

## Компенсация погрешностей модели центральной проекции в трехмерных сканерах

© А.А. Бенуни<sup>1</sup>, В.Я. Колючкин<sup>2</sup>

<sup>1</sup> НИИ „Радиоэлектроника и лазерная техника“ МГТУ им. Баумана, 105005 Москва, Россия

<sup>2</sup> Кафедра „Лазерные и оптико-электронные системы“, МГТУ им. Баумана, 105005 Москва, Россия

e-mail: benuni\_anna@mail.ru

Поступила в редакцию 24.05.2019 г.

В окончательной редакции 24.05.2019 г.

Принята к публикации 04.06.2019 г.

Приведены результаты исследований погрешности триангуляционных трехмерных сканеров, возникающей при использовании модели центральной проекции. Показано, что аберрации в зрачках объективов сканера могут приводить к существенным погрешностям определения координат точек поверхности объектов. Сформулировано требование к аберрационным характеристикам объективов для минимизации погрешности трехмерных сканеров и предложена модификация модели центральной проекции, позволяющая уменьшить погрешность, обусловленную аберрациями в зрачках объективов триангуляционных сканеров.

**Ключевые слова:** трехмерный сканер, погрешность регистрации, модель центральной проекции, дисторсия, аберрации в зрачках.

DOI: 10.21883/OS.2019.10.48368.193-19

### Введение

В настоящее время производится широкая номенклатура трехмерных (3D) бесконтактных оптико-электронных сканеров, обладающих высокими техническими характеристиками. Например, серийно выпускаемые триангуляционные 3D сканеры со структурированной подсветкой обеспечивают получение трехмерных моделей объектов с погрешностью, не превышающей 0.1 мм в угловом поле  $\pm 20^\circ$  и на дальностях от 0.3 до 1.3 м. Достижение более высоких показателей точности в пределах всей области сканирования является важной технической задачей.

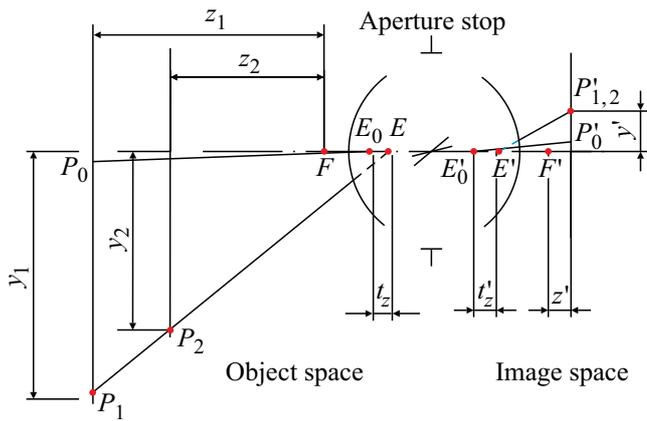
Известно [1,2], что в триангуляционных сканерах погрешность оценки 3D координат точек поверхности регистрируемых объектов в значительной мере определяется погрешностями калибровки и адекватностью математической модели, которая положена в основу описания изображений, формируемых объективами каналов подсветки и регистрации изображений 3D сканера. Задаче калибровки 3D сканеров посвящен ряд работ [3–6]. Для калибровки этих приборов используют плоские тест-объекты в виде шахматной доски, а описание формирования изображений объективами каналов подсветки и регистрации изображений производят на основе модели центральной проекции с коррекцией геометрических искажений, обусловленных дисторсией. Получаемая в результате матрица калибровки включает внешние параметры, описывающие взаимное положение визирных осей каналов 3D сканера, а также внутренние параметры, в том числе фокусные расстояния и коэффициенты аппроксимации дисторсии объективов.

Достоинством модели центральной проекции является относительная простота алгоритмов обработки регистрируемых изображений. Но эта модель не учитывает того факта, что из-за аберраций в зрачках реальных объективов может изменяться положение входного и выходного зрачков для различных значений углового поля [7,8]. Вследствие этого возникают погрешности калибровки 3D сканеров, которые приводят к погрешностям определения координат точек поверхностей регистрируемых объектов.

Целью исследований, изложенных в настоящей работе, является повышение точности триангуляционных 3D сканеров со структурированной подсветкой. Для достижения этой цели проведен анализ условий применимости модели центральной проекции и предложена модификация модели центральной проекции, позволяющая уменьшить влияние аберраций в зрачках объективов триангуляционного сканера на погрешности регистрации 3D образов объектов.

### Оценка погрешностей при использовании модели центральной проекции

Чтобы оценить погрешности, возникающие при использовании модели центральной проекции, рассмотрим ход лучей в объективе канала регистрации изображений 3D сканера при наличии сферической аберрации в зрачках. Отметим, что все последующие рассуждения справедливы и для объектива канала подсветки триангуляционного сканера, но в обратном ходе лучей.

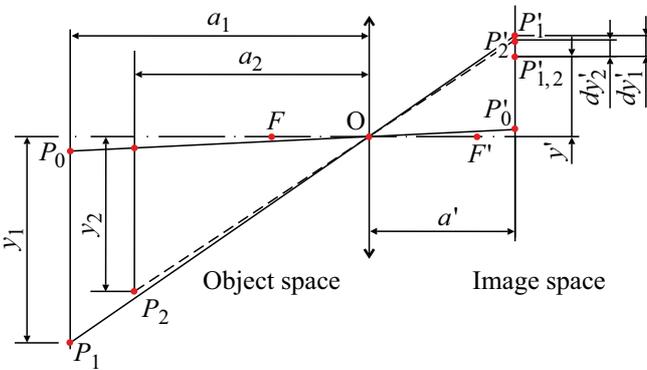


**Рис. 1.** Ход параксиального  $P_0E_0$  и реальных  $P_1E$  и  $P_2E$  главных лучей в оптической системе при наличии сферической aberrации в зрачках объектива.

зрачках. Точки  $P_1$  и  $P_2$ , расположенные в пространстве предметов на расстояниях  $z_1$  и  $z_2$ , лежат на одной линии, совпадающей с главным лучом  $P_{1,2}E$ . Главные лучи  $E'P'_1$  и  $E'P'_2$  в пространстве изображений совпадают и пересекают плоскость изображения в точке  $P'_{1,2}$ . В точке  $E_0$  находится центр входного зрачка в параксиальном приближении, а в точке  $E$  — центр входного зрачка для главных лучей  $P_1E$  и  $P_2E$ . Продольная сферическая aberrация во входном и выходном зрачках соответственно оценивается отрезками  $t_z$  и  $t'_z$ .

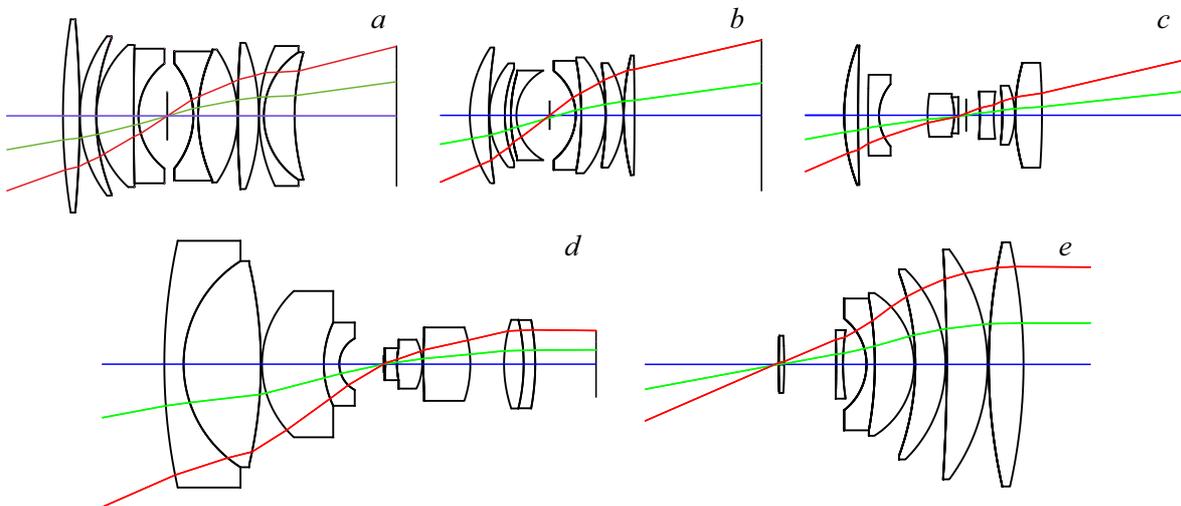
На рис. 2 приведен ход лучей для модели центральной проекции объектива канала регистрации. Согласно этой модели, все лучи проходят через одну точку  $O$ , определенную как центр проекции. При таком допущении главные лучи  $P_1O$  и  $P_2O$  для точек  $P_1$  и  $P_2$ , выбранных на рис. 1, не совпадут и пересекут плоскость изображения в точках  $P'_1$  и  $P'_2$ . Из-за наличия геометрических искажений, обусловленных дисторсией, изображение точек  $P_1$  и  $P_2$  находится в точке  $P'_{1,2}$  и отстоит от идеальных точек центральных проекций на различные величины  $dy'_1$  и  $dy'_2$ . Следовательно, допущение, принятое в модели центральной проекции, о том, что дисторсия зависит только от направления главного луча, не справедливо при наличии сферической aberrации в зрачках.

Для оценки значений погрешности модели центральной проекции, возникающей вследствие наличия сферической aberrации в зрачках объективов, был проведен численный анализ зависимости дисторсии от дальности до объекта на примере нескольких объективов. На рис. 3 приведены оптические схемы объективов, выбранных из каталога объективов Zemax Zemax, в том числе проекционных объективов L011 и L021, F012 и объективов V002, V008 с телецентрическим ходом лучей в пространстве изображений. Анализ проводился путем расчета хода лучей в программе Zemax. При

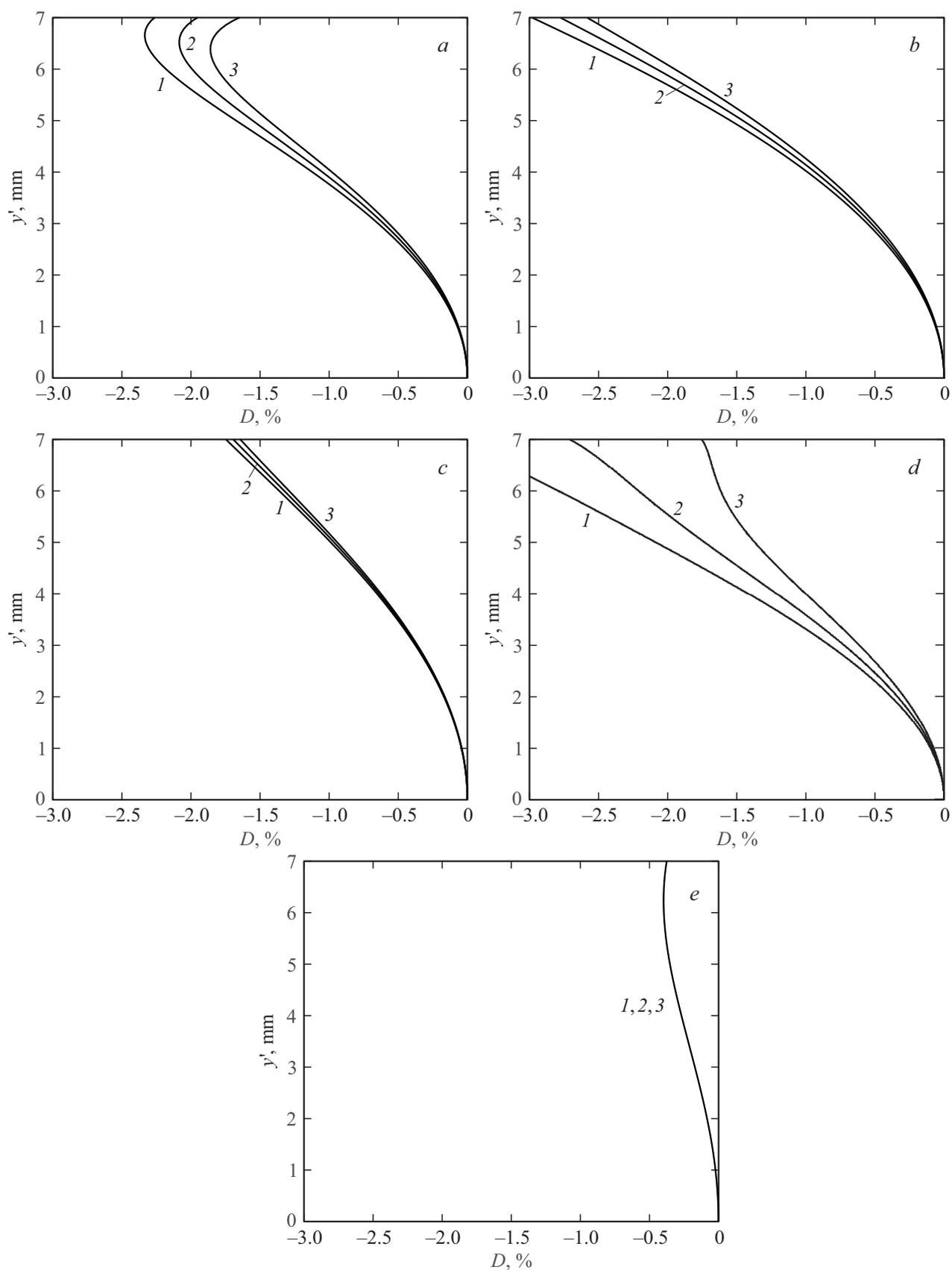


**Рис. 2.** Ход главных лучей в модели центральной проекции.

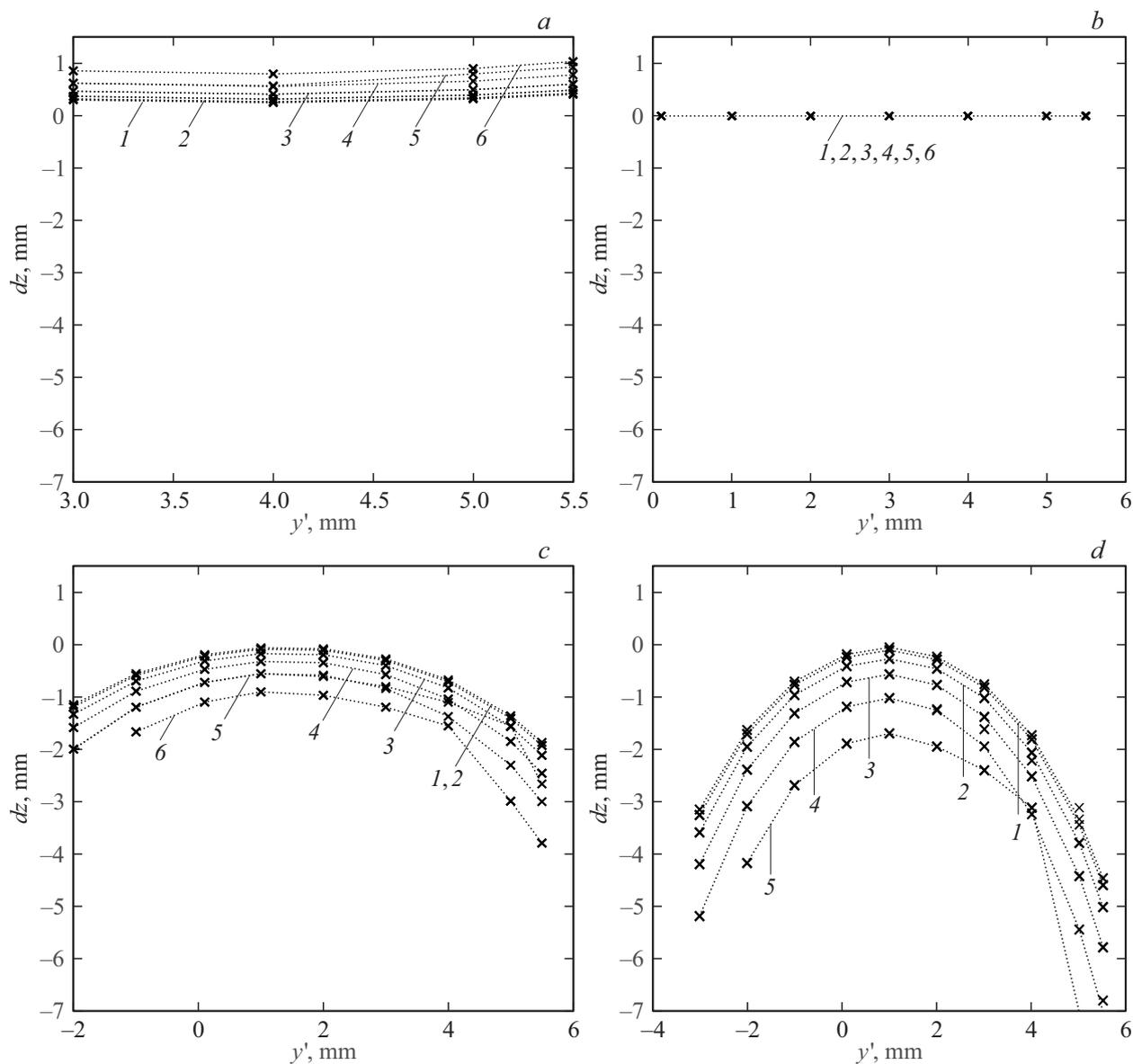
На рис. 1 показан ход параксиального луча  $P_0E_0$  и реальных главных лучей  $P_1E$  и  $P_2E$  в объективе с некомпенсированной сферической aberrацией в



**Рис. 3.** Оптические схемы объективов L021 (a), L011 (b), F012 (c), V002 (d), V008 (e).



**Рис. 4.** Графики зависимости дисторсии  $D, \%$  от координаты  $y'$  в плоскости изображения при расстояниях до объекта  $z = 300$  (1), 500 (2) и 1300 mm (3) для объективов L021 (a), L011 (b), F012 (c), V002 (d), V008 (e).



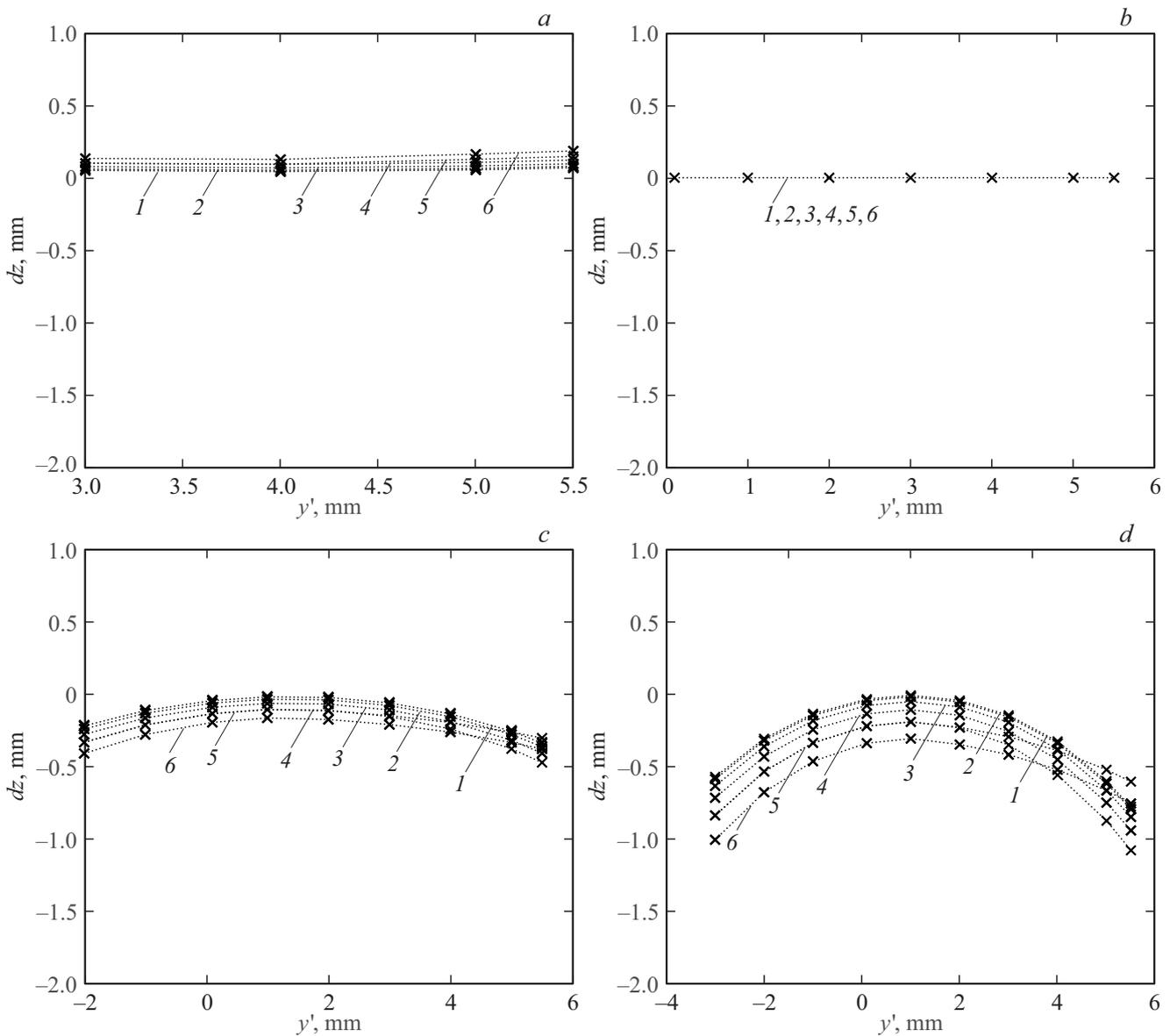
**Рис. 5.** Распределения погрешности измерения координаты  $dz(y')$  при использовании модели центральной проекции для объективов L021 в приемной и передающей системе на дальностях до объектов  $z = 300$  (a),  $500$  (b),  $700$  (c) и  $1300$  mm (d) для сечений  $x' = 0$  (1);  $\pm 1$  (2);  $\pm 2$  (3);  $\pm 3$  (4);  $\pm 4$  (5);  $\pm 5$  mm (6).

этом объективы были отмасштабированы и приведены к единому фокусному расстоянию, равному 16 mm. Плоскость изображения выбиралась, как плоскость наилучшей установки для дальности 500 mm до объекта в пространстве предметов. Угловое поле составляло  $\pm 20^\circ$ , а расстояния до объекта сканирования варьировались в пределах от 300 до 1300 mm. Полученные в результате расчетов зависимости дисторсии от координаты  $y'$  главного луча в плоскости изображений для значений дальности до объекта  $z = 300, 500$  и 1300 mm приведены на рис. 4.

Из анализа полученных графиков aberrаций следует, что только для объектива V008, дисторсия не зависит от дальности до объекта, так как в этом объективе апер-

турная диафрагма совпадает с оправой первой линзы, и сферическая aberrация во входном зрачке отсутствует. Для объектива L021 в указанном диапазоне дальностей до объекта максимальная разность значений дисторсии составляет около 0.5% при угловом поле  $\pm 20^\circ$ , а для объектива V002 — около 1%. Зависимость дисторсии от дальности для объективов L011, F12 — менее выражена.

Для оценки погрешностей 3D сканера был проведен расчет дальности до объекта при использовании модели центральной проекции. Расчет выполнялся при условии, что оптические оси каналов подсветки и регистрации изображений 3D сканера параллельны, а расстояние между осями равно 150 mm. В качестве тест-объектов



**Рис. 6.** Распределения погрешности измерения координаты  $dz(y')$  при использовании модели центральной проекции для объективов F012 в приемной и передающей системе на дальностях до объектов  $z = 300$  (a),  $500$  (b),  $700$  (c) и  $1300$  mm (d) для сечений  $x' = 0$  (1);  $\pm 1$  (2);  $\pm 2$  (3);  $\pm 3$  (4);  $\pm 4$  (5);  $\pm 5$  mm (6).

использовались плоскости, расположенные перпендикулярно оптическим осям на фиксированных расстояниях  $z$ . В процессе вычислений координат тест-объекта производилась компенсация дисторсии для дальности  $z^* = 500$  mm.

На рис. 5 и 6 приведены графики зависимости погрешности  $dz(y')$  измерения координаты  $z$  от координаты  $y'$  на сенсоре при использовании модели центральной проекции для нескольких значений дальности  $z$  до объекта и для различных сечений по оси  $x'$ , соответствующих значениям  $x' = 0; \pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4; \pm 5$  mm.

Как следует из приведенных графиков, при удалении от плоскости коррекции дисторсии, соответствующей  $z^* = 500$  mm, полученная 3D модель тестовой плоской

поверхности „изгибается“. В частности, при использовании в каналах подсветки и регистрации 3D сканера объективов модели L021 погрешность определения дальности для  $z = 1300$  mm на краю поля превышает значение  $dz = 5$  mm.

Из проведенного анализа можно сделать вывод, что применение модели центральной проекции без учета зависимости дисторсии от дальности для некоторых типов объективов может приводить к существенным погрешностям определения координат точек поверхности объектов. Для минимизации этих погрешностей к объективам каналов подсветки и регистрации изображений 3D сканеров следует либо предъявлять жесткие требования к сферической абберации в зрачках, либо

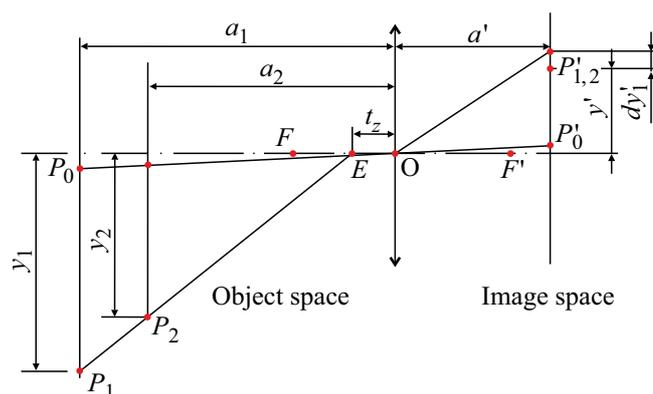


Рис. 7. Ход главных лучей в модифицированной модели центральной проекции объектива.

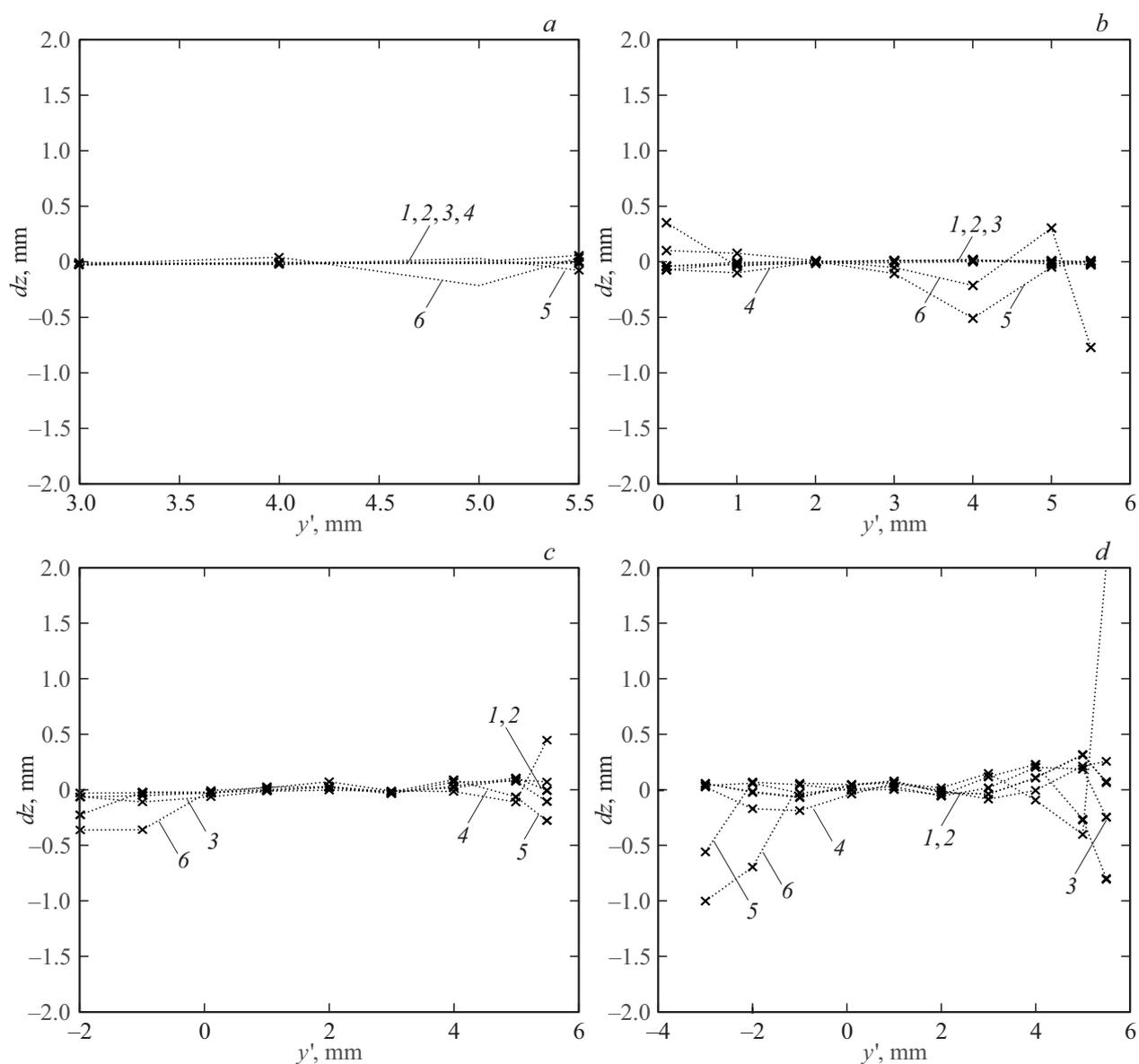


Рис. 8. Значения погрешности измерения координаты  $dz(y')$  при использовании модифицированной модели центральной проекции объектива на расстояниях до объектов  $z = 300$  (a),  $500$  (b),  $700$  (c) и  $1300$  mm (d) для сечений  $x' = 0$  (1);  $\pm 1$  (2);  $\pm 2$  (3);  $\pm 3$  (4);  $\pm 4$  (5);  $\pm 5$  mm (6).

учитывать зависимость дисторсии от дальности в модели центральной проекции.

## Модифицированная модель центральной проекции

Известен метод учета зависимости дисторсии от дальности в модели центральной проекции объективов 3D сканеров с некомпенсированной сферической аберрацией в зрачках, который заключается в следующем [9]: рассчитываются зависимости дисторсии от поперечных координат точек объектов для некоторых двух фиксированных плоскостей пространства предметов, производится предварительная оценка дальности до точек поверхности сканируемого объекта и по формулам, выведенным авторами работы [7,8], выполняется расчет дисторсии объективов каналов подсветки и регистрации для этого значения дальности. Полученные значения дисторсии учитываются при определении 3D координат точек поверхности объекта. Описанный метод увеличивает временные затраты, так, определение координат производится за два этапа вычислений.

В связи с этим предложена модифицированная математическая модель центральной проекции объективов канала подсветки и регистрации изображений, которая иллюстрируется рис. 7. В соответствии с этой моделью центр проекции  $E$  в пространстве предметов смещен относительно параксиального положения входного зрачка на величину  $t_z$ , которая определяет продольную сферическую аберрацию во входном зрачке объектива.

Для осесимметричного объектива смещение  $t_z$  зависит от расстояния  $r'$  от точки  $P'_{1,2}$  до оптической оси, т.е.  $t_z(r')$ , причем  $r' = \sqrt{x'^2 + y'^2}$ .

Тогда координаты точки в пространстве предметов (рис. 7) можно определить по формулам

$$x = (a - t_z(r')) \frac{x'}{a'} D(r'), \quad (1)$$

$$y = (a - t_z(r')) \frac{y'}{a'} D(r'), \quad (2)$$

где  $t_z(r')$  – продольная сферическая аберрация во входном зрачке;  $D(r')$  – функция, описывающая радиальную дисторсию, которую обычно аппроксимируют степенным рядом

$$D(r') = (1 + k_1 r'^2 + k_2 r'^4 + k_3 r'^6). \quad (3)$$

Для аппроксимации зависимости продольной сферической аберрации от расстояния  $r'$  предлагается использовать степенной ряд, имеющий вид

$$t_z(r') = t_1 r'^2 + t_2 r'^4 + t_3 r'^6. \quad (4)$$

Предложенная модель была апробирована для объектива L021. В результате расчета было определено расстояние  $a' = 16.4238$  mm от точки  $O$  — центра проекции в

пространстве изображений до плоскости изображения. В результате аппроксимации были получены следующие значения коэффициентов, входящих в формулы (3) и (4):  $t_1 = -0.0367$ ;  $t_2 = 5.667 \cdot 10^{-5}$ ;  $t_3 = -1.21 \cdot 10^{-5}$ ;  $k_1 = -4.29 \cdot 10^{-5}$ ;  $k_2 = 5.72 \cdot 10^{-7}$ ;  $k_3 = -1.92 \cdot 10^{-8}$ . При этом относительная погрешность аппроксимации зависимостей  $D(r')$  и  $t_z(r')$  не превысила 0.03%.

Отметим, что при расчетах координаты в пространстве изображений определялись как точки пересечения плоскости изображения с главными лучами.

Для оценки эффективности предложенной модели были проведены численные эксперименты по оценке погрешности  $dz(y')$  определения координат поверхности объекта 3D сканером, в котором в каналах подсветки и регистрации изображений используется объектив типа L021. В качестве тест-объектов, как и в проведенном выше анализе, использовались плоскости, расположенные перпендикулярно оптическим осям на фиксированных расстояниях  $z$ . Расчетные значения трехмерных координат точек определялись из условия пересечения лучей каналов подсветки и регистрации, которые описывались в соответствии с формулами (1)–(4).

На рис. 8 представлены распределения погрешности измерения координаты  $dz(y')$  на дальностях  $z = 300, 500, 900$  и  $1300$  mm. Из сравнения графиков, представленных на рис. 5 и 8, следует, что погрешность оценки формы 3D модели плоского тест-объекта, полученной с использованием модифицированной модели для различных дальностей до объектов, примерно в 10 раз меньше, чем при использовании модели центральной проекции.

## Заключение

На основании полученных результатов можно сделать вывод о том, что предложенная математическая модель позволяет существенно уменьшить СКО погрешности определения формы 3D сканерами, предназначенными для регистрации объектов в широком диапазоне дальностей. Данная модель может быть использована в алгоритмах программного обеспечения как 3D сканеров со структурированной подсветкой, так и стереоскопических 3D сканеров.

## Список литературы

- [1] *Trobina M.* Error Model of a Coded-Light Range Sensor: Technical Report: BIWI-TR-164 / ETH-Zentrum. Zurich, 1995. 36 p.
- [2] *Volodine Y.* Statistical Error Model of Active Triangulation Method for CAI [Электронный ресурс] GraphiCon 2003 Proceedings. URL: <http://graphicon.ru/html/2003/Proceedings/Technical/Volodine.pdf> (дата обращения 20.09.2016)
- [3] *Zhang Z.* A Flexible New Technique for Camera Calibration Technical Report MSR-TR-98-71 Microsoft Research Microsoft Corporation One Microsoft Way Redmond, WA 98052.

- [4] Camera Calibration and 3-D Vision [Электронный ресурс] Режим доступа: URL <https://www.mathworks.com/help/vision/camera-calibration-and-3-d-vision.html>
- [5] Володин Ю.С., Орлов А.В., Михайлов Б.Б. // Труды Междунар. конф. с элементами науч. Школы для молодежи. СПб.: Политехника-сервис, 2010. С. 314–322.
- [6] *Moreno D.* Simple, Accurate and Robust Projector-camera Calibration. [Электронный ресурс] Режим доступа: URL <http://mesh.brown.edu/calibration/files/Projector%20Calibration20Presentation.pdf>
- [7] *Русинов М.М.* Техническая оптика: Учеб. пособие для вузов. Л.: Машиностроение, 1979. 488 с.
- [8] *Magill A.* // J. Research of the National Bureau of Standards. 1955. V. 54. N 3.
- [9] *Bräuer-Burchardt C., Heinze M., Munkelt C., Kühmstedt P., Notni G.* Distance Dependent Lens Distortion Variation in 3D Measuring Systems Using Fringe Projection [Электронный ресурс] Режим доступа: <http://www.maes.hw.ac.uk/bmvc2006/papers/150.pdf>