

Дисперсионная нелинейность и бистабильность полярных сред

© Ч.С. Ким, А.М. Сатанин, В.Б. Штенберг

Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского,
603600 Нижний Новгород, Россия

E-mail: satanin@phys.unn.runnet.ru

(Поступила в Редакцию в окончательном виде 15 июля 2002 г.)

Изучается нелинейный отклик полярных материалов (ионных кристаллов или полярных полупроводников). В рамках применимости обобщенной теории Борна–Хуанга получено выражение для нелинейного отклика системы, которое обнаруживает характерный пик вблизи поляритонного резонанса. В качестве примера изучена прозрачность пластины (резонатора Фабри–Перо) из слабо нелинейного полярного материала. Показано, что для исследуемых систем зависимость интенсивности выходного сигнала от интенсивности падающего излучения демонстрирует бистабильное поведение.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (гранты № 01-02-16569, 02-02-17495) и грантом программы „Университеты России“ (УР.01.01.057).

Взаимодействие между электромагнитным излучением и оптическими фононами в полярных материалах (ионных кристаллах или полярных полупроводниках) с достаточной точностью описывается в рамках феноменологической теории Борна–Хуанга [1]. Во-первых, это связано с тем, что длина волны света много больше постоянной решетки и может быть оправдано континуальное приближение. Во-вторых, для описания взаимодействия оптического излучения с оптическими фононами достаточно ввести небольшое число феноменологических параметров, которые полностью характеризуют процесс взаимодействия. Как известно, связь между фононами и фотонами становится особенно сильной вблизи фонон-фотонного резонанса, когда формируются поляритоны [2–4]. Для описания взаимодействия ионов решетки с электромагнитным полем необходимо использовать связанные уравнения для полей. Наиболее естественно это можно сделать, конструируя лагранжиан из независимых квадратичных инвариантов относительных смещений ионов и электромагнитного поля [4,5]. В рамках такого подхода потери могут быть учтены путем добавления диссипативной функции Рэлея [6]. Линейная версия теории Борна–Хуанга и ее модификации в последнее время были использованы для описания оптических фононов в объемных и низкоразмерных структурах [7–9].

При сильном возбуждении полярных материалов лазерным излучением следует принимать во внимание нелинейную поляризацию вещества, которая может быть ответственна за ряд интересных нелинейных эффектов: генерацию гармоник, оптическую бистабильность, нелинейную фазовую модуляцию, самофокусировку и т.д. [10,11]. Нелинейное фотон-фононное взаимодействие в системах с центром инверсии определяет $\chi^{(3)}$ -восприимчивость и может приводить к оптической бистабильности, особенно ярко выраженной вблизи поляритонного резонанса. В последние годы оптическая бистабильность [11,12] активно изучается в различных нелинейных средах: атомных системах (газах), полупро-

водниках, полимерах, коллоидах и т.д. [13–16]. Исследования бистабильности имеют важное значение, поскольку позволяют создавать оптические переключатели со скоростью переключения, лимитированной только характерным временем отклика нелинейного материала и временем прохождения сигнала через образец [11]. Представляется актуальным исследование влияния различных механизмов нелинейности на характер переключения, а также бистабильности полярных материалов в различных частотных диапазонах. Нелинейные поляритонные экситонные механизмы ранее изучались в полупроводниках [17]. Эти исследования выявили важную роль электронного механизма дисперсии и нелинейности. Нелинейная поляризация атомных систем в двухуровневом приближении также исследовалась ранее [10,18,19]. Работы, посвященные исследованию поляритонных механизмов бистабильности, в настоящее время отсутствуют.

Целью данной работы является развитие простой теории дисперсионной нелинейности, которая представляет собой естественное обобщение линейной теории Борна–Хуанга. Для этого добавим к линейному лагранжиану инварианты, построенные из смещений и электромагнитного поля, которые описывают эффективное нелинейное взаимодействие мод. Решение уравнений для поля позволяет найти нелинейный отклик ($\chi^{(3)}$ -восприимчивости). Функции нелинейного отклика демонстрируют резонанс вблизи поляритонного резонанса. Полученное выражение для восприимчивости позволяет изучить нелинейное поведение прозрачности нелинейного поляритонного резонатора Фабри–Перо. Обнаружена интересная резонансная структура, которая определяется поляритонными методами резонатора Фабри–Перо. Показано, что зависимость интенсивности выходного сигнала от интенсивности входного сигнала обнаруживает бистабильное поведение. Получены оценки параметров, которые определяют нелинейные эффекты в полярных средах.

1. Нелинейный отклик полярной среды

Рассмотрим полярный материал — ионный кристалл или полярный полупроводник с двумя атомами на одну элементарную ячейку. Относительное смещение заряженных ионов, описываемое полем $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$, приводит к возникновению электрического поля $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$; в свою очередь переменное поле $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ вызывает смещение ионов $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$. Следовательно, динамику связанных механических и электромагнитных колебаний необходимо описывать самосогласованно. Взаимодействие электромагнитного излучения с выделенной оптической модой можно характеризовать небольшим числом параметров. Линейная теория Борна–Хуанга может быть получена из вариационного принципа

$$\delta \int dt dV \mathcal{L}_{\text{lin}} = 0. \quad (1)$$

Плотность лагранжиана полей \mathcal{L}_{lin} имеет вид

$$\mathcal{L}_{\text{lin}} = \frac{1}{2}(\rho \dot{\mathbf{u}}^2 - \gamma \mathbf{u}^2) + \frac{\beta \mathbf{E}^2 - \mathbf{H}^2}{8\pi} + \alpha \mathbf{u} \cdot \mathbf{E}, \quad (2)$$

где использовано обозначение $\dot{\mathbf{u}} \equiv \frac{d\mathbf{u}}{dt}$. Первое слагаемое в (2) представляет собой механическую часть, второе — электромагнитную, а последнее описывает взаимодействие между ними. Механические свойства среды характеризуются приведенной массой ρ и упругой константой $\gamma = \omega_T^2 \rho$, где ω_T — частота собственных поперечных колебаний ионов. Электромагнитные свойства определяются высокочастотной диэлектрической константой $\beta = \varepsilon(\infty)$ (мы рассматриваем немагнитные среды). Взаимодействие полей описывается константой α

$$\alpha^2 = \frac{(\varepsilon(0) - \varepsilon(\infty))\gamma}{4\pi},$$

где $\varepsilon(0)$ — низкочастотная восприимчивость. Выше мы следовали [1] и использовали только квадратичные инварианты, полагая, что взаимодействие вводится минимальным образом. В теории Борна–Хуанга применительно к однородным средам пренебрегается пространственной дисперсией оптических фононов (слагаемые типа $\sim (\nabla \mathbf{u})^2$ в (2) были опущены). Диссипативная функция Рэлея записывается в виде

$$R = \frac{\rho \nu_u}{2} \dot{\mathbf{u}}^2 + \frac{\rho \nu_E}{2c} \mathbf{E}^2, \quad (3)$$

где ν_u и ν_E — параметры затухания полей.

Используя стандартный подход [10], распространим самосогласованную теорию Борна–Хуанга на случай слабо нелинейных сред и вычислим $\chi^{(3)}$ -отклик полярной среды с центром инверсии. Ограничим наше рассмотрение случаем, когда характерные частоты радиационного поля близки к частотам оптических фононов (продольных и поперечных). Предположим, что характерные частоты электронных переходов отстоят далеко от частот внешнего поля. Практически это означает,

что в рамках нашей теории можно будет вычислить $\chi^{(3)}$ -восприимчивости и описываемые $\chi^{(3)}$ радиационные эффекты в инфракрасном диапазоне частот.

В случае изотропной centrosymmetric полярной среды к линейному лагранжиану следует добавить инварианты четвертого порядка

$$\mathcal{L}_{\text{nl}} = \frac{\rho}{2} \left(\frac{g_1}{2} \mathbf{u}^4 + g_2 \mathbf{u} \cdot \mathbf{E} \mathbf{u}^2 + g_3 \mathbf{u}^2 \mathbf{E}^2 + g_4 (\mathbf{u} \cdot \mathbf{E})^2 + g_5 \mathbf{u} \cdot \mathbf{E} \mathbf{E}^2 + \frac{g_6}{2} \mathbf{E}^4 \right), \quad (4)$$

где g_1, \dots, g_6 — параметры, характеризующие силу нелинейности. Ясно, что первое слагаемое представляет собой ангармонический вклад решетки. Второе слагаемое обусловлено нелинейной поляризацией. Это означает, что смещение соседних атомов деформирует их оболочки и приводит к индуцированию дополнительного заряда в элементарной ячейке. В свою очередь дополнительный заряд может приводить к дополнительной связи смещений с электрическим полем. Соответствующие члены в лагранжиане должны содержать вектор смещения в третьей степени. Следующие слагаемые описывают процессы рамановского рассеяния и электронные процессы высшего порядка. Поскольку нас интересуют резонансные процессы с характерными частотами, сравнимыми с частотами оптических фононов, можно ожидать, что основной вклад в $\chi^{(3)}$ -восприимчивости возникает от высших степеней по смещениям.

Параметры g_1, \dots, g_6 определяют нелинейный отклик; чтобы найти их величины, необходимо использовать микротерию. Численные значения некоторых из них представлены в [20]. Приведем простые оценки этих параметров в терминах параметров линейной среды

$$g_1 \sim \omega_T^2/a^2, \quad g_2 \sim \omega_T^2 a/e, \quad g_3 \sim g_4 \sim \omega_T^2 a^4/e^2, \\ g_5 \sim \omega_T^2 a^7/e^3, \quad g_6 \sim \omega_T^2 a^{10}/e^4,$$

где a — постоянная решетки, e — абсолютное значение заряда электрона. Полученные значения параметров будут использованы для оценки функций нелинейного отклика в следующем разделе.

Используя вариационный принцип, запишем полную систему полевых уравнений в форме

$$\rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} + \rho \nu_u \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \gamma \mathbf{u} = \alpha \mathbf{E} + \frac{\partial \mathcal{L}_{\text{nl}}}{\partial \mathbf{u}}, \quad (6)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \left(\beta \mathbf{E} + 4\pi \alpha \mathbf{u} + 4\pi \frac{\partial \mathcal{L}_{\text{nl}}}{\partial \mathbf{E}} \right) + \frac{4\pi}{c} \rho \nu_E \mathbf{E}, \quad (7)$$

$$\nabla \cdot \left(\beta \mathbf{E} + 4\pi \alpha \mathbf{u} + 4\pi \frac{\partial \mathcal{L}_{\text{nl}}}{\partial \mathbf{E}} \right) = 0, \quad (8)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \quad \nabla \cdot \mathbf{H} = 0. \quad (9)$$

Поля удобно разложить на продольные и поперечные компоненты. Нетрудно понять, что можно независимо

возбуждать либо продольные, либо поперечные компоненты полей. Исследуем более детально динамику поперечных компонент полей. Полагая, что нелинейные члены малы, представим смещения в виде

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}^{(0)} + \mathbf{u}^{(1)} + \dots, \quad (10)$$

где $\mathbf{u}^{(0)}$ есть решение линейного уравнения, а $\mathbf{u}^{(1)}$ представляет собой нелинейную поправку. Удержим только первые поправки $\mathbf{u}^{(1)}$, считая их пропорциональными константам g_1, \dots, g_6 (пока все нелинейные члены полагаются величинами одного порядка).

Можно представить смещения в виде

$$\mathbf{u}^{(0)} = \sum_n \mathbf{u}^{(0)}(\omega_n) e^{-i\omega_n t}, \quad \mathbf{u}^{(1)} = \sum_n \mathbf{u}^{(1)}(\omega_n) e^{-i\omega_n t}. \quad (11)$$

Поляризация раскладывается на линейную и нелинейную части

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}_{\text{lin}} + \mathbf{P}_{\text{nl}}. \quad (12)$$

Линейная поляризация определяется выражением

$$\mathbf{P}_{\text{lin}} = \left(\frac{\beta - 1}{4\pi} \right) \mathbf{E} + \alpha \mathbf{u}^{(0)}, \quad (13)$$

а нелинейная поляризация третьего порядка имеет вид

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{\text{nl}}^{(3)} = & \alpha \mathbf{u}^{(1)} + \frac{1}{2} g_2 (\mathbf{u}^{(0)})^2 \mathbf{u}^{(0)} + g_3 \mathbf{u}^{(0)} \cdot \mathbf{E} \mathbf{u}^{(0)} + g_4 \mathbf{E} (\mathbf{u}^{(0)})^2 \\ & + g_5 (\mathbf{u}^{(0)} \cdot \mathbf{E} \mathbf{E} + \frac{1}{2} \mathbf{E}^2 \mathbf{u}^{(0)}) + g_6 \mathbf{E}^2 \mathbf{E}. \end{aligned} \quad (14)$$

Подставив (10) в (6) и сохранив слагаемые одного порядка, получим уравнение для линейного смещения

$$\frac{\partial^2 \mathbf{u}^{(0)}}{\partial t^2} + \nu_u \frac{\partial \mathbf{u}^{(0)}}{\partial t} + \omega_T^2 \mathbf{u}^{(0)} = \frac{\alpha}{\rho} \mathbf{E} \quad (15)$$

и для поправки $\mathbf{u}^{(1)}$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \mathbf{u}^{(1)}}{\partial t^2} + \nu_u \frac{\partial \mathbf{u}^{(1)}}{\partial t} + \omega_T^2 \mathbf{u}^{(1)} = & g_1 (\mathbf{u}^{(0)})^2 \mathbf{u}^{(0)} + g_2 (\mathbf{u}^{(0)} \cdot \mathbf{E} \mathbf{u}^{(0)} \\ & + \frac{1}{2} (\mathbf{u}^{(0)})^2 \mathbf{E}) + g_3 \mathbf{u}^{(0)} \cdot \mathbf{E} \mathbf{E} + g_4 \mathbf{u}^{(0)} \mathbf{E}^2 + \frac{1}{2} g_5 \mathbf{E} \mathbf{E}^2. \end{aligned} \quad (16)$$

Из уравнения (15) в фурье-представлении можно найти

$$\mathbf{u}^{(0)}(\omega_n) = \frac{\alpha \mathbf{E}(\omega_n)}{D(\omega_n)}, \quad D(\omega_n) = \frac{1}{\rho(\omega_T^2 - \omega_n^2 - i\nu_u \omega_n)}. \quad (17)$$

Линейная восприимчивость $\chi^{(1)}(\omega_n)$ на частоте $\omega_n = \omega$ определяется выражением

$$\mathbf{P}_{\text{lin}}(\omega) = \chi^{(1)}(\omega) \mathbf{E}(\omega), \quad \chi^{(1)}(\omega) = \frac{\beta - 1}{4\pi} + \frac{\alpha^2}{D(\omega)}. \quad (18)$$

Диэлектрическая функция может быть записана в виде

$$\varepsilon(\omega) = 1 + 4\pi \chi^{(1)}(\omega) + \frac{4\pi \rho \nu_E}{\omega}. \quad (19)$$

Рассмотрим среду без потерь ($\nu_u = \nu_E = 0$). Диэлектрическая функция в этом случае определяется формулой

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon(\infty) \left(\frac{\omega_L^2 - \omega}{\omega_T^2 - \omega} \right). \quad (20)$$

Из выражения (20) видно, что диэлектрическая функция $\varepsilon(\omega)$ отрицательна в интервале частот $\omega_T < \omega < \omega_L$; следовательно, в этом случае среда будет полностью отражать излучение.

Разложив поля на продольные и поперечные составляющие, на основании (6)–(9) нетрудно изучить распространение волн в среде без потерь. В частности, поперечные волны существуют при выполнении дисперсионного соотношения

$$\begin{aligned} \omega_{\pm}(k) = & \frac{1}{2} \left(\omega_L^2 + \frac{c^2 k^2}{\varepsilon(\infty)} \right. \\ & \left. \pm \sqrt{\left(\omega_L^2 + \frac{c^2 k^2}{\varepsilon(\infty)} \right)^2 - 4 \frac{c^2 k^2}{\varepsilon(\infty)} \omega_T^2} \right), \end{aligned} \quad (21)$$

где $\omega_L = \sqrt{\varepsilon(0)/\varepsilon(\infty)} \omega_T$. Дисперсионная кривая $\omega_+(k)$ дает верхнюю поляритонную ветвь возбуждений, $\omega_-(k)$ — нижнюю ветвь. Продольные волны существуют при выполнении соотношения

$$\omega_L^2 = \omega_T^2 + \frac{\alpha^2}{4\pi\beta}.$$

Нелинейная восприимчивость третьего порядка зависит от комбинации частот: $\omega_q = \omega_n + \omega_m + \omega_s$. Попытаемся найти решение (16) в виде

$$\mathbf{u}^{(1)} = \sum_q \mathbf{u}^{(1)}(\omega_q) e^{-i\omega_q t}. \quad (22)$$

Подставляя (22) в (16), находим

$$\begin{aligned} P_i^{(3)}(\omega_q) = & \sum_{jkl} \chi_{ijkl}^{(3)}(\omega_q; \omega_n, \omega_m, \omega_s) \Delta(\omega_q - \omega_n - \omega_m - \omega_s) \\ & \times E_j(\omega_n) E_k(\omega_m) E_l(\omega_s), \end{aligned} \quad (23)$$

где $\Delta(\omega_q - \omega_n - \omega_m - \omega_s)$ равно единице, когда выполнено условие $\omega_q = \omega_n + \omega_m + \omega_s$, и равно нулю в обратном случае.

Нелинейная восприимчивость третьего порядка $\chi_{ijkl}^{(3)}(\omega_q; \omega_n, \omega_m, \omega_s)$ определяет различные оптические процессы в веществе. Общие свойства тензора $\chi_{ijkl}^{(3)}$ хорошо известны [10]. В случае изотропной среды имеются только три независимые компоненты тензора. Для более детального анализа ограничимся рассмотрением двух процессов: 1) нелинейной поляризации третьего порядка, когда отклик (поляризация $\mathbf{P}^{(3)}(\omega)$ на частоте $\omega_q \equiv \omega$) определяется из (23) при выборе комбинаций частот: $\omega_q = \omega + \omega - \omega$, $\omega_q = \omega - \omega + \omega$ и $\omega_q = -\omega + \omega + \omega$; 2) генерация третьей гармоники (определяемой поляризацией $\mathbf{P}^{(3)}(3\omega)$, когда эта функция зависит от $\omega_q \equiv 3\omega = \omega + \omega + \omega$).

Поляризация третьего порядка изотропной среды на частоте ω может быть записана в виде

$$\mathbf{P}^{(3)}(\omega) = A(\omega)\mathbf{E}(\omega) \cdot \mathbf{E}^*(\omega)\mathbf{E}(\omega) + \frac{1}{2}B(\omega)\mathbf{E}(\omega) \cdot \mathbf{E}(\omega)\mathbf{E}^*(\omega), \quad (24)$$

где

$$A(\omega) = \rho \left[g_1 \alpha^4 \frac{2}{D^2(\omega)D^2(-\omega)} + g_2 \alpha^3 \left(\frac{1}{D^3(\omega)} + \frac{3}{D^2(\omega)D(-\omega)} \right) + g_3 \alpha^2 \left(\frac{1}{D^2(\omega)} + \frac{3}{D(\omega)D(-\omega)} \right) + g_4 \alpha^2 \left(\frac{2}{D^2(\omega)} + \frac{2}{D(\omega)D(-\omega)} \right) + g_5 \alpha \left(\frac{3}{D(\omega)} + \frac{1}{D(-\omega)} \right) + 2g_6 \right], \quad (25)$$

$$\frac{B(\omega)}{2} = \rho \left[g_1 \alpha^4 \frac{2}{D^2(\omega)D^2(-\omega)} + g_2 \alpha^3 \left(\frac{1}{2D^3(\omega)} + \frac{3}{D^2(\omega)D(-\omega)} \right) + g_3 \alpha^2 \frac{2}{D^2(\omega)} + g_4 \alpha^2 \left(\frac{1}{D^2(\omega)} + \frac{1}{D(\omega)D(-\omega)} \right) + g_5 \alpha \left(\frac{3}{2D(\omega)} + \frac{1}{2D(-\omega)} \right) + g_6 \right]. \quad (26)$$

Из (24) видно, что нелинейная поляризация определяется двумя частотно-зависимыми функциями: $A(\omega)$ и $B(\omega)$. Интересно отметить, что в отсутствие затухания $A(\omega)$ и $B(\omega)$ содержат в качестве слагаемых четные и нечетные функции частоты ω^2 . В среде с потерями действительная часть нечетных членов может менять знак, когда ω проходит через резонанс ω_T . Эти слагаемые вносят отрицательный вклад в $\chi^{(3)}(\omega)$.

Пусть на систему падает излучение. В этом случае

$$P^{(3)}(\omega) = \chi^{(3)}(\omega)|E(\omega)|^2 E(\omega), \quad (27)$$

$$\chi^{(3)}\omega = A(\omega) + \frac{1}{2}B(\omega). \quad (28)$$

Другими словами, в этом случае полярный материал может рассматриваться как обычная керровская среда с восприимчивостью, зависящей от интенсивности локального поля. Среда керровского типа определяется эффективным скалярным параметром $\chi^{(3)}(\omega)$. Отметим, что в высокочастотном пределе $\chi^{(3)}(\infty) = 3g_6$. Мы привели действительную и мнимую части $\chi^{(3)}(\omega)$ на рис. 1. Видно, что вблизи ω_T действительная часть восприимчивости $\chi^{(3)}(\omega)$ меняет знак.

Рассмотрим теперь генерацию третьей гармоники в нелинейной полярной среде. Функция отклика записывается в виде

$$P^{(3)}(3\omega) = \chi^{(3)}(3\omega)E(\omega)E(\omega)E(\omega), \quad (29)$$

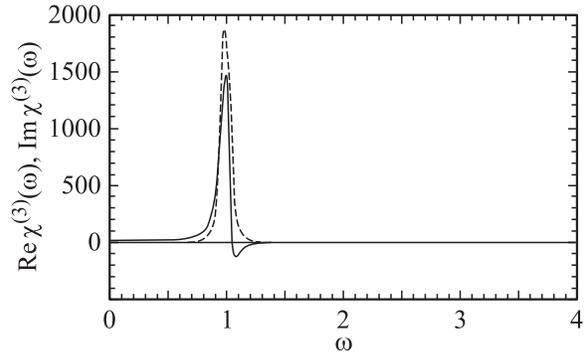


Рис. 1. Действительная (сплошная линия) и мнимая (штриховая линия) части нелинейной $\chi^{(3)}(\omega)$ -восприимчивости. Для вычисления восприимчивости были использованы типичные параметры полярного материала (типа NaCl): $\rho = 2.2 \text{ g/cm}^3$, $a = 0.5 \text{ nm}$, $\varepsilon(0) = 5.02$, $\varepsilon(\infty) = 2.25$, $\nu_u = \nu_E = 0.15\omega_T$; нелинейные параметры вычислялись согласно (5). В качестве единицы измерения частоты взята ω_T , а в качестве единицы $\chi^{(3)}(\omega)$ использована величина $\chi_0^{(3)} = 3g_1 \left(\frac{\varepsilon(0) - \varepsilon(\infty)}{4\pi} \right)^2 \frac{1}{\rho a^2 \omega_T^2} \simeq 2 \cdot 10^{-13} \text{ esu}$.

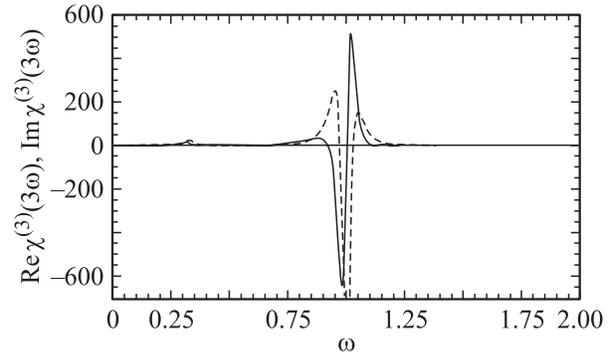


Рис. 2. Действительная (сплошная линия) и мнимая (штриховая линия) части нелинейной $\chi^{(3)}(3\omega)$ -восприимчивости. Действительная и мнимая части $\chi^{(3)}(3\omega)$ меняют знаки, когда частота проходит через поляритонный резонанс. Используются те же параметры, что для рис. 1.

где

$$\chi^{(3)}(3\omega) = \rho \left[g_1 \alpha^4 \frac{1}{D(3\omega)D^2(\omega)} + \frac{g_2}{2} \alpha^3 \left(\frac{3}{D(3\omega)D^3(\omega)} + \frac{1}{D^3(\omega)} \right) + (g_3 + g_4) \alpha^2 \left(\frac{1}{D(3\omega)D(\omega)} + \frac{1}{D^2(\omega)} \right) + \frac{g_5}{2} \alpha \left(\frac{1}{D(3\omega)} + \frac{3}{D(\omega)} \right) + g_6 \right]. \quad (30)$$

Функция $\chi^{(3)}(3\omega)$ показана на рис. 2. Видно, что действительная часть $\chi^{(3)}(3\omega)$ меняет свой вид, а действительная и мнимая части меняют знак, когда частота проходит через ω_T .

2. Нелинейное прохождение волн через пластину из полярного вещества: нелинейный резонатор Фабри–Перо

Используем полученное в предыдущем разделе выражение для $\chi^{(3)}$ -восприимчивости для изучения нелинейного распространения волн и бистабильного поведения прозрачности твердотельного резонатора, заполненного полярным материалом. Известно, что нелинейная система с положительной обратной связью при определенных условиях [12] может обнаруживать бистабильное поведение. В нашем случае полярная среда играет роль нелинейного элемента, имеющего щель в прозрачности. Интересные эффекты могут иметь место для конечных систем. В этом случае возможно появление эффектов, определяемых отношением длины волны и толщины, причем совершенно различных для верхних и нижних поляритонных ветвей.

Пусть имеется пластина, которая приготовлена из полярного материала. Как обычно, предполагается, что поверхности пластины („зеркала“) характеризуются коэффициентом прохождения t (действительная функция) и коэффициентами отражения r, r' (обе комплексные функции). Для простоты рассмотрим падающее поле с волновым вектором $k = \omega/c$ и поперечной поляризацией, параллельной плоскости пластины. Компоненты поля вне пластины запишем в виде

$$E(z) = A_{\text{in}} e^{ikz} + B_{\text{ref}} e^{-ikz}, \quad z < 0, \quad (31)$$

$$E(z) = C_{\text{tr}} e^{ikz}, \quad z > d, \quad (32)$$

где d есть толщина пластины. Первое слагаемое в (31) представляет собой падающее поле с амплитудой A_{in} , второе — описывает отраженную волну с амплитудой B_{ref} . Электрическое поле в (32) описывает волну, прошедшую через пластину.

Внутри пластины поле $E(z)$ может быть найдено из нелинейного уравнения

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} + q^2 E = -\frac{4\pi\omega^2}{c^2} \chi^{(3)}(\omega) |E|^2 E, \quad (33)$$

где $q^2 = \varepsilon(\omega)\omega^2/c^2$. Для нахождения решения (33) воспользуемся методом медленно меняющихся амплитуд. Поле $E(z)$ ищем в виде

$$E(z) = a(z)e^{iqz} + b(z)e^{-iqz}, \quad (34)$$

где $a(z)$ и $b(z)$ — медленно меняющиеся функции. Из (33) получаем для $a(z)$ и $b(z)$ уравнения

$$\frac{\partial a}{\partial z} = -\mu (|a|^2 + 2|b|^2) a, \quad (35)$$

$$\frac{\partial b}{\partial z} = \mu (2|a|^2 + |b|^2) b, \quad (36)$$

где $\mu = \frac{2\pi\omega^2\chi^{(3)}(\omega)}{c^2q}$. Решение уравнений (35) и (36) можно записать в виде

$$a(z) = \eta e^{i\mu(\eta^2 + 2\xi^2)z}, \quad (37)$$

$$b(z) = \xi e^{i\mu(2\eta^2 + \xi^2)z}, \quad (38)$$

где η и ξ — пока произвольные константы. Преобразуем граничные условия следующим образом:

$$a(0) = rb(0) + tA_{\text{in}}, \quad B_{\text{ref}} = tb(0) + r'A_{\text{in}}, \quad (39)$$

$$C_{\text{tr}} = a(d)te^{i(q-k)d}, \quad b(d) = r'a(d)e^{2iqd}. \quad (40)$$

Используя решение (37), (38) и граничные условия (39), (40), имеем

$$T = \frac{|te^{i(q-k)d}|^2}{|1 - |r|^2 e^{2i\phi}|^2},$$

где фаза ϕ определяется соотношением

$$\phi = \frac{3\omega^2 d \chi^{(3)}(\omega)}{4c^2 q} \left(\frac{1 + |r|^2}{|t|^2} \right) T |A_{\text{in}}|^2 + qd + \varphi, \quad (42)$$

φ есть дополнительная фаза, обусловленная зеркалами ($rr' = |r|^2 e^{i2\varphi}$). Уравнения (41) и (42) позволяют рассматривать прохождение излучения через пластину для широкого диапазона частот, включая частоты, лежащие внутри щели, когда $q^2 < 0$.

Предварительно рассмотрим линейную среду. В этом случае пики прозрачности (собственные частоты резонатора Фабри–Перо) определяются выражением

$$qd + \varphi = \pi n, \quad n = 1, 2, \dots \quad (43)$$

Используя (20), находим

$$\omega_{\pm}^2 = \frac{\omega_L^2}{2} \left(\frac{\omega_L^2}{\omega_T^2} + F[n] \pm \sqrt{\left(\frac{\omega_L^2}{\omega_T^2} + F[n] \right)^2 - 4f[n]} \right), \quad (44)$$

где

$$F[n] = \left(\frac{\lambda_T}{2\pi d} \right)^2 (\pi n - \varphi)^2, \quad \lambda_T = \frac{2\pi c}{\omega_T}. \quad (45)$$

Нетрудно показать, что набор частот $\omega_-(n)$ ($n = 1, 2, \dots$) меняется в интервале $0 < \omega_-(n) < \omega_T$ и связан с нижней ветвью возбуждений поляритонов; они дают пики прозрачности, сгущающиеся к ω_T . Частоты $\omega_+(n)$ ($n = 1, 2, \dots$) меняются в интервале $\omega_L < \omega_+(n) < \infty$; они соответствуют верхней ветви поляритонных возбуждений. Если на пластину падает излучение с частотой, лежащей внутри щели, амплитуда поля может либо экспоненциально затухать, либо экспоненциально расти внутри пластины. На рис. 3 показана прозрачность пластины как функция частоты для толщины $d = 0.8\lambda_L$ ($\lambda_L = 2\pi c/\omega_L$); видны пики прозрачности, соответствующие нижним и верхним поляритонным возбуждениям. Используя (41) и (42) (с учетом (28)), нетрудно найти зависимости интенсивности выходного сигнала от интенсивности

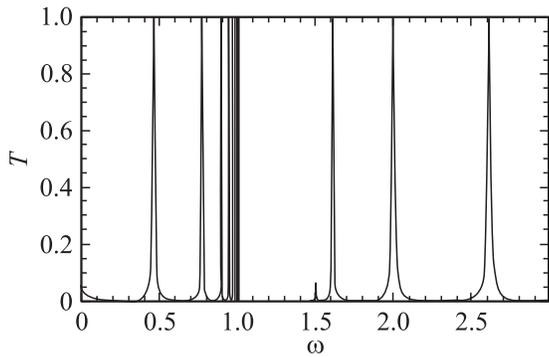


Рис. 3. Зависимость прозрачности полярной пластины в линейном приближении от частоты для $d = 0.8\lambda_L$ ($\lambda_L = 2\pi c/\omega_L$). Резонансная структура прозрачности связана с верхними и нижними ветвями поляритонных возбуждений — квазисвязанными модами Фабри–Перо. Коэффициент отражения поверхности пластины $R = 0.9$. Остальные параметры те же, что для рис. 1, 2.

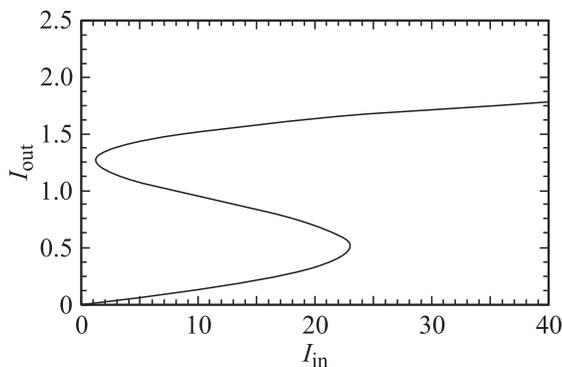


Рис. 4. Зависимость интенсивности выходного сигнала от интенсивности падающего излучения. Рабочая мода Фабри–Перо принадлежит нижней поляритонной ветви $\omega = 0.565\omega_L$. В качестве единицы интенсивности излучения взята $I_0 = 1 \text{ MW/cm}^2$. Остальные параметры пластины те же, что для рис. 1–3.

входного сигнала. На рис. 4 приведена прозрачность пластины как функция интенсивности входного сигнала для определенной собственной моды поляритонного резонатора Фабри–Перо, принадлежащей нижней ветви возбуждений, $\omega = 0.565\omega_L$. Как отмечалось выше, бистабильное поведение обусловлено обратной связью — нелинейной модуляцией фазы волны, зависящей от интенсивности волны внутри резонатора.

Таким образом, могут реализоваться ситуации, когда макроскопический подход дает не только качественно, но и количественно правильное описание явлений и позволяет предсказывать новые эффекты. В данной работе феноменологическая теория Борна–Хуанга была обобщена для описания нелинейных эффектов в дисперсной полярной среде. Вычислены $\chi^{(3)}$ -восприимчивости, в частности нелинейная поляризация третьего порядка и поляризация на третьей гармонике. Было показано,

что они определяются четными и нечетными частотными слагаемыми. Причем нечетные слагаемые меняют знаки, когда частота проходит через поляритонный резонанс, что может качественно сказаться на эффектах фазовой модуляции. В качестве приложения развитой теории исследован коэффициент прозрачности пластины из полярного материала в зависимости от частоты и интенсивности внешнего поля. Обнаружена интересная резонансная структура, определяемая поляритонными модами резонатора Фабри–Перо. При этом нелинейная прозрачность обнаруживает бистабильное поведение.

Список литературы

- [1] M. Born, K. Huang. *Dynamical Theory of Crystal Lattices*. Clarendon, Oxford (1988).
- [2] U. Fano. *Phys. Rev.* **103**, 3, 1202 (1956).
- [3] С.И. Пекар. *ЖЭТФ* **33**, 4, 1022 (1957).
- [4] J.J. Hopfield. *Phys. Rev.* **112**, 5, 1555 (1958).
- [5] Ч. Киттель. *Квантовая теория твердых тел*. Наука, М. (1967). 461 с.
- [6] У. Люиссел. *Излучение и шумы в квантовой электронике*. Наука, М. (1972). 400 с.
- [7] H. Akerai, T. Ando. *Phys. Rev. B* **40**, 5, 2914 (1989).
- [8] B.K. Ridley, M. Babiker. *Phys. Rev. B* **43**, 11, 9096 (1991).
- [9] F. Comas, C. Trallego-Giner, M. Cardona. *Phys. Rev. B* **56**, 7, 4115 (1997).
- [10] М. Бломберген. *Нелинейная оптика*. Мир, М. (1966). 424 с.
- [11] H.M. Gibbs. *Optical Bistability: Controlling Light with Light*. Acad. Press, Orlando (1985). 485 p.
- [12] R. Reinish, G. Virant. *Progr. Quant. Electr.* **18**, 1, 1 (1994).
- [13] T. Ackemann, A. Heuer, Yu.A. Logvin, W. Lang. *Phys. Rev. A* **56**, 3, 2321 (1997).
- [14] E. Lidorikis, Q. Li, C.M. Soukoulis. *Phys. Rev. E* **55**, 3, 3613 (1997).
- [15] S. Coen, M. Tlidi, P. Emplit, M. Haelterman. *Phys. Rev. Lett.* **83**, 12, 2328 (1999).
- [16] E. Centeno, D. Felbacq. *Phys. Rev. B* **62**, 12, R7683 (2000).
- [17] H. Haug, S.W. Koch. *Quantum Theory of the Optical and Electronic Properties of Semiconductors*. World Scientific, Singapore (1990). 410 p.
- [18] M. Hilley, L.D. Mlodinow. *Phys. Rev. A* **31**, 2, 797 (1985).
- [19] В.М. Файн. *Фотоны и нелинейные среды*. Сов. радио, М. (1972). 472 с.
- [20] У. Харрисон. *Электронная структура и свойства твердых тел*. Мир, М. 1983. Т. 1. 382 с.