

01,07

Прогнозирование динамического предела текучести металлов с помощью двух структурно-временных параметров

© Н.С. Селютина^{1,2}, Ю.В. Петров^{1,2}

¹ Институт проблем машиноведения РАН,
Санкт-Петербург, Россия

² Санкт-Петербургский государственный университет,
Санкт-Петербург, Россия

E-mail: nina.selutina@gmail.com

(Поступила в Редакцию 26 июля 2017 г.)

На основе критерия инкубационного времени текучести и эмпирических моделей Джонсона–Кука и Cowper–Symonds исследуется поведение предела текучести стали и ряда алюминиевых сплавов в широком диапазоне скоростей деформации. В работе выведены выражения для параметров эмпирических моделей через характеристики критерия инкубационного времени текучести и получено удовлетворительное соответствие при их сравнении с экспериментальными данными. Показано, что параметры эмпирических моделей могут зависеть от некоторой скорости деформации. Независимость характеристик критерия инкубационного времени текучести от истории нагружения и их связь со структурно-временными особенностями процесса пластического деформирования дает преимущество подхода, базирующегося на понятии инкубационного времени, относительно эмпирических моделей, а также эффективную и удобную формулу для определения предела текучести в более широком диапазоне скоростей деформаций.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект 17-71-10061).

DOI: 10.21883/FTT.2018.02.45374.239

1. Введение

Развитие пластической деформации в металлах при высокоскоростном нагружении напрямую зависит от уровня приложенной нагрузки. Наблюдаемые на практике динамические эффекты пластичности сложно объяснить только в рамках классической теории пластичности (условия минимального критического напряжения, такие как критерии Мизеса и Треска). В частности, это проявляется в нестабильном поведении предела текучести в зависимости от скорости деформации. На уровне дефектной структуры металла причиной может являться влияние временного фактора на механизм образования пластической деформации, который существенно отличается в условиях динамики от условий статики [1].

На данный момент отсутствует феноменологический подход, способный прогнозировать динамические эффекты пластического деформирования и одновременно обладающий физически обоснованными, не зависящими от скорости деформации параметрами материала. Прогнозирование динамических эффектов при пластическом деформировании металлов обычно проводится с помощью методов численного моделирования. В частности, широко применяются следующие эмпирические модели: Cowper–Symonds [2], Джонсона–Кука [3,4], Зерилли–Амстронга [5], Стейнберг–Кочран–Гюнан–Ланда [6], Престон–Тонкс–Валласа [7]. Новые экспериментальные данные по динамическому пределу текучести показали, что существующие модели не всегда описывают его поведение на более высоких скоростях деформации. Примером является неприменимость формулы для предела текучести в рамках классической

модели Джонсона–Кука [3,4] на высоких скоростях деформации 10^3 s^{-1} и формулировка ее модификации [8], способной описывать поведение динамического предела текучести в широком диапазоне скоростей деформации. Таким образом, формулировка модифицированных моделей Huh–Kang [9], Tuazon [10], Couque [8], Eyring [11] с дополнительными эмпирическими параметрами позволяет численно решить проблему описания наблюдаемых динамических эффектов пластичности. При этом каждый из новых параметров модифицированных моделей обычно трудно связать с физической природой динамики пластического деформирования, так как вводимые параметры только условно описывают нелинейность процесса и являются эмпирическими.

В работе [12] были получены аналитические выражения для параметров модифицированной модели Джонсона–Кука через характеристики критерия инкубационного времени текучести [13–16]. Построенные соотношения выявили зависимость эмпирических параметров от скорости деформации, что является существенным недостатком численных моделей.

Разрабатываемый структурно-временной подход на основе действия инкубационного времени [13–16] может быть использован в качестве альтернативного подхода для описания временных эффектов при высокоскоростном деформировании металлов. Критерий инкубационного времени текучести позволяет прогнозировать поведение предела текучести в более широком диапазоне скоростей деформации в сравнении с классической формулой Джонсона–Кука и ее модификациями [12]. Это возможно за счет внедрения в расчеты постоянного

параметра инкубационного времени, учитывающего процессы релаксации напряжений при переходе на стадию пластического деформирования как временные и связанные с движением дефектов. Как было установлено ранее [1,17,18], параметр инкубационного времени текучести не зависит от механизма пластичности, а только от дефектной структуры материала.

В представленной работе дана физическая интерпретация параметров модели Cowper–Symonds [2] с помощью характеристик критерия инкубационного времени текучести. В качестве эмпирической модели, модель Cowper–Symonds является наиболее предпочтительной относительно модифицированной модели Джонсона–Кука [8] при определении предела текучести в начальный момент пластического деформирования, так как ее параметры не зависят от скорости деформации. Сравнение структурно-временного подхода с известными численными моделями позволяет установить диапазон допустимых значений параметров эмпирических моделей.

2. Критерий инкубационного времени

Структурно-временной подход для описания процессов текучести позволяет рассчитывать предел текучести в начальный момент пластической деформации при фиксированной скорости деформации [13–16]. Изначально структурно-временной подход [19] был сформулирован для описания процессов разрушения [20] и являлся эффективным инструментом для описания временных эффектов роста микротрещин [21,22]. Предложенный макроскопический критерий текучести [13–16] для случая одноосного напряженного состояния, именуемый в дальнейшем критерием инкубационного времени, определяется неравенством

$$\frac{1}{\tau} \int_{t-\tau}^t \left(\frac{\Sigma(s)}{\sigma_y} \right)^\alpha ds \leq 1. \quad (1)$$

Здесь $\Sigma(t)$ — функция напряжений от времени, τ — инкубационное время, σ_y — статический предел текучести, α — коэффициент чувствительности материала к амплитуде нагрузки. Заметим, что начало макроскопической текучести t_* определяется из условия равенства (1). Вводимый временной параметр τ , независящий от особенностей процесса деформации и геометрии образца, позволяет прогнозировать поведение предела текучести материала в рамках статических и динамических нагрузок [15,16]. Предполагается, что параметр инкубационного времени может принимать различные значения в зависимости от начальной дефектной структуры материала. Другими словами, два образца, сделанные из одного и того же материала в результате двух различных технологических процессов, с разной структурой до начала испытаний на пластическое деформирование будут рассматриваться как образцы, сделанные из двух разных материалов. Таким образом, два независимых

параметра критерия (1) τ и α характеризуют скоростную (временную) и амплитудную чувствительности материала соответственно. Для большинства металлов $\alpha = 1$ дает хорошее соответствие с экспериментальными данными. В данной работе также будет рассмотрен пример высокоскоростного пластического деформирования стали с $\alpha \neq 1$ [23]. Отметим, что для случаев сложного напряженного состояния критерий (1) может быть перезаписан в форме инвариантов [14].

Получим скоростную зависимость предела текучести от скорости деформации. Рассмотрим линейный закон упругого деформирования, $\Sigma(t) = E\dot{\epsilon}tH(t)$ (E — модуль Юнга, $\dot{\epsilon}$ — постоянная скорость деформации при нагрузке). Записывая левую часть (1) при условии наступления текучести при времени t_* , можно выразить динамический предел текучести $\Sigma_d = \Sigma(t_*)$ в зависимости от скорости деформации материала

$$\Sigma_d(\dot{\epsilon}) = \begin{cases} [(\alpha + 1)(\sigma_y)^\alpha E\dot{\epsilon}\tau]^{1/(\alpha+1)}, & \dot{\epsilon} \geq \frac{(\alpha + 1)^{1/\alpha}\sigma_y}{E\tau} (t_* \leq \tau); \\ \sigma_y + \left(1 - \frac{1}{(\alpha + 1)^{1/\alpha}}\right) E\dot{\epsilon}\tau, & \dot{\epsilon} < \frac{(\alpha + 1)^{1/\alpha}\sigma_y}{E\tau} (t_* > \tau). \end{cases} \quad (2)$$

Полученная расчетная формула состоит из двух частей: линейная (статические воздействия) и нелинейная (динамические воздействия), разделяемая условной точкой перехода по скорости деформации $(\alpha + 1)^{1/\alpha}\sigma_y/(E\tau)$. Нижнее выражение в правой части уравнения (2) описывает случай деформирования с линейным увеличением динамического предела текучести со скоростью деформации (время процесса сравнимо или выше инкубационного времени τ). Верхнее выражение соответствует противоположному случаю, когда время нагрузки меньше, чем τ . Рассматривая экспериментальные точки предела текучести в зависимости от скорости деформации, полученные по формуле (2), можно оценить методом наименьших квадратов инкубационное время. Таким образом, набор независимых параметров (σ_y, τ, α) описывает поведение предела текучести материала в широком диапазоне скоростей деформации вне зависимости от модели пластичности и способа воздействия.

3. Численные модели для оценки динамического предела текучести

В инженерной практике, связанной с вопросами пластического высокоскоростного деформирования металлов, широко используют ряд эмпирических моделей. Рассмотрим и проанализируем часть из них для предсказания динамического предела текучести в начальный момент пластического деформирования без учета дальнейшего упрочнения и термического влияния.

Оценка предела текучести по модели Cowper–Symonds [12] осуществляется в следующей форме на

основе эмпирических параметров B, q :

$$\Sigma_{CS}(\dot{\epsilon}) = \sigma_y \left(1 + \left(\frac{\dot{\epsilon}}{B} \right)^{1/q} \right). \quad (3)$$

Проводя аналогии между критерием инкубационного времени текучести и моделью Cowper–Symonds (7), построим соотношения для параметров B, q для случая $t_* > \tau$:

$$q = \alpha + 1, \quad B(\dot{\epsilon}) = \left[\left(1 - \frac{1}{(\alpha + 1)^{1/\alpha}} \right) \frac{E\tau}{\sigma_y} \right]^{-\alpha-1} \dot{\epsilon}^{-\alpha}, \quad (4)$$

и для случая $t_* \leq \tau$:

$$q = \alpha + 1, \quad B = \frac{\sigma_y}{E\tau(\alpha + 1)}. \quad (5)$$

Таким образом, один из параметров модели Cowper–Symonds выражается через параметр амплитудной чувствительности материала, другой — через оба независимых параметра τ, α . При этом в формуле (4) параметр B зависит от скорости деформации.

Классическая модель Джонсона–Кука [3,4] и ее модификация [8] задаются формулами

$$\Sigma_{JK}(\dot{\epsilon}) = A_{JK} \left(1 + C \ln \left(\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0} \right) \right), \quad (6)$$

$$\Sigma_{MJK}(\dot{\epsilon}) = A_{JK} \left(1 + C \ln \left(\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0} \right) + D \left(\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_1} \right)^k \right), \quad (7)$$

где A_{JK}, C, n, m — постоянные параметры классической модели Джонсона–Кука (6); $\dot{\epsilon}$ — пластическая скорость деформации; $\dot{\epsilon}_1 = 1000 \text{ s}^{-1}$ по [8]; T — температура; $\dot{\epsilon}_0$ — пластическая скорость деформации ($\dot{\epsilon}_0 = 1 \text{ s}^{-1}$ в [3,4,24] и $\dot{\epsilon}_0 = 0.001 \text{ s}^{-1}$ в [25]); D, k — константы модифицированной модели (7).

Как было показано в [12], выражения для параметров модели Джонсона–Кука (6), (7) записываются через характеристики критерия инкубационного времени (1) в следующей форме:

$$A_{JK} = \sigma_y, \quad C(\dot{\epsilon}_0) = \left(1 - \frac{1}{(\alpha + 1)^{1/\alpha}} \right) \frac{E\dot{\epsilon}\tau}{\sigma_y} \left[\ln \left(\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0} \right) \right]^{-1}; \quad (8)$$

$$k = \frac{1}{\alpha + 1}, \quad D(\dot{\epsilon}_1) = \left((\alpha + 1) \frac{E\dot{\epsilon}_1\tau}{\sigma_y} \right)^{1/(\alpha+1)}. \quad (9)$$

Эмпирические параметры формулы Джонсона–Кука D и C являются зависимыми от фиксированной скорости деформации, и параметр k имеет обратно пропорциональную зависимость от параметра амплитудной чувствительности материала α . При этом поведение предела текучести на высоких скоростях деформации лучше описывает модифицированная модель Джонсона–Кука. Таким образом, два параметра характеризуют поведение динамического предела текучести как в модели Джонсона–Кука, так и в модели Cowper–Symonds, и один из них зависит от скорости деформации.

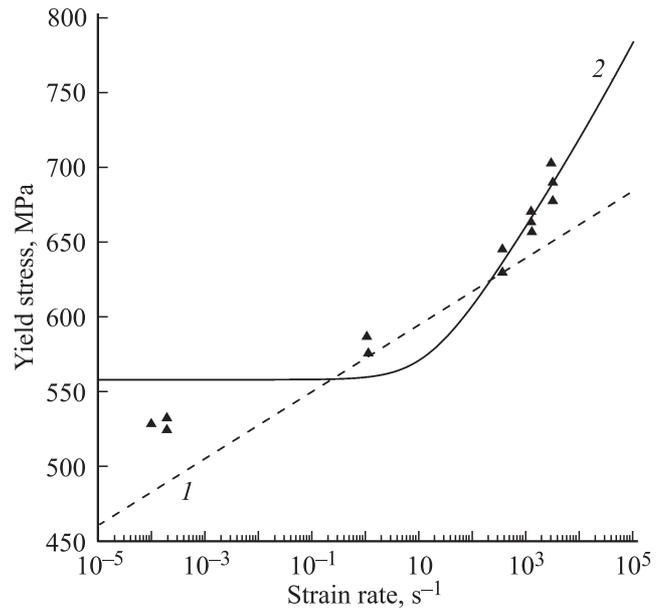


Рис. 1. Зависимость предела текучести от скорости деформации для стали ASTM A36 (экспериментальные значения [24] обозначены треугольниками) по классической модели Джонсона–Кука (6) (кривая 1) и критерию (1) (кривая 2).

На примере стали [24] ($\sigma_y = 558 \text{ MPa}, E = 210 \text{ GPa}$) показано, что „линейный“ рост предела текучести со скоростью деформации по классической модели Джонсона–Кука (6) ($A_{JK} = 530 \text{ MPa}, C = 0.0017, \dot{\epsilon}_0 = 1 \text{ s}^{-1}$) формально дает хорошее соответствие с экспериментальными данными (рис. 1, кривая 1). Применение критерия (1) ($\alpha = 26, \tau = 9.58 \mu\text{s}$) позволяет предсказывать нестабильное поведение предела текучести в широком диапазоне скоростей деформации (рис. 1, кривая 2). Тогда по (8) параметр C при скорости деформации 10 s^{-1} равен 0.00186 и совпадает численно с полученным в работе [24].

Рассмотрим экспериментальные данные для алюминиевого сплава 7075-T6 [25] и никеля [26]. На рис. 2 и 3 показаны зависимости предела текучести в широком диапазоне скоростей деформации, построенные по моделям Джонсона–Кука (6), (7) (рис. 2: $A = 473 \text{ MPa}, C = 0.033$; рис. 3: $A = 200 \text{ MPa}, C = 0.01, D = 0.25, k = 0.5$) и модели (1) (рис. 2: $\sigma_y = 473 \text{ MPa}, \tau = 6.5 \mu\text{s}, \alpha = 1$; рис. 3: $\sigma_y = 240 \text{ MPa}, \tau = 0.5 \mu\text{s}, \alpha = 1$). Модель (1), (7) дает хорошее соответствие с экспериментальными данными как в статике, так и в динамике (рис. 3). Как показано на рис. 3, классическая модель Джонсона–Кука (6) дает удовлетворительную оценку предела текучести только до скорости деформации порядка 10^3 s^{-1} . Характеристики модели Джонсона–Кука были вычислены через параметры критерия (3): $C = 0.036, D = 1.4$ (при $\dot{\epsilon} = 1000 \text{ s}^{-1}$), $k = 0.5$ [25]; $C = 0.032$ (при $\dot{\epsilon} = 1000 \text{ s}^{-1}$), $D = 0.9$ (при $\dot{\epsilon} = 1000 \text{ s}^{-1}$), $k = 0.5$ [26].

На рис. 4 представлены скоростные зависимости предела текучести для алюминиевого сплава

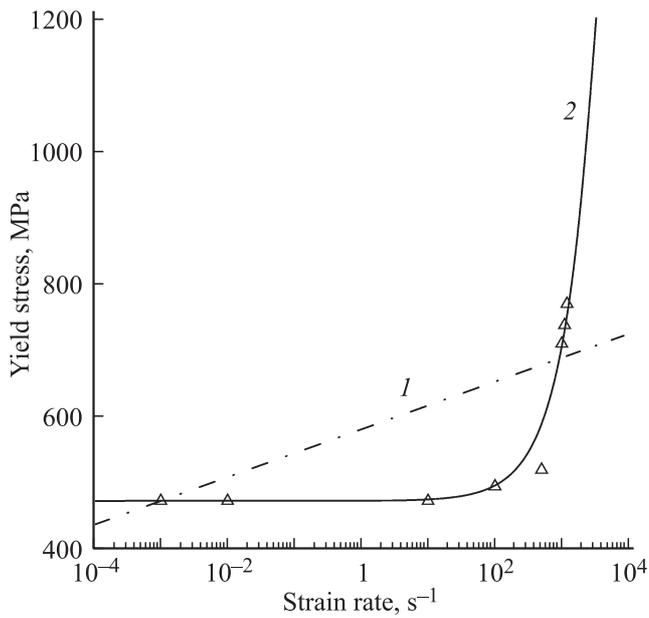


Рис. 2. Зависимость предела текучести от скорости деформации для алюминиевого сплава 7075-T6 (экспериментальные значения [25] обозначены треугольниками) по классической модели Джонсона-Кука (6) (кривая 1) и критерию (1) (кривая 2).

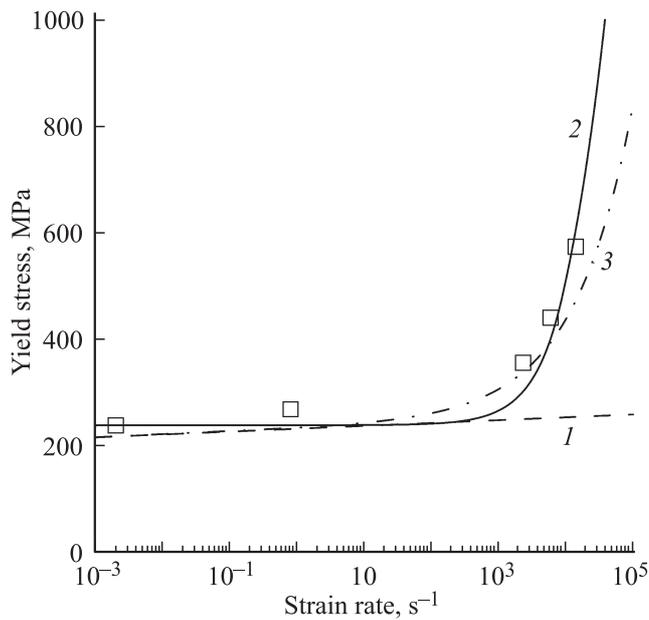


Рис. 3. Зависимость предела текучести от скорости деформации для никеля (экспериментальные значения [26] обозначены квадратами) по классической модели Джонсона-Кука (6) (кривая 1) и критерию (1) (кривая 2), по модифицированной модели Джонсона-Кука (7) (кривая 3).

7449-T7651 [27] ($\sigma_y = 519 \text{ MPa}$, $E = 70 \text{ GPa}$), построенные по модели Cowper-Symonds ($B = 15007 \text{ s}^{-1}$, $q = 0.95$), которые могут лучше совпадать с прогнозированием по критерию инкубационного времени текучести ($\alpha = 1$, $\tau = 0.94 \mu\text{s}$), как показано на рис. 2 на примере алюминиевого сплава.

Рассмотрим экспериментальные данные для стали [28] ($\sigma_y = 560 \text{ MPa}$, $E = 210 \text{ GPa}$) и проведем сравнение расчетных схем динамического предела текучести по критерию инкубационного времени (2) ($\alpha = 1$, $\tau = 1 \mu\text{s}$), модели Cowper-Symonds (3) и классической моде-

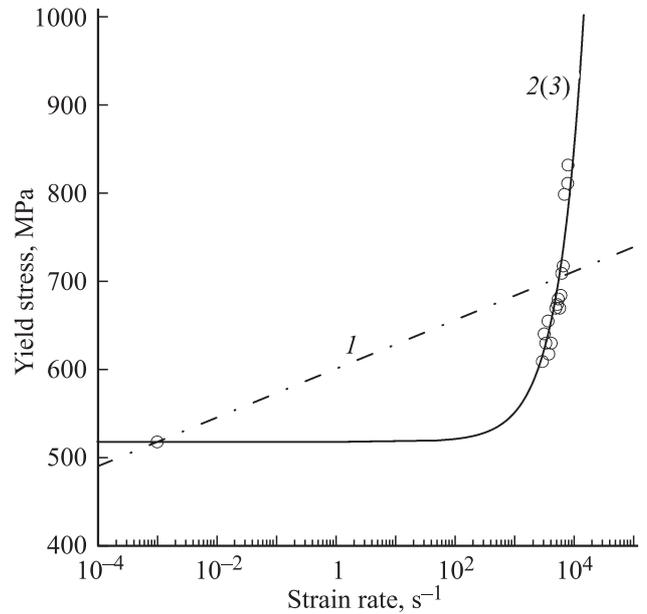


Рис. 4. Зависимость предела текучести от скорости деформации для алюминиевого сплава 7449-T7651 (экспериментальные значения [27] обозначены кружками) по классической модели Джонсона-Кука (6) (кривая 1), критерию (1) (кривая 2) и модели Cowper-Symonds (кривая 3).

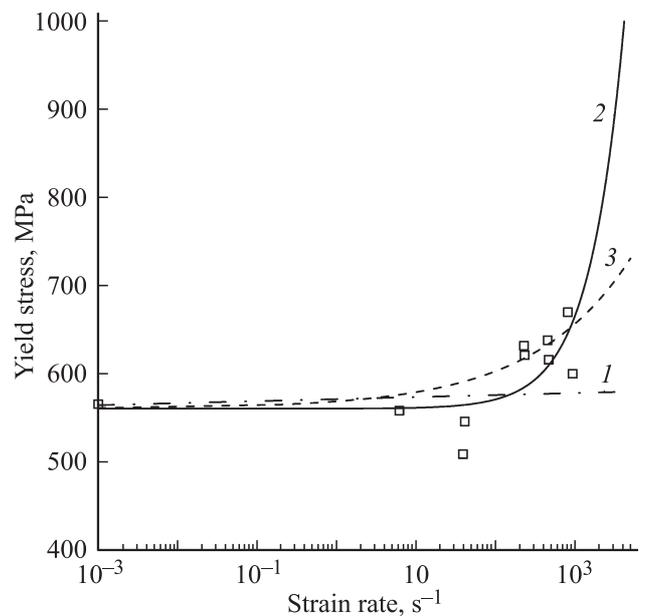


Рис. 5. Зависимость предела текучести от скорости деформации для стали B500A (экспериментальные значения [28] обозначены квадратами) по классической модели Джонсона-Кука (6) (кривая 1), критерию (1) (кривая 2) и модели Cowper-Symonds (кривая 3).

Определение параметров модели Cowper–Symonds по характеристикам критерия (1)

Эксперимент	B	$B(\dot{\epsilon})$ (Eq. (4))	B (Eq. (5))	q	q (Eq. (4))
Mylonas and Labeas, 2014	15007	24890 (10^4 s^{-1})	3944	0.95	2
Caboni and Forni, 2015	141917	284400 (10^2 s^{-1})	1333	2.896	2

ли Джонсона–Кука (6) ($A_{JK} = 564 \text{ МПа}$, $C = 0.001769$) (рис. 5).

На рис. 2 и 3 критерий инкубационного времени текучести (1) и модель Cowper–Symonds дают хорошее соответствие в определении предела текучести начиная со скорости деформации 10^2 s^{-1} (рис. 2) и 10^3 s^{-1} (рис. 3). В таблице показано, что оценки параметров модели Cowper–Symonds по статической ветви критерия инкубационного времени (4), где параметры зависят от скорости деформации, дают лучшее соответствие, относительно динамической ветви инкубационного времени (5).

В представленных эмпирических моделях два параметра, также как и в критерии инкубационного времени текучести. Но один из этих эмпирических параметров связывается только с параметром амплитудной чувствительности материала (α), а другой — с двумя параметрами критерия инкубационного времени (α , τ). При этом второй эмпирический параметр связан с некоторой скоростью деформации. Таким образом, можно заметить три эмпирические константы в модели Джонсона–Кука и Cowper–Symonds. Представленные результаты в таблице показывают, что в модели Cowper–Symonds изначально две константы, но чтобы получить их по параметрам критерия можно сопоставлять их не с динамической ветвью, а со статической.

4. Заключение

Инкубационное время рассматривается как основная характеристика материала структурно-временного подхода, который предсказывает поведение предела текучести в широком диапазоне скоростей деформации.

Модель Cowper–Symonds может давать результаты, совпадающие с результатами критерия инкубационного времени текучести при определении предела текучести в зависимости от скорости деформации. Однако критерий (1) является предпочтительнее, так как параметры характеризуют два независимых друг от друга процесса: скоростную и амплитудную чувствительности материала, в отличие от параметров модели Cowper–Symonds.

Преимуществом расчетов предела текучести по критерию инкубационного времени является необходимое количество параметров, которые не требуют дальнейших модификаций на высоких скоростях деформации в отличие от эмпирических моделей Джонсона–Кука и Cowper–Symonds. Таким образом, представленный критерий инкубационного времени текучести обладает наиболее удобным численным алгоритмом предела текуче-

сти в начальный момент пластической деформации, проявляя хорошее совпадение с экспериментом как в диапазоне скоростей деформаций, где реализуется эмпирическая модифицированная модель Джонсона–Кука (6), так и в существенно более широком диапазоне скоростей.

Список литературы

- [1] N. Selyutina, E.N. Borodin, Yu. Petrov, A.E. Mayer. *Int. J. Plast.* **82**, 97 (2016).
- [2] G.R. Cowper, P.S. Symonds. Strain-hardening and strain rate effects in the impact loading of cantilever beams. Division of applied mathematics report. Brown University. N 28 (1957). 46 p.
- [3] G.R. Johnson, W.H. Cook. In: Proceedings of the 7th International Symposium on Ballistics. The Hague, the Netherlands (1983). P. 541.
- [4] G.R. Johnson, W.H. Cook. *Eng. Fract. Mech.* **21**, 1, 31 (1985).
- [5] F.J. Zerilli, R.W. Armstrong. *J. Appl. Phys.* **61**, 1816 (1987).
- [6] D.J. Steinberg, S.G. Cochran, M.W. Guinan. *J. Appl. Phys.* **51**, 3, 1498 (1980).
- [7] D.L. Preston, D. L. Tonks, D.C. Wallace. *J. Appl. Phys.* **93**, 211 (2003).
- [8] H. Couque, R. Boulanger, F. Bornet. *J. Phys.* **134**, 87 (2006).
- [9] H. Huh, W.J. Kang. *Int. J. Vehicle Design.* **30**, 1/2, 1 (2002).
- [10] B.J. Tuathon, K.O. Bae, S.H. Lee, H.S. Shin. *J. Mech. Sci. Technol.* **28**, 9, 3561 (2014).
- [11] Z. El-Qoubaa, R. Othman. *Mater. Design.* **66**, 336 (2015).
- [12] N.S. Selyutina, Yu.V. Petrov. *Dokl. Phys.* **62**, 2, 102 (2017).
- [13] A.A. Gruzdkov, Yu.V. Petrov. *Dokl. Phys.* **44**, 2, 114 (1999).
- [14] A.A. Gruzdkov, Yu.V. Petrov, V.I. Smirnov. *Phys. Solid State* **44**, 1/1, 2080 (2002).
- [15] Yu.V. Petrov, Y.V. Sitnikova. *Tech. Phys.* **50**, 8, 1034 (2005).
- [16] A.A. Gruzdkov, E.V. Sitnikova, N.F. Morozov, Yu.V. Petrov. *Math. Mech. Solids* **14**, 1/2, 72 (2009).
- [17] Yu.V. Petrov, E.N. Borodin. *Phys. Solid State* **57**, 2, 353 (2015).
- [18] I.N. Borodin, Yu.V. Petrov. *Mech. Solids* **49**, 6, 635 (2014).
- [19] Yu.V. Petrov. *Mech. Solids* **42**, 5, 692 (2007).
- [20] Yu.V. Petrov, A.A. Utkin. *Sov. Mater. Sci.* **25**, 2, 153 (1989).
- [21] V.A. Bratov, A.A. Gruzdkov, S.I. Krivosheev, Yu.V. Petrov. *Dokl. Phys.* **49**, 5, 338 (2004).
- [22] A.N. Berezkin, S.I. Krivosheev, Yu.V. Petrov, A.A. Utkin. *Dokl. Phys.* **45**, 1/1, 617 (2000).
- [23] Yu.V. Petrov, A.A. Gruzdkov, E.V. Sitnikova. *Dokl. Phys.* **52**, 1/2, 691 (2007).
- [24] L. Schwer. Optional strain-rate forms for the Johnson-Cook constitutive model and the role of the parameter epsilon. 6th Eur. LS-DYNA Users' Conf. (2007).
- [25] D.N. Zhang, Q.Q. Shangguan, C.J. Xie, F. Liu. *J. Alloys Comp.* **619**, 186 (2015).
- [26] H. Couque. *Phil. Trans. R. Soc. A* **372**, 20130218 (2014).
- [27] G.I. Mylonas, G.N. Labeas. *Exp. Techniques* **38**, 2, 26 (2014).
- [28] E. Cadoni, D. Forni. *EPJ Web Conf.* **94**, 01004 (2015).