О структуре целочисленных холловских полосок в неоднородных 2D-электронных системах

© В. Шикин

Институт физики твердого тела Российской академии наук,
142432 Черноголовка, Московская обл., Россия

(Поступила в Редакцию 28 марта 2002 г.
В окончательной редакции 3 июня 2002 г.)

Излагается формализм, обобщающий известные результаты для „несжимаемых" целочисленных полосок в пространственно неоднородных 2D-электронных системах на случаи конечной температуры, немалых градиентов электронной плотности и т. д. В частности, введено понятие „качества" данной целочисленной полоски, пропорционального производной $dn(x)/dx$ в центральной части канала (здесь $n(x)$ — распределение электронной плотности внутри канала). Для хорошо определелнных каналов такая производная должна стремиться к нулю. Если же возникает заметный „наклон" в распределении $n(x)$, то канал, обладающий свойствами квантового эффекта Холла, перестает существовать. Определены критические условия, достаточные для разрушения целочисленности канала. Результаты расчетов используются для интерпретации существующих экспериментальных данных.

Работа частично финансировалась Российским фондом фундаментальных исследований (грант № 02-02-17082).

1. Хорошо известно, что в пространственно неоднородных 2D-электронных системах при наличиии магнитного поля, нормального 2D-плосокости, возможно образование так называемых „несжимаемых" целочисленных каналов, определяющих наличие квантового эффекта Холла (КЭХ) в подобных образцах. Эта идея высказывалась разными авторами (см. [1–5]), однако наиболее удачно оформлена до конечных аналитических формул в работах [4,5]. Здесь же указаны основные ограничения, в рамках которых теория [4,5] имеет смысл. Речь идет об идеальном бесспиновом электронном газе при конечной температуре (что позволяет не учитывать известные электронные корреляции, ведущие к дробному КЭХ) и квазиклассичности пространственной неоднородности электронной плотности. Последнее обстоятельство в действительности только подразумевается, но, сформулированное в явном виде, оно означает, что теория [4,5] верна, если неоднородное возмущение $e\varphi(x)$ электронного движения присутствует лишь в квазиклассическом определении электронного спектра ϵ_l

$$\epsilon_l = \hbar\omega_c(l + 1/2) + e\varphi(x_0), \tag{1}$$

где $\varphi(x)$ — локальное значение электропотенциала, x_0 — положение центра электронной орбиты в p-пространстве.

На самом деле в общем случае необходим учет и сдвига x'_0 положения центра орбиты электрона

$$x'_0 = x_0 - \frac{mc^2}{e^2H^2}\, e\varphi'(x_0), \tag{1a}$$

возникающего в пространственно неоднородных задачах. Здесь H — магнитное поле, m — эффективная масса электрона, c — скорость света.

Целью данной работы является снятие некоторых ограничений теории [4,5]. Оказывается, имеется возможность сохранить в расчетах конечность температуры, учесть в определении электрохимического потенциала $\mu(x)$ неоднородности (1) и (1a) и (техническая деталь) выйти за рамки предположения

$$dn_l(x)/dx \to 0, \tag{2}$$

существенно используемого в [4,5] при построении электростатики целочисленного канала.

Среди ожидаемых результатов наиболее интересно определение критических условий, необходимых для существования целочисленного канала. Простейшая оценка снизу ширины $2a_{\min}$ несжимаемой полоски в рамках концепции [4,5] очевидна:

$$a_{\min} \geq l_H, \tag{3}$$

где l_H — магнитная длина. В самом деле, каждая из полосок шириной $2a_l$ характеризуется своим локальным целочисленным значением магнитного фактора заполнения ν_l. Понятие ν_l хорошо определено на расстояниях больше магнитной длины. Следовательно, на меньших расстояниях полуфеноменологическая теория [4,5] „несжимаемых" каналов теряет смысл.

Можно, однако, предположить, что требование (2) (а значит, и неравенство (3)) не является необходимым при описании свойств канала. Далее предлагается алгоритм, дающий возможность оценивать производную dn_l/dx в центре канала и проверять реальность выполнения предельного требования (2). Если такое условие нарушается, канал теряет свойства, присущие образцам с хорошо выраженным КЭХ.

2. Рассмотрим 2D-диск Корбино с плоскими терминалами в квазиодномерном приближении, когда $(R_1 - R_2)/(R_1 + R_2) \ll 1$, где R_1, R_2 — внешний и внутренний радиусы диска Корбино. Кусочно-гладкое решение контактной задачи Дирихле для электропотенциала ведет в данном случае к следующей неоднородной части $\delta n(x)$ электронной плотности в $2D$-области:

$$\delta n_0(x) = \frac{\kappa w W_{ab}}{\pi^2 e^2 (w^2 - x^2)}, \quad \int\limits_{-w}^{+w} \frac{\delta_0 n(s)}{(s-x)}\, dx = 0,$$

$$-w \le x \le +w. \tag{4}$$

Здесь $2w = R_2 - R_1$ — ширина $2D$-области между металлическими берегами, ось OX направлена в радиальном направлении, начало координат совпадает с серединой $2D$-области, κ — диэлектрическая постоянная среды, W_{ab} — контактная энергия. В пределе $a_b^* \ll w$ приближение (4) хорошо „работает“ вдали от точек $x = \pm w$; a_b^* — эффективный боровский радиус; интеграл в (4) понимается в смысле главного значения.

При включении магнитного поля, нормального плоскости $2D$-системы, на профиле электронной плотности возникают точки с

$$\nu(x) = \pi l_H^2 \big(n_s + \delta n_0(x_l)\big) = l, \quad l = 1, 2, 3 \ldots . \tag{5}$$

Эти точки становятся центрами возникновения целочисленных (несжимаемых) полосок. Согласно [4], каждая из полосок может рассматриваться независимо, чем мы и воспользуемся далее.

Внутри данной l-й полоски уравнение равновесия для системы невзаимодействующих $2D$-электронов выглядит следующим образом (одноэлектронное приближение принято и в [4,5]):

$$\mu(x) = e\varphi(x) + \xi\left(\nu_{\text{var}}(x), H\right) = \text{const},$$

$$\xi\left(\nu_{\text{var}}(x), H\right) = -T \ln S(\nu_{\text{var}}, H), \tag{6}$$

$$\nu_{\text{var}} = \nu(x) \text{ или } \nu_*(x). \tag{7}$$

$$2S(H, T, \nu) = \left(\frac{1}{\nu} - 1\right) + \left[\left(\frac{1}{\nu} - 1\right)^2 + 4\epsilon\left(\frac{2}{\nu} - 1\right)\right]^{1/2},$$

$$\epsilon = \exp(-\hbar\omega_c/T) \ll 1, \tag{8}$$

$$\nu(x) = \pi l_H^2 n(x), \quad l_H^2 - c\hbar/eH, \quad \nu < 2, \tag{9}$$

$$\nu_*(x) = \pi l_h^2 \left\{ n(x) - \frac{\langle \nu \rangle}{\hbar\omega_c} e\varphi''(x) \right\}, \tag{10}$$

$$\kappa e\varphi'(x) = 2e \int\limits_{-w}^{+w} \frac{\delta n(s)}{(s-x)}\, ds. \tag{11}$$

Здесь T — температура; интегральная связь (11) между электропотенциалом $\varphi(x)$ и электронной плотностью $\delta n(x)$ имеет место при отсутствии дополнительных экранов в окрестности диска. Два варианта $\nu(x)$ (7), (9), (10) в приведенных определениях отвечают разным приближениям в расчете $\mu(x)$: традиционному, когда неоднородность задачи определяется лишь формой ϵ_l (1), или самосогласованному — при учете влияния на $\nu(x)$ возмущений (1) и (1a).

Функция $-T \ln S$ (8), (9) при $\nu \to 1$ ведет себя скачкообразно

$$-T \ln S = \begin{cases} 0, & \nu \to 1 - 0, \\ \hbar\omega_c, & \nu \to 1 + 0 \end{cases} \tag{12}$$

с величиной скачка, не зависящей от температуры T, и переходной областью порядка T.

Что касается варианта (8), (10), то здесь скачок со свойствами (12) проявляется в условиях

$$\nu_*(x) = 1 + \Delta(x), \tag{13}$$

$$\Delta(x) = \pi l_h^2 \left\{ \delta n(x) - \frac{\nu}{\hbar\omega_c} e\varphi''(x) \right\} \ll 1. \tag{14}$$

Самосогласованное определение $\mu(x)$ (6), (8), (10) уже фигурировало в работе [6] при обсуждении магнитоемкости $2D$-образцов малых размеров. Отметим также, что условие $\Delta(x) = 0$ использовалось авторами [7] в качестве дополнительной (наряду с (11)) связи между холловским напряжением и локальной плотностью электронов по сечению целочисленного канала с транспортным током. При этом возникает замкнутая система уравнений относительно $\varphi(x)$ и $\delta n(x)$, однако из рассмотрения выпадает величина $\mu(x)$, что неверно. В частности, вместо правильной формы закона Ома

$$j_i = \sigma_{ik} \partial\mu/\partial x_k$$

в [7] используется его искусственная модификация (см. формулу (11) этой работы)

$$j_i = \sigma_{ik} \partial\varphi/\partial x_k$$

без каких-либо комментариев.

Возвращаясь к определениям (6), (8), (9), (11), отметим, что их можно свести в одно уравнение относительно $\delta n(x)$

$$\frac{2e^2}{\kappa} \int\limits_{-w}^{+w} ds\, \frac{[\delta n(s) - \delta n_0(s)]}{(s-x)} = \frac{T}{S(\nu)} \frac{\partial S}{\partial \nu} \frac{d\nu}{dx}. \tag{15}$$

При записи (15) использовано свойство кулоновского интеграла (4), равного нулю для распределения плотности $\delta n_0(x)$.

Эффективный приближенный способ решения уравнения (15) близок по своей сути к использованному в [4,5]. Прежде всего очевидно, что величина $\delta n(x)$ существенно возмущена лишь на интервале $\pm a$, расположенном симметрично относительно точки x_l канала, имеющего ширину $2a \ll 2w$. Следовательно, разность $\delta n(x) - \delta n_0(x)$ отлична от нуля именно на этом интервале, и пределы $\pm w$ могут быть заменены на $\pm a$, если $2a \ll 2w$. Кроме того, как и в [4], соседние каналы слабо взаимодействуют между собой. Далее полагается, что фактор заполнения в зоне канала близок к целочисленному. В этом случае сложная функция $S(\nu)$ (8) заменяется своей „целочисленной" асимптотикой и уравнение (15) принимает более простой вид

$$\frac{4e^2\epsilon^{1/2}}{\kappa T}\int_{-a}^{+a} ds\,\frac{[\delta n(s)-\delta n_0(s)]}{(s-x)} = -\frac{d\nu}{dx}. \qquad (15a)$$

Из (15a) нетрудно заключить, что производная $d\nu(x)/dx$ экспоненциально мала в меру $\epsilon \to 0$.

Для количественной оценки $dn(x_l)/dx$ положим, как и в [4],

$$\delta n(x) - \delta n_0(x) \simeq (n_l' - n_0')\delta x, \qquad (16)$$

где δx отсчитывается от центра данного канала. Возникающий при этом интеграл вычисляется, после чего уравнение (15a) в окрестности x_l сводится к определению n_l':

$$n_l' = n_0'/(1+\gamma), \quad \gamma = \frac{\pi\kappa T l_H^2}{8ae^2\epsilon^{1/2}} \gg 1. \qquad (17)$$

Неравенство $\gamma \gg 1$, имеющее место в основном за счет малости параметра $\epsilon \to 0$, необходимо для реализации упрощений (15a), (16) и является гарантом малости n_l', а значит, и качества канала.

Оценку ширины полоски $2a$, входящей в формулу (16), также можно получить из анализа (15a). Переписывая это уравнение в виде

$$\frac{2\epsilon^{1/2}e}{T}\frac{d\varphi}{dx} = -\frac{d\nu}{dx} \qquad (18)$$

и подставляя величину ν_l' (17), находим

$$\frac{2\epsilon^{1/2}e}{T}\frac{d\varphi}{dx} = -\frac{d\nu_0/dx}{1+\gamma}. \qquad (19)$$

Теперь осталось учесть, что, согласно (6), (12), разность электропотенциалов на берегах полоски равна $\hbar\omega_c$. Другими словами,

$$\frac{T d\nu_0/dx}{(1+\gamma)}\,a = \epsilon^{1/2}\hbar\omega_c. \qquad (19a)$$

В пределе $\gamma \gg 1$ из (19a) имеем

$$a^2 \simeq \kappa\hbar\omega_c/8e^2 n_0'(x_l). \qquad (20)$$

Определение ширины $2a$ (20) отличается от аналогичного результата [4] лишь численным коэффициентом порядка единицы, что допустимо, поскольку в электростатике канала [4] используются дополнительные граничные условия, отсутствующие в решении на основе (6), (15) (равенство нулю электрических полей на берегах канала приходится использовать в связи с искусственным предположением (2), необходимым для получения замкнутой системы уравнений в электростатике [4,5]).

Формула (17) дает удобный критерий „качества" полоски. Если

$$n_l' \ll n_0' \quad \text{т.е.} \quad \gamma \gg 1 \qquad (21)$$

(γ из (17)), можно говорить о хорошо определенном целочисленном канале. В обратном случае

$$n_l' \le n_0' \qquad (21a)$$

канал теряет свои специфические „целочисленные" свойства.

Из (17) следует, что качество полоски легко портится при увеличении температуры. Это обстоятельство отмечено и в численных расчетах [8]. Интересно также поведение $\gamma \propto a^{-1}$, свидетельствующее об улучшении качества канала при уменьшении его ширины. Такую зависимость можно объяснить следующим образом. Исходный профиль $\delta n_0(x)$ (4) электронной плотности не содержит температуры. Не зависящей от нее оказывается и ширина канала (20) (что весьма существенно для теории [4,5], поскольку в противном случае эта теория, не работающая в предельном случае $T=0$, лишилась бы своей привлекательности). В то же время наклон n_l' (17) весьма чувствителен к температуре. При этом ясно, что с ростом ширины канала сохранение требования (21) $n_l' \ll n_0'$ затрудняется. Это обстоятельство и находит отражение в поведении $\gamma \propto a^{-1}$.

Однако подобная тенденция не может быть верной вплоть до $a \to 0$, так как в конечном итоге определение электрохимического потенциала (6) начинает „ощущать" разницу между величинами ν (9) и ν_* (10). Естественная модификация теории [4], включающая поправки неоднородного происхождения (10) в определении электрохимического потенциала, меняет картину поведения узких целочисленных полосок.

3. Модификацию теории [4] удобно начать с уравнения (18), которое с учетом (10) принимает вид

$$2\epsilon^{1/2}T^{-1}e\varphi' = -\nu' + \frac{\pi l_H^2 e}{h\omega_c}\varphi'''(x). \qquad (22)$$

Уже из этой записи следует, что при формировании канала конкурируют две группы параметров

$$\epsilon^{1/2}T^{-1} \quad \text{и} \quad \pi l_H^2/a^2 h\omega_c. \qquad (22a)$$

Если первая комбинация велика по сравнению со второй, справедлива картина, изложенная выше. В обратном пределе, что весьма вероятно для малых значений a, параметры канала должны рассчитываться заново.

Формально в общем случае нужно решить сначала уравнение (22) относительно φ' с граничными условиями

$$\varphi'(\pm a) = 0 \qquad (23)$$

(теперь эти условия можно обосновать). В результате

$$\lambda e\varphi' = -h\omega_c\Bigg[\int_{-a}^{x} n'(s)\sinh\lambda(x-s)ds - \frac{\sinh\lambda(x+a)}{\sinh 2\lambda a}\int_{-a}^{+a} n'(s)\sinh\lambda(a-s)ds\Bigg], \qquad (24)$$

$$\lambda^2 a^2 = \frac{2a^2 \epsilon^{1/2} h\omega_c}{\pi l_H^2 T \nu_l}. \qquad (25)$$

Параметр λa (25), составленный из компонент (22a), регулирует характер подстройки электронной плотности в целочисленном канале к скачкам термодинамической природы функции $S(H, T, \nu_{\text{var}})$ в окрестности особых точек x_l (2). Если $\lambda a \gg 1$, речь идет о поведении производной n_l' вида (9). В обратном предельном случае $\lambda a \ll 1$ находим сначала упрощенное выражение для $e\varphi'(0)$

$$e\varphi'(0) \simeq -h\omega_c n_l' a^2/2. \qquad (26)$$

Используя далее представление электропотенциала (11) в форме (15a) и учитывая рассуждения (16), предшествующие определению (17), получаем в данном случае

$$n_l' = n_0'(1+\delta), \quad \delta = a\kappa h\omega_c/(8e^2). \qquad (27)$$

В отличие от параметра γ (17) величина δ (27) убывает при уменьшении ширины канала a, как и ожидалось в рамках теории с градиентами электропотенциала. В конечном итоге, рассуждая аналогично (21a), можно найти из (27) величину $a_{\min}$

$$a > a_{\min}, \quad a_{\min} = 8e^2/(\kappa h\omega_c) = \frac{8l_H^2}{2\pi a_b^*}. \qquad (28)$$

Это неравенство является заменой требования (3).

Приведем также определение ширины канала в окрестности, близкой к минимальной,

$$-a^3 n_0'/(1+\delta) = 1/(2\pi), \qquad (29)$$

где δ дается (27).

4. Рассмотрим возможные экспериментальные следствия утверждения (28). В равновесных условиях, для которых эта формула имеет смысл, можно ожидать, что область 2D-системы, занятая системой несжимаемых полос (речь идет о многоканальном варианте их возникновения), отделена от краев 2D-системы „нормальными“ прослойками, внутри которых существование полос невозможно. Такая картина действительно имеет место в экспериментах [9] по изучению линейного электрооптического эффекта в диске Корбино (см. рис. 2 из [9]; его электронная версия любезно предоставлена автору W. Dietsche). Эти данные собраны на рис. 1. Светлые кружки отвечают поведению электропотенциала в нормальном состоянии, когда 2D-система обладает хорошей проводимостью. Темные кружки дают представление о поведении 2D-системы в аномальном состоянии при возникновении в центральной части диска Корбино системы целочисленных полосок (вопрос о числе каналов для измерений [9] специально обсуждался в [10]). В данном случае наиболее интересно поведение электропотенциала вблизи краев диска Корбино, где очевидно перекрытие нормальных и аномальных данных на конечном интервале значений координаты x. Этот интервал приблизительно показан стрелками; он может

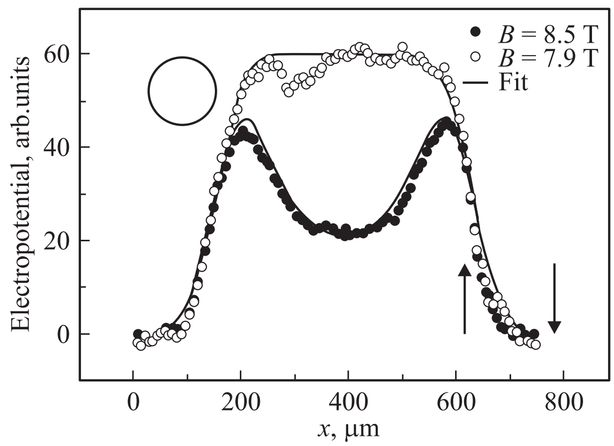

Рис. 1. Гауссово изображение $\phi(x)$ электропотенциала $\varphi(x)$ для диска Корбино с центром 2D-области в точке $x_0 = 390\,\mu$m. Сплошные линии для нормального и аномального состояний построены с помощью формул (30)–(32). Светлые (нормальное состояние) и темные (аномальное состояние) кружки — данные [9]. Указаны магнитные поля, отвечающие обсуждаемым состояниям. Круг в левой части рисунка дает представление о реальных размерах лазерного пучка. Интервал между стрелками в правом нижнем углу отвечает области перекрытия нормального и аномального состояний в поведении $\phi(x)$. Его конечность указывает на существование краевых нормальных колец, обрамляющих аномальную область в центре диска.

существовать лишь при наличии механизма, мешающего возникновению узких целочисленных каналов в областях с большими значениями градиента электронной плотности.

Для количественных заключений о поведении $\varphi(x)$ использованы следующие его характеристики. Для нормального состояния

$$\varphi(x) = \begin{cases} \varphi_0, & -w \le x \le +w, \\ 0, & |x| \ge w. \end{cases} \qquad (30)$$

Величина φ_0, номинальная ширина $2w$ и радиус R находятся из подгонки (30), (32) к данным [9].

Аномальный потенциал на основе (4) в многоканальном приближении [10] имеет вид

$$\varphi(x) = \begin{cases} c_1/(w^2 - x^2), & -x_c \le x \le x_c, \\ \varphi_0, & +x_c \le x \le +w, \\ \varphi_0, & -w \le x \le -x_c. \end{cases} \qquad (31)$$

Нормировка φ_0 единообразна для (30) и (31). Константы c_1, x_c максимально приближают распределение $\varphi(x)$ (30), (31) при заданных φ_0, w и R к данным [9] в режиме КЭХ.

Реально нужно еще учитывать конечность лазерного пучка, сканирующего 2D-образцы в измерениях [9]. С этой целью вводится „изображение“ $\phi(x)$ с подгоноч-

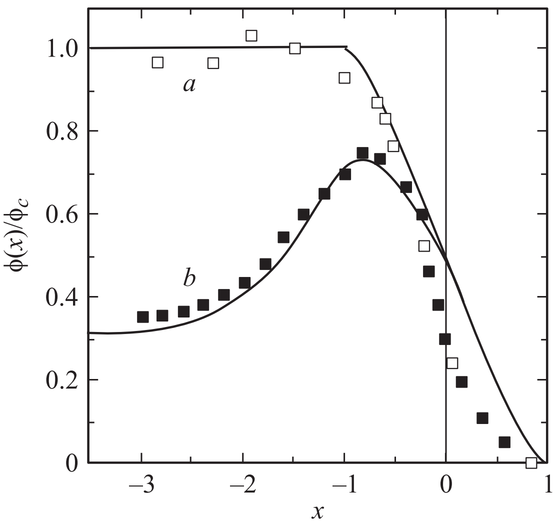

Рис. 2. a — нормированное изображение нормального поведения $\phi(x)/\phi_c$ (30), (33) вблизи одного из краев диска Корбино. Переменная x нормирована на радиус лазерного пучка, начало координат совпадает с геометрическим краем $2D$-системы. Эксперимент [9] представлен выборочно светлыми квадратами. b — то же изображение (33) для $\phi(x)/\phi_c$ (31) в аномальном состоянии, темные квадраты — данные [9].

ным параметром R, имеющим смысл радиуса лазерного пучка

$$\phi(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(s) f(x-s) ds,$$

$$f(x) = \exp(-x^2/R^2)/(R\sqrt{\pi}). \qquad (32)$$

Изображения (32), (30) и (32), (31) (сплошные линии) сравниваются на рис. 1 с данными [9] для нормального (светлые кружки) и аномального (темные кружки) состояний. Из этой подгонки получаем $R \simeq 60\,\mu$m, $x_0 = 390\,\mu$m, $w = 240\,\mu$m, $x_c \simeq 180\,\mu$m. Здесь x_0 — положение центра распределения $\phi(x)$ на рисунке.

Для полноты картины приведем обработку тех же данных в предположении о прямоугольной форме сканирующего лазерного пучка (рис. 2)

$$\phi(x) = \frac{1}{2R} \int_{x-R}^{x+R} \varphi(s)\, ds, \qquad (33)$$

где $\varphi(x)$ есть локальное значение электропотенциала из (30) либо (31). Очевидно, вариант с резким профилем лазерного пучка менее пригоден для описания деталей $\varphi(x)$ вблизи границы диска.

Таким образом, гауссовы изображения (30)–(32) достаточно хорошо согласуются с данными [9], что позволяет говорить о „полосатой“ структуре диска Корбино в режиме КЭХ. Центральная область занята системой несжимаемых полосок, внутреннее строение которых не удается разрешить в связи с конечностью радиуса R. Что касается периферии $2D$-системы, то здесь обнаруживаются нормально проводящие кольца шириной Δ

$$\Delta = w - x_c \simeq 60\,\mu m. \qquad (34)$$

К сожалению, авторы [9] не приводят данных измерений в промежутке между полями 8.5 и 7.9 T, что позволило бы проследить за влиянием магнитного поля на положение и структуру целочисленных полосок. Отсутствуют и абсолютные значения наблюдаемых электрических полей. Тем не менее в (33) содержатся некие косвенные сведения о масштабах контактной энергии W.

Требование (28) вместе с (4) ведет к определению критического интервала $2x_c$ для диска Корбино, в пределах которого можно считать полоски несжимаемыми и применять их усредненное описание,

$$x_c = \xi_c w,\ \ \xi_c \simeq 1 - \sqrt{\eta},\ \ \eta_0 \ll \eta \ll 1,$$

$$\eta = \frac{a^2_{\min}}{w^2}\,\frac{W}{\hbar\omega_c}, \quad \eta_0 = a^*_b/w. \qquad (35)$$

Для согласования экспериментальных и расчетных значений x_c с учетом (28), (35) необходима энергия $W \simeq 1$ eV.

Таким образом, в настоящей работе показано, что ширина $2a$ несжимаемых полосок в регулярно неоднородных $2D$-электронных системах не может быть произвольно малой. В качестве индикатора качества полоски использовано отношение градиента электронной плотности $dn(x_l)/dx$ в ее центре к невозмущенному значению dn_0/dx. С уменьшением размера $2a$ это отношение трансформируется от экспоненциально малого до почти единичного. Характерное переходное значение $2a_{\min}$ (28) в таком переходе названо критическим. На примере диска Корбино обсуждаются возможные экспериментальные следствия существования $a_{\min}$.

Автор благодарен W. Dietsche за полезные дискуссии и предоставление электронной версии данных, опубликованных в [9] и представленных выше на рис. 1.

Список литературы

[1] C.W.J. Beenakker. Phys. Rev. Lett. **64**, 216 (1990).
[2] A. Cheng. Solid. State Commun. **74**, 871 (1990).
[3] A. Efros. Phys. Rev. B **45**, 11 354 (1992).
[4] D. Chklovskii, B. Shklovskii, L. Glazman. Phys. Rev. B **46**, 4026 (1992).
[5] D.B. Chklovskii, K.F. Matveev, B.I. Shklovskii. Phys. Rev. B **47**, 12 605 (1993).
[6] В. Шикин, Ю. Шикина. ФТТ **39**, 742 (1997).
[7] A.H. MacDonald, T.M. Rice, W.F. Brinkman. Phys. Rev. B **28**, 3648 (1983).
[8] K. Lier, R. Gerhardts. Phys. Rev. B **50**, 7757 (1994).
[9] W. Dietsche, K. von Klitzing, K. Ploog. Surf. Sci. **361**, 289 (1996).
[10] В. Шикин. Письма в ЖЭТФ **71**, 95 (2000).