50 K (ζ); 100 K (η); 150 K (θ); 300 K (κ).

имеются две СТ, отделяющие друг от друга два сегмента такой ДГ). В таких, достаточно толстых, пленках динамика становится существенно трехмерной; Z-проекции траектории поверхностных вихрей становятся извилистыми. Тем не менее, в пленке с $d = 50$ nm влияние термических флуктуаций в основном сводится лишь к небольшому смещению траекторий вихрей (исключение — промежуток времени $t = 0.6$ – 1 ns, когда еще не исчезли СТ из начального распределения). Большую часть времени концы ЛК движущихся вихрей лежат на разных границах пленки, но при рождении и аннигиляции пар вихрь-антивихрь на граничных поверхностях некоторое время существуют дугообразные структуры с концами, выходящими на одну из границ [34]. В пленках толщиной $d = 62.5$ – 100 nm (рис. 5, e–h) характер динамики усложняется, в основном за счет множественных процессов рождения и аннигиляции СТ. Влияние термических флуктуаций при этом возрастает и, начиная с определенного момента времени ($t \approx 2$ ns при $d = 62.5$ nm, $t \approx 1$ ns при $d = 100$ nm), динамическое поведение при разных температурах становится совершенно различным.

На рис. 6 изображены зависимости полной E_{total} и магнитостатической E_{demag} энергий от времени при $T = 0$ K и $T = 300$ K, в поле $H = 100$ Oe. Величины энергий характеризуют магнитную подсистему образца в состоянии динамического равновесия, когда приток энергии, связанный с движением ДГ, компенсируется ее диссипацией. Нерегулярные вариации энергий при $T = 0$ K и $d = 75$ – 100 nm (рис. 6, a и b) имеют динамическую природу. При $T = 300$ K обе энергии увеличиваются за счет вклада термических флуктуаций; для E_{total} он становится основным.

На рис. 7, a–d и h изображены Z-проекции траекторий центров вихрей (антивихрей) на верхней границе пленки при $T = 25$ – 300 K (черные кривые), а также, для сравнения, при $T = 0$ K (белые кривые). В нижних частях тех же рисунков изображены временные зависи-

мости смещений ДГ Δx . Эти результаты были получены для пленки толщиной $d = 100$ nm, помещенной в поле $H = 100$ Oe. Мы видим, что расхождение между черными и белыми кривыми на рис. 7, a и b невелико; в то же время аналогичные кривые на рис. 7, c, d и h в области $t = 1$ – 2 ns становятся совершенно различными. Кривые на рис. 7, e–h имеют тот же смысл, что и выше, и соответствуют различным значениям внешнего поля $H = 40$ – 100 Oe. Значения других параметров: $d = 100$ nm; $T = 0$ K для белых кривых, $T = 300$ K для черных кривых. С ростом величины поля H динамика усложняется, но при всех значениях поля в промежутке времени $t = 1$ – 2 ns при разных температурах динамика различна.

Для пленки толщиной $d = 100$ nm зависимости полной E_{total} и магнитостатической E_{demag} энергий от времени при $T = 0$ – 300 K, $H = 100$ Oe показаны на рис. 8 (ось энергий имеет логарифмическую шкалу); для $T = 0$ K и $T = 300$ K, $H = 40$ – 100 Oe аналогичные зависимости показаны на рис. 9. При малых значениях T в области $t < 0.7$ ns виден быстрый рост динамического вклада в энергию, вызванный усложнением структуры ДГ. При больших T этот рост менее заметен, так как динамические вклады суммируются с термическими, которые флуктуируют, но в среднем (если не рассматривать кратковременный переходный процесс) не зависят от времени.

Графики a, b, d на рис. 9 позволяют заключить, что в соответствующих случаях, если H имеет большее значение, энергия растет быстрее, а момент, когда ДГ приобретает внутреннюю структуру и динамика становится нерегулярной, наступает раньше. Сильные флуктуации затрудняют интерпретацию графика на рис. 9, c.

На рис. 10 даны графики зависимостей средней поверхностной плотности энергии ДГ $\gamma = \langle E_{\text{total}} \rangle / (L_y L_z)$ от толщины пленки d (рис. 10, a), температуры T (рис. 10, b) и величины магнитного поля H (рис. 10, c); в каждом случае энергия E_{total} усредняется по полно-

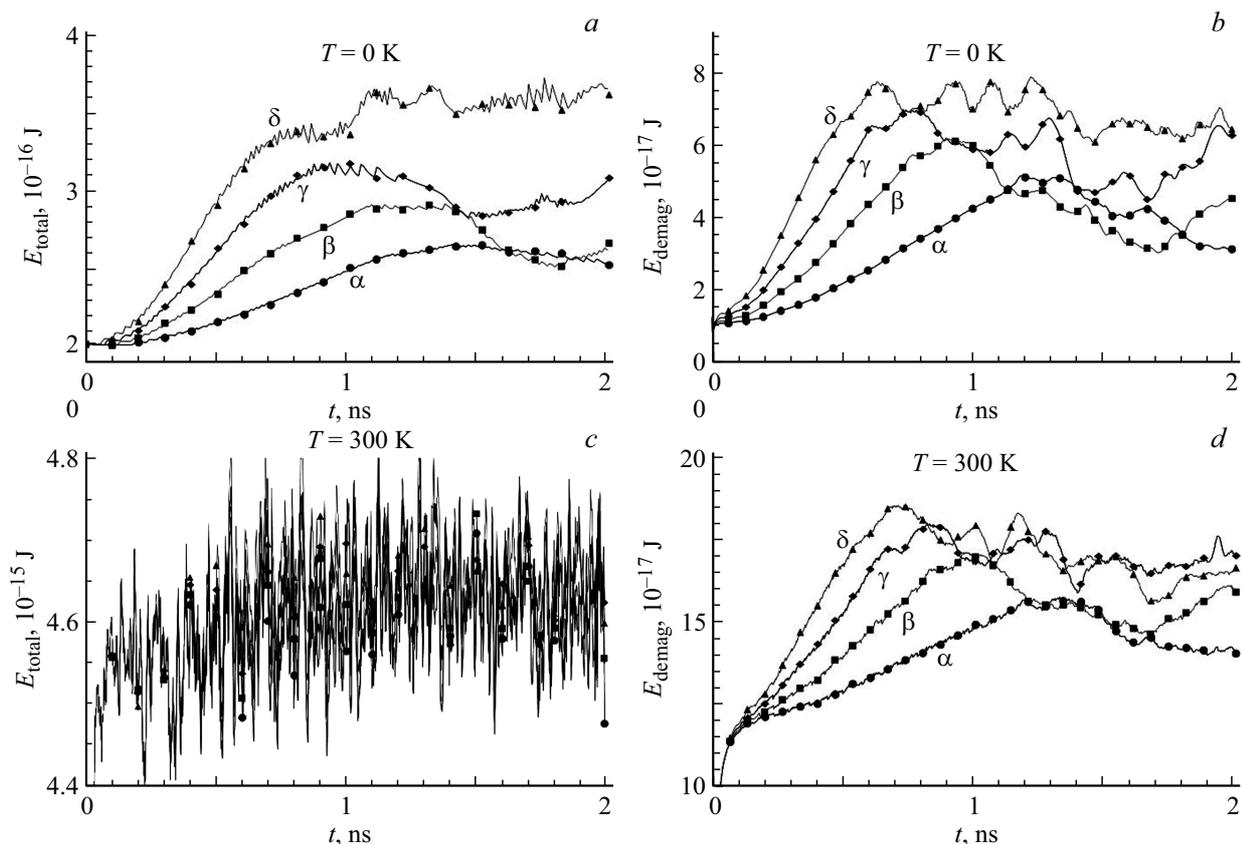


Рис. 9. Зависимости от времени полной E_{total} (a,c) и магнитоэтической E_{demag} (b,d) энергии образца при $d = 100$ nm и значениях температуры $T = 0$ K (a,b) и $T = 300$ K (c,d). Различные кривые соответствуют значениям внешнего магнитного поля $H = 40$ Oe (α); 60 Oe (β); 80 Oe (γ); 100 Oe (δ).

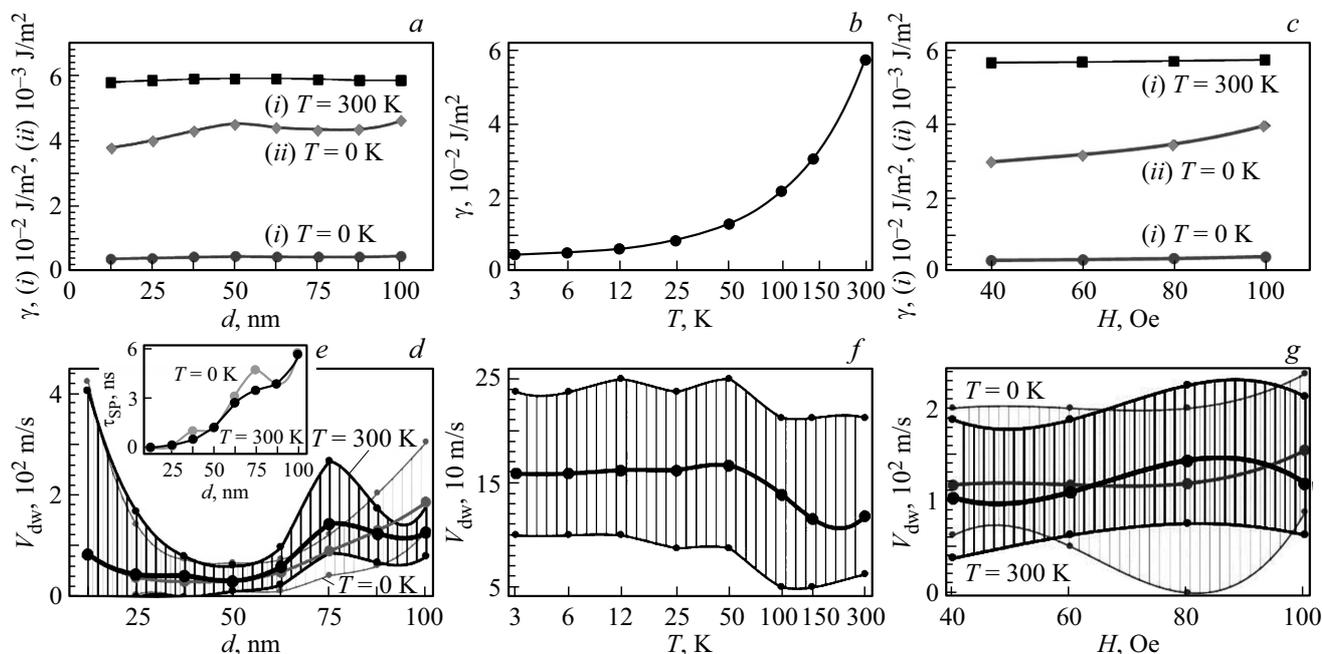


Рис. 10. Зависимости поверхностной плотности энергии ДГ γ (a–c) и скорости ДГ V_{dw} (d,f,g) от толщины пленки d (a,d), температуры T (b,f) и магнитного поля H (c,g). Кривые, ограничивающие заштрихованные области на рисунках (d,f,g), построены по максимальным и минимальным значениям скоростей ДГ, рассчитанным путем усреднения на временных интервалах 500 ps (d) и 250 ps (f,g). Утолщенные кривые построены по значениям скорости, получившимся при усреднении по полному времени симулирования 4 ns (d) и 2 ns (f,g). Зависимость суммарного времени существования СТ τ_{SP} от толщины d дана на врезке (e). Серый цвет — $T = 0$ K, черный цвет — $T = 300$ K.

му времени моделирования. Слабая зависимость γ от толщины и величины поля наблюдается при $T = 0\text{ К}$; с ростом температуры (рис. 10, *a*) γ растет за счет роста термической составляющей энергии. На рис. 10, *d, f, g* изображены области разброса и средние значения скоростей ДГ V_{dw} при разных значениях d , T , и H . В диапазоне толщин пленки при $d = 12.5\text{--}50\text{ nm}$ результаты для случаев $T = 0\text{ К}$ и $T = 300\text{ К}$ практически совпадают. Напротив, в диапазоне толщин $d = 62.5\text{--}100\text{ nm}$ конфигурации областей разброса различны, что свидетельствует о чувствительности динамики к термическим флуктуациям. На врезке (рис. 10, *e*) изображен график зависимости суммарного времени существования СТ τ_{SP} (при условии, что полное время моделирования равно 4 ns) от толщины пленки. Можно отметить хорошую корреляцию между возрастанием чувствительности динамики к флуктуациям и ростом τ_{SP} в диапазоне толщин $d = 62.5\text{--}100\text{ nm}$. С ростом температуры средняя скорость ДГ уменьшается (рис. 10, *f*); при изменении магнитного поля она варьируется в небольших пределах (рис. 10, *g*).

4. Заключение

Численное моделирование движения ДГ в ферромагнитной пленке показывает, что процессы, протекающие в магнитной подсистеме, приобретают вид сложной динамики в системе вихрей и блоховских точек, вследствие формирования динамической тонкой структуры ДГ с нетривиальными топологическими свойствами. Траектуя это явление как частный случай динамической стохастизации (хаотизации), можно предположить наличие чувствительности динамики к присутствию случайных возмущений. В настоящей работе рассмотрен ряд примеров сложной динамики в условиях действия случайных факторов.

Проведенные исследования показали, что как при наличии, так и при отсутствии случайных пространственных неоднородностей анизотропии или термических флуктуаций „быстрые“ процессы (рождение, аннигиляция, трансформации топологических структур) протекают однотипным образом и в этом смысле не чувствительны к флуктуациям. Реализуются одни и те же локальные „сценарии“, характеризующие динамику на небольших промежутках времени (типичные последовательности рождений и исчезновений пар вихрь-антивихрь, одиночных СТ и пар СТ). В то же время общая картина движения, определяемая моментами наступления и порядком следования „событий“ топологических перестроек, в достаточно толстых пленках ($d > 50\text{ nm}$) может существенно изменяться под воздействием случайных возмущающих факторов. Также в пленках с толщинами $d > 50\text{ nm}$ при движении ДГ чаще рождаются СТ, их суммарное время жизни растет с ростом толщины. Это позволяет предположить, что именно СТ

отвечают за неустойчивость движения и рост чувствительности к воздействию случайных факторов.

Финансирование работы

Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства образования и науки Российской Федерации России (тема „Сплавы“), при финансовой поддержке согласно постановлению № 211 Правительства Российской Федерации, контракт № 02.А03.21.0006.

Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Список литературы

- [1] N.L. Schryer, L.R. Walker. *J. Appl. Phys.* **45**, 5406 (1974).
- [2] A.E. LaBonte. *J. Appl. Phys.* **40**, 2450 (1969).
- [3] A. Hubert. *Phys. Status Solidi.* **32**, 519 (1969).
- [4] N. Trunk, M. Redjda, A. Kakay, M.F. Ruane, F.B. Humphrey. *J. Appl. Phys.* **89**, 7606 (2001).
- [5] S.W. Yuan, H.N. Bertram. *Phys. Rev. B* **44**, 12395 (1991).
- [6] B.N. Filippov, L.G. Korzunin, F.A. Kassan-Ogly. *Phys. Rev. B* **64**, 104412 (2001).
- [7] Б.Н. Филиппов, Л.Г. Корзунин. *ЖЭТФ* **121**, 372 (2002).
- [8] Б.Н. Филиппов. *Физика низких температур* **28**, 991 (2002).
- [9] B.N. Filippov, L.G. Korzunin, F.A. Kassan-Ogly. *Solid State Commun.* **129**, 395 (2004).
- [10] B.N. Filippov, F.A. Kassan-Ogly. *Physica D* **237**, 1151 (2008).
- [11] Л.Г. Корзунин, М.Н. Дубовик, Б.Н. Филиппов. *ФТТ* **52**, 1959 (2010).
- [12] Б.Н. Филиппов. *ФТТ* **54**, 2282 (2012).
- [13] А.М. Косевич, В.А. Иванов, А.С. Ковалев. *Нелинейные волны намагниченности. Динамические и топологические солитоны*. Наук. думка, Киев (1988). 192 с.
- [14] N.A. Usov, S.E. Peschany. *J. Magn. Magn. Mater.*, **118**, L290 (1993).
- [15] A. Aharoni. *J. Appl. Phys.* **68**, 2892 (1990).
- [16] K.L. Metlov. *Arxiv: cond-mat/0012146v1* (2000).
- [17] K.Yu. Guslienko, V. Novosad, Y. Otani, H. Shima, K. Fukamichi. *Appl. Phys. Lett.* **78**, 3848 (2001).
- [18] K.Yu. Guslienko, K.L. Metlov. *Phys. Rev. B* **63**, 100403 (2001).
- [19] N. Locatelli, A.E. Ekomasov, A.V. Khvalkovskiy, Sh.A. Azamatov, K.A. Zvezdin, J. Grollier, E.G. Ekomasov, V. Cros. *Appl. Phys. Lett.* **102**, 062401 (2013).
- [20] С.В. Степанов, А.Е. Екомасов, К.А. Зvezdin, Е.Г. Екомасов. *ФТТ* **60**, 1045 (2018).
- [21] A. Thiaville, J.M. Garsia, R. Dittrich, J. Miltat, T. Schrefl. *Phys. Rev. B* **67**, 094410 (2003).
- [22] W. Döring. *J. Appl. Phys.* **39**, 1006 (1968).
- [23] Q.F. Xiao, J. Rudge, B.C. Choi, Y.K. Hong, G. Donohoe. *Appl. Phys. Lett.* **89**, 262507 (2006).
- [24] R. Hertel, S. Gliga, M. Fähnle, C.M. Schneider. *Phys. Rev. Lett.* **98**, 117201 (2007).
- [25] Ki-Suk Lee, K.Yu. Guslienko, Jun-Young Lee, Sang-Koog Kim. *Phys. Rev. B* **76**, 174410 (2007).
- [26] K.Yu. Guslienko, Ki-Suk Lee, Sang-Koog Kim. *Phys. Rev. Lett.* **100**, 027203 (2008).

- [27] Ki-Suk Lee, Sang-Koog Kim, Young-Sang Yu, Youn-Seok Choi, K.Yu. Guslienko, H. Jung, P. Fisher. *Phys. Rev. Lett.* **101**, 267206 (2008).
- [28] R. Hertel, C.M. Schneider. *Phys. Rev. Lett.* **97**, 177202 (2006).
- [29] Ki-Suk Lee, Byong-Woo Kang, Young-Sang Yu, Sang-Koog Kim. *Appl. Phys. Lett.* **85**, 1568 (2004).
- [30] M. Noske, H. Stoll, M. Fähnle, R. Hertel, G. Schütz. *Phys. Rev. B* **91**, 014414 (2015).
- [31] M. Noske, H. Stoll, M. Fähnle, A. Gangwar, G. Woltersdorf, A. Slavin, M. Weigand, G. Dieterle, J. Förster, C.H. Back, G. Schütz. *J. Appl. Phys.* **119**, 173901 (2016).
- [32] M. Noske, H. Stoll, M. Fähnle, A. Gangwar, G. Woltersdorf, A. Slavin, M. Weigand, G. Dieterle, J. Förster, C.H. Back, G. Schütz. *Phys. Rev. Lett.* **117**, 037208 (2016).
- [33] В.В. Зверев, Б.Н. Филиппов. *ФТТ* **58**, 473 (2016).
- [34] В.В. Зверев, И.М. Изможеров, Б.Н. Филиппов. *ФТТ* **60**, 294 (2018).
- [35] Ю.Л. Климонтович. Турбулентное движение и структура хаоса. Наука, М. (1990), 320 с.
- [36] W.F. Brown. *Phys. Rev.* **130**, 1677 (1963).
- [37] J.L. Garsía-Palacios, F.J. Lázaro. *Phys. Rev. B* **58**, 14937 (1998).
- [38] A. Vansteenkiste, J. Leliaert, M. Dvornik, M. Helsen, F. Garcia-Sanchez, B. Van Waeyenberge. *AIP Advances* **4**, 107133 (2014).
- [39] J. Leliaert, M. Dvornik, J. Mulkers, J. De Clercq, M.V. Milošević, B. Van Waeyenberge. *J. Phys. D* **51**, 123002 (2018).
- [40] G.S. Abo, Yang-Ki Hong, Jihoon Park, Jaejin Lee, Woncheol Lee, Byoung-Chul Choi. *IEEE Trans. Magn.* **49**, 4937 (2013).
- [41] А. Малоземов, Дж. Слонзуски. Доменные стенки с цилиндрическими магнитными доменами. Мир, М. (1982). 384 с.
- [42] Б.А. Дубровин, С.П. Новиков, А.Т. Фоменко. Современная геометрия. Наука, М. (1979), 760 с.
- [43] A.A. Thiele. *Phys. Rev. Lett.* **30**, 230 (1973).
- [44] S. Komineas, N. Papanicolaou. *Physica D* **99**, 81 (1996).
- [45] Е.Ф. Мищенко, Н.Х. Розов. Дифференциальные уравнения с малым параметром и релаксационные колебания. Наука, М. (1975). 248 с.
- [46] J. Miguel, J. Sánchez-Barriga, D. Bayer, J. Kurde, B. Heitkamp, M. Plantek, F. Kronast, M. Aeschlimann, H.A. Dürr, W. Kuch. *J. Phys.: Condens. Matter.* **21**, 496001 (2009).
- [47] K. Kuepper, M. Buess, J. Raabe, C. Quitmann, J. Fassbender. *Phys. Rev. Lett.* **99**, 167202 (2007).
- [48] М.Н. Дубовик, В.В. Зверев, Б.Н. Филиппов. *ЖЭТФ* **150**, 122 (2016).

Редактор Е.В. Толстякова