

05  
**Связь показателя Хёрста и эффективности самоорганизации деформируемой системы**

© Е.А. Алфёрова,<sup>1</sup> Д.В. Лычагин<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Национальный исследовательский Томский политехнический университет, 634050 Томск, Россия

<sup>2</sup> Национальный исследовательский Томский государственный университет, 634050 Томск, Россия

e-mail: katerina525@mail.ru, dvl-tomsk@mail.ru

(Поступило в Редакцию 6 июля 2017 г.)

Установлена степень самоорганизации системы при пластической деформации на различных масштабных уровнях. Используя фрактальный анализ, был определен показатель Хёрста и корреляционные длины в зоне формирования гофрированной (складчатой) структуры в [111]-монокристаллах никеля при сжатии. Благодаря чему выделено два уровня самоорганизации деформируемой системы (микро- и мезоуровень). Установлена качественная связь значений показателя Хёрста со стадиями кривой деформации.

DOI: 10.21883/JTF.2018.04.45723.2416

## Введение

Поверхность кристалла отражает процессы пластической деформации, происходящие внутри. Еще в начале XX века Розенхайн и Эвинг, а также Хирт Дж. и Лоте И. [1] показали, что деформационный рельеф состоит из линий. Эти линии представляют собой ступеньки на поверхности. Они возникают из-за микроскопических сдвигов, обусловленных движением дислокаций в плоскости скольжения. Следы сдвига наблюдаются начиная с малых степеней пластической деформации как в моно-, так и в поликристаллах. Их образование характерно для различных видов нагружения. Следовательно, они могут быть рассмотрены как базовый структурный элемент деформационного рельефа.

При развитии деформации следы сдвига формируют различные сочетания, образуя элементы деформационного рельефа следующего масштабного уровня (пачки следов, мезо- и макрополосы, гофрированные структуры различного типа (складки), persistent slip band и т.д.). Одним из самых интересных элементов деформационного рельефа являются гофрированные структуры (складки). Их морфология очень разнообразна, и они проявляются в различных условиях [2–16]. Гофрирование часто в качестве нежелательного эффекта сопровождает процессы обработки металлов давлением. В работах, посвященных этому вопросу, в основном рассматривают образование текстуры и структуру материала после деформирования [2–5]. В работе [6] показано, что гофрирование металла при прокатке определяется особенностями течения различных слоев металла в очаге деформации. Формирование гофра (выпуклостей) на поверхности медного образца, деформированного жестким индентором, описано в [7]. Подобные результаты независимо получены и описаны в работе [8]. На образование гофрированных структур и сморщивание при механическом нагружении указывается в работах [9,10].

О формировании гофрирования („сморщивания“) при деформации пленок на подложках сообщается в ряде работ, например [11–15]. В работе [15] на основе моделирования показано, что благодаря формированию гофра плотноупакованные плоскости релаксируют, образуя седлообразный профиль поверхности. В ряде работ формирование гофрированных структур на поверхности кристалла связывается с избыточной деформацией поверхностного слоя [16] в сравнении с внутренней частью кристалла. Деформацию твердого тела в этом случае рассматривают как иерархическое взаимодействие „упруго деформированного основного кристалла“ и „пластически деформированного поверхностного слоя“, т.е. поверхностный слой — это отдельный мезомасштабный уровень деформации [16–18]. Он обладает высокой плотностью вакансий и дислокаций и наименьшей сдвиговой устойчивостью. В работе [19] приводятся три различные позиции, касающиеся различия в степени упрочнения поверхностного слоя и внутреннего объема кристалла: поверхность упрочняется сильнее внутреннего объема, поверхность упрочняется в меньшей степени, чем объем материала, поверхность слоя и внутренний объем упрочняются в равной степени.

Процесс гофрирования (складкообразования) характерен и для монокристаллических объектов. Авторы приняли ряд попыток классификации всего многообразия гофрированных (складчатых) структур в ГЦК-монокристаллах [20–23]. Установлено, что ориентация [111] является наиболее склонной к формированию гофра различной морфологии. Это связано с кристаллографической ориентацией граней кристалла. Вместе с тем исследование гофрированных структур на примере монокристаллов удобно с точки зрения установления физических закономерностей в связи с определенной геометрией дислокационного скольжения и отсутствием влияния границ зерен.

Таким образом, наблюдать гофрированные структуры на поверхностях деформированных кристаллов можно в различных случаях. Процесс формирования гофрированных структур зависит от внутренних свойств кристалла и не требует специального внешнего воздействия. Гофр образуется на поверхности монокристалла из следов сдвига начиная с определенной степени деформации. Следовательно, гофрированные структуры являются структурным элементом деформационного рельефа качественно иного уровня по сравнению со следами сдвига. Перечисленные выше факты являются по своей сути признаками самоорганизующейся системы. Целью такой самоорганизации, очевидно, является стремление кристалла сохранить свою целостность при нагружении как можно более длительное время (повышение живучести нагруженной системы).

В связи с чем целью настоящей работы является установление закономерностей самоподобия и, следовательно, самоорганизации гофрированной структуры в процессе деформации монокристаллов, определение особенностей локального распределения напряжений в зоне формирования гофра и его способность к релаксации напряжений.

## Материал и методика

В качестве объекта исследования был выбран монокристаллический никель (чистота 99.99%) с ориентацией оси сжатия [111]. Деформацию сжатием проводили на испытательной машине Instron ElektroPuls E10000, скорость  $1.4 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ . Картины деформационного рельефа исследовали на конфокальном лазерном сканирующем микроскопе Olympus LEXT OLS4100. Размер сканированного участка в каждом отдельном случае составлял  $0.066 \text{ mm}^2$  ( $0.256-0.256 \text{ mm}^2$ ). Разрешение по глубине  $0.06 \text{ }\mu\text{m}$ . Исследования проведены в интервале деформации 1.5–18%. Размер сканированного участка в данном случае накладывает ограничение на устанавливаемый масштаб самоорганизации.

Для выявления масштабно-инвариантных закономерностей процесса пластической деформации монокристаллов никеля при сжатии в работе был применен фрактальный анализ деформационного рельефа на основе корреляционной функции „высота–высота“  $H(r)$  [24,25]

$$H(r) = \langle [Z(r') - Z(r' - r)]^2 \rangle,$$

где  $Z(r)$  — функция высоты поверхности по всем парам точек, отстоящим друг от друга на фиксированное расстояние  $r$ , скобки указывают на усреднение по всем парам точек.

Из графика корреляционной функции „высота–высота“  $H(r)$ , представленного в логарифмических осях, по наклону начального участка кривой можно определить показатель Хёрста ( $H$ ) и длину корреляции  $L$ . Длина корреляции определяется проекцией линейного участка на ось абсцисс.

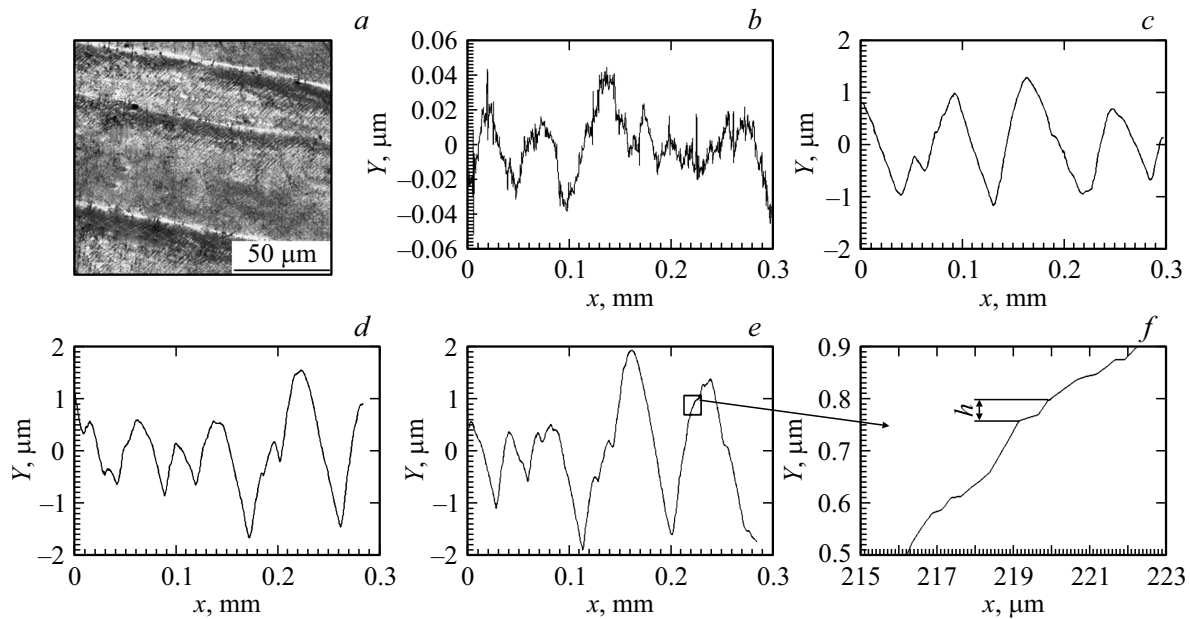
## Результаты и обсуждение

В работе была исследована эволюция деформационного рельефа на боковой грани (112) [111]-монокристалла никеля. В настоящей работе приводятся результаты, полученные для участка боковой грани, занятой гофрированными (складчатыми) структурами. Рассматриваемая область находится в центре грани, вблизи вертикального ребра образца. При начальных степенях деформации эта зона находится в области одноосного сжатия. Однако с увеличением степени сжатия за счет макроскопического формоизменения образца схема напряженного состояния переходит к более сложному случаю растяжения–сжатия [26]. Формирующийся в этой области тип гофра (складок) имеет одну четкую и одну плавную границу. Внутри гофра можно наблюдать систему следов сдвига. Одна сторона гофра более пологая, а вторая более крутая относительно плоскости грани. Складки образуются квазипараллельно друг другу. Подобный тип деформационного рельефа наблюдался авторами на монокристаллах меди и был подробно рассмотрен в работе [23].

Деформационный рельеф и изменение профиля поверхности показано на рис. 1. Профиль поверхности определяли на поверхности в направлении, перпендикулярном складкам, ось  $Y$  перпендикулярна поверхности грани. При общей деформации образца 1.5% начинают зарождаться следы сдвига и складки. Это отражается на профиле секущей в области формирования рельефа на поверхности (рис. 1, *b*). С увеличением степени деформации складчатые структуры на поверхности становятся все более ярко выраженными (рис. 1, *a, c–e*). На профиле поверхности они представляют собой чередование областей экструзии и интрузии материала (квазипериодический профиль). При этом на профиле всегда можно выделить ступени сдвига  $h$  (рис. 1, *f*). С ростом степени деформации форма профиля поверхности изменяется. Если при деформации 8% мы можем наблюдать более скругленные впадины, то с увеличением деформации прослеживается тенденция к углублению и заострению впадин. Области экструзии теряют округлый профиль, формируя заостренную форму с некоторыми неровностями на вершинах. Кроме того, увеличивается количество зон экструзии/интрузии на рассматриваемой длине.

Анализ трехмерной картины и профиля поверхности в области формирования гофрированных структур наталкивает на мысль о „холмообразном“ (mounded surface) характере поверхности. Известно, что существуют поверхности для которых характерным является наличие холмообразных образований с достаточно регулярным расположением „холмов“ [27,28]. Они имеют характерный дальний масштаб длины (длины волны)  $\lambda$ , который является мерой расстояния между „холмами“.

О наличии „холмообразной“ поверхности можно судить по корреляционной функции „высота–высота“  $H(r)$ ,



**Рис. 1.** Развитие профиля поверхности в области формирования складок: *a* — деформационный рельеф при  $\varepsilon = 15\%$ ; профили поверхности при деформациях 1.5 (*b*), 8 (*c*), 12 (*d*) и 15% (*e*); *f* — ступени сдвига (*h*) (фрагмент рис. 1, *e*).

функции спектральной плотности мощности PSD и автокорреляционной функции  $A(r)$ . Величину  $\lambda$  (длина волны, расстояние между холмами) можно определить как значение  $r$ , которое соответствует первому минимуму функции „высота–высота“  $H(r)$ , или, что тоже самое, значение, которое соответствует первому максимуму на автокорреляционной функции  $A(r)$  [29]. Анализ экспериментальных результатов показал, что рассматриваемые гофрированные (складчатые) структуры представляют собой „холмообразную“ поверхность. Полученные для анализируемого случая результаты по определению величины  $\lambda$  приведены в таблице.

Кроме того, автокорреляционная функция  $A(r)$  отражает зависимость между протеканием деформации в различных локальных участках и позволяет судить о взаимодействии локальных областей, разделенных различными интервалами. По сути радиус корреляции  $r_c$  показывает размер объема с самосогласованной деформацией. Радиусы корреляции для гофрированных структур приведены в таблице. Анализ результатов свидетельствует о том, что первоначально мезообъемы величиной порядка  $55 \mu\text{m}$  обнаруживают самосогласованную деформацию. С увеличением степени деформации можно наблюдать уменьшение размеров зон взаимодействия до  $18\text{--}23 \mu\text{m}$ . Сравнение длины волны  $\lambda$  с радиусом корреляции  $r_c$  показывает, что на одной длине  $\lambda$  укладывается от 3 до 4 зон самосогласованной деформации. Таким образом, мы наблюдаем несколько уровней самоорганизации деформации. Уменьшение размера зоны самосогласованной деформации способствует локализации деформации, что невыгодно с точки зрения сохранения целостности кристалла при деформации. Отсюда следует, что способность материала к структурной

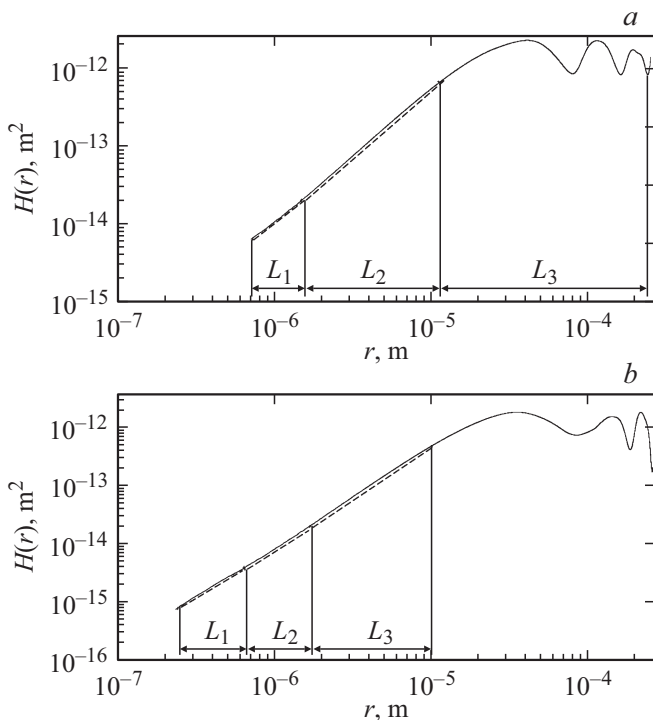
Характеристики гофрированного (складчатого деформационного рельефа)

| Величина деформации, $\varepsilon, \%$ | $\lambda, \mu\text{m}$ | $H_1$ | $H_2$        | $L_1, \mu\text{m}$ | $L_2, \mu\text{m}$ | $r_c, \mu\text{m}$ |
|--|------------------------|-------|--------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| 1.5%                                   | —                      | 0.002 | 0.009        | 2                  | 120                | 55                 |
| 8%                                     | 83                     | 0.017 | 0.040        | 3                  | 18                 | 23                 |
| 12%                                    | 84                     | 0.018 | 0.046        | 2                  | 15                 | 20                 |
| 15%                                    | 80                     | 0.022 | 0.067        | 1.5                | 10                 | 22                 |
| 18%                                    | 82                     | 0.012 | 0.049/0.071* | 1.2/7*             | 10                 | 18                 |

Примечание. \* На графике выделяется три масштабных уровня

самоорганизации, которая эффективно осуществляла бы диссипацию энергии нагружения, уменьшается. Следовательно, для сохранения целостности кристалла необходимо задействовать другие механизмы деформации. К таким механизмам можно отнести релаксацию напряжений за счет перестройки дислокационной структуры и развитие ротационных мод пластичности.

Анализ поведения полученных корреляционных функций „высота–высота“  $H(r)$  позволил выделить участки на кривой  $L_1, L_2$ , на которых экспериментальные точки могут быть аппроксимированы прямыми линиями с разным наклоном по отношению к осям (рис. 2). Благодаря этому можно определить показатель Хёрста и верхние границы длины корреляции для нескольких участках (см. таблицу). На участке  $L_3$  аппроксимировать экспериментальные данные с помощью прямой не представляется возможным, так как они демонстрируют флуктуирующее поведение. Это указывает на отсутствие устойчивой



**Рис. 2.** Корреляционная функция „высота–высота“ в области складкообразования на боковой грани (112) [111]-монокристалла никеля: *a*) —  $\varepsilon = 15\%$ , *b*) —  $\varepsilon = 18\%$  (штрихпунктиром показаны линии аппроксимации участков кривой).

корреляции в этом масштабе размеров (рис. 2, *a*). Однако при достижении степени деформации 18% становится возможным выделение третьей корреляционной длины  $L_3$  (рис. 2, *b*).

Показатель Хёрста  $H$  можно использовать для анализа степени хаотизации (самоорганизации) системы [30]. Величина показателя Хёрста меньше 0.5 свидетельствует об антиперсистентном, эргодическом характере системы, т.е. система стремится возвратиться к среднему значению, при этом степень устойчивости системы зависит от того, насколько значение  $H$  близко к нулю. Значение  $H = 0.5$  указывает на отсутствие корреляции. В то время как значения больше 0.5 указывают на присутствие длинномасштабных корреляций [31].

Анализ полученных результатов показывает, что при  $\varepsilon = 1.5\%$  процесс деформации носит антиперсистентный характер, т.е. система сильно подвержена переменам. Причем на более мелкомасштабном уровне эта тенденция выражена сильнее. Рассматриваемый случай относится к началу пластической деформации, где процессы пластической деформации связаны с развитием сдвига в объеме монокристалла и несущими материальными поворотами [32]. Можно полагать, что основными источниками дислокаций являются поверхностные концентраторы напряжений микромасштабного уровня [33], а релаксация осуществляется встречными сдвигами. Благодаря таким „благоприятным“ условиям

величина области с самосогласованной деформацией составляет  $55 \mu\text{m}$ . Отметим, что способность системы к самоорганизации на уровне дислокационной подсистемы очень высока во всем рассмотренном диапазоне деформации.

При увеличении степени деформации можно наблюдать увеличение значения показателя Хёрста и уменьшение размера зоны с самосогласованной деформацией. Источниками дислокаций по-прежнему являются микроконцентраторы напряжений и их релаксация напряжений путем перераспределения дислокаций и накопления избыточной плотности дислокаций. В распределении дислокаций все больше проявляются черты ее самоорганизации [33,34]. В данном случае начинает формироваться ячеистая дислокационная структура. На третьей стадии продолжает развиваться ячеистая дислокационная субструктура и происходит переход к разориентированной ячеистой дислокационной структуре [26]. Известно, что на II и III стадиях ячейки в ГЦК-материалах с высоким и средним значениями энергии дефекта упаковки играют существенную роль в пластической деформации и упрочнении. Дислокационные ячейки создают барьеры для движения дислокаций. На третьей стадии ячейки разориентируются, разрушаются и появляются субграницы, определяющие развитие микрополосовой субструктуры. В этом случае характерно появление следов с большей величиной сдвига. На микроуровне самосогласованное движение дислокаций по-прежнему осуществляет пластическую деформацию кристалла [32]. Незначительное увеличение показателя Хёрста в этом случае указывает на то, что выраженная тенденция к квазипериодическому формированию профиля сохраняется. По-видимому, возрастающая роль кооперативных процессов в дислокационной субструктуре обеспечивает то, что на длине корреляции  $L_1$  индекс Хёрста возрастает меньше, чем на длине корреляции  $L_2$ . Вместе с тем в рассмотренном интервале деформаций (1.5–18%) величина показателя Хёрста не достигает значения 0.5, т.е. система остается коррелированной и стремится к самоорганизации на рассматриваемых масштабных уровнях. В противном случае релаксация напряжений не протекает столь эффективно и это приводит к разрушению кристалла. Описание таких случаев приводятся в литературе. В работе [31] на примере алюминиевого сплава после динамического нагружения установлено наличие двух зон со значениями показателя Хёрста 0.3–0.4 и 0.5–0.6, эти зоны представляют собой поверхность разрушения. Интервал определенных масштабов составляет  $1–18 \mu\text{m}$ . По данным работы [35] значения показателя Хёрста в зоне излома составляют 0.64–0.81 в зависимости от условий эксперимента. Кроме того, стоит обсудить тот факт, что имеющиеся в литературе данные показывают, что значения показателя Хёрста для многих природных явлений находятся в пределах 0.72–0.74 [36]. При описании деформационного рельефа в случае различных способов нагружения также приводятся значения показателя Хёрста больше 0.5 [35,37–39].

Ряд из указанных исследований проведен на участках измерения в несколько миллиметров, что позволило установить значения показателя Хёрста на макроуровне и свидетельствует о том, что самоорганизация в более крупном масштабе носит иной характер, чем на уровнях, описанных авторами в настоящей работе.

Отметим, что при достижении степени деформации, равной 18%, на корреляционной функции „высота–высота“ становится возможным выделение трех участков. Это связано с включением нового способа организации пластической деформации на уровне дислокационной подсистемы — образованием разориентированных микрополос. А также разориентировок более крупного масштаба. Как показали наши исследования на монокристаллах никеля, полученные методом дифракции отраженных электронов, наиболее выраженная разориентация достигает глубины 350–380  $\mu\text{m}$  от поверхности образца.

Таким образом, можно выделить следующие масштабные уровни самоорганизации пластической деформации кристалла: уровень дислокационной структуры — микроуровень (соответствует  $L_1$ ) и уровень группы параллельных следов сдвига — мезоуровень (соответствует  $L_2$ ) и мезоуровень  $L_3$ , связанный с формированием разориентированных областей. Причем наблюдается взаимосвязь между изменениями типа дислокационной субструктуры при деформации, параметрами рельефа и значениями индекса Хёрста.

В связи с тем, что профиль поверхности в зоне формирования гофрированных структур представляет собой чередование выступов и впадин, он образует локальную кривизну поверхности. Каждая впадина — это локальная зона отрицательной кривизны поверхности, в которой возникают дополнительные сжимающие напряжения  $\sigma_a$ . Используя соотношение механики, можно оценить дополнительное сжимающее напряжение  $\sigma_a$  по формуле

$$\sigma_a = \sigma_0 w,$$

где  $\sigma_0$  — напряжение в образце,  $w = (1 + 2(a/r)^{-1/2})$ ,  $a$  — глубина впадины профиля,  $r$  — радиус кривизны профиля. При этом именно коэффициент  $w$  фактически показывает степень повышения локального напряжения в зоне формирования впадины.

Нами были проведены расчеты коэффициента  $w$  при различных степенях деформации. Результаты в сопоставлении со значениями показателя Хёрста приведены на рис. 3. Анализ показывает, что с увеличением степени деформации дополнительное локальное напряжение в зоне формирования впадины растет (рост порядка 14% при сравнении крайних степеней деформации 8 и 18%). Вместе с тем значение показателя Хёрста  $H_2$  также возрастает, что свидетельствует о том, что тенденция к самоорганизации системы на мезоуровне чуть менее устойчива, чем на микроуровне, где показатель Хёрста  $H_1$  практически не увеличивается, а при переходе между III и IV стадиями даже снижается (тенденция к самоорганизации возрастает).

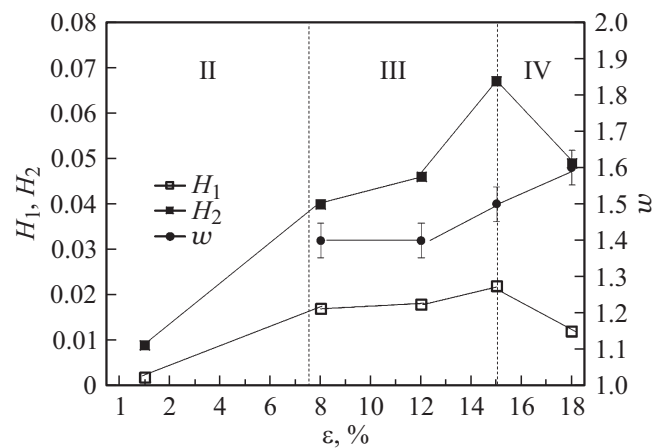


Рис. 3. Зависимость показателей Хёрста ( $H_1$ ,  $H_2$ ) и коэффициента  $w$  от степени деформации  $\varepsilon$  (II, III, IV стадии кривых деформации).

Кроме того, значения показателя Хёрста на микроуровне  $H_1$  довольно близки во всем рассмотренном диапазоне деформации, что свидетельствует о самоподобном характере организации деформации во всем интервале. При смене стадий деформации можно отметить некоторое повышение показателя Хёрста  $H_1$  (рис. 3), что отражает эволюцию в дислокационной структуре. Также при смене стадий деформации можно наблюдать повышение значения показателя Хёрста  $H_2$ . Вместе с тем в работе [31] увеличение значения показателя Хёрста также связывается со стадийностью процесса динамической локализации пластической деформации. Увеличение длины корреляции при смене стадий отмечалось и в работе [40].

## Выводы

1. Установлено, что гофрированные (складчатые) структуры имеют „холмообразный“ (mounded surface) характер поверхности с регулярным расположением „холмов“ и дальним масштабом длины (длины волны)  $\lambda$ .
2. Благодаря фрактальному анализу определены значения показателя Хёрста и корреляционные длины для гофрированной (складчатой) структуры. Разница в значениях показателя Хёрста  $H_1$  и  $H_2$  свидетельствует о том, что самоорганизация на микро- и мезомасштабном уровнях осуществляется различными механизмами. На микроуровне за счет самоорганизации дислокационной структуры, на мезоуровне за счет коррелированного сдвига в параллельных плоскостях скольжения.
3. Выявлено, что при достижении степени деформации 18% возможно установление третьего значения корреляционной длины  $L_3$ . Это может свидетельствовать о включении дополнительного способа самоорганизации деформации — разориентации локальных областей.
4. В работе установлена качественная связь значений показателя Хёрста  $H_1$ ,  $H_2$  и коэффициента степени

повышения локального напряжения в со стадиями деформации.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 16-32-60007 мол\_а\_дк.

## Список литературы

- [1] Хирт Дж., Лоте И. Теория дислокаций. М.: Атомиздат, 1972. 600 с.
- [2] Губернаторов В.В., Сычева Т.С., Пятыгин А.И. // Физическая мезомеханика. 2004. Т. 1. С. 97–100.
- [3] Губернаторов В.В., Соколов Б.К., Гервасьева И.В., Владимиров Л.Р. // Физическая мезомеханика. 1999. Т. 2. № 1–2. С. 157–162.
- [4] Губернаторов В.В., Сычева Т.С., Владимиров Л.Р., Матвеева В.С., Пятыгин А.И., Мельников М.Б. // Физическая мезомеханика. 2002. Т. 5. Вып. 6. С. 95–99.
- [5] Sokolov B.K., Sbitnev A.K., Gubernatorov V.V., Gervasyeva I.V., Vladimirov L.R. // Textures Microstruct. 1995. Vol. 26–27. P. 427–443.
- [6] Gubernatorov V.V., Sokolov B.K., Sbitnev A.K., Vladimirov L.R., Gervasyeva I.V. // Textures Microstruct. 1999. Vol. 32. N 1–4. P. 41–45.
- [7] Sundaram N.K., Guo Y., Chandrasekar S. // Phys. Rev. Lett. 2012. Vol. 109. N 10. P. 1–5.
- [8] Beckmann N., Romero P.A., Linsler D., Dienwiebel M., Stolz U., Moseler M., Gumbsch P. // Phys. Rev. Appl. 2014. Vol. 2. P. 1–7.
- [9] Hamdan M.N., Al-Qaisia A.A., Abdallah S. // Int. J. Mod. Nonlinear Theory Appl. 2012. Vol. 1. N 3. P. 55–66.
- [10] Khoddam S., Beladi H., Hodgson P.D., Zarei-Hanzaki A. // Mater. Des. 2014. Vol. 60. P. 146–152.
- [11] Auguste A., Jin L., Suo Z., Hayward R.C. // Soft Matter. 2014. Vol. 10. N 34. P. 6520–6529.
- [12] Yu. S.-J. // Thin Sol. Films. 2014. Vol. 558. N 2. P. 247–251.
- [13] Hirakata H., Maruyama T., Yonezu A., Minoshima K.J. // Appl. Phys. 2013. Vol. 113. N 20. P. 203503.
- [14] Chung J.Y., Lee J.-H., Beers K.L., Stafford C.M. // Nano Lett. 2011. Vol. 11. N 8. P. 3361–3365.
- [15] Roy A., Kundu S., Müller K., Rosenauer A., Singh S., Pant P., Gururajan M.P., Kumar P., Weissmüller J., Singh A.K., Ravishankar N. // Nano Lett. 2014. Vol. 14. N 8. P. 4859–4866.
- [16] Панин В.Е., Панин А.В. // Физическая мезомеханика. 2005. Т. 8. Вып. 5. С. 7–15.
- [17] Алехин В.П. Физика прочности и пластичности поверхностных слоев материалов. М.: Наука, 1983. 280 с.
- [18] Панин В.Е. // Физическая мезомеханика. 1999. Т. 2. Вып. 6. С. 5–23.
- [19] Алехин В.П. // Конструкции из композиционных материалов. 2005. № 3. С. 53–67.
- [20] Alferova E.A., Lychagin D.V. // Appl. Mech. Mater. 2013. Vol. 379. P. 66–70.
- [21] Lychagin D.V., Alfyorova E.A. // Phys. Sol. State. 2015. Vol. 57. N 10. P. 2034–2038.
- [22] Лычагин Д.В., Алфёрова Е.А., Старенченко В.А. // Физическая мезомеханика. 2010. Т. 13. Вып. 3. С. 75–88.
- [23] Lychagin D.V., Tarasov S.Y., Chumaevskii A.V., Alfyorova E.A. // Appl. Surf. Sci. 2016. Vol. 371. P. 547–561.
- [24] Yang H.-N., Zhao Y.-P., Chan A., Lu T.-M., Wang G.-C. // Phys. Rev. B. 1997. Vol. 56. N 7. P. 4224–4232.
- [25] Pelliccione M., Lu T.-M. Evolution of Thin Film Morphology. Modeling and Simulations. N. Y.: Springer, 2008. 206 p.
- [26] Губкин С.И. Пластическая деформация металлов. М.: Metallurgizdat, 1961. 376 с.
- [27] Pelliccione M., Karabacak T., Gaire C., Wang G.C., Lu T.M. // Phys. Rev. B. Condens. Matter Mater. Phys. 2006. Vol. 74. N 12. P. 1–10.
- [28] Blunt L., Jiang X. Advanced techniques for assessment surface topography: development of a basis for 3D surface texture standards „surfstand“. London: Kogan Page Science, 2003. 355 p.
- [29] Wouters O., Vellinga W.P., van Tijum R., De Hosson J.T.M. // Acta Mater. 2006. Vol. 54. N 10. P. 2813–2821.
- [30] Антуков В.Н., Митин В.Ю., Скачков А.П. // Вестник Пермского ун-та. Математика. Механика. Информатика. 2010. Т. 4. Вып. 4. С. 30–33.
- [31] Ляпунова Е.А., Петрова А.Н., Бродова И.Г., Наймарк О.Б., Соколов М.А., Чудинов В.В., Уваров С.В. // Физическая мезомеханика. 2012. Т. 2. Вып. 15. С. 61–67.
- [32] Панин В.Е., Панин Л.Е. // Физическая мезомеханика. 2004. Т. 4. Вып. 7. С. 5–23.
- [33] Конева Н.А. // Соровский образовательный журн. 1996. № 6. С. 99–107.
- [34] Малыгин Г.А. // УФН. 1999. Т. 169. № 9. С. 979–1010.
- [35] Оборин В.А., Банников М.В., Наймарк О.Б. // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического ун-та. Механика. 2010. Вып. 2. С. 87–97.
- [36] Федер Е. Фракталы. М.: Мир, 1991. 254 с.
- [37] Оборин В., Банников М., Наймарк О., Froustey C. // Письма в ЖТФ. 2011. Т. 37. Вып. 5. С. 105–110.
- [38] Оборин В.А., Наймарк О.Б., Ран У., Королёва А. // Вестник Пермского ун-та. Физика. 2012. Т. 4. Вып. 22. С. 4–7.
- [39] Zaiser M., Grasset F.M., Koutsos V., Aifantis E.C. // Phys. Rev. Lett. 2004. Vol. 93. N 19. P. 1–4.
- [40] Кузнецов П.В., Панин В.Е., Левин К.В., Липницкий А.Г., Шрайбер Ю. // Физическая мезомеханика. 2000. Т. 4. Вып. 4. С. 89–95.