

## Краткие сообщения

01

### Динамика наночастицы, вращающейся в ближнем поле нагретой поверхности

© Г.В. Дедков, А.А. Кясов

Кабардино-Балкарский государственный университет,  
360004 Нальчик, Россия  
e-mail: gv\_dedkov@mail.ru

(Поступило в Редакцию 27 декабря 2016 г.)

Получены общие выражения для силы притяжения к поверхности, скорости нагрева и проекций момента сил, действующих на вращающуюся частицу вблизи поверхности при произвольной ориентации оси вращения. Показано, что с течением времени частица замедляется, а вектор угловой скорости стремится ориентироваться перпендикулярно к поверхности при любых начальных условиях.

DOI: 10.21883/ЖТФ.2017.08.44736.2150

В последние годы флуктуационно-электромагнитные взаимодействия (ФЭВ) в системах с динамической и тепловой неравновесностью привлекают все более растущий интерес [1–12]. Так, наряду с имеющими более длинную историю исследованиями, связанными с силами линейного вакуумного трения в геометрии частица–пластина и пластина–пластина (см. ссылки в [4,9,12]), появились исследования ФЭВ в системах с вращением одного или двух тел (частиц) [1–3,7,8,11], а в [5,6,10], в частности, рассматривалось черенковское излучение в условиях квантового трения.

В случае ФЭВ между нейтральной частицей и пластиной черенковское излучение возникает, как и при движении заряда, при условии  $V > c/n$  ( $V$  — скорость частицы,  $c$  — скорость света в вакууме,  $n$  — показатель преломления материала пластины). Поэтому для его экспериментального наблюдения требуется разогнать электронейтральную частицу до субрелятивистских скоростей, что само по себе представляет весьма трудную задачу. В отличие от этого для частицы, вращающейся в вакууме [11] или вблизи другого тела [13], нетепловое излучение может генерироваться без порога по линейной или угловой скорости в диапазоне частот  $0 < \omega < \Omega$  ( $\Omega$  — частота вращения), причем его интенсивность значительно возрастает, если вращающаяся частица находится в зоне ближнего поля прозрачной пластины [13]. Нетепловое излучение вращающегося цилиндра в вакууме впервые рассматривалось Зельдовичем [14]. Для корректного расчета излучения в системе „вращающаяся частица–пластина“ необходимо выполнить более тщательный анализ динамики вращательного движения частицы при произвольном направлении вектора угловой скорости относительно нормали к поверхности пластины. Именно это является целью настоящей работы. В более ранних работах [1,2] рассматривались лишь частные случаи, когда ось вращения была перпендикулярна или параллельна поверхности.

Как и в [1,2], в настоящей работе ограничимся нерелятивистским приближением  $c \rightarrow \infty$ , считая, что сферическая частица с радиусом  $R$  имеет температуру  $T_1$  и находится в зоне ближнего поля пластины с температурой  $T_2$  (рис. 1). Материальные свойства частицы и пластины определяются зависящими от частоты поляризуемостью  $\alpha(\omega)$  и диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon(\omega)$ . Декартовы системы координат  $\Sigma$  и  $\Sigma''$  выберем таким образом (рис. 1), что  $\Sigma$  соответствует покоящейся пластине (лабораторная система отсчета), а  $\Sigma''$  — собственной системе координат частицы, вращаю-

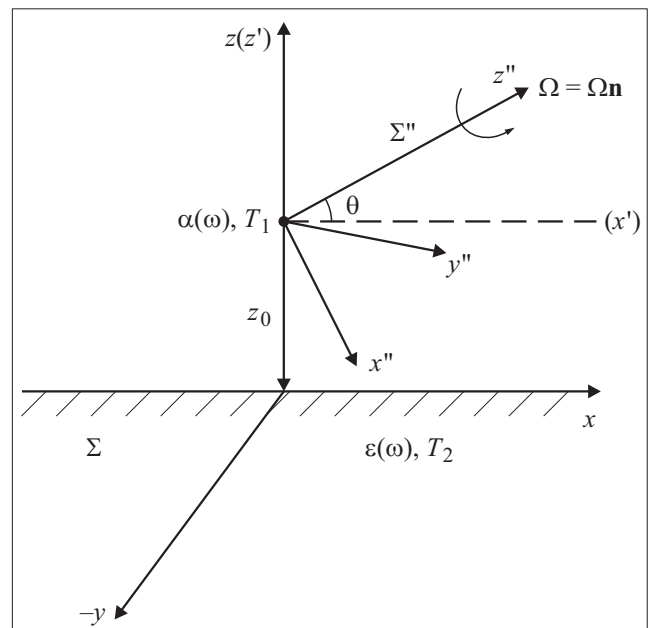


Рис. 1. Геометрическая конфигурация. Система координат  $\Sigma$  связана с покоящейся пластиной, система координат  $\Sigma''$  жестко связана с вращающейся частицей; оси  $x'$ ,  $z'$  соответствуют координатной системе  $\Sigma'$  на рис. 2.

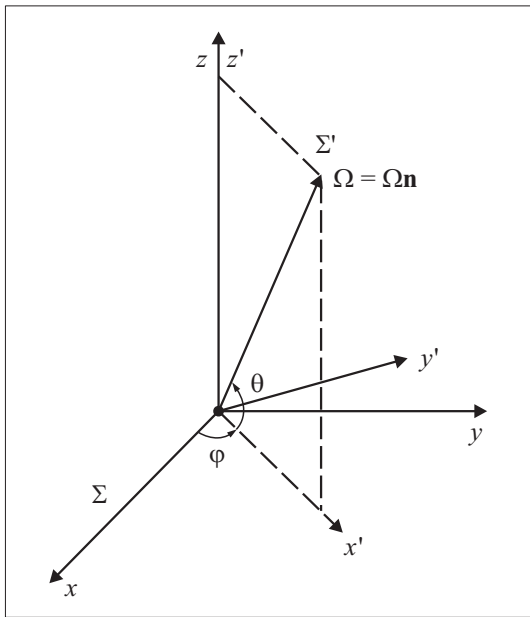


Рис. 2. Общий случай ориентации вектора  $\Omega \mathbf{n}$  относительно пластины.

щейся вместе с ней с угловой скоростью  $\Omega$ . Не умаляя общности, единичный вектор  $\mathbf{n}$  направления угловой скорости выберем в плоскости  $(x', z')$  вспомогательной системы  $\Sigma'$  координат с проекциями  $(\cos \theta, \sin \theta)$  на ее оси. Предполагаем также, что  $R \ll z$ , где  $z$  — расстояние центра частицы от пластины. Основными характеристиками ФЭВ в данной задаче являются сила притяжения частицы к поверхности  $F_z$ , скорость нагрева (охлаждения)  $dQ/dt$  и проекции момента сил  $\mathbf{M}$ . В рассматриваемом нерелятивистском дипольном приближении они определяются из выражений

$$F_z = \langle \nabla_z (\mathbf{d}^{\text{sp}} \mathbf{E}^{\text{ind}} + \mathbf{d}^{\text{ind}} \mathbf{E}^{\text{sp}}) \rangle, \quad (1)$$

$$dQ/dt = \langle \dot{\mathbf{d}}^{\text{sp}} \mathbf{E}^{\text{ind}} + \dot{\mathbf{d}}^{\text{ind}} \mathbf{E}^{\text{sp}} \rangle, \quad (2)$$

$$\mathbf{M} = \langle \mathbf{d}^{\text{sp}} \times \mathbf{E}^{\text{ind}} + \mathbf{d}^{\text{ind}} \times \mathbf{E}^{\text{sp}} \rangle, \quad (3)$$

где  $\mathbf{d}^{\text{sp}}$ ,  $\mathbf{d}^{\text{ind}}$  — спонтанные и индуцированные компоненты дипольного момента частицы (точки обозначают производные во времени),  $\mathbf{E}^{\text{sp}}$ ,  $\mathbf{E}^{\text{ind}}$  — спонтанные и индуцированные компоненты электрического поля, заданные в  $\Sigma'$ , а угловые скобки означают полное квантостатистическое усреднение. Поскольку  $F_z$  и  $dQ/dt$  инвариантны относительно поворота оси вращения частицы вокруг нормали к поверхности (оси  $z$  и  $z'$  на рис. 1), их величины в  $\Sigma$  и  $\Sigma'$  совпадают. Это упрощает вычисление  $F_z$  и  $dQ/dt$ , если пользоваться системой координат  $\Sigma'$ . Вектор  $\mathbf{M}$  не инвариантен относительно вращения вокруг нормали к поверхности, поэтому на первом этапе расчета мы также находим его в системе координат  $\Sigma'$ , а затем преобразуем в систему  $\Sigma$ . Такое рассмотрение позволяет, при необходимости, учесть в

дальнейшем поступательное движение частицы. Вычисление величин, входящих в (1)–(3), проводится стандартным методом, описанным в [2,11] (см. также [15]). В результате расчета получим

$$F_z = -\frac{3\hbar}{32\pi z^4} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \times \left\{ \begin{aligned} &(2 - \cos^2 \theta) \left[ \Delta'(\omega) \alpha''(\omega) \coth\left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T_1}\right) \right. \\ &\quad \left. + \Delta''(\omega) \alpha'(\omega) \coth\left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T_2}\right) \right] \\ &+ (2 + \cos^2 \theta) \left[ \Delta'(\omega) \alpha''(\omega_+) \coth\left(\frac{\hbar\omega_+}{2k_B T_1}\right) \right. \\ &\quad \left. + \Delta''(\omega) \alpha'(\omega_+) \coth\left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T_2}\right) \right] \end{aligned} \right\}, \quad (4)$$

$$dQ/dt = \frac{\hbar}{16\pi z^3} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \omega \Delta''(\omega) \times \left\{ \begin{aligned} &(2 - \cos^2 \theta) \alpha''(\omega) \left[ \coth\left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T_2}\right) - \coth\left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T_1}\right) \right] \\ &+ (2 + \cos^2 \theta) \alpha''(\omega_+) \left[ \coth\left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T_2}\right) - \coth\left(\frac{\hbar\omega_+}{2k_B T_1}\right) \right] \end{aligned} \right\}, \quad (5)$$

$$M_{x'} = -\frac{3\hbar \cos \theta}{16\pi z^3} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \Delta''(\omega) \alpha''(\omega_+) \times \left[ \coth\left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T_2}\right) - \coth\left(\frac{\hbar\omega_+}{2k_B T_1}\right) \right], \quad (6)$$

$$M_{y'} = -\frac{\hbar \sin \theta \cos \theta}{16\pi z^3} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \times \left\{ \begin{aligned} &\Delta'(\omega) \left[ \alpha''(\omega) \coth\left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T_2}\right) - \alpha''(\omega_+) \coth\left(\frac{\hbar\omega_+}{2k_B T_1}\right) \right] \\ &+ \Delta''(\omega) \left[ \alpha'(\omega) \coth\left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T_2}\right) - \alpha'(\omega_+) \coth\left(\frac{\hbar\omega_+}{2k_B T_1}\right) \right] \end{aligned} \right\}, \quad (7)$$

$$M_{z'} = -\frac{2\hbar \sin \theta}{16\pi z^3} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \Delta''(\omega) \alpha''(\omega_+) \times \left[ \coth\left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T_2}\right) - \coth\left(\frac{\hbar\omega_+}{2k_B T_1}\right) \right], \quad (8)$$

где  $\omega_+ = \omega + \Omega$ ,  $\Delta(\omega) = \frac{\varepsilon(\omega) - 1}{\varepsilon(\omega) + 1}$ , а величины с одним и двумя штрихами обозначают вещественные и мнимые компоненты соответствующих функций.

Для анализа динамики вращательного движения частицы используем более общую геометрию (рис. 2), когда направление вектора  $\Omega \mathbf{n}$  определяется углом  $\theta$  и азимутальным углом поворота  $\varphi$  относительно оси  $z$  системы координат  $\Sigma$ . Соответственно проекции вектора  $\Omega \mathbf{n}$  на оси  $(x, y, z)$  (рис. 2) равны

$$\omega_x = \Omega \cos \theta \cos \varphi, \quad \omega_y = \Omega \cos \theta \sin \varphi, \quad \omega_z = \Omega \sin \theta. \quad (9)$$

Для сферической частицы с учетом соотношений  $I_{ik} = I\delta_{ik}$   $I = (2/5)mR^2$ , где  $I$  и  $m$  — момент инерции и масса, уравнения вращательной динамики принимают вид

$$Id\omega_x/dt = M_x, Id\omega_y/dt = M_y, Id\omega_z/dt = M_z. \quad (10)$$

Проекциями момента сил  $M_x, M_y, M_z$  в (10) связаны с проекциями момента (6)–(8) преобразованиями поворота на угол  $\varphi$ . С учетом этого уравнения (10) приводятся к виду

$$Id\Omega/dt = M_{x'} \cos \theta + M_{z'} \sin \theta, \quad (11)$$

$$I\Omega d\theta/dt = -M_{x'} \sin \theta + M_{z'} \cos \theta, \quad (12)$$

$$I\Omega \cos \theta d\varphi/dt = M_{y'}. \quad (13)$$

Правые части (11) и (12) совпадают с проекциями момента  $M_{x'}$  и  $M_{y'}$  на направление  $\mathbf{n}$  и перпендикулярное ему в плоскости  $(x', z')$  (рис. 1). Обозначая их как  $M_n$  и  $M_{\perp}$ , с учетом (6) и (7) получим

$$M_n = -\frac{\hbar(2 + \cos^2 \theta)}{16\pi z^3} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \Delta''(\omega) \alpha''(\omega_+) \times \left[ \coth\left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T_2}\right) - \coth\left(\frac{\hbar\omega_+}{2k_B T_1}\right) \right], \quad (14)$$

$$M_{\perp} = \frac{\hbar \sin \theta \cos \theta}{16\pi z^3} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \Delta''(\omega) \alpha''(\omega_+) \times \left[ \coth\left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T_2}\right) - \coth\left(\frac{\hbar\omega_+}{2k_B T_1}\right) \right]. \quad (15)$$

С учетом (14) и (15) уравнения (11) и (12) запишутся в виде

$$Id\Omega/dt = M_n, I\Omega d\theta/dt = M_{\perp}. \quad (16)$$

Момент  $M_{y'}$  перпендикулярен к плоскости  $(x', y')$  и определяется формулой (7). Полученные уравнения позволяют выполнить более детальный анализ характера и устойчивости вращательного движения.

Заметим сначала, что знаки моментов  $M_n$  и  $M_{\perp}$ , вообще говоря, могут быть различными в зависимости от знака идентичного частотного интеграла в правой части (14) и (15). Если  $M_n > 0$ , то угловая скорость может возрастать на начальной стадии движения. Однако нетрудно показать, что скорость установления квазиравновесной температуры частицы  $T_1 \approx T_2$  (эту температуру можно найти, приравняв правую часть (5) к нулю) значительно выше, чем скорость установления динамического равновесия, а в случае установления квазиплового равновесия всегда  $M_n < 0$ . В итоге большую часть времени до остановки реализуется режим непрерывного замедления, когда  $M_n < 0$ , а знак  $M_{\perp}$  зависит только от знака  $\theta$ , но не изменяется после установления квазиравновесной температуры частицы.

Далее из (14)–(16) вытекает общее соотношение между  $\Omega$  и углом  $\theta$  в произвольный момент времени:

$$\frac{\Omega}{\Omega_0} = \frac{\sin \theta_0 \tan^2 \theta_0}{\sin \theta \tan^2 \theta}, \quad (17)$$

где  $\Omega_0$  и  $\theta_0$  — значения этих величин при  $t = 0$ . Из (17) следует, что  $\theta \rightarrow \pm\pi/2$  на стадии замедления частицы в зависимости от знака  $\theta_0$ . Таким образом, при любых начальных условиях ( $\theta_0 \neq 0$ ) вектор  $\Omega\mathbf{n}$  стремится ориентироваться перпендикулярно поверхности, но состояния  $\theta = \pm\pi/2$  достигаются только в момент полной остановки, являясь асимптотически устойчивыми. Состояние с осью вращения параллельной поверхности ( $\theta = 0$ ) является неустойчивым, и при любом малом отклонении от него модуль угла  $\theta$  будет возрастать.

Изменение азимутального угла  $\varphi$  не влияет на величины  $\Omega$  и  $\theta$ , вызывая прецессию вектора углового момента относительно оси  $z$  со скоростью  $d\varphi/dt$  в соответствии с формулами (7) и (13). В случае пластины без диэлектрических потерь ( $\varepsilon''(\omega) = 0$ ) скорость прецессии  $d\varphi/dt$  не зависит от времени,  $\theta = \theta_0 = \text{const}$  и  $\Omega = \Omega_0 = \text{const}$ . Такая ситуация, однако, характерна только для незапаздывающего взаимодействия с пластиной. При учете запаздывания вращающаяся частица вблизи прозрачной пластины тормозится за счет излучения [13].

## Список литературы

- [1] Zhao Rongkuo, Manjavacas A., Garcia de Abajo F.G., Pendry J.B. // Phys. Rev. Lett. 2012. Vol. 109. P. 123604.
- [2] Dedkov G.V., Kyasov A.A. // Europhys. Lett. 2012. Vol. 99. P. 64002.
- [3] Xiang Chen // Int. J. Mod. Phys. 2013. Vol. B27. P. 1350066; Int. J. Mod. Phys. 2014. V. B28. P. 1492002.
- [4] Pieplow G., Henkel C. // New J. Phys. 2013. Vol. 14. P. 023027.
- [5] Maghrebi M.F., Jaffe R.L., Kardar M. // Phys. 2014. Vol. A90. P. 012515.
- [6] Pieplow G., Henkel C. // J. Phys.: Condens. Matter 2015. Vol. 27. P. 214001.
- [7] Høye J.S., Brevik I. // J. Phys.: Condens. Matter. 2015. Vol. 27. P. 214008.
- [8] Ameri V., Aporvani M.S., Kheirandish F. // Phys. Rev. 2015. Vol. A92. P. 022110.
- [9] Intravaia F., Mkrтчian V.E., Buchmann S.Y., Sheel S., Henkel C. // J. Phys.: Condens. Matter. 2015. Vol. 27. P. 214020.
- [10] Volokitin A.I., Persson B.N.J. // JETP Lett. 2016. Vol. 103. N 4. P. 228.
- [11] Dedkov G.V., Kyasov A.A. // Tech. Phys. Lett. 2016. Vol. 42. N 1. P. 8.
- [12] Milton K.A., Høye J.S., Brevik I. // Symmetry. 2016. Vol. 8. P. 29.
- [13] Dedkov G.V., Kyasov A.A. // arXiv: 1601.02353; Phys.-Uspe. DOI: 10.3367/UFNe.2016.12.038006
- [14] Zel'dovich Ya.B. // JETP Lett. 1971. Vol. 14. P. 180.
- [15] Dedkov G.V., Kyasov A.A. // arXiv: 1605.06036.