

## Плазмоны на отверстии в экране

© А.В. Ключник, С.Ю. Курганов, Ю.Е. Лозовик

Институт спектроскопии Российской академии наук,  
142190 Троицк, Московская обл., Россия

E-mail: lozovik@isan.troitsk.ru

(Поступила в Редакцию 16 января 2003 г.)

Найдены распределение поля и спектр собственных плазменных колебаний на круглом отверстии в экране, который имеет форму гиперboloида вращения. Получен спектр плазмонов для плоского экрана с круглым отверстием. Симметричная мода с  $m = 1$  может возбуждаться под действием поля диполя, ориентированного вдоль плоскости экрана, а антисимметричная мода с  $m = 0$  — диполем, перпендикулярным плоскости экрана.

Работа поддержана грантами Российского фонда фундаментальных исследований № 01-02-18040 и 02-02-17937.

В последнее время значительный интерес вызывают исследования в области оптики структур с наномасштабными размерами (нанооптики). Например, хорошо известны исследования, проводящиеся с помощью оптической микроскопии ближнего поля [1–3]. Большой интерес представляют открытые недавно эффекты сверхпрозрачности периодических структур из отверстий, диаметр которых много меньше длины волны оптического излучения [4,5]. Значительную роль в нанооптических исследованиях играют плазменные волны на интерфейсах, в узких щелях или каналах [6–8]. В частности, плазмоны, локализованные около отверстия, могут в резонансных условиях (см. далее) эффективно переносить энергию через отверстие малой апертуры (с последующим излучением света на противоположном конце отверстия). Плазмоны могут переносить энергию в каналах, диаметр которых значительно меньше длины волны света, т.е. в условиях, когда прохождение света „туннельно мало“.

Для того чтобы качественно понять эффект резонансного прохождения через малое отверстие, можно воспользоваться принципом Бабиня о взаимно дополнительных экранах. В частности, для экрана поле дифракции для отверстия совпадает с полем дифракции от конгруэнтного ему диска. Для диска имеются плазменные резонансы, обусловленные различными мультипольными модами. Поэтому для отверстия можно было бы ожидать резонансов прохождения на частотах, соответствующих, например, дипольной плазменной моде диска. На частоте дипольного резонанса наводимый дипольный момент имеет максимум; следовательно, максимум должен наблюдаться и при излучении через отверстие.

В данной работе найден спектр плазменных мод, локализованных около круглого отверстия в металлическом экране. Аналитическое решение данной задачи получено впервые.

Спектр плазменных колебаний и структура поля найдены в квазиэлектростатическом приближении (см., например, обзор [9]) в котором спектр плазмонов определяется из решения уравнения Лапласа с соответствующими граничными условиями. В квазиэлектроста-

тическом приближении мы пренебрегаем эффектами запаздывания, но учитываем частотную дисперсию диэлектрической проницаемости. Это приближение обосновано в том случае, когда характерный размер области локализации поля меньше длины волны света.

### 1. Плазменные моды на круглом отверстии в экране

Рассмотрим металлический экран с круглым отверстием. Пусть экран имеет форму гиперboloида вращения (рис. 1). Уравнение Лапласа для электростатического потенциала поля  $\Phi(\mathbf{r}) = \Phi(\sigma, \tau, \varphi)$  в координатах сплюснутого эллипсоида вращения имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \left[ (1 - \tau^2) \frac{\partial}{\partial \tau} \Phi^m \right] + \frac{\partial}{\partial \sigma} \left[ (\sigma^2 + 1) \frac{\partial}{\partial \sigma} \Phi^m \right] + m^2 \frac{\sigma^2 + \tau^2}{(\sigma^2 + 1)(1 - \tau^2)} \Phi^m = 0, \quad (1)$$

где

$$\Phi(\sigma, \tau, \varphi) = \sum \Phi^m(\sigma, \tau) \exp(im\varphi).$$

Координаты  $\sigma, \tau, \varphi$  выражаются через декартовы координаты:  $z = a\sigma\tau$ ,  $x = a \cos \varphi \sqrt{(\sigma^2 + 1)(1 - \tau^2)}$  (где

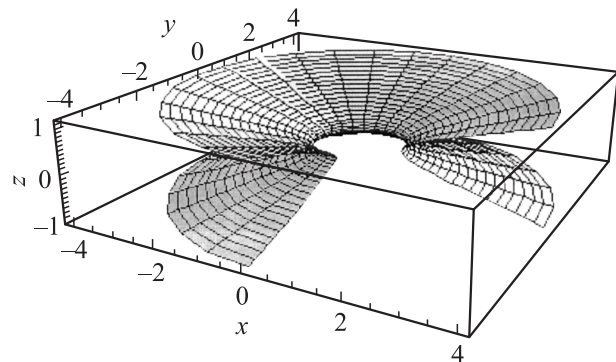


Рис. 1. Трехмерное изображение экрана с отверстием (в форме гиперboloида вращения с  $\tau_0 = 0.25$ ).

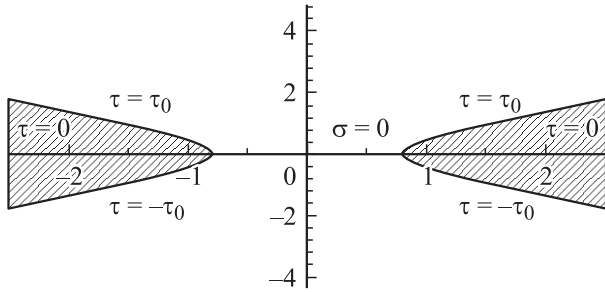


Рис. 2. Система координат гиперболического экрана с отверстием.

$a$  — фокусное расстояние эллипсоида), диаметр отверстия — через фокусное расстояние:  $D = 2a(1 - \tau_0^2)^{1/2}$ , а компоненты электрического поля — через потенциал  $\Phi$ :  $E_\sigma = [(1 + \sigma^2)^{1/2}/(\sigma^2 + \tau^2)^{1/2}]\partial\Phi/\partial\sigma/a$ ,  $E_\tau = [(1 - \tau^2)^{1/2}/(\sigma^2 + \tau^2)]\partial\Phi/\partial\tau/a$ .

Поверхность металлического экрана определяется уравнением  $\tau = \pm\tau_0$  (рис. 2). Для диэлектрической проницаемости материала экрана  $\varepsilon(\omega)$  будем использовать модель Друде  $\varepsilon(\omega) = 1 - \omega_p^2/(\omega(\omega + i\gamma))$ , где  $\omega_p$  — плазменная частота,  $\gamma$  — частота столкновений.

Симметрия задачи такова, что решения, отвечающие собственным модам, преобразуются по представлениям группы вращений вокруг оси и группы отражений в плоскости экрана (плоскость  $xu$ ). В соответствии с этим решение уравнения Лапласа в трех разных областях пространства будем искать в виде разложения по функциям Лежандра (для сокращения записи опустим верхний индекс  $m$  у потенциалов и присоединенных функций Лежандра)

$$\Phi(\tau, \sigma) = \int \Phi_\pm(\tau, \nu)[P_\nu(i\sigma) \mp P_\nu(-i\sigma)]d\nu. \quad (2)$$

Здесь  $\nu(\nu + 1)$  — постоянная разделения переменных, которую будем брать в виде  $\nu = -1/2 + it$ ,  $0 < t < \infty$ . Функции Лежандра при данном выборе постоянной разделения являются вещественными при всех значениях  $\tau$ , убывающими и несингулярными при  $\sigma \rightarrow \infty$ . Знак плюс в квадратных скобках отвечает симметричным модам относительно отражений в плоскости  $xu$ , а знак минус — антисимметричным. Компоненты электрического поля должны быть сшиты на поверхности экрана на верхней и нижней его частях, т.е. при  $\tau = \pm\tau_0$ , на поверхности отверстия на линии  $\sigma = 0$ , а также на линии  $\tau = 0$  (рис. 2). Специфика условий сшивки связана с тем, что координата  $\tau$  испытывает скачок на линии  $\sigma = 0$ . Всем этим условиям удовлетворяют функции

$$\Phi_\pm(\tau, t) = \begin{cases} A(t)P_{-1/2+it}(\tau), & 1 > \tau > \tau_0, \\ B(t)(P_{-1/2+it}(\tau) \pm P_{-1/2+it}(-\tau)), & \tau_0 > \tau > -\tau_0, \\ \pm A(t)P_{-1/2+it}(-\tau), & -\tau > \tau > -1. \end{cases} \quad (3)$$

Коэффициенты разложения  $A(t)$ ,  $B(t)$ , ... находим из условий сшивки потенциала и нормальной компоненты индукции  $\varepsilon(\omega)(\partial\Phi/\partial\tau)$  на поверхностях  $\tau = \pm\tau_0$ . Решение получающейся системы уравнений имеет вид

$$\varepsilon(\omega) = \frac{P'_{-1/2+it}(\tau_0)[P_{-1/2+it}(\tau_0) \pm P_{-1/2+it}(-\tau_0)]}{P_{-1/2+it}(\tau_0)[P'_{-1/2+it}(\tau_0) \mp P'_{-1/2+it}(-\tau_0)]}. \quad (4)$$

## 2. Анализ спектра и пространственной структуры нормальных мод

Частоты собственных колебаний (локальных плазменных в рассматриваемой системе) как функции непрерывного параметра  $t$  определяются из соотношения (4). Исследуем спектр собственных плазменных колебаний в предельных случаях. Рассмотрим спектр в пределе тонкого экрана ( $\tau_0 \rightarrow 0$ ).

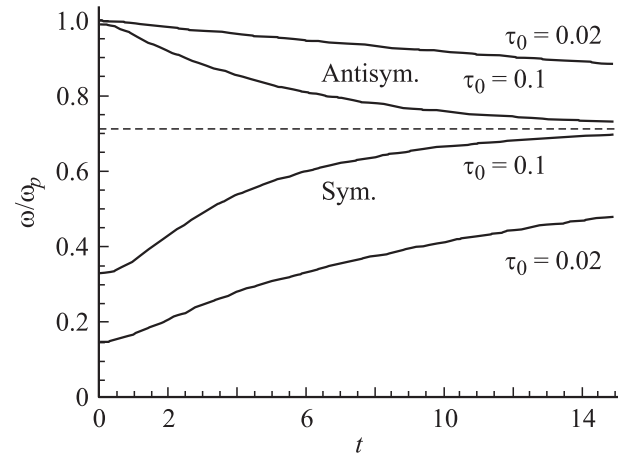


Рис. 3. Дисперсионные кривые  $\omega(t)$  симметричной и антисимметричной мод с  $m = 0$  при  $\tau_0 = 0.1$  и  $0.02$ .

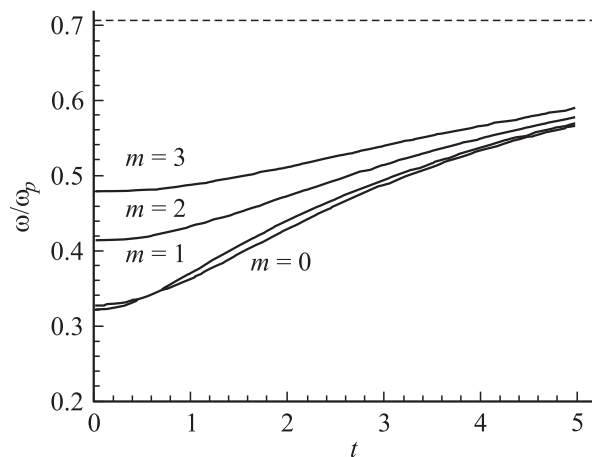


Рис. 4. Дисперсионные кривые симметричных мод с разными значениями  $m$  при  $\tau_0 = 0.1$ .

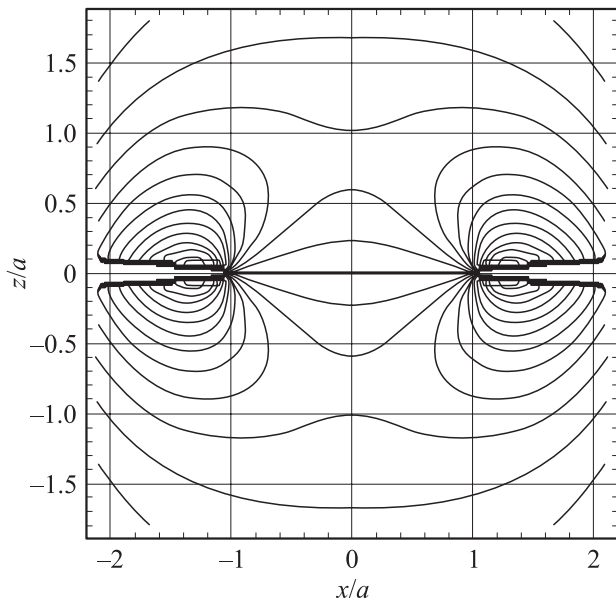


Рис. 5. Структура поля нулевой ( $m = 0$ ) симметричной моды для  $t = 2$ .

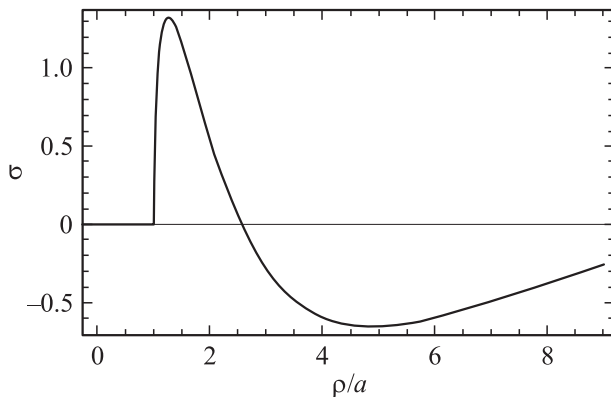


Рис. 6. Распределение зарядов в нулевой ( $m = 0$ ) симметричной моде при  $t = 2$ ,  $\tau_0 = 0.05$ .

В пределе очень тонкого экрана зависимость частоты симметричной моды от параметра  $t$  принимает вид

$$\omega = \omega_{sp}(t^2/2 + 1/8)^{1/2} |\Gamma(1/4 + it/2)/\Gamma(3/4 + it/2)|,$$

$$\omega_{sp} = [4\pi n e^2 \tau_0 / m]^{1/2}. \quad (5)$$

Величина анализа  $\pi\tau_0 a$  пропорциональна поверхностной плотности электронов экрана около фокуса. Эту величину следует считать константой в пределе  $\tau_0 \rightarrow 0$ . Отметим, что на большом расстоянии от края экрана рассматриваемая модель экрана эквивалентна экрану с отверстием, в котором импеданс является линейной функцией расстояния от края.

На рис. 3 представлены дисперсионные кривые для экранов с разными значениями  $\tau_0$ , а на рис. 4 — дисперсионные кривые для разных значений  $m$ , характеризующих угловую симметрию решений.

В области малых значений параметра  $t$  в спектре имеется щель, а при больших  $t$  спектр выходит на частоту поверхностного плазмона.

Для симметричных мод распределения полей и зарядов в пространстве представлены на рис. 5, 6. На верхней и нижней частях экрана в симметричной моде заряды, связанные с плазменной модой, имеют один и тот же знак. Изменение знака заряда происходит при удалении от края отверстия. Для антисимметричной моды знаки зарядов на верхней и нижней частях экрана разные (рис. 7, 8). Спектр этих мод начинается с плазменной частоты и при больших значениях  $t$  стремится к частоте поверхностного плазмона сверху.

Судя по пространственной структуре полей симметричная мода с  $m = 1$  может возбуждаться под действием поля диполя, ориентированного вдоль плоскости экрана, а антисимметричная мода с  $m = 0$  — диполем, ориентированным вдоль оси  $z$ .

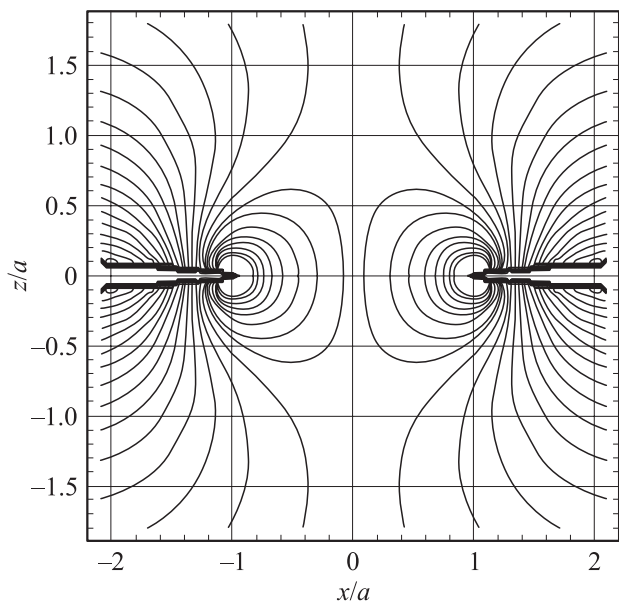


Рис. 7. Структура поля первой ( $m = 1$ ) антисимметричной моды для  $t = 2$ .

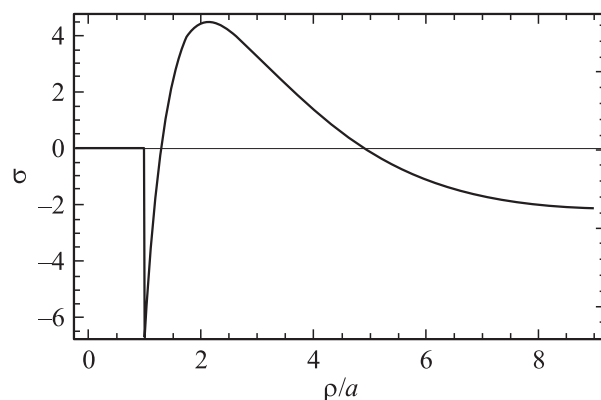


Рис. 8. Распределение зарядов в первой ( $m = 1$ ) антисимметричной моде при  $t = 2$ ,  $\tau_0 = 0.05$ .

### 3. Диполь на круглом отверстии в экране

Оценим дипольный момент, который наводят плазменные моды на отверстия в экране,

$$\mathbf{P} = \int \mathbf{r}\sigma(\mathbf{r})dS. \quad (6)$$

Здесь  $\sigma(\mathbf{r}) = \partial\varphi/4\pi\partial n$  — поверхностная плотность зарядов.

Подставляя в (6) выражение (2) для потенциала плазменных мод, для нулевой ( $m = 0$ ) симметричной моды получаем

$$|\mathbf{P}| = \int 2z \frac{\rho d\rho d\varphi}{\cos(\alpha(\rho))} \frac{1}{4\pi} \frac{\partial\varphi(\rho, z)}{\partial n} \sim \int_{\rho_0}^{\rho^*} \rho d\rho \left( P_\nu(i\sqrt{\rho^2/\tau_1^2 - 1}) - P_\nu(-i\sqrt{\rho^2/\tau_1^2 - 1}) \right), \quad (7)$$

где  $\alpha(\rho)$  — угол наклона касательной к поверхности гиперболоида,  $\tau_1^2 = 1 - \tau_0^2 \rightarrow 1$  при  $\tau_0 \ll 1$ .

При больших значениях аргумента функции Лежандра имеют асимптотику  $P_\nu(x) \sim x^\nu$ , поэтому для  $\nu = -1/2 + it$  получаем

$$|\mathbf{P}| \sim \tau_0 \frac{(t^2 + 1/4)}{|\Gamma(5/4 + it)|^2} (\rho^*)^{3/2}.$$

В данном случае  $\rho^* = \lambda/a$  — параметр обрезания в квазиэлектростатической задаче.

Оценка диполя, наведенного первой ( $m = 1$ ) антисимметричной модой, дает аналогичную зависимость от переменных  $t$  и  $\rho$

$$|\mathbf{P}| = \int 2 \frac{\rho^2 d\rho d\varphi}{\cos(\alpha(\rho))} \cos\varphi \exp(i\varphi) \frac{1}{4\pi} \frac{\partial\varphi(\rho, z)}{\partial n} \sim \tau_0 \frac{(t^2 + 1/4)}{|\Gamma(5/4 + it)|^2} (\rho^*)^{3/2}. \quad (8)$$

При этом дипольный момент нулевой симметричной моды направлен перпендикулярно плоскости экрана, а диполь первой моды параллелен плоскости экрана.

### 4. Предел больших значений $m$

Потенциал  $m$ -моды плазмона, локализованного на круглом отверстии в плоском экране, имеет следующий вид:  $\Phi^m(\sigma, \tau, \varphi) = \Phi^m(\sigma, \tau) \exp(im\varphi)$ . При больших значениях  $m$  (и больших радиусах) получаем

$$m\varphi = \frac{2\pi R/\lambda}{R} R\varphi = k_\varphi l, \quad (9)$$

где  $l$  — элемент длины вдоль окружности отверстия в экране.

Таким образом, в предел больших значений числа  $m$  плазменные колебания, локализованные на круглом отверстии в экране, переходят в реберные плазмоны. Амплитуда колебаний поля реберных плазмонов определяется множителем  $\Phi^m(\sigma, \tau_0) = C(\tau_0) (P_\nu^m(i\sigma) \pm P_\nu^m(-i\sigma))$ . Учитывая асимптотику функции Лежандра при больших значениях аргумента, можно получить структуру поля реберного плазмона

$$\Phi_R \sim \exp(ik_\varphi l) \sqrt{\rho}. \quad (10)$$

Из (10) видно, что плазмон имеет большую область локализации.

Из закона дисперсии для плазмонов на отверстии в экране можно получить дисперсионное соотношение для реберных плазмонов ( $m \gg 1$ ):  $\varepsilon(\omega) = -1$ , т.е. частота реберных плазмонов совпадает с частотой поверхностного плазмона  $\omega_p/\sqrt{2}$ .

Таким образом, в данной работе получен спектр плазменных колебаний на круглом отверстии в плоском экране. В области малых значений параметра  $t$  в спектре имеется щель, а при больших  $t$  спектр выходит на частоту поверхностного плазмона.

На основании пространственного распределения полей и зарядов плазменных колебаний можно сделать вывод, что симметричная мода с  $m = 1$  может эффективно возбуждаться диполем, ориентированным перпендикулярно плоскости экрана, а антисимметричная мода с  $m = 0$  — диполем, параллельным экрану. Поле собственных мод на больших расстояниях убывает достаточно медленно (как  $1/\sqrt{\rho}$ ), т.е. плазмоны слабо локализованы на отверстии.

Оценки дипольных моментов для симметричной и антисимметричной мод показывают, что дипольный момент линейно убывает с уменьшением толщины экрана и пропорционален  $(\rho^*)^{3/2}$  ( $\rho^* = \lambda/a$  — параметр обрезания в электростатической задаче).

### Список литературы

- [1] U.Ch. Fischer, D.W. Pohl. Phys. Rev. Lett. **62**, 458 (1989).
- [2] W. Denk, D.W. Pohl. J. Vac. Sci. Techn. B **9**, 510 (1991).
- [3] M. Xiao. J. Mod. Opt. **44**, 327 (1997).
- [4] T.W. Ebbesen, H.J. Lezec, H.F. Ghaemi, T. Thio, R.A. Wolff. Nature **391**, 667 (1998).
- [5] L. Martin-Moreno, F.J. Garcia-Vidal, H.J. Lezec, K.M. Pellerin, T. Thio, J.B. Pendry, T.W. Ebbesen. Phys. Rev. Lett. **86**, 6, 1114 (2001).
- [6] V.A. Kosobukin. Phys. Lett. A **160**, 6, 584 (1991).
- [7] D.V. Khveshchenko, M. Reizer. Phys. Rev. B **57**, 8, 4245 (1998).
- [8] J.R. Krenn, J.C. Weeber, A. Dereux, E. Bourillot, J.P. Goudonnet, B. Schider, A. Leither, F.R. Aussenegg, C. Girard. Phys. Rev. B **60**, 7, 5029 (1999).
- [9] Yu.E. Lozovik, A.V. Klyuchnik. In: Dielectric Susceptibility / Ed. L.V. Keldysh, D.A. Kirzhnits, A.A. Maradudin. Modern Problems in Condensed Matter Sciences. North Holland (1989). P. 299.