

01,07

## Моделирование временных эффектов необратимого деформирования на основе релаксационной модели пластичности

© Н.С. Селютина<sup>1,2</sup>, Ю.В. Петров<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Институт проблем машиноведения РАН,  
Санкт-Петербург, Россия

<sup>2</sup> Санкт-Петербургский государственный университет,  
Санкт-Петербург, Россия

E-mail: nina.selutina@gmail.com

Поступила в Редакцию 20 сентября 2018 г.

В окончательной редакции 20 сентября 2018 г.

Принята к публикации 19 декабря 2018 г.

Анализ пластического деформирования металлов и полиметилметакрилата под действием динамической нагрузки проводится на основе релаксационной модели пластического деформирования. Инвариантность параметров релаксационной модели пластичности по отношению к истории деформирования позволяет в рамках единого подхода получать любой набор деформационных кривых, как монотонных, с изменяющимся пределом текучести, так и немонотонных, с появляющимся и изменяющимся зубом текучести, как это наблюдается в эксперименте. Увеличение предела текучести совместно с эффектом упрочнения при высокоскоростном и статическом деформировании высокопрочной стали 2.3Ni–1.3Cr также моделируется на основе релаксационной модели. На примере стали DP600 и нанокристаллического никеля показано, что релаксационная модель пластичности позволяет прогнозировать плавный переход к стадии пластического деформирования при медленных квазистатических воздействиях  $\sim 10^{-3} \text{ s}^{-1}$  и появление зуба текучести на скоростях деформации  $500\text{--}6000 \text{ s}^{-1}$ . Также показано, что развитый подход позволяет моделировать аналогичные эффекты и при высокоскоростном деформировании полиметилметакрилата. Таким образом, на примере конкретных материалов продемонстрировано, что на основе инвариантных от истории деформирования параметров релаксационной модели пластичности, можно эффективно прогнозировать деформационные зависимости исследованных материалов в широком диапазоне скоростей деформации  $10^{-4}\text{--}10^4 \text{ s}^{-1}$ .

Работа выполнена при поддержке гранта Президента Российской Федерации для молодых российских ученых МК-449.2019.1 и РФФИ — гранты № 18-51-80008 и 17-01-00618. Раздел 2 выполнен Ю.В. Петровым при поддержке РФФИ — грант 17-11-01053.

DOI: 10.21883/FTT.2019.06.47673.238

### 1. Введение

Поведение напряжений в зависимости от деформаций после начала текучести в условиях динамического воздействия обычно прогнозируются на основе ряда физических [1–6], эмпирических [7–13] и феноменологических моделей. Часть моделей может четко задавать физику процесса пластического деформирования [1–5], но чрезмерно большее количество содержащихся в них параметров создают проблемы их применения в инженерной практике. Эти проблемы связаны с существующими разногласиями между инженерами и разработчиками физических моделей в рассмотрении в качестве параметров моделей тех характеристик, которые можно измерить и зафиксировать в достаточно широком диапазоне условий деформирования. Другая часть моделей с эмпирическими параметрами, несмотря на их эффективность, также не обладает универсальностью, так как зачастую не отражает правильно поведение материалов с различными преобладающими механизмами пластического деформирования. Тем не менее, в ряде случаев они оказываются достаточно успешными. В частности, верификация экс-

периментальных данных температурных экспериментов для материалов с гранецентрированной кубической и объемно-центрированной кубической решетками [14] хорошо проводится на основе модели Зерилли–Армстронга [8,9].

Особенно важной является разработка эффективного подхода для случая высокоскоростных нагрузок. Под высокоскоростными нагрузками часто подразумевают некоторый численный диапазон скоростей деформаций, начинающийся со значения  $10^1\text{--}10^3 \text{ s}^{-1}$ , соответствующий экспериментам на стержнях Гопкинсона. Применяя другие методики эксперимента, этот диапазон можно расширить. В работе [15], посвященной прогнозированию динамической текучести материалов, под высокоскоростными подразумевают нагрузки, при которых предельные напряжения в материале принимают значения, заметно превышающие значение статического предела текучести. Многие эксперименты показывают, что при скоростном нагружении вся динамическая деформационная кривая так же, как динамический предел текучести не является свойством материала, в отличие от деформационной кривой при предельно медленном статическом воздействии.

При высокоскоростных нагрузках кривая напряжение-деформация существенно зависит от истории приложенных напряжений. В качестве динамического эффекта пластического деформирования часто называют явление „зуба текучести“. Эффект наблюдается на нитевидных кристаллах меди, кадмия, серебра, стали, цинка, фторида лития на скоростях деформации  $10^{-5}–10^{-2} \text{ s}^{-1}$  [16–21]. Эффект может быть проинтерпретирован с помощью дислокационной модели пластичности. При этом деформирование рассматривалось как квазистатическое, несмотря на зависимость деформационной кривой от скорости воздействия. Наличие эффекта зуба текучести для металлов наблюдается на скоростях деформации порядка  $10^2–10^3 \text{ s}^{-1}$  [22,23], а также на скоростях деформации  $10^{-2}–10^1 \text{ s}^{-1}$  [24–26]. На основе кинетического варианта модели релаксационной пластичности максвелловского типа [3,4] в работе [27] для меди, кадмия и стали были спрогнозированы динамические эффекты, в том числе эффект зуба текучести, наблюдаемые на скоростях деформации  $10^{-5}–10^{-2} \text{ s}^{-1}$ . Однако применение модели Максвелла как основы кинетической модели релаксационной пластичности ограничивает возможности прогноза по скорости деформации. Этот подход не позволяет давать хорошие результаты в диапазоне скоростей деформаций  $10^2–10^3 \text{ s}^{-1}$ , для которого вводится дополнительный квазирелятивистский коэффициент [28]. В отличие от кинетического подхода, инвариантность по отношению к деталям механизма пластической релаксации и истории деформирования является одним из ключевых преимуществ феноменологического подхода [27,28] при разработке универсальных моделей пластического поведения материалов.

При динамическом деформировании металлов помимо эффекта зуба текучести также наблюдается смещенная по напряжениям деформационная диаграмма, за счет роста предела текучести с увеличением скорости деформации. Эмпирические модели [7–13] позволяют прогнозировать только диаграммы с плавным переходом на стадию пластического деформирования, но резкий немонотонный переход (например, эффект зуба текучести) они не способны учитывать. Явление зуба текучести демонстрирует значительный вклад динамического фактора на начальной стадии пластического деформирования. Стоит отметить, что в инженерной практике в настоящее время отсутствует фундаментальный подход, способный описать одновременно оба типа зависимостей напряжение–деформация в широком диапазоне внешних воздействий. В данной работе используется подход, базирующийся на понятии инкубационного времени, являющийся наиболее перспективным для решения рассматриваемых задач.

В наших предыдущих работах [27,28] была предложена релаксационная модель пластичности на основе инкубационного времени пластического деформирования или характерного времени релаксации, являющегося постоянной величиной для всего диапазона скоростей

деформации и не зависящего от деталей механизма пластической деформации. Эта модель позволяет объяснять и прогнозировать динамические эффекты пластичности, такие, например, как „зуб текучести“ на скоростях деформации  $10^{-5}–10^{-2} \text{ s}^{-1}$  [27] и  $10^2–10^3 \text{ s}^{-1}$  [28], а также строить деформационные диаграммы, как при квазистатических, так и при высокоскоростных воздействиях.

В работе проводится анализ пластического деформирования металлов и полиметилметакрилата под действием динамической нагрузки на основе релаксационной модели пластичности. На примере DP600 стали [22] и нанокристаллического никеля [23] показано, что релаксационная модель позволяет прогнозировать два типа деформационного поведения на разных скоростях деформации: плавный переход на стадию пластического деформирования на квазистатических нагрузках  $\sim 10^{-3} \text{ s}^{-1}$  и эффект зуба текучести на скоростях деформации  $500–600 \text{ s}^{-1}$ . Отсутствие зуба текучести при высокоскоростном и статическом деформировании 2.3Ni–1.3Cr стали [29] также получается в рамках релаксационной модели пластичности. Важным обстоятельством является то, что параметры релаксационной модели не зависят от истории деформирования. Релаксационная модель пластичности как обобщенный вариант структурно-временного подхода для прогноза динамического предела текучести [30–33] позволяет эффективно прогнозировать и различные типы деформационных кривых для одного материала в широком диапазоне скоростей деформации.

## 2. Релаксационная модель пластичности

Начало пластического течения для произвольного импульса нагружения определяется на основе структурно-временного подхода [30–33]:  $Int_p(t) \leq 1$ , где  $Int_p(t) = (1/\tau) \int_{t-\tau}^t (\Sigma(s)/\sigma_y)^\alpha ds$ . Здесь  $\Sigma(t)$  — функция напряжений от времени,  $\tau$  — характерное время релаксации напряжений, отвечающее за скоростную чувствительность материала,  $\sigma_y$  — статический предел текучести,  $\alpha$  — коэффициент амплитудной чувствительности материала. При этом макроскопический временной параметр  $\tau$  является основным свойством материала, инвариантным по отношению к истории деформирования, и зависящим от дефектной структуры материала [4,27,28]. Равенство в вышеприведенном интегральном критерии текучести соответствует началу момента наступления макроскопической текучести  $t_*$ .

В [34] показано, что критерий инкубационного времени текучести создает основу для наиболее удобного численного алгоритма прогноза предела текучести в начальный момент пластической деформации в существенно более широком диапазоне скоростей по сравнению с эмпирическими моделями Cowper-Symonds [10]

and Johnson-Cook [7]. При этом величина характерного времени релаксации в случае малых образцов зависит от их размера и изменяется быстрее при уменьшении размеров образца до микронных и субмикрометровых размеров, чем при наноструктурировании макроскопического образца [15]. На основе структурно-временного подхода можно прогнозировать эффект инверсии предела текучести [15], когда материал с большим характерным временем релаксации может иметь больший предел текучести при более коротких импульсах воздействия, в то время как в случае длительных (квазистатических) импульсов значение предельного напряжения текучести у него может быть заметно меньше.

Рассмотрим релаксационную модель пластичности (RMP) [27,28] для случая линейного роста деформаций со временем от нулевого момента времени  $t = 0$ . Введем безразмерную функцию релаксации  $0 < \gamma(t) \leq 1$ , определяемую следующим образом [27,28]:

$$\gamma(t) = \begin{cases} 1 & Int_p(t) \leq 1, \\ \frac{1}{\alpha \sqrt{Int_p(t)}} & Int_p(t) > 1. \end{cases} \quad (1)$$

Условие  $\gamma(t) = 1$  в уравнении (1) связано с упругими деформациями накапливаемые до начала процесса пластического течения  $t_*$ . Постепенное уменьшение функции релаксации в диапазоне скоростей деформации  $0 < \gamma(t) < 1$  соответствует моменту пластического деформирования материала. На пластической стадии деформирования  $t \geq t_*$ , функция релаксации удовлетворяет условию  $\gamma(t)$ :

$$Int_p(t)\gamma(t) = 1. \quad (2)$$

Равенство (2) сохраняется за счет фиксирования состояния в момент текучести и последующей релаксацией накопленных до начала пластического течения упругих напряжений ( $0 < \gamma(t) < 1$ ). Актуальные напряжения  $\sigma(t)$  в деформируемом образце определяются в следующей форме:  $\sigma(t) = E(t)\varepsilon(t)$  где  $E(t) = E\gamma^{1-\beta}(t)$  является коэффициент, связанный с поведением напряжений;  $\beta$  скалярный параметр ( $0 \leq \beta \leq 1$ ), описывающий степень упрочнения материала. Случай  $\beta = 0$  соответствует пластическому деформированию без упрочнения. Рассматривая стадии упругого и пластического деформирования отдельно, получим следующую расчетную формулу соотношений напряжение–деформация

$$\sigma(\varepsilon(t)) = \begin{cases} E\varepsilon(t), & \varepsilon(t)/\dot{\varepsilon} < t_*, \\ E\gamma^{1-\beta}(\varepsilon(t)/\dot{\varepsilon})\varepsilon(t), & \varepsilon(t)/\dot{\varepsilon} \geq t_*. \end{cases} \quad (3)$$

Релаксационная модель пластичности может быть использована для материалов с различным физическим механизмом пластической релаксации. В рамках подхода мы не описываем явно детали механизма релаксации, а только заявляем, что его можно представить некоторым характерным временем. При этом характерные

времена релаксации интегрального критерия текучести и подсчитанные характерные времена релаксации по кинетической теории пластического деформирования совпадают [27,28]. Набор фиксированных параметров, используемый при построении деформационной кривой, не зависит от скорости деформации и привязан только к изменениям структуры материала. Используя набор параметров структурно-временного подхода и релаксационной модели пластичности ( $\alpha, \tau, \beta$ ) можно спрогнозировать различные типы деформационных кривых, реализующихся на одном материале в широком диапазоне скоростей деформации.

### 3. Два типа динамического эффекта пластического деформирования

Качественный вид деформационной кривой существенно зависит от скоростного режима деформирования. Рассматривая диаграммы стали DP600 [22], стали 2.3Ni–Cr [29] и нанокристаллического никеля [23] на разных скоростях деформации покажем, что любой набор кривых напряжение–деформация металлов, с изменяющимся пределом текучести и с появляющимся зубом текучести может быть спрогнозирован на основе релаксационной модели пластичности.

В экспериментах на растяжение стали DP600 ( $E = 200$  GPa;  $\sigma_y = 310$  MPa) [22] на гидропневматической машине наблюдался плавный переход на стадию текучести на скорости деформации  $0.001 \text{ s}^{-1}$  и эффект аномального высокого напряжения („зуб текучести“) на скорости деформации  $500 \text{ s}^{-1}$  (рис. 1). При постоянных

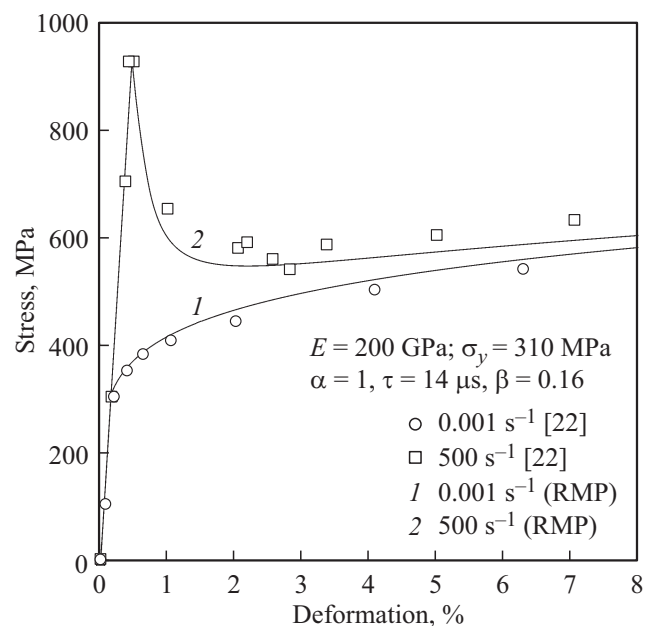
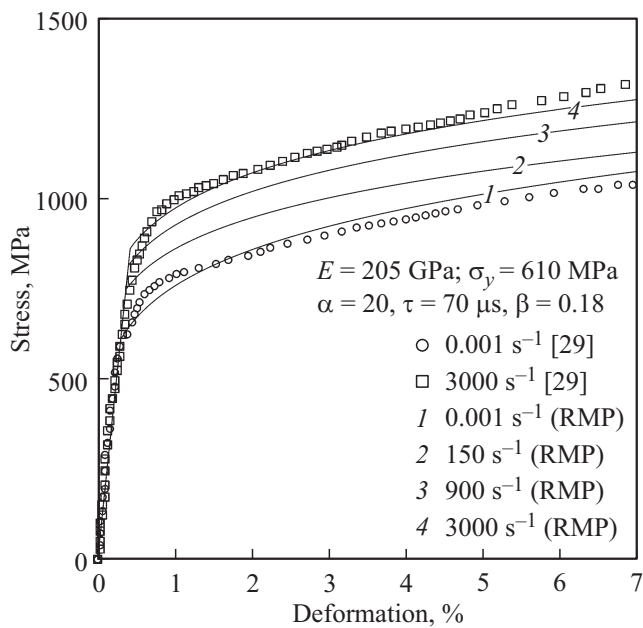


Рис. 1. Деформационная диаграмма для стали DP 600 [22], построенная на основе релаксационной модели пластического деформирования.



**Рис. 2.** Теоретические зависимости напряжение–деформация для стали 2.3Ni–1.3Cr [29], построенные по релаксационной модели пластического деформирования.

параметрах  $\alpha = 1$ ,  $\tau = 14 \mu\text{s}$  и  $\beta = 0.16$  на основе релаксационной модели пластичности было спрогнозировано два различных типа поведения деформационной кривой стали ( $E = 200 \text{ GPa}$ ;  $\sigma_y = 310 \text{ MPa}$ ) для двух скоростей деформации  $0.001 \text{ s}^{-1}$  (линия 1) и  $500 \text{ s}^{-1}$  (линия 2) (рис. 1). Построенные теоретические зависимости находятся в хорошем соответствии с экспериментальными данными [22] (рис. 1). Процесс упрочнения после наступления начала текучести эффективно моделируется как на зависимости с плавным переходом (линия 1), так и с резким (линия 2), выражаемым „зубом текучести“.

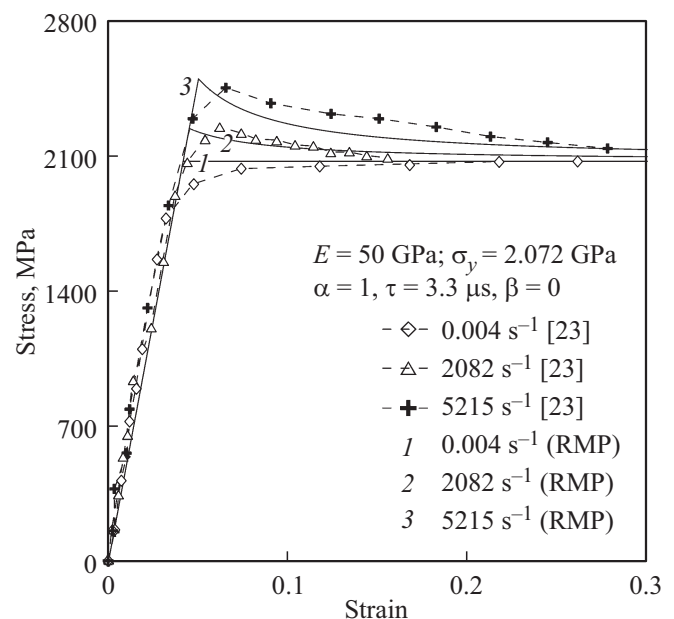
Проведем анализ деформационных кривых высокопрочной стали 2.3Ni–Cr [29] ( $E = 200 \text{ GPa}$ ;  $\sigma_y = 610 \text{ MPa}$ ), полученных при одноосном сжатии (рис. 2). Рассчитанные по релаксационной модели пластичности теоретические диаграммы сжатия (линия 1 и линия 4) для 2.3Ni–Cr стали ( $E = 205 \text{ GPa}$ ;  $\sigma_y = 610 \text{ MPa}$ ) при скоростях деформации  $0.001$  и  $3000 \text{ s}^{-1}$  находились в хорошем соответствии с экспериментальными зависимостями напряжение–деформация [29], обозначенными на рис. 2 кругами и квадратами. В теоретических зависимостях напряжение–деформация при четырех скоростях деформирования  $0.001$ ,  $150$ ,  $900$ ,  $3000 \text{ s}^{-1}$  плавно возрастает предел текучести с последующей стадией упрочнения. При этом отсутствие явления зуба текучести для стали [29] в диапазоне скоростей деформации  $0.001$ – $3000 \text{ s}^{-1}$  предсказывается с помощью постоянных параметров релаксационной модели пластичности:  $\alpha = 20$ ,  $\tau = 70 \mu\text{s}$ , и  $\beta = 0.18$ .

Динамический эффект „зуб текучести“ при малых степенях деформации является отражением типичного

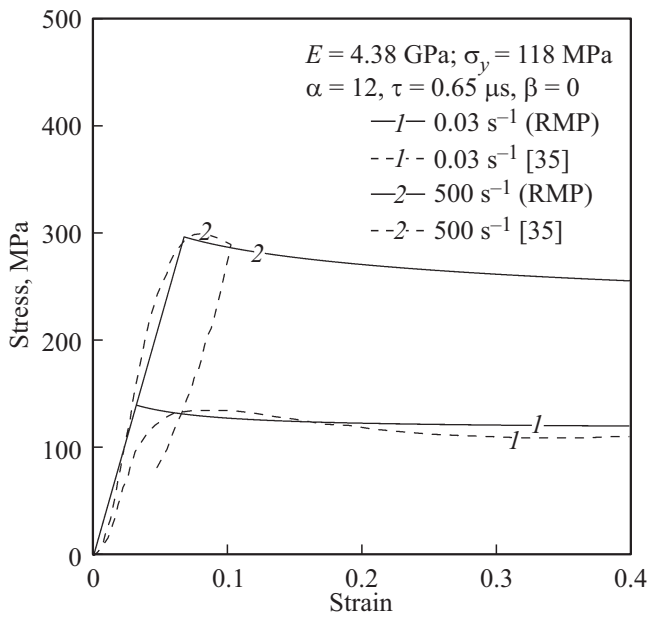
релаксационного процесса, требующего характерного времени для своего развития [27]. Диаграммы напряжение–деформация при сжатии нанокристаллического никеля ( $\sigma_y = 2072 \text{ MPa}$ ,  $G = 25 \text{ GPa}$ ) [23] на скоростях деформации  $0.004$ ,  $2082$ ,  $5215 \text{ s}^{-1}$ , полученные по релаксационной модели пластичности с постоянными параметрами  $\alpha = 1$ ,  $\tau = 3.3 \mu\text{s}$  и  $\beta = 0$  моделируют появление „зуба текучести“ при повышении скорости деформации.

В отличие от первых работ по релаксационной модели пластичности [27], где эффект anomalно высокого напряжения при малых степенях деформации наблюдался на скоростях деформации  $10^{-5}$ – $10^{-2} \text{ s}^{-1}$  и объяснялся наличием некоторого характерного времени, характеризующего процесс пластического деформирования, в данной работе тот же эффект проявляется в ином диапазоне скоростей деформации  $10^2$ – $10^3 \text{ s}^{-1}$ . В одном и том же диапазоне скоростей деформации  $10^2$ – $10^3 \text{ s}^{-1}$  эффект anomalно высокого напряжения может как наблюдаться (рис. 1 и 3), так и отсутствовать (рис. 2). Это стало возможным, за счет учета конкуренции между временными интервалами процесса локального нагружения и характерным временем релаксации материала. При помощи набора фиксированных параметров релаксационной модели пластичности ( $\alpha$ ,  $\tau$ ,  $\beta$ ), характеризующих физику процесса пластического деформирования, можно построить два типа деформационных кривых с плавным и резким переходами на стадию пластического деформирования.

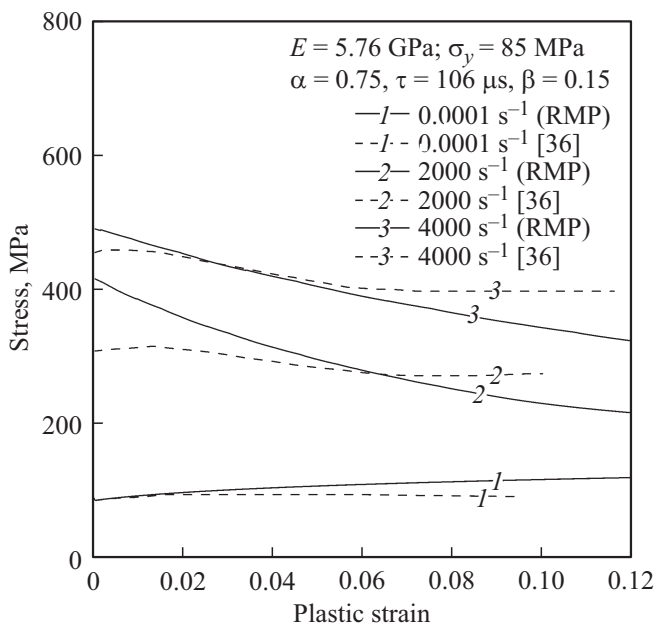
Релаксационную модель пластичности помимо металлов можно использовать и для описания реакции полиметилметакрилата при высокоскоростном деформировании. На рис. 4 представлены зависимости напряжение–деформация полиметилметакрилата [35] при растяжении



**Рис. 3.** Зуб текучести для нанокристаллического никеля [23].



**Рис. 4.** Теоретические зависимости напряжение–деформация полиметилметакрилата [35] на скоростях деформации 0.03 и  $500 \text{ s}^{-1}$ .



**Рис. 5.** Теоретические зависимости напряжение–деформация полиметилметакрилата [36] на скоростях деформации 0.0001, 2000,  $4000 \text{ s}^{-1}$ .

на скоростях деформации 0.03 и  $500 \text{ s}^{-1}$ . Теоретические зависимости построены на основе релаксационной модели с постоянными параметрами  $\alpha = 12, \tau = 0.65 \text{ s}$  и  $\beta = 0$ . Параметры  $\alpha$  и  $\tau$  определялись по скоростной зависимости предельного напряжения текучести от скорости деформации по экспериментальным данным [35] в диапазоне скоростей деформаций от 0.005 и  $4000 \text{ s}^{-1}$ . Параметр упрочнения  $\beta$  выбирался по деформационным

кривым как постоянный параметр инвариантный скорости деформации.

Многочисленные модели также могут строить деформационные кривые без упругого участка деформационной кривой, откладывая по оси абсцисс пластическую деформацию. Тогда численная схема (3) релаксационной модели пластичности будет перезаписана в новых координатах

$$\sigma(\varepsilon_p(t)) = E\gamma^{1-\beta}(\varepsilon_p(t)/\dot{\varepsilon})\varepsilon_p(t), \quad (4)$$

где  $\varepsilon_p(t) = \varepsilon(t) - \dot{\varepsilon}t_*H(t_*)$  — пластическая деформация. На рис. 5 показаны зависимости напряжения от пластической деформации полиметилметакрилата ( $\sigma_y = 85 \text{ MPa}, E = 5.76 \text{ GPa}$ ) [36] при одноосном сжатии при скоростях деформации 0.0001, 2000 и  $4000 \text{ s}^{-1}$ .

Наблюдается хорошее соответствие с экспериментом [36] теоретических зависимостей, построенных по релаксационной модели пластичности (4) с постоянными параметрами ( $\alpha = 0.75, \tau = 106 \mu\text{s}$  и  $\beta = 0.15$ ). Несмотря на отсутствие упругой части на линиях 2 ( $2000 \text{ s}^{-1}$ ) и 3 ( $4000 \text{ s}^{-1}$ ) на экспериментальных и теоретических кривых, можно заметить спад напряжений до пластической деформации 6%, подобно эффекту „зубу текучести“ в металлах, показанных на рис. 1 и 3. При этом при квазистатической скорости деформации  $0.0001 \text{ s}^{-1}$  прогнозируется процесс деформационного упрочнения. Таким образом, развитый подход позволяет смоделировать два различных поведения деформационных кривых и для полиметилметакрилата, подверженно-го высокоскоростному деформированию.

#### 4. Заключение

Предложенная в [27] релаксационная модель пластичности как расширенный вариант структурно-временного подхода позволяет прогнозировать различные типы деформационных кривых материалов в широком диапазоне скоростей деформации.

На основе релаксационной модели проанализированы экспериментальные деформационные зависимости для металлов и полиметилметакрилата в широком диапазоне скоростей деформации. На примере DP600 стали и нанокристаллического никеля показано, что релаксационная модель пластичности позволяет прогнозировать плавный переход на стадию пластического деформирования на квазистатических нагрузках  $\sim 10^{-3} \text{ s}^{-1}$  и появление эффекта зуба текучести на скоростях деформации  $500\text{--}6000 \text{ s}^{-1}$ . Отсутствие зуба текучести на примере стали 2.3Ni–1.3Cr в широком диапазоне скоростей деформации  $10^{-3}\text{--}10^4 \text{ s}^{-1}$  также может быть объяснено при помощи релаксационной модели пластичности.

Показано, что оценка фиксированных констант материала, связанных со скоростной чувствительностью  $\tau$ , амплитудной чувствительностью  $\alpha$  и со степенью упрочнения  $\beta$ , позволяет автоматически строить теоретические деформационные кривые, с изменяющимся пределом текучести и пиками („зуб текучести“), обеспечивая

прогноз соответствующих режимов нагружения, для которых эти явления возникают. Небольшое количество параметров и их инвариантность к скорости деформации в отличие от других подходов обеспечивает эффективность и практическую ценность предлагаемой модели.

## Список литературы

- [1] Y. Estrin, L.S. Toth, A. Molinari, Y. Brechet. *Acta Mater.* **46**, 5509 (1998).
- [2] Y. Estrin, L.S. Tóth, Y. Brechet, H.S. Kim. *Mater. Sci. Forum* **503**, 675 (2006).
- [3] E.N. Borodin, A.E. Mayer. *Mater. Sci. Eng. A* **532**, 245 (2012).
- [4] I.N. Borodin, A.E. Maier, Yu.V. Petrov, A.A. Gruzdkov. *Phys. Solid State* **56**, 2470 (2014).
- [5] A.E. Mayer, K.V. Khishchenko, P.R. Levashov, P.N. Mayer. *J. Appl. Phys.* **113**, 193508 (2013).
- [6] D.A. Indeitsev, V.N. Naumov, B.N. Semenov. *Mech. Solids* **42**, 672 (2007).
- [7] G.R. Johnson, W.H. Cook. *Eng. Fract. Mech.* **21**, 31 (1985).
- [8] F.J. Zerilli, R.W. Armstrong. *J. Appl. Phys.* **61**, 1816 (1987)
- [9] F.J. Zerilli, R.W. Armstrong. *AIP Conf. Proc.* **370**, 315 (1996).
- [10] G.R. Cowper, P.S. Symonds. Strain-hardening and strain rate effects in the impact loading of cantilever beams. Division of applied mathematics report. Brown University **28** (1957). 46 p.
- [11] A.S. Khan, Y.S. Suh, R. Kazmi. *Int. J. Plast.* **20**, 2233 (2004).
- [12] D.N. Zhang, Q.Q. Shangguan, C.J. Xie, F. Liu. *J. Alloys Compd.* **619**, 186 (2015).
- [13] J.Q. Tan, M. Zhan, S. Liu, T. Huang, J. Guo, H. Yang. *Mater. Sci. Eng. A* **631**, 214 (2015).
- [14] C.Y. Gao, L.C. Zhang, H.X. Yan. *Mater. Sci. Eng. A* **528**, 4445 (2011).
- [15] N.S. Selyutina, E.N. Borodin, Yu.V. Petrov. *Phys. Solid State* **60**, 1813 (2018).
- [16] A.H. Cottrell, D.F. Gibbons. *Nature* **162**, 488 (1948).
- [17] H.L. Wain, A.H. Cottrell. *Proc. Phys. Soc. B* **63**, 339 (1950).
- [18] S.S. Brenner. *J. Appl. Phys.* **28**, 1023 (1957).
- [19] W.G. Johnston. *J. Appl. Phys.* **33**, 2716 (1962).
- [20] M.M. Hutchison. *J. Iron Steel Inst.* **186**, 431 (1957)
- [21] Э.М. Надгорный, Ю.А. Осипьян, М.Д. Перкас, В.М. Розенберг. *Успехи физических наук* **67**, 625 (1959).
- [22] E. Cadoni, F.D'Aiuto, C. Albertini. *DYMAT*, **1**, 135 (2009); DOI: 10.1051/dymat/2009018
- [23] S. Rajaraman, K.N. Jonnalagadda, P. Ghosh. *Conference Proceedings of the Society for Experimental Mech. Ser. 1* (2013). P. 157.
- [24] K. Laber, A. Kawalek, S. Sawicki, H. Dyja, J. Borowski, D. Lesniak, H. Jurczak. *Arch. Met. Mater.* **61**, 1853 (2016).
- [25] K. Laber, A. Kawalek, S. Sawicki, H. Dyja, J. Borowski, D. Lesniak, H. Jurczak. *Key Eng. Mater.* **682**, 356 (2016); Doi: 10.4028/www.scientific.net/KEM.682.356
- [26] K. Laber, H. Dyja, A. Kawalek. „Metal-2017“ — 26th Int. Conf. on Metallurgy and Materials. *Conference Proceedings: C.* 465–471.
- [27] Yu.V. Petrov, E.N. Borodin. *Phys. Solid State* **57**, 353 (2015).
- [28] N. Selyutina, E.N. Borodin, Y. Petrov, A.E. Mayer. *Int. J. Plast.* **82**, 97 (2016).
- [29] P.R. Guduru, P.R. Singh, G. Ravichandran, A.J. Rosakis. *J. Mech. Phys. Solids* **46**, 1997 (1998).
- [30] Y.V. Petrov, A.A. Gruzdkov, E.V. Sitnikova. *Dokl. Phys.* **52**, 691 (2007).
- [31] A.A. Gruzdkov, Yu.V. Petrov, V.I. Smirnov. *Phys. Solid State* **44**, 2080 (2002).
- [32] A.A. Gruzdkov, Yu.V. Petrov. *Dokl. Phys.* **44**, 114 (1999).
- [33] A.A. Gruzdkov, E.V. Sitnikova, N.F. Morozov, Y.V. Petrov. *Math. Mech. Solids* **14**, 72 (2009).
- [34] N.S. Selyutina, Yu.V. Petrov. *Phys. Solid State* **60**, 244 (2018).
- [35] T.J. Holmquist, J. Bradley, A. Dwivedi, D. Casem. *Eur. Phys. J. Special Topics* **225**, 334 (2016).
- [36] A. Dorogoy, A. Godinger, D. Rittel. *Int. J. Impact Eng.* **112**, 66 (2018).

*Редактор Т.Н. Василевская*