

01,02

## Влияние релаксации кубита на транспортные свойства микроволновых фотонов

© А.Н. Султанов, Я.С. Гринберг

Новосибирский государственный технический университет,  
Новосибирск, Россия

E-mail: sultanov.aydar@ngs.ru

В работе с помощью метода неэрмитового гамильтониана исследовано прохождение одиночного фотона в одномерном волноводе, взаимодействующем с резонатором, содержащим произвольное число фотонов, и двухуровневый искусственный атом, с учетом релаксации последнего. Получены аналитические выражения для транспортных коэффициентов, в явном виде учитывающие параметр релаксации кубита. Форма коэффициента прохождения (отражения), когда в резонаторе находится более одного фотона, качественно отличается от однофотонного резонатора, и содержит в себе проявление эффекта фотонной блокады. Время жизни кубита зависит от числа фотонов в резонаторе.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 16-19-10069.)

DOI: 10.21883/FTT.2017.11.45041.08k

### 1. Введение

В настоящее время растет интерес к однофотонным процессам в твердотельных мезоскопических структурах, содержащих искусственные атомы — кубиты. В таких системах релаксация и декогеренция играют существенную роль в транспорте микроволновых фотонов. Как правило, теоретически транспортные коэффициенты с учетом затухания кубита рассчитываются с помощью введения оператора Линдблада в уравнение для матрицы плотности [1]. Таким способом в приближении слабого возбуждения можно получить аналитические выражения для коэффициента прохождения микроволнового фотона через открытый волновод, взаимодействующий с резонатором, в котором находится не более одного фотона  $N = 1$  [2]. Но уже для  $N = 2$  не удается найти аналитическое решение и соответствующую (формально бесконечную) цепочку уравнений Гейзенберга приходится решать численно [3]. В работе [4] с помощью метода неэрмитового гамильтониана были получены аналитические выражения для коэффициентов прохождения при произвольном числе фотонов в резонаторе, но без учета релаксации кубита. В настоящей работе релаксация кубита учитывается с помощью введения дополнительного канала распада в неэрмитовую часть гамильтониана. При этом связь системы с этим дополнительным каналом описывается как взаимодействие кубита с термостатом. При этом получают аналитические выражения для коэффициентов прохождения, куда явным образом входит параметр релаксации кубита.

### 2. Постановка задачи

Исследуемая система описывается следующим полным гамильтонианом:

$$H = H_W + H_C + H_S + H_{C-W}^{\text{int}} + H_{C-S}^{\text{int}} + H_{B-S}^{\text{int}}, \quad (1)$$

где  $H_W = \sum_k \hbar \omega_k c_k^\dagger c_k$  описывает фотоны с частотой  $\omega_k$  в волноводе. Волновод взаимодействует с фотонным резонатором (ФР), который предварительно содержит  $N$  фотонов с фундаментальной частотой  $\omega_C$ :  $H_C = \hbar \omega_C a^\dagger a$ . В ФР расположен искусственный двухуровневый атом с энергией возбуждения  $\hbar \Omega$ , который может переходить в возбужденное состояние  $|e\rangle$ , поглощая фотон из резонатора, а также переходить в основное состояние  $|g\rangle$ , испуская фотон в резонатор или в термостат:  $H_S = \hbar \Omega \sigma_z / 2$ . Взаимодействие резонатора и волновода описывается гамильтонианом  $H_{C-W}^{\text{int}} = \hbar \xi \sum_k (c_k^\dagger a + c_k a^\dagger)$ , где  $\xi$  — параметр связи между резонатором и волноводом. Взаимодействие атома и резонатора описывается гамильтонианом Джейнса–Каммингса  $H_{C-S}^{\text{int}} = \hbar \lambda (a^\dagger \sigma_- + a \sigma_+)$ , где  $\lambda$  — параметр взаимодействия между кубитом и резонатором. Взаимодействие с термостатом, описывающим процесс передачи энергии возбужденного атома в степени свободы, не связанные с наблюдаемыми фотонами, описывается гамильтонианом  $H_{B-S}^{\text{int}} = \hbar \gamma \sum_l (b_l^\dagger + b_l) \sigma_x$ , где  $\gamma$  — параметр взаимодействия кубита с термостатом, и последний описывается набором осцилляторов  $H_B = \sum_l \hbar \omega_l b_l^\dagger b_l$ .

$a^\dagger$ ,  $c_k$  ( $c_k^\dagger$ ),  $b_l$  ( $b_l^\dagger$ ) представляют собой бозонные операторы уничтожения (рождения), а  $\sigma_x$ ,  $\sigma_z$  — спиновые операторы Паули,  $\sigma_- = |g\rangle\langle e|$ ,  $\sigma_+ = |e\rangle\langle g|$ .

Для удобства введем следующие обозначения:

$$H_{ex} = H_W + H_{C-W}^{int} + H_{B-S}^{int}, \quad (2)$$

$$H_{in} = H_C + H_S + H_{C-S}^{int}. \quad (3)$$

Мы будем решать задачу в приближении однофотонных взаимодействий, что будет учтено выделением из Гильбертова пространства соответствующих состояний.

### 3. Выбор состояний

Состояние, означающее возбуждение осциллятора в термостате, обозначим как  $|p_\gamma\rangle$ . Тогда в рассматриваемой задаче по однофотонному транспорту можно ввести следующие векторы состояний:

$$\begin{aligned} |0_w\rangle \otimes |0_\gamma\rangle \otimes |g, N\rangle &= |1\rangle, \\ |0_w\rangle \otimes |0_\gamma\rangle \otimes |e, N-1\rangle &= |2\rangle, \end{aligned} \quad (4.1)$$

которые описывают ситуацию, когда в волноводе отсутствует фотон, и атом находится либо в основном, либо в возбужденном состоянии. Данные состояния условно можно принять за исходные, и поскольку исходное число фотонов  $N$  выбирается произвольно, это ни на что в дальнейшем не повлияет. Теперь возможны следующие варианты эволюции этих векторов:

$$\begin{aligned} |k_w\rangle \otimes |0_\gamma\rangle \otimes |g, N-1\rangle &= |a, k\rangle, \\ |k_w\rangle \otimes |0_\gamma\rangle \otimes |e, N-2\rangle &= |b, k\rangle, \end{aligned} \quad (4.2)$$

когда из резонатора в волновод испустился один фотон; либо возбужденный атом отдаст энергию в термостат:

$$|0_w\rangle \otimes |p_\gamma\rangle \otimes |g, N-1\rangle = |c, p\rangle. \quad (4.3)$$

Мы не учитываем состояние  $|k_w, p_\gamma, g, N-2\rangle$ , поскольку амплитуда вероятности перехода в рамках однофотонных взаимодействий в него из состояний (4.1) равна нулю, что будет показано в разд. 5. В результате „непрерывного“ обмена фотонами резонатора с атомом возникают одетые состояния  $|1, N\rangle, |2, N\rangle$  [суперпозиция состояний (4.1)] и  $|1, N-1\rangle, |2, N-1\rangle$  [суперпозиция состояний (4.2)]. При этом уровень  $|1, N\rangle$  лежит выше уровня  $|2, N\rangle$ , и Раби — расщепление энергетических уровней между этими одетыми состояниями определяется уравнениями:

$$Q_R = \sqrt{(\omega_c - \Omega)^2 + 4\lambda^2 N}, \quad (5.1)$$

$$Q'_R = \sqrt{(\omega_c - \Omega)^2 + 4\lambda^2 (N-1)}, \quad (5.2)$$

где (5.1) соответствует расщеплению между состояниями  $|1, N\rangle, |2, N\rangle$ , а (5.2) — расщеплению между состояниями  $|1, N-1\rangle, |2, N-1\rangle$ .

Выражения (5) являются условием наблюдения фотонной блокады [5]. Данный эффект проявляется в том, что при малом числе фотонов, когда  $\Omega_R \neq \Omega'_R$ , коэффициент прохождения резко изменяется при изменении числа фотонов в резонаторе на единицу.

Суперпозиционные состояния можно представить следующим образом:

$$|m, N\rangle = \alpha_m |1\rangle + \beta_m |2\rangle, \quad (6.1)$$

$$|j, N-1, k\rangle = a_j |a, k\rangle + \beta_j |b, k\rangle, \quad (6.2)$$

где  $j, m = 1, 2$ , коэффициенты суперпозиции:  $\alpha_1 = \beta_2 = \cos \theta, \alpha_2 = -\beta_1 = \sin \theta, \operatorname{tg} 2\theta = \frac{2\lambda\sqrt{N}}{\omega_c - \Omega}; \alpha_1 = \beta_2 = \cos \theta', b_2 = -a_1 = \sin \theta', \operatorname{tg} 2\theta' = \frac{2\lambda\sqrt{N-1}}{\omega_c} - \Omega$ .

Суперпозиционным состояниям (6.1) соответствуют энергии  $E_m = \omega_c N - \frac{1}{2} \omega_c \pm \frac{\Omega_R}{2}$ , а состояниям (6.2) —  $E_{\Theta 1} = \omega_c (N-1) - \frac{1}{2} \omega_c \pm \frac{\Omega'_R}{2}$ .

### 4. Проекционные операторы и эффективный неэрмитовый гамильтониан

В рамках используемого метода неэрмитового гамильтониана выбранные состояния можно поделить на соответствующие дискретному (внутренние состояния) и непрерывному (внешние состояния) спектрам. Обозначим подпространство состояний с дискретным спектром как  $Q$  (6.1), а подпространство состояний с непрерывным спектром как  $P$  (6.2) и (4.3). Тогда проекционные операторы на данные подпространства можно представить как

$$\begin{aligned} p &= \sum_k |1, N-1, k\rangle \langle 1, N-1, k| \\ &+ |2, N-1, k\rangle \langle 2, N-1, k| + \sum_p |c, p\rangle \langle c, p| \end{aligned}$$

и  $q = |1, N\rangle \langle 1, N| + |2, N\rangle \langle 2, N|$ .

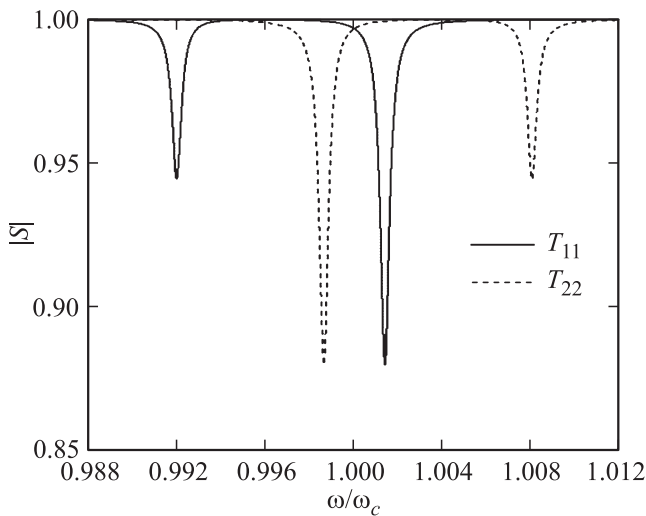
Переход между внешними состояниями описывается оператором  $T$  [6]

$$\langle i|T|j\rangle \equiv T_{ij} = \sum_\nu \langle i|K|\nu\rangle \langle \nu| \left[ 1 + \frac{j}{2} K \right]^{-1} |\nu\rangle, \quad (7)$$

где индекс  $\nu$  относится к внешним состояниям, а матричные элементы оператора  $K$  вычисляются как

$$\langle i|K|j\rangle \equiv K_{i,j} = \sum_m \frac{\bar{A}_m^i A_m^j}{E - E_m},$$

где  $i, j = 1, 2, c$ , амплитуды  $A_m^j$  характеризуют переход между подпространствами. Точные выражения для данных амплитуд можно записать, используя проекцию



**Рис. 1.** Амплитудно-частотная характеристика в сильном резонансном режиме для потенциального рассеяния. Параметры системы:  $\Omega = 3$  GHz,  $\omega = 3$  GHz,  $\Gamma = 1$  MHz,  $\lambda = 10$  MHz,  $\gamma_2 = 0.1\Gamma$ ,  $N = 2$ .

полного гамильтониана на ранее выбранные подпространства:

$$\begin{aligned} A_m^1 &= \langle m, N | H_{QP} | 1, N - 1, k \rangle, \\ A_m^2 &= \langle m, N | H_{QP} | 2, N - 1, k \rangle, \\ A_m^c &= \langle m, N | H_{QP} | c, p \rangle, \end{aligned} \quad (8)$$

где  $H_{QP} = QHP$ .

Коэффициент прохождения фотонов между внешними состояниями выражается через матрицу рассеяния  $S$  с помощью известной формулы  $S_{i,j} = \sigma_{i,j} - jT_{i,j}$ . Рассчитывая таким образом элементы матрицы рассеяния  $S$ , можно получить аналитические выражения, описывающие транспорт единичного фотона в однокубитной структуре с  $N$  фотонами в резонаторе и с учетом затухания кубита.

Приведем лишь конечные формулы и в следующем разделе проведем их краткий анализ.

$$\begin{aligned} T_{11} &= \langle 1N - 1 | T | 1N - 1 \rangle = \Gamma_w \frac{1}{4\Omega'_R D_1} \left[ N(\Omega'_R + \Delta) \right. \\ &\times (2\delta_t + \Delta + \Omega'_R) + (N - 1)(\Omega'_R - \Delta)(2\delta_t - \Delta + \Omega'_R) \\ &\left. + 2j\Gamma_w N(N - 1)\Omega'_R + 8\lambda^2 N(N - 1) + i\Gamma_q N Q'_R + i\Delta\Gamma_q N \right], \end{aligned} \quad (10.1)$$

$$\begin{aligned} T_{22} &= \langle 2N - 1 | T | 2N - 1 \rangle = \Gamma_w \frac{1}{4\Omega'_R D_2} \left[ N(\Omega'_R - \Delta) \right. \\ &\times (2\delta_t + \Delta - \Omega'_R) + (N - 1)(\Omega'_R + \Delta)(2\delta_t - \Delta - \Omega'_R) \\ &\left. + 2j\Gamma_w N(N - 1)\Omega'_R - 8\lambda^2 N(N - 1) + i\Gamma_q Q'_R N - i\Gamma_q \Delta N \right], \end{aligned} \quad (10.2)$$

$$\begin{aligned} T_{21} &= \langle 2N - 1 | T | 1N - 1 \rangle \\ &= -\Gamma_w \frac{\lambda\sqrt{N-1}}{2\Omega'_R D_1} [2\delta_t - \Omega'_R - \Delta + iN\Gamma_q], \end{aligned} \quad (10.3)$$

$$\begin{aligned} T_{12} &= \langle 1N - 1 | T | 2N - 1 \rangle \\ &= -\Gamma_w \frac{\lambda\sqrt{N-1}}{2\Omega'_R D_2} [2\delta_t + \Omega'_R - \Delta + iN\Gamma_q], \end{aligned} \quad (10.4)$$

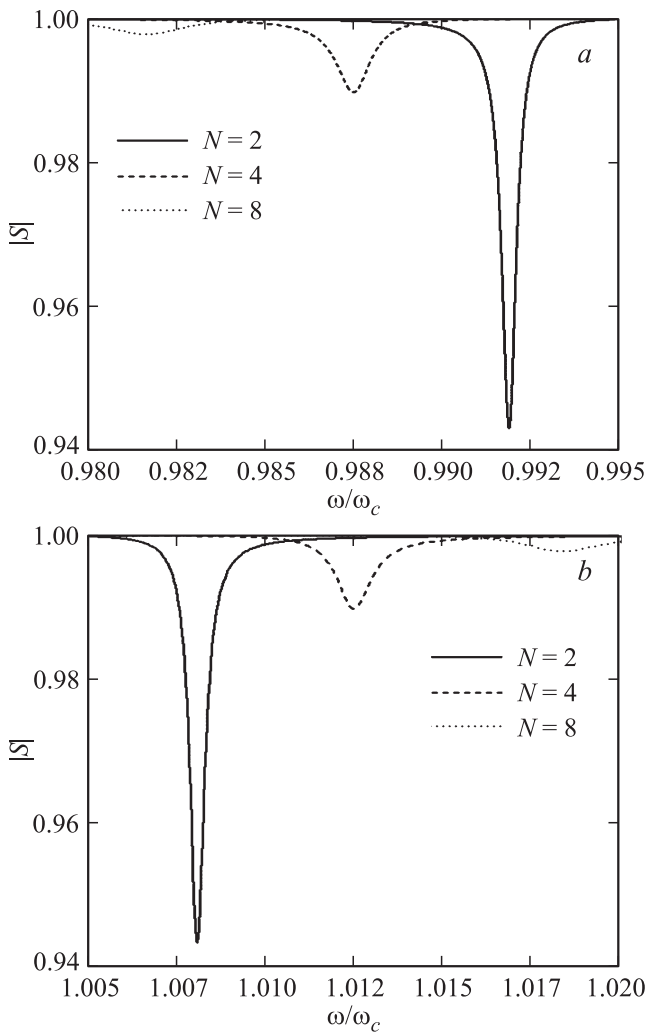
где  $D_i$  содержат в себе комплексные резонансы системы:

$$\begin{aligned} D_1 &= (\omega - \omega_{1+})(\omega - \omega_{1-}), \\ D_2 &= (\omega - \omega_{2+})(\omega - \omega_{2-}), \\ \omega_{1\pm} &= \omega_c - \frac{\Omega'_R}{2} - \frac{i}{4} [\Gamma_w(2N - 1) + \Gamma_q] \\ &\pm \frac{1}{2} \sqrt{\left[ \Delta - \frac{j}{2} (\Gamma_w - \Gamma_q) \right]^2 + 4\lambda^2 N}, \\ \omega_{2\pm} &= \omega_c + \frac{\Omega'_R}{2} - \frac{i}{4} [\Gamma_w(2N - 1) + \Gamma_q] \\ &\pm \frac{1}{2} \sqrt{\left[ \Delta - \frac{j}{2} (\Gamma_w - \Gamma_q) \right]^2 + 4\lambda^2 N}, \end{aligned} \quad (11)$$

где введены расстройки  $\Delta = \omega_c - \Omega$  и  $\delta_t = \omega - \omega_c$ , а также постоянные спонтанного излучения из резонатора в волновод  $\Gamma_w = \frac{\xi^2}{v_g} L$  и релаксация кубита  $\Gamma_q \approx \gamma^2$ .

Формулы (10) учитывают влияние взаимодействий как на амплитуду, так и на фазу регистрируемого фотона на выходе системы. Так, при процессах, соответствующих уравнениям (10.1) и (10.2), внутренняя система и энергия налетающего фотона остается без изменений, что соответствует потенциальному рассеянию фотона. В случаях неупругого рассеяния (10.3) и (10.4) энергия фотонов изменяется на  $\pm \hbar\Omega'_R$ , что также напрямую следует из закона сохранения энергии (для случая, когда мы пренебрегаем потерями). Резонансные частоты (12) соответствуют квадруплету, чисто квантовому проявлению эффекта, известного как триплет Моллоу. Основное отличие состоит в расщеплении центрального пика на два условно „центральных“, при этом стандартные „боковые“ пики триплета сохраняются. Типичный вид описанной амплитудно-частотной характеристики для процессов потенциального рассеяния, соответствующих уравнениям (10.1) и (10.2), представлен на рис. 1

Из уравнения (11) видно, что с ростом числа фотонов увеличивается ширина резонанса, и падает его амплитуда на определенной частоте, что экспериментально наблюдалось в работе [7]. На рис. 2 представлены АЧХ для разного числа фотонов в резонаторе вблизи боковых пиков, поскольку удобно смотреть именно здесь, так как они примерно пропорциональны  $\omega_c \pm \left( \frac{\Omega'_R}{2} + \frac{\Omega_R}{2} \right)$ , а центральные пики  $\omega_c \pm \left( \frac{\Omega'_R}{2} - \frac{\Omega_R}{2} \right)$ .



**Рис. 2.** Амплитудно-частотные характеристики коэффициента прохождения на боковых резонансах: *a* — в сильном резонансном режиме S11; *b* — в сильном резонансном режиме S22. Параметры системы те же, что и для рис. 1.

### 5. Моделирование и анализ

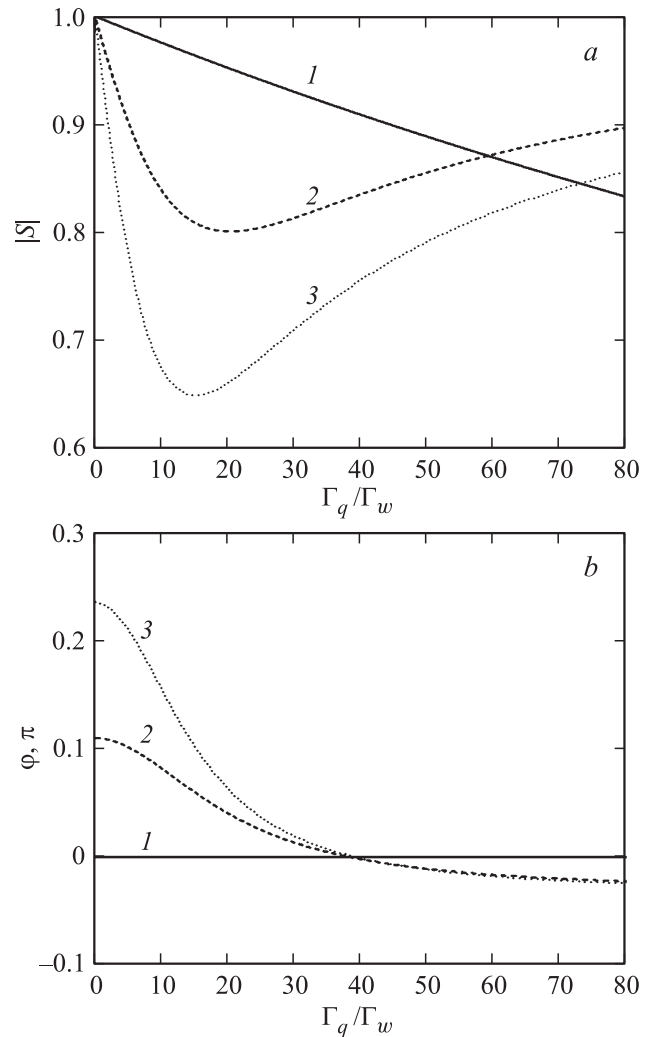
Рассмотрим достаточно простой случай, когда  $N = 1$ . При этом все коэффициенты [кроме уравнения (10.1)] будут равны либо 1, либо 0. При этом выражение (10.1) упрощается

$$T_{11} = \langle a|T|a \rangle = \Gamma_w \frac{\omega - \Omega + \frac{i}{2} \Gamma_q}{\left[ \omega - \left( \Omega - \frac{i}{2} \Gamma_q \right) \right] \left[ \omega - \left( \omega_c - \frac{i}{2} \Gamma_w \right) \right]} \lambda^2 \quad (13)$$

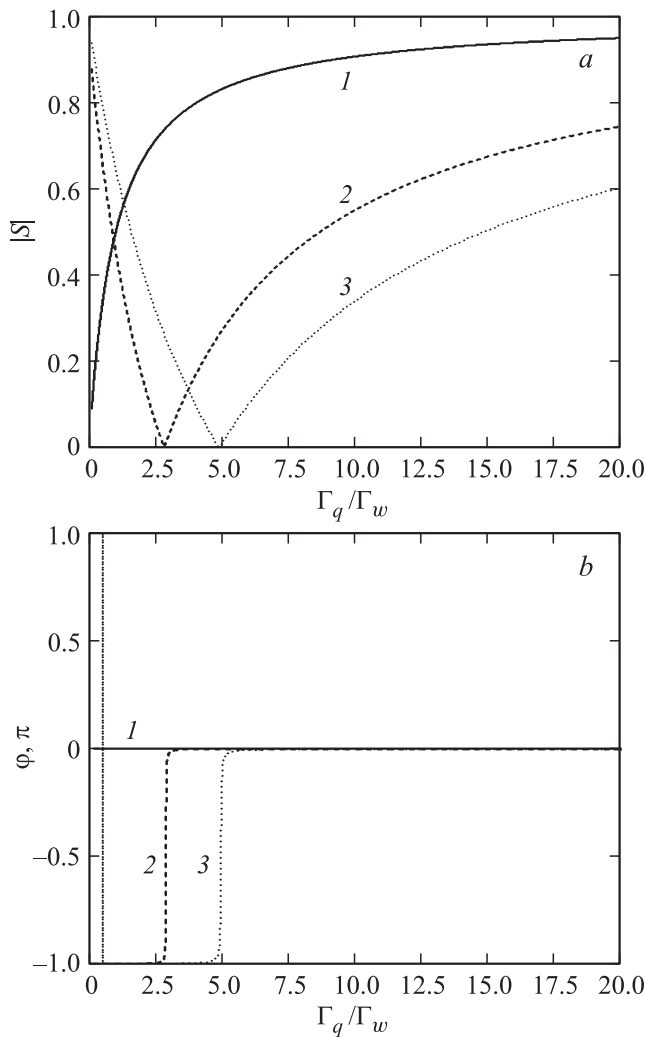
Данное выражение совпадает с тем, что получается при решении уравнения эволюции с Линдбладдианом [2]. В этом случае мы видим, что затухание вводится простым переходом к комплексным фундаментальным частотам. Эта формула была проверена многочисленными

экспериментами [7–10]. В некоторых работах затухание при наличии многофотонного резонатора при фитингах описывалось как комплексная добавка к фундаментальной частоте кубита, тем не менее, как следует из формулы, при  $N > 1$  введение затухания не сводится к автоматической замене  $\Omega \rightarrow \Omega - \frac{i}{2} \Gamma_q$ .

На рис. 3 показаны зависимости амплитуды и фазы коэффициентов прохождения от параметра релаксации при различном числе фотонов в резонаторе вблизи фундаментальной частоты резонатора („центральные“ пики), на рис. 4 те же зависимости, только для фотона на боковых частотах. При этом параметры системы таковы, что  $\omega_c = \Omega$ . На фундаментальной частоте изменение числа фотонов на единицу приводит к значительным изменениям как фазы, так и амплитуды сигнала после потенциального рассеяния. При  $N = 1$  остается лишь одно состояние из уравнения (6.2), при котором в



**Рис. 3.** Зависимость амплитуды (*a*) и фазы (*b*) коэффициента прохождения S11 на фундаментальной частоте резонатора. Сплошная линия 1 соответствует формуле (46) из работы [2], пунктирные линии 2 и 3 соответствуют двум и трем фотонам. Параметры системы те же, что и для рис. 1.



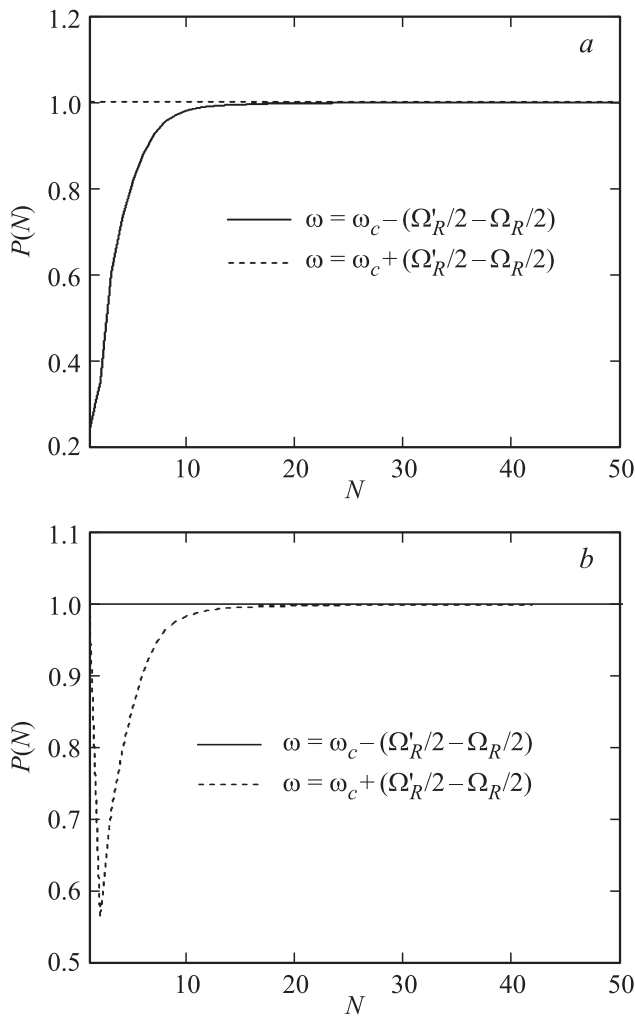
**Рис. 4.** Зависимость амплитуды  $a$  и фазы  $b$  коэффициента прохождения  $S_{11}$  на центральных резонансах от релаксации кубита в сильном резонансном режиме. Сплошная линия 1 соответствует формуле (46) из работы [2], пунктирные линии 2 и 3 соответствуют двум и трем фотонам. Параметры системы:  $\Omega = 3 \text{ GHz}$ ,  $\omega = 3 \text{ GHz}$ ,  $\Gamma = 0.1 \text{ MHz}$ ,  $\lambda = 10 \text{ MHz}$ .

резонаторе не остается фотонов ни до, ни после рассеяния, поэтому фаза сигнала не изменяется, поскольку формально это „тот же самый“ фотон. Параметр взаимодействия между фотонами и кубитом эффективно мал, поэтому амплитуда сигнала близка к единице при малых величинах релаксации кубита. С ростом релаксации амплитуда уменьшается по стандартному процессу диссипации энергии в термостат.

Добавление дополнительного фотона в резонатор предполагает, что взаимодействие фотонов с атомом происходит еще до рассеяния, и сам процесс рассеяния становится менее тривиальным. По виду фазовой зависимости на рис. 3,  $b$  можно предположить, что при малых значениях релаксации ( $\Gamma_q : \Gamma_w$ ) обратно в волновод вылетает фотон, успевший многократно провзаимодействовать с атомом. Этим же можно объяснить

и быстрое уменьшение амплитуды сигнала, поскольку все фотоны через различные виртуальные переходы, автоматически учитывающиеся в данном формализме, теряют часть энергии. При дальнейшем увеличении постоянной релаксации атома амплитуда растет, и фаза коэффициента прохождения приближается к нулю, что говорит о том, что после рассеяния в волноводе наиболее вероятно зарегистрировать „тот же самый“ фотон. С другой стороны, точка минимума на амплитудной характеристике, как мы предполагаем, соответствует такому соотношению между параметрами релаксации и скорости испускания фотона из резонатора в волновод, когда фотоны в резонаторе (в нашей задаче их число „поддерживается“ постоянным для каждого акта рассеяния) вероятнее отдают свою энергию в термостат, чем участвуют в волноводном транспорте, и с ростом релаксации эффективно приближается к ситуации, когда  $N = 1$ , и релаксация мала (черная сплошная на рис. 3).

При регистрации фотонов на боковых частотах ситуацию уже не так легко описать, поскольку взаимодействие через виртуальные уровни в резонаторе носит весьма сложный характер. Из результатов моделирования можно сделать вывод лишь о том, что при двух фотонах не происходит их взаимодействия с атомом, и поэтому наиболее вероятно зарегистрировать „тот же самый“ фотон, так как частота сигнала достаточно далека от  $\Omega$ , это следует из того, что фаза практически не меняется с ростом релаксации. Тем не менее при малых значениях релаксации существенна разница в амплитуде проходящего сигнала для разного числа фотонов в резонаторе. Поскольку амплитуда  $S_{11}$  может быть интерпретирована как вероятность обнаружить фотон в волноводе после потенциального рассеяния, то с увеличением числа фотонов в резонаторе и при их малой диссипации в термостат растет и вероятность вылета фотона в волновод, что интуитивно кажется логичным. С ростом релаксации различие между ситуациями с разным числом фотонов уменьшается, что, как предполагалось ранее, свидетельствует об эффективном наличии только одного фотона в резонаторе. Более того, с ростом релаксации вероятность обнаружить фотон на этой частоте растет, что также означает уменьшение вероятности перехода между одетыми состояниями из  $P$  и  $Q$  подпространств, поскольку в этом случае Рabi-колебания затухают быстрее (время жизни одетых состояний уменьшается), чем фотон успевает высветиться в волновод. На рис. 5 мы видим, что с ростом релаксации амплитуда приближается к 1 даже для  $N = 1$ . Это означает „расползание“ центрального провала, что формально означает, что при значительно больших постоянных релаксации вероятность фотона провзаимодействовать с системой приближается к 0, и соответственно вероятность зарегистрировать его в волноводе — к 1 (это также видно по фазовой характеристике). При  $N = 2, 3$  эта вероятность падает до какого-то значения релаксации  $\Gamma_q^{cp}$ , а затем начинает также приближаться к 1.  $\Gamma_q^{cp}$  определяется как числом фотонов в резонаторе,



**Рис. 5.** Фотонная блокада на различных резонансных частотах при исходном состоянии  $|N - 1\rangle$  (a),  $|2N - 1\rangle$  (b).

так и постоянной испускания фотонов в волновод. Эту величину можно интерпретировать следующим образом: при  $\Gamma_q < \Gamma_q^{sp}$  Раби-колебания между одетыми состояниями затухают медленно, так что вероятность фотона попасть в систему (определяемая  $\Gamma_w$  и наличием одетых уровней) отлична от нуля. После попадания фотона в систему есть вероятность фотона рассеяться в термостат, при этом падает вероятность обнаружить фотон в волноводе. При  $\Gamma_q > \Gamma_q^{sp}$  одетые состояния пропадают раньше, чем фотон успевает провзаимодействовать с системой (при  $\Gamma_w < \Gamma_q$ ), и пропадают все уровни, на которые может попасть фотон, кроме  $|a\rangle$ , и поэтому зависимость приближается к случаю  $N = 1$ . Этот эффект схож с эффектом блокады.

Одетые состояния полностью пропадают, когда все фотоны в резонаторе рассеиваются в термостат, а поскольку скорость рассеивания в термостат определяется величиной  $\Gamma_q$ , то с ростом числа фотонов граничное значение релаксации сдвигается в сторону больших величин, и аналогичный эффект происходит с увеличе-

нием  $\Gamma_w$ . При этом независимо от величины  $\Gamma_w$  относительное положение граничных релаксаций сохраняется и для приведенных чисел фотонов в резонаторе будет  $\Gamma_q^{N=2}/\Gamma_w \approx 2.83$ ,  $\Gamma_q^{N=3}/\Gamma_w \approx 4.9$ .

Фотонная блокада проявляется при малом числе фотонов в резонаторе, и поскольку, как было сказано ранее, эффект проявляется в резком изменении коэффициента прохождения фотона на определенной частоте при изменении числа фотонов на единицу, можно ввести функцию, описывающую степень этого изменения:

$$P = \frac{|T[\omega(N), N]|}{|w(N), N + 1|}, \quad (14)$$

где  $\omega(N) = \omega_c \pm \left(\frac{\Omega'_R}{2} - \frac{\Omega_R}{2}\right)$  — частота, соответствующая провалам на АЧХ. То есть при проявлении фотонной блокады  $P$  будет сильно отличаться от единицы.

На рис. 5 показано, что в диапазоне малого числа фотонов, где  $\Omega_R \neq \Omega'_R$ , явно проявляется фотонная блокада, которая при увеличении числа фотонов исчезает, т. е.  $P = 1$ . В зависимости от частоты налетающего фотона блокада будет происходить при различных исходных состояниях.

## 6. Заключение

Нами получены аналитические выражения в чисто квантовом режиме, описывающие вероятности процессов потенциального и не потенциального рассеивания одиночного фотона на однокубитной системе с резонатором, в котором имеются  $N$  фотонов. Для  $N > 1$  параметр релаксации кубита входит нетривиально, поскольку учитывает взаимодействие системы с термостатом во всех порядках, так, в отличие от уравнений эволюции, не приходится искусственно обрывать цепочку уравнений для операторов. Полученные формулы в квазистационарном приближении описывают изменение вероятности обнаружения фотона при различных соотношениях между постоянными релаксации и испускания фотонов в волновод, и могут быть использованы для описания эффекта фотонной блокады. Полученные выражения (10) могут быть использованы для случая, когда  $\frac{\omega_c - \Omega}{\omega_c} < 1$ , так как мы учитывали только однофотонное взаимодействие.

## Список литературы

- [1] М.О. Скалли, М.С. Зубайри. Квантовая оптика. Пер. с англ. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003.
- [2] А.Н. Омельчук, С.Н. Шевченко, Я.С. Гринберг, О. Астафьев, Е. Ильичев. Физика низких температур. **36**, 1117 (2010).
- [3] R. Bianchetti, S. Filipp, M. Baur, J.M. Fink, M. Goppl, P.J. Leek, L. Steffen, A. Blais, A. Wallraff. Phys. Rev. A **8**, 043840 (2009).
- [4] Ya.S. Greenberg, A.N. Sultanov. Phys. Rev. A **95**, 053840 (2017).

- [5] A.J. Hoffman, S.J. Srinivasan, S. Schmidt, L. Spietz, J. Aumentado, H.E. Tureci, A.A. Houck *Phys. Rev. Lett.* **107**, 053602 (2011).
- [6] N. Auerbach, V. Zelevinsky. *Rep. Progr. Phys.* **74**, 106301 (2011).
- [7] A.F. van Loo, A. Fedorov, K. Lalumière, B.C. Sanders, A. Blais, A. Wallraff. *Science* **342**, 1494 (2013).
- [8] И.Л. Новиков, Б.И. Иванов, А.Н. Султанов, Я.С. Гринберг, Е.В. Ильичев. *ФТТ* **58**, 2085 (2016).
- [9] G. Oelsner, S.H.W. van der Ploeg, P. Macha, U. Hübner, D. Born, S. Anders, E. Il'ichev, H.-G. Meyer, M. Grajcar, S. Wunsch M. Siegel, A.N. Omelyanchouk, O. Astafiev. *Phys. Rev. B* **81**, 172505 (2010).
- [10] S.N. Shevchenko, G. Oelsner, Ya.S. Greenberg, P. Macha, D.S. Karpov, M. Grajcar, U. Hubner, A.N. Omelyanchouk, E. Il'ichev. *Phys. Rev. B* **89**, 184504 (2014).