

07

Модель Ландауэра–Датты–Лундстрема для терагерцового транзисторного усилителя на основе графена

© М.В. Давидович

Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского,
410012 Саратов, Россия
e-mail: davidovichmv@info.sgu.ru

(Поступило в Редакцию 11 января 2017 г.)

Рассмотрен транзистор в виде трех электродов, соединенных нанолентами графена или металлическими квантовыми нитями (нанопроволоками), работающий по принципу управления током путем изменения напряжения на центральном электроде (затворе). Рассмотрение проведено в рамках модели Ландауэра–Датты–Лундстрема в приближении равновесности на электродах и задания на них потенциалов. Получены линейные модели, рассмотрены нелинейные слагаемые в определении тока, рассчитаны нелинейные вольт-амперные характеристики графеновых нанолент.

DOI: 10.21883/JTF.2017.08.44728.2164

Введение

Графен в силу высокой подвижности носителей, большой их скорости (порядка 10^6 m/s) в областях около точек Дирака, хорошей теплопроводности, двумерности структуры и высокой прочности является весьма перспективным материалом для нанoeлектроники, особенно для терагерцовых транзисторов [1–6]. Однако в силу отсутствия энергетической щели у листа графена и из-за весьма малой возможной щели (порядка 0.1–0.2 eV) в нанолентах графена, включая двуслойные ленты (щель растёт с уменьшением ширины), а также из-за невозможности существенного увеличения щели при воздействии обычно используемых в нанoeлектронике внешних полей возникли проблемы при создании быстродействующих (с высокой частотой переключения) нанотранзисторов на графене, особенно для широких лент порядка 20 nm и более [4–8]. Поскольку в транзисторах на графене конструктивно используют наноленты, модуляция их проводимости может быть весьма высокой [6–8]. Проблеме увеличения ширины щели на графеновых структурах посвящено большое число работ, поскольку для цифровой техники необходимы транзисторы с низким током закрытого состояния (высоким отношением токов открытого и закрытого состояний). Однако для целей обработки, усиления и генерации сигналов это не принципиально. В частности, принципиально возможен одноэлектронный транзистор с квантовой точкой, работающий по принципу кулоновской блокады [3]. В литературе рассматривались возможности создания как быстро переключаемых транзисторов, так и транзисторов для усиления аналоговых сигналов [5]. В последнее время были предложены туннельные транзисторы на основе графена [8], а также транзисторы на графене с отрицательным сопротивлением [9]. Рассмотрены и генераторы на графене с накачкой [10].

Для целей усиления и генерации достаточно иметь устройства с импедансом, управляемым напряжением

(с зависимостью тока от управляемого напряжения), имеющие малое время пролета носителей и желательно по возможности малый управляющий ток по сравнению с управляемым током. Для терагерцовой нанoeлектроники более перспективны планарные устройства с баллистическим или смешанным режимами работы, что требует использования нанолент (полосок) с двумерным электронным газом (ДЭГ). Реально такая структура есть одномерная квантовая нить, поскольку длина свободного пробега (ДСП) λ в графене при комнатной температуре порядка μm , т.е. обычно существенно больше ширины ленты. Наиболее перспективно использовать однослойные и многослойные графеновые наноленты. Рассмотрение устройства с двумя электродами, соединенными нанолентой (диода), а также устройства с тремя электродами (транзистора), соединенных двумя или тремя нанолентами (рис. 1), и является целью настоящей работы. Промежуточный электрод (затвор) рассматривается классически (как и три других электрода) путем задания на нем потенциала без учета дискретных квантовых состояний, при этом имеются омические контакты со всеми тремя соседними лентами. Потенциал изменяется управляющим сигналом, а токи нанолент рассчитываются на основе модели Ландауэра–Датты–Лундстрема (ЛДЛ) с наложением условий непрерывности. Нанолента не обладает эффектом запираения. В частности, при отрицательном относительно истока напряжении ток в ленте инвертируется. Вместо графеновой наноленты можно использовать металлическую квантовую нить (рис. 1) и наоборот — квантовые нити вместо графеновых полосок. Свойства ДЭГ в металлических пленках возникают при толщинах t порядка десятков нанометров (меньше ДСП), при этом обычно и ширины имеют такой же порядок, т.е. $w \sim t$. Поэтому структура представляет собой нанопроволоку с квантованием по двум поперечным размерам (квантовую нить). Поскольку при комнатной температуре для металлов $\lambda \sim 30\text{--}100$ nm, следует использовать размеры порядка

от нескольких единиц до нескольких десятков нанометров. Хотя при $w = t > 18 \text{ nm}$ проводимость медной проволоки превышает проводимость слоистой структуры из нескольких графеновых листов и слоев SiO_2 с теми же размерами [11], использовать наноленты шире 100 nm не выгодно. В случае малых размеров для квантовой проволоки следует использовать размерные квантования при определении числа состояний носителей заряда и числа M мод проводимости [12–15]. Поверхностная проводимость для листа графена в рамках модели ЛДЛ имеет вид [15,16] $\sigma_s = 4e^2 E_F / \pi \hbar v_F = 2e^2 \lambda \sqrt{n_s / (\pi \hbar^2)}$, где n_s — поверхностная плотность носителей, \hbar — постоянная Планка, $\lambda \sim 2 \mu\text{m}$. Для графеновой ленты шириной w число мод $M(E) = 2w|E| / (\pi \hbar v_F)$ и проводимость $G(E) = (e^2 / h) M(E) \lambda(E) / (L + \lambda(E))$ пропорциональны ширине w [15,16]. Здесь L — длина ленты. На самом деле число мод проводимости квантуется в зависимости от ширины (что особенно существенно при малой w порядка нескольких нанометров), т.е. M — ступенчатая функция ширины (а не линейная). Однако и сама ширина для конфигураций armchair и zigzag квантуется, а проводимость еще зависит и от конфигурации, что требует решения задач квантовой механики. Здесь эти аспекты не рассматриваются. Для плотности носителей и динамической (зависящей от частоты) проводимости σ_s получены выражения в ряде работ [17–28], причем использовано приближение модели Кубо [17–19], транспортное уравнение Больцмана в приближениях времени релаксации и Бхатнагара–Гросса–Крука [28]. При рассмотрении прохождения тока через структуру конечной длины следует также учитывать условия на электродах, контактирующих с ее входом и выходом [13–15].

Постановка задачи

Для создания терагерцовых транзисторных усилителей и генераторов возможно использовать планарные структуры полевых транзисторов на графеновой ленте [29]. Вместо использования полевого эффекта рассмотрим усилитель (рис. 1) с графеновыми или металлическими наноразмерными полосками на подложке, контактирующими с тремя электродами. Рассмотрим такой транзистор на основе простой модели ЛДЛ [12–16]. Здесь две графеновые наноленты 2, 4 с ширинами ширины w_2, w_4 и длинами L_2, L_4 контактируют с двумя металлическими электродами — истоком и стоком, ширина которых w существенно больше w_2 и w_4 , а толщина t достаточна для обеспечения высокой проводимости. Кроме этого, имеется контакт 3 с металлической полоской (затвором) ширины w_3 , длины L_3 и толщины t . Эти размеры выбираются с учетом обеспечения равновесности распределения носителей, при этом L_3 желательно брать как можно меньше. Полная длина канала $L_{1,5} = L_2 + L_3 + L_4$. Эффект поля не проявляется, а работа устройства основана на управлении балли-

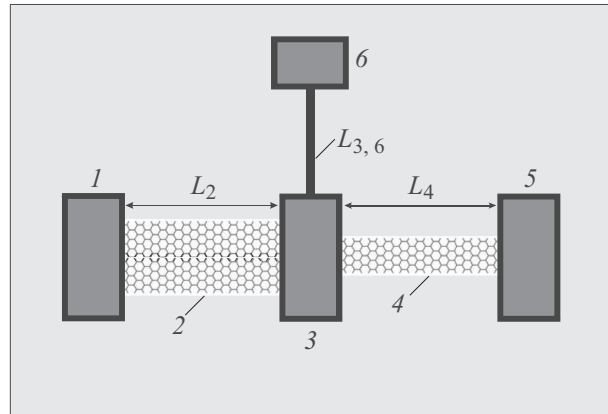


Рис. 1. Схематическое изображение графенового нанотранзистора с металлическими электродами истока 1, затвора 3, стока 5, входа 6 и двух графеновых нанолент 2 и 4 на подложке. Затвор и входной электрод соединены нанопроволочным каналом длины $L_{3,6}$.

стическими сопротивлениями между истоком и стоком, управляемыми напряжением на затворе. Будем рассматривать только поверхностный ток на границах контакта затвора с лентой, т.е. пренебрегать вертикальным током. Толщина затвора должна быть достаточной для реализации условия равновесности. Структура расположена на диэлектрической подложке SiO_2 . В конструкциях усилителей возможно заземление подложки снизу и использование микрополосковых линий (МПЛ), а также использование щелевых линий (ЩЛ) с двусторонней металлизацией. В общем случае считаем, что исток, затвор и сток находятся в равновесных состояниях с температурами соответственно T_1, T_3, T_5 , а к затвору и стоку приложены напряжения $V_g(t)$ и $V_d(t)$ относительно истока, существенное изменение которых происходит за времена, меньшие времен релаксации. Это ограничивает использование слишком малых электродов. При расчете параметров транзистора считаем потенциал V_d постоянным. Удобно рассматривать период изменения напряжения $V_g(t)$, существенно превышающий времена баллистического пролета через наноленты. Такой подход соответствует модели упругого резистора [15]. В рамках этой модели предполагается, что носители проскакивают канал без изменения их энергии (баллистически), если длина канала существенно меньше λ . Это основное ограничение модели ЛДЛ, поскольку иначе следует использовать динамическую проводимость в виде отклика тока на приложенное электрическое поле с учетом временной динамики (или частоты). Для коротких каналов и малых напряжений можно не учитывать изменение скорости электронов при преодолении канала. Аналогичный подход имеет место при туннелировании через тонкий потенциальный барьер, когда скорость электронов примерно равна скорости Ферми. За барьером при большом промежутке катод–анод электроны ускоряются и отдают полученную энергию, попадая на анод. Здесь

туннельные эффекты мы не рассматриваем, но при наличии поля в очень протяженном канале следует учесть ускорение. При характерном потенциале в 1 V дополнительная приобретаемая скорость равна $1.875 \cdot 10^5$ m/s, что обычно существенно меньше скорости Ферми v_F , и ускорением можно пренебречь. Но уже при потенциале порядка 100 V эти величины одного порядка. Далее рассматриваются напряжения порядка 3 V. В случае металлизированной подложки необходимо ввести напряжение истока $V_s(t)$ и отсчитывать все напряжения от ближайших точек металлизации. Однако удобно заземлить исток. Модель ЛДЛ одинаково пригодна как для графеновых нанолент, так и для металлических квантовых нитей. Металлическая пленка представляет собой двумерный электронный газ (ДЭГ) при толщине, существенно меньшей длины свободного пробега. Ширина металлических нанолент тоже квантоворазмерная величина, поэтому на самом деле это квантовая проволока с двумя квантоворазмерными величинами w и t .

В рамках транспортной модели ЛДЛ, позволяющей анализировать вольт-амперные характеристики с учетом термотока в линейном и нелинейном режимах, рассматриваемую структуру наиболее просто моделировать, если не учитывать термоток, т.е. считать температуру всех контактов одинаковой. Тогда ток между контактами m и n имеет вид

$$I_{m,n} = \frac{q}{h} \int \frac{D_k(E)}{2\tau(E)} (f_m(E) - f_n(E)) dE = \frac{2q}{h} \int T_k(E) M_k(E) (f_m(E) - f_n(E)) dE. \quad (1)$$

Здесь $D_k(E)$ — плотность состояний в канале k между проводниками m и n , $\tau(E)$ — время релаксации импульса, $T_k(E) = \lambda_k(E)/(\lambda_k(E) + L_k)$ — коэффициент передачи канала, $M_k(E)$ — число мод канала с номером k между проводниками m и n , $q = -e$ — заряд электрона, $f_m(E) = [\exp((E - E_{Fm})/(kT_m)) + 1]^{-1}$ — функции Ферми-Дирака (ФФД) распределения по энергиям соответствуют проводникам с номерами 1, 3, 5. Удобно обозначить $x_m = (E - E_{Fm})/(kT_m)$. Для управления проводимостью графена и графеновой ленты обычно используют допирование, что соответствует ее ненулевому электрохимическому потенциалу $\mu > 0$. Увеличение μ происходит и с ростом температуры. Для существования тока необходимо выполнение условий $v > 0$ и/или $T > 0$. Для идеального бесконечного листа графена энергию отсчитывают от нулевого уровня Ферми $E_F = 0$, поэтому поверхностная проводимость графена есть функция величины $x = (E - \mu)/(kT)$ [11–28]. В модели ЛДЛ проводимость зависит от конфигурации канала проводимости и свойств контактирующих электродов [13]. Если между контактами 1 и 3 приложен потенциал V_g , то химические потенциалы $\mu_{2,4}$ каналов 2, 4 в модели ЛДЛ считаются как среднеарифметические величины: $\mu_2 = (\mu_1 + \mu_3)/2$, $\mu_4 = (\mu_3 + \mu_5)/2$ где

$$\mu_1 = \mu_3 + eV_g = \mu_5 + eV_d, \quad \mu_3 = \mu_5 + e(V_d - V_g). \quad (2)$$

Смысл соотношений (2) в том, что положительный потенциал на электродах 3 или 5 повышает энергию электронов в истоке, способствуя эмиссии. В модели ЛДЛ также полагают, что $T_2 = (T_1 + T_3)/2$, $T_4 = (T_3 + T_5)/2$. Далее температуру всех контактов берем одинаковой. Для числа мод графеновой ленты ширины w имеет место формула $M(E) = 2w|E|/(\pi\hbar v_F)$ [13,16]. Простейшая модель заключается в том, что используются токи $I_{1,3}$ и $I_{3,5}$, а также ток затвора $I_g = I_{3,6}$, т.е. проводник 3 считается равновесным. В силу закона сохранения заряда имеем

$$I_{1,3} + I_{5,3} + I_{6,3} = -\partial Q/\partial t = -C\partial V_0/\partial t. \quad (3)$$

Заряд Q затвора мы связали с его емкостью C и потенциалом V_0 области 3. Соотношение (3) можно переписать с учетом того, что $I_{m,n} = -I_{n,m}$. В (3) для удобства мы рассматриваем направление тока к узлу, который имеет потенциал V_0 , т.е. оно противоположно обычно принятому. Если затвор достаточно протяженный, то его потенциал V_g не совпадает с напряжением V_0 в месте контакта, между которым и собственно затвором имеется баллистическое сопротивление $R = R_b(L_{3,6} + \lambda)/\lambda$, где $R_b = q^{-2}h/M(E)$ — собственно баллистическое сопротивление, λ — длина свободного пробега, $M(E)$ — число мод проводимости [12–16], $L_{3,6}$ — длина канала между электродами 3 и 6. В случае достаточно длинного затвора (порядка десятков нанометров и более) диффузионное сопротивление $R_d = R_b L_3/\lambda$ может вносить существенный вклад. Для графена длина свободного пробега при комнатной температуре составляет величину порядка 1–2 μm , поэтому оба канала работают в баллистическом режиме. Для более точного учета частотной зависимости можно учесть и индуктивность затвора, предполагая, что он выполнен из металлической проволоки сечением $w_3 \times t_3$:

$$L = \frac{\mu_0 L_{3,6}}{2\pi} \ln\left(\frac{2L_3}{w_3 + t_3} + 1/2\right) + \frac{m_e L_{3,6}}{e^2 n_e w_3 t_3}. \quad (4)$$

Здесь первый член — геометрическая индуктивность, второй — кинетическая индуктивность, m_e, n_e — масса и объемная плотность электронов. В силу (3) имеем $I_s = I_{1,3} = I_{3,5} + I_g - I_c$, где обозначено $I_d = I_{3,5}$, $I_c = C(\partial/\partial t)V_0$. Можно учесть также емкость канала. В отличие от затвора, электроды истока и стока считаем достаточно массивными (широкими), чтобы не учитывать их индуктивности. Теория линейного отклика строится путем разложения разности фермиевских распределений в (1) с выделением членов V_g, V_d . Для нелинейного отклика можно учесть следующие порядки разложений или произвести численное вычисление интегралов типа (1).

Линейный отклик

Для линейного отклика учитываем только линейные члены по приращениям напряжений и температуры

при разложении разности распределений $f_m(E) - f_n(E)$ в (1):

$$I_s = G_{1,3}V_0 + S_{sT}(T_3 - T_1), \quad (5)$$

$$I_d = G_{3,5}(V_d - V_0) + S_{dT}(T_5 - T_3), \quad (6)$$

$$I_g = G_{3,6}(V_g - V_0), \quad (7)$$

$$V_0 = V_g - RI_g - L(\partial/\partial t)I_g, \quad (8)$$

$$I_s = I_d + I_g + C\partial V_0/\partial t. \quad (9)$$

Обозначим $G_{1,3} = G_s$, $G_{3,6} = G_g = R_b^{-1}$, $G_{3,5} = G_d$. В случае одинаковой температуры при пренебрежении емкостью и индуктивностью имеем систему уравнений

$$I_s = I_g + I_d = G_s V_0, \quad (10)$$

$$I_d = G_d(V_d - V_0), \quad (11)$$

$$I_g = (V_g - V_0)/R, \quad (12)$$

из которой получаем $V_0 = (I_g + I_d)/G$, $I_d = G_d V_d - G_d(I_g + I_d)/G_s$, $I_s = -[V_d G_d + V_g/R_b]/\Delta$, где

$$I_g = [V_d G_d/(R G_s) - V_g(1 + G_d/G_s)/R]/\Delta, \quad (13)$$

$$I_d = [V_g G_d/(R G_s) - V_d G_d(1 + (R G_s)^{-1})]/\Delta, \quad (14)$$

$$\Delta = G_d/(R G_s^2) - (1 + (R G_s)^{-1})(1 + G_d/G_s). \quad (15)$$

Поскольку все величины зависят от двух напряжений V_d и V_g , при фиксированном V_d все токи (следовательно, проводимости $G_{1,6}$, $G_{1,5}$) управляются напряжением затвора. Следует также учесть, что G_d зависит от V_0 , т.е. и от V_g , поэтому приведенные соотношения являются, вообще говоря, нелинейными. Для получения квадратичных по приращениям напряжений и температур соотношений следует использовать следующие порядки разложений функций $f_m(E) - f_n(E)$ в (1). Это приводит к весьма громоздким соотношениям, особенно если учитывать различие в температурах контактов. Получение аналитических соотношений требует приближенного вычисления интегралов типа (1), что приводит к достаточно громоздким выражениям при произвольных соотношениях между параметрами. Для построения вольт-амперных и температурно-амперных характеристик проще использовать подход, основанный на численном вычислении интегралов.

Соотношения (10)–(15) получены без учета кинетической индуктивности и емкости затвора ($C = 0$). По смыслу это емкость между проводниками 1 и 3. Если считать проводник 1 заземленным, то это собственная емкость проводника 3: $C = C_{33}$. Можно ввести взаимные емкости $C_{35} = C_g$ и $C_{36} = C_d$. По своему смыслу они шунтируют соответствующие токи каналов. Использовать собственные емкости проводников 5 и 6 нецелесообразно: это сильно усложняет рассмотрение, при этом эти величины малы, поскольку для эффективной работы транзистора сопротивления прилегающих каналов существенно больше R_s . Если подложка снизу металлизирована, то контакты 1, 5, 6 представляют

собой окончания соответствующих полосковых линий передачи, при этом все напряжения (в том числе и напряжение V_s контакта 1) следует отсчитывать от ближайшей точки металлизации. В нашем случае это просто означает замену $V_0 \rightarrow V_0 - V_s$. Такое устройство суть шестиполосник с двумя входами и выходом. В простейшем случае исток следует заземлить ($V_s = 0$), и получаем четырехполосник. При этом имеют место волновые сопротивления в двухполосниках, подключенных к клеммам транзистора. Рассмотрим влияние кинетической индуктивности и емкостей C , C_g , C_d . Тогда уравнения приобретают вид

$$I_s = I_g + I_d - I_c = G_s V_0, \quad (16)$$

$$I_d = G_d(V_d - V_0) + C_d \partial(V_d - V_0)/\partial t, \quad (17)$$

$$V_g - V_0 = I_{1g}R + L \partial I_{1g}/\partial t, \quad (18)$$

$$I_{2g} = C_g \partial(V_g - V_0)/\partial t, \quad (19)$$

$$I_g = I_{1g} + I_{2g}, \quad (20)$$

$$I_c = C \partial V_0/\partial t. \quad (21)$$

Решать эту систему дифференциальных уравнений удобно, считая все коэффициенты и потенциал V_d постоянными и рассмотрев гармонический отклик на воздействие

$$V_g = V_{g0} + V_{g1} \exp(i\omega t). \quad (22)$$

Возможен анализ как статических вольт-амперных характеристик, определяющих отклик в виде токов на воздействия V_g , V_d ($\omega = 0$), так и динамических характеристик, среди которых наибольший интерес представляет линейный отклик основной (первой) гармоники тока стока $I_d = I_{35} = I_{d0} + I_{d1} \exp(i\omega t) + I_{d2} \exp(2i\omega t) + \dots$ на воздействие V_{g1} . При этом можно как рассматривать, так и не рассматривать малосигнальное приближение $V_{g1} \ll |V_{g0}|$. В первом случае потенциал V_0 и токи также гармонически зависят от времени: $V_0 = V_{00} + V_{01} \exp(i\omega t)$, $I_g = I_{g0} + I_{g1} \exp(i\omega t)$, $I_{1g} = I_{1g0} + I_{1g1} \exp(i\omega t)$, $I_d = I_{d0} + I_{d1} \exp(i\omega t)$. Исключая токи I_{1g} и I_{2g} , запишем тогда уравнения (16)–(21) в виде

$$I_{g0} + I_{d0} = G_s V_{00}, \quad (23)$$

$$I_{d0} = G_d(V_d - V_{00}), \quad (24)$$

$$V_{g0} - V_{00} = R I_{g0}, \quad (25)$$

$$I_{g1} + I_{d1} = (G_s + i\omega C)V_{01}, \quad (26)$$

$$I_{d1} = -(G_d + i\omega C_d)V_{01}, \quad (27)$$

$$V_{g1} - V_{01} = R[I_{g1} - i\omega C_g(V_{g1} - V_{01})] + L(i\omega I_{g1} + \omega^2 C_g(V_{g1} - V_{01})). \quad (28)$$

Эти уравнения получены приравниванием по отдельности постоянных членов и членов с зависимостью $\exp(i\omega t)$ и представляют собой шесть линейных уравнений относительно шести неизвестных $I_{g0,1}$, $I_{d0,1}$,

$V_{0,1}$, которые можно выразить через V_d и V_g . Система уравнений (23)–(28) приближенная, поскольку предположено, что величины G_d , G_s и R постоянны. Полагая $V_{g1} \ll V_{g0}$ (следовательно, $V_{01} \ll V_{00}$), получаем уравнения (23)–(28) в малосигнальном приближении, в котором проводимости $G_d = G_d(V_{00})$, $G_s = G_s(V_{00})$, т.е. есть функции V_{00} , а сопротивление R — функция V_{00} и V_{g0} . Из первых трех уравнений (23)–(25) следуют соотношения, определяющие рабочую точку:

$$I_{g0} = \frac{G_d V_d - G_s V_{g0}(1 + G_d/G_s)}{G_d/G_s + (1 + G_d/G_s)(1 + R G_s)}, \quad (29)$$

$$I_{d0} = G_s V_{g0} - (1 + R G_s) I_{g0}. \quad (30)$$

Из оставшихся уравнений получаем

$$V_{01} = \frac{I_{g1} + I_{d1}}{G_s + i\omega C} = \frac{-I_{d1}}{G_d + i\omega C_d}, \quad (31)$$

$$I_{d1} = K_I I_{g1}, \quad (32)$$

$$K_I = -\left(1 + \frac{G_s + i\omega C}{G_d + i\omega C_d}\right)^{-1} = -\left(\frac{G_d + i\omega C_d}{G_s + i\omega C}\right) / \left(1 + \frac{G_d + i\omega C_d}{G_s + i\omega C}\right), \quad (33)$$

$$V_{g1} = Z I_{g1} = \left[\frac{R + i\omega L}{1 - \omega^2 LC_g + i\omega RC_g} - \frac{K_I}{G_d + i\omega C_d} \right] I_{g1}. \quad (34)$$

Здесь K_I — коэффициент усиления по току, Z — входной импеданс на основной гармонике.

В рассмотренном устройстве ток управляется напряжением затвора, т.е. это аналог транзистора. Но это еще не усилитель. Для реализации усилителя можно рассмотреть конфигурации на МПЛ и ШЛ. Пусть входная МПЛ с волновым сопротивлением Z_{0i} подключена к электроду 6, а выходная МПЛ с импедансом Z_{00} через большую последовательную емкость — к электроду 3. Рассмотрим схему на основной первой гармонике. Ее можно представить как двухконтурную. В первом контуре с током I_1 действует источник напряжения V'_g с внутренним сопротивлением Z_{0i} , питающий входную МПЛ. Обозначим последовательное сопротивление $Z_1 = 2Z_{0i} + Z_g$. Взаимное к двум контурам параллельное включение сопротивлений Z_s и Z_d обозначим $Z_2 = Z_s Z_d / (Z_s + Z_d)$. Последовательное включение сопротивлений Z_c , Z_{00} , обозначаем $Z_3 = Z_c + Z_{00}$. Для высоких частот емкостным сопротивлением Z_c можно пренебречь, и тогда получаем коэффициент усиления по напряжению

$$K = \frac{Z_{00} I_2}{V_g} = \frac{Z_{00}^2}{Z_1(Z_1 + Z_2 + Z_{00})}. \quad (35)$$

Такая конфигурация неперспективна, поскольку Z_{00} должно быть существенно больше всех входящих в формулу сопротивлений, что практически невыполнимо.

Поэтому подключим к электроду 5 с помощью последовательного сопротивления R источник питания V , а с помощью последовательной емкости — выходную МПЛ. В этом случае $I_1 = I_2(Z_s + Z_d + Z_{00})/Z_s$, $I_s = -V/(R + Z_{00})$, $I_2 = V_g / [(Z_1 + Z_s)(Z_s + Z_d + Z_{00}) / (Z_s - Z_s)]$ (направление контурных токов взято по часовой стрелке), и коэффициент усиления по напряжению

$$K = \frac{Z_{00} Z_s}{Z_1(Z_s + Z_d + Z_{00}) + Z_s(Z_d + Z_{00})} + \frac{V}{V_g} \frac{Z_{00}}{R + Z_{00}}. \quad (36)$$

Естественно, это линейное рассмотрение, и здесь удобно использовать комплексные представления входного напряжения $V_g = V_{g0} + V_{g1} \exp(i\omega t)$ и импедансов, при этом желательно выполнение условия $V \gg V_{g0}, V_{g1}$. Напряжение V_g легко пересчитывается в напряжение V'_g на стыке входной МПЛ и контакта 6. Тогда V'_{g0} — напряжение смещения. Отсечка (обнуление) тока I_s возникает при $V_0 = 0$. Это не совсем условие отсечки в обычном понимании, поскольку изменение полярности V_0 приводит к обратному току, при этом возрастает прямой ток I_d . Конструктивно без сосредоточенных навесных емкостей осуществить развязку переменного тока через последовательные емкости с малым импедансом сложно даже в случае высоких терагерцовых частот. Выполнить их в планарном виде с наноразмерными элементами проблематично, поэтому перспективны планарные конструкции на щелевых линиях рис. 2.

Нелинейный отклик

Уравнение (1) позволяет построить все необходимые вольт-амперные характеристики (ВАХ), которые являются нелинейными. Нелинейность связана с функцией Ферми–Дирака. Рассмотрим диодную структуру с графеновой лентой длины L между истоком и стоком, напряжение между которыми V . Учитывая разложение равновесной на истоке функции в ряд Тейлора, получаем разложение с учетом n членов

$$I(V) = \sum_{n=0}^N \frac{G_n V^n}{n!}. \quad (37)$$

Здесь в силу равновесности следует положить $G_0 = 0$ (что не меняет формулу (37)), величина $G_1 = G$ есть обычная линейная проводимость, а все коэффициенты выражаются соотношением

$$G_n = \frac{2q^{n+1}}{h} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\lambda(E)}{\lambda(E) + L} M(E) (-1)^n \times \left(\frac{\partial^n f_0}{\partial E^n} \right) dE, \quad n = 1, 2, \dots \quad (38)$$

В (37), (38) значения производных берутся при $V = 0$, т.е. рассматриваются напряжения $V \ll kT$ и ФФД истока

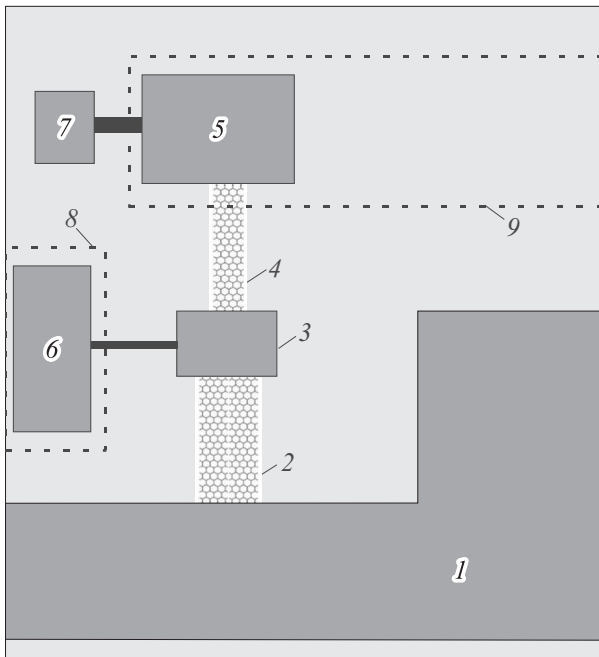


Рис. 2. Схематическое изображение транзистора в щелевой топологии: земля (1), графеновые наноленты (2, 4), электрод затвора (3), электрод стока (5), входной контакт (6), электроды входной и выходной щелевых линий на обратной стороне подложки (8, 9), электрод источника питания (7). Контактные квантовые нити показаны черным цветом.

$f_0 = [1 + \exp((E - E_F)/(kT))]^{-1}$. Первый коэффициент имеет размерность проводимости, тогда как размерность последующих s/V^{n-1} . Может показаться, что выражение (37) несимметрично при замене $V \rightarrow -V$, т.е. при смене знака напряжения, когда исток и сток меняются функциями. Но это не так. В функции f_1 на стоке разложение берется относительно равновесного значения функции f_0 на истоке. Если знак у V меняется, то появляется дополнительный множитель (-1) у четных производных (или надо взять за равновесную функцию на стоке). Таким образом, ВАХ (37) симметрична относительно нуля, как симметрична и структура, т.е. нанолента не имеет выпрямляющих свойств, зато проявляет нелинейные свойства и может служить генератором гармоник тока. Для проводимости имеем

$$G = \frac{8q^2 w}{h^2 v_F} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\lambda(E)}{\lambda(E) + L} |E| \left(-\frac{\partial f_0}{\partial E} \right) dE. \quad (39)$$

Выбирая нулевое приближение $(-\frac{\partial f_0}{\partial E}) \approx \delta(E - E_F)$ при $kT \rightarrow 0$, получаем

$$G = \frac{8q^2 w}{h^2 v_F} \frac{E_F \lambda(E_F)}{\lambda(E_F) + L}. \quad (40)$$

При $T = 0$ для беспримесного графена $E_F = 0$. В случае наличия примесей $E_F = \mu$ — электрохимический потенциал, связанный с концентрацией примесей (электронов

в зоне проводимости) в случае допирования. Для чистого графена при нулевой температуре отсчет валентной зоны и зоны проводимости идет от $E_F = 0$. Для допированного графена энергия Ферми равна химическому потенциалу μ . В общем случае поверхностная концентрация электронов в зоне проводимости n_s определяется соотношением

$$n_s = \int_0^{\infty} D(E) f_0(E) dE \approx \int_0^{E_F} D(E) dE = \frac{E_F^2}{\pi \hbar^2 v_F}. \quad (41)$$

Приближение в (41) соответствует низким температурам $kT \ll E_F$ с учетом того, что плотность состояний $D(E) = 2|E|/(\pi \hbar^2 v_F^2)$. Используя (41), проводимость (40) можно связать с концентрацией. Если λ не зависит от E_F , то $G \sim \sqrt{n_s}$. Используя закон дисперсии $E(\mathbf{p}) = \pm v_F |\mathbf{p}|$ и плотность состояний в двумерном фазовом пространстве, при малом химическом потенциале и $\mu \sim kT$ получаем

$$n_s \approx \frac{2}{\pi v_F^2 \hbar^2} \int_0^{E_m} f(\varepsilon) \varepsilon d\varepsilon \approx \frac{2(kT)^2}{\pi v_F^2 \hbar^2} \Phi_1(kT/\mu). \quad (42)$$

Здесь $f(E) = [\exp(E - \mu)/kT + 1]^{-1}$, μ — химический потенциал, E_m определяется из закона дисперсии Хюккеля для графена, но можно положить $E_m = \infty$, $\Phi_1(x)$ — интеграл Ферми порядка 1. При $T = 0$ имеем $n_s = 0$, т.е. (42) соответствует чистому графену, для которого химический потенциал $\mu = 0$. Реально имеются примеси с концентрацией $n_s \sim 10^{13} - 10^{15} \text{ м}^{-2}$, а также носители за счет эффекта постоянного электрического поля, поэтому $\mu > 0$. В этом случае концентрация есть [18,27]

$$n_s = \frac{2}{\pi \hbar^2 v_F^2} \int_0^{\infty} \varepsilon [f(\varepsilon) - f(\varepsilon + 2\mu)] d\varepsilon = \frac{2(kT)^2}{\pi \hbar^2 v_F^2} [\Phi_1(kT/\mu) - \Phi_1(-kT/\mu)].$$

При малых $k_B T/\mu \ll 1$ имеем $n_s = 2 \ln(2) k_B T / (\pi \hbar^2 v_F^2 \mu)$. При $T = 0$, когда концентрация носителей в зоне проводимости отсутствует, поверхностная проводимость σ примерно равна удвоенному кванту проводимости Ландауэра $2e^2/h$ (обратному кванту проводимости Клитцинга). Для вычисления интеграла (39) можно также использовать аппроксимацию функции теплового уширения. Эта функция имеет максимум 1/4 и существенно отлична от нуля в области $|E - E_F| \leq 2kT$. Поэтому ее можно аппроксимировать следующим образом:

$$kT \left(-\frac{\partial f_0}{\partial E} \right) = \frac{1}{4} \times \begin{cases} (1 - [|E - E_F|/2kT]^m), & |E - E_F| < 2kT \\ 0, & |E - E_F| \geq 2kT \end{cases} \quad (43)$$

С такими функциями удобно вычислять интеграл при независимости длины свободного пробега от энергии или при степенной зависимости. Возможны случаи $2kT < E_F$ и $2kT > E_F$. В предположении независимости длины свободного пробега от энергии получаем

$$G = \frac{8q^2 w E_F}{h^2 v_F} \frac{\lambda}{\lambda + L} \varphi_m(E_F, T). \quad (44)$$

В первом случае имеем $\varphi_m(E_F, T) = (1 - (m + 1)^{-1})$, т.е. эта функция явно не зависит от температуры. При $m = 1$ значение (44) в два раза меньше (40), что можно объяснить неточной аппроксимацией. При больших m значение (44) приближается к (40), поскольку функции (43) стремятся к $\delta(E - E_F)/4$ при $m \rightarrow \infty$. Поскольку E_F связано с n_s и обе эти величины зависят от температуры, эти зависимости следует учитывать при определении температурной зависимости проводимости. Во втором случае $2kT > E_F$:

$$\varphi_m(E_F, T) = \left(1 - \frac{1}{m+1}\right) + \left(\frac{E_F}{2kT}\right)^{m+1} \times \left[\frac{1}{m+2} - \frac{1}{(m+1)(m+2)}\right] - \left(\frac{m}{(m+1)(m+2)}\right). \quad (45)$$

Эта функция стремится к 1 снизу при $m \rightarrow \infty$. Поэтому формула (40) дает верхнюю оценку проводимости. Для получения точных результатов следует пользоваться численным вычислением интеграла (38), (39). По-видимому, наиболее хорошее соответствие дают значения $m \sim 2, 3$. В общем случае в (45) следует делать замену $E_F \rightarrow \mu_0 + \mu(T)$, где электрохимический потенциал μ_0 связан с допированной концентрацией носителей и внешним полем, а $\mu(T)$ — с концентрацией, обусловленной температурой.

Рассмотрим теперь первый и второй нелинейные члены в (38). Для этого воспользуемся формулой $\partial f_0(x)/\partial x = f_0(x)(f_0(x) - 1)$, откуда $\partial^2 f_0(x)/\partial x^2 = f_0'' = f_0'(x)(2f_0(x) - 1)$, $f_0''' = f_0''(x)(2f_0(x) - 1) + 2f_0'(x) \times f_0'(x)$, $f_0'''' = f_0'(x)(2f_0(x) - 1)^2 + 2f_0'(x)f_0'(x)$. Здесь $x = (E - E_F)/(kT)$, $f_0'(x) \approx -\delta(x)/4$. Ясно, что в приближении дельта-функции $G_2 = 0$ (поскольку $f_0(0) = 1/2$), а для вычисления G_3 это приближение уже применять нельзя. Для получения G_3 можно в первом члене f_0^m аппроксимировать производную через дельта-функцию, а во втором члене взять конечную аппроксимацию $f_0'(x) = -(1 - x^2/4)/4$, т.е. аппроксимацию

$$\int_{-\infty}^{\infty} |E| \left(\frac{\partial^3 f_0}{\partial E^3}\right) dE \approx \frac{1}{4(2kT)^2} \times \int_{-1}^1 |2kTx + E_F| (1 - x^2/4)^2 dx.$$

В случае $qV < 2kT < E_F$ имеем

$$G_3 \approx -\frac{2q^4 w}{h^2 v_F^2} \frac{\lambda}{\lambda + L} \frac{E_F}{(2kT)^2} \left(1 - \frac{13}{96}\right). \quad (46)$$

В этом же приближении имеем $f_0(x) \approx 1/2 - x/4 + x^3/48$ при $|x| \leq 2$. Тогда

$$\int_{-\infty}^{\infty} |E| \left(\frac{\partial^2 f_0}{\partial E^2}\right) dE \approx \frac{1}{4(2kT)} \int_{-1}^1 |2kTx + E_F| \times (1 - x^2/4)(x/4 - x^3/48) dx = \frac{1 - 23/140}{24},$$

$$G_2 \approx \frac{q^3 w}{3h^2 v_F^2} \frac{\lambda}{\lambda + L} \left(1 - \frac{23}{140}\right). \quad (47)$$

Оценка параметров усилителя

Анализ транзисторного усилителя сильно упрощается, если считать, что ток затвора отсутствует. В этом случае, очевидно, должно быть $I_{s,g} = I_{g,d} = I$, откуда при ширинах ленты w_1 и w_2 получаем нелинейные уравнения $w_1 I_{s,g}(f_s - f_g) = w_2 I_{g,d}(f_g - f_d)$. Здесь буквы соответствуют электродам. Это уравнение не может выполняться только при произвольном значении $V_g > 0$ (считаем V_d заданным). Однако если V_g имеет такое значение, то при малых отклонениях относительно него ток затвора мал, и соотношениями пользоваться можно. Однако если разность $I_{s,g} - I_{g,d}$ не компенсируется током затвора, его электрохимический потенциал $\mu(t)$ изменяется за счет инжекции носителей. Если период изменения $V_g(t)$ существенно больше времени релаксации и установления равновесного состояния, то можно получить характеристики $I_d(V_g)$, используя графики зависимостей $I_s(V_g)$ при разных электрохимических потенциалах (рис. 3). Периодический характер функции $V_g(t)$ приведет к колебаниям значений электрохимического потенциала электрода затвора, при этом происходит разогрев последнего, а поддержание равновесности требует наличия хорошего термостата. Кроме того, изменение концентрации связано с изменением заряда, что требует еще учета емкости, т.е. строгое рассмотрение связано с решением динамической задачи.

В линейном приближении получаем $G_s V_g = G_d(V_d - V_g)$, т.е. коэффициент усиления по напряжению $V_d/V_g = (1 + G_{sg}/G_{gd})$. Из (40) ясно, что для увеличения G_s и получения большого усиления следует выбирать ширину ленты между истоком и затвором существенно больше, чем между затвором и стоком: $w_1 \gg w_2$. Другой путь состоит в увеличении G_d , т.е. в увеличении длины второй ленты. Для работы транзистора затвор должен быть достаточно массивным или имеющим теплоотвод на массивный термостат, а сопротивление между ним и источником сигнала V_g достаточно большим, чтобы можно было пренебречь током затвора. Здесь удобно использовать квантовую нанопроволоку с размерами порядка 2–3 нм. Для получения численных результатов следует рассмотреть механизмы рассеяния и получение зависимости длины свободного пробега от энергии и температуры. При высоких температурах

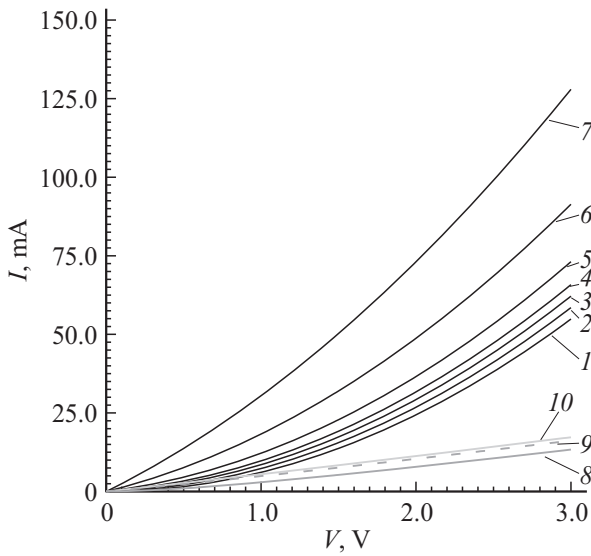


Рис. 3. Ток I в зависимости от напряжения V для графеновой ленты $w = 10.086$, $L = 50$ nm при $r = 0$ (кривые 1–7) и $r = -1$ (8–10) в зависимости от электрохимического потенциала μ , eV: 0.0 (1, 8), 0.1 (2), 0.2 (3), 0.3 (4), 0.5 (5), 1.0 (6, 9), 2.0 (7, 10). $\lambda_0 = 10^3$ nm.

имеет место рассеяние на оптических фононах, вблизи же комнатной температуры доминирует рассеяние на акустических фононах. Скорость рассеяния пропорциональна плотности состояний, а для времени рассеяния импульса и длины свободного пробега в работах [16,29] получены следующие выражения:

$$\tau_p(E) = \frac{4\hbar^3 \rho_m v_F^2 v_s^2}{D_A^2 k T E}, \quad \lambda(E) = \frac{2\pi \hbar^3 \rho_m v_F^3 v_s^3}{D_A^2 k T E}. \quad (48)$$

Здесь $D_A \approx 18$ eV — акустический деформационный потенциал, служащий мерой электрон-фононной связи, $\rho_m \approx 7.6$ kg/m² — массовая плотность, $v_s \approx 2.1 \cdot 10^4$ m/s — скорость звука в графене. Для комнатной температуры $\lambda(E_F) \sim 1-2$ μ m, а поверхностная проводимость графена

$$\sigma_s = \frac{4e^2 \hbar \rho_m v_F^2 v_s^2}{\pi D_A^2 k T} \quad (49)$$

порядка 0.033 s. Имеется несколько механизмов рассеяния, поэтому для длинных каналов следует находить усредненную длину свободного пробега из соотношения $\lambda^{-1} = p_1 \lambda_1^{-1} + \dots + p_n \lambda_n^{-1}$, где λ_i и p_i — соответственно длина свободного пробега и вероятность i -го механизма рассеяния ($p_1 + \dots + p_n = 1$). Часто рассматривают степенной закон рассеяния [16]: $\lambda = \lambda_0 [E/(kT)]^r$, где λ_0 — константа (эту константу можно определить при низких значениях температуры и энергии ($E \approx kT$)). Механизмы рассеяния и длина свободного пробега не существенны при баллистическом режиме, в котором в качестве такой длины выступает длина канала, а проводимость можно также выразить через интегралы

Ферми–Дирака нулевого порядка [16]:

$$G_p = \frac{2q^2 w}{h} \frac{2kT}{\pi \hbar v_F} [\Phi_0(E_F/(kT)) + \Phi_0(-E_F/(kT))]. \quad (50)$$

Поскольку интеграл Ферми–Дирака нулевого порядка имеет вид $\Phi_0(x) = \ln(1 + \exp(x))$,

$$G_b = \frac{2q^2 w}{h} \frac{2kT}{\pi \hbar v_F} \ln(2 + 2 \cosh(E_F/(kT))). \quad (51)$$

В случае $E_F \ll kT$ имеем $G_b \approx 16 \ln(2) kT q^2 w / (h^2 v_F)$. Это значение не намного увеличивается при $E_F = kT$. При $kT \ll E_F$, как и должно быть, получаем формулу (41) для $L \ll \lambda$. В случае длинной ленты с диффузионной проводимостью в (50) следует ввести множитель λ/L . Эта формула получена при независимости длины свободного пробега от энергии, т.е. при нулевом порядке $r = 0$. При произвольном порядке вместо квадратной скобки в (50) возникнет сумма интегралов Ферми–Дирака $\Phi_r(\pm E_F/(kT))$ порядка r с множителем $\Gamma(r+2)$. Интегрированием (39) по частям в пределах $|E - E_F| \leq 2kT$ получаем также

$$G_b = \frac{8q^2 w}{h^2 v_F} \left[2kT + kT \times \ln \left(1 + \frac{2 \exp(-E_F/(kT)) (\cosh(2) - 1)}{[1 + \exp(-E_F/(kT))]^2} \right) \right]. \quad (52)$$

В случае $E_F \ll kT$ имеем $G_b = 16q^2 w kT (h^2 v_F)^{-1} \times [1 + (\ln(1 + 2 \cosh(2)) - \ln 2)/2]$. В случае $kT \ll E_F$ получаем $G_b = 16q^2 w kT (h^2 v_F)^{-1}$. Если $E_F = kT$, то $G_b \approx \frac{16q^2 w kT}{h^2 v_F} [1 + \ln(2)/2]$. Видно, что проводимость слабо различается для этих трех случаев.

Рис. 1 соответствует транзистору, в котором ток управляется напряжением на электроде 3. Для снижения тока затвора ширина и толщина линии между электродами 3 и 6 должны быть минимальными. Для реализации усилителя необходимо реализовать вывод мощности, т.е. кондуктивную, емкостную или индуктивную связи. Для этого следует ввести еще один электрод и канал проводимости, что существенно усложняет строгое рассмотрение в рамках модели ЛДЛ. Поэтому для реализации усилителя удобнее использовать реализацию усилителя на щелевых линиях рис. 2. Обозначая $I_{s,g} = I_1$, $I_{g,d} = I_2$, $I_{g,i} = I_3$, имеем $I_1 = I_2 + I_3$. В этом случае удобно рассматривать порознь вольт-амперные характеристики каждого из каналов и получить зависимость $I_3(V_d - V_g - \mu/e) = I_3(V_i)$ с учетом изменения электрохимического потенциала, используя условие $V_i + I_2 Z_g = V_g + \mu/e$:

$$I_3(V_d - V_g - \mu/e) = I_1(V_g + \mu/e) - (V_g + \mu/e - V_i)/Z_g. \quad (53)$$

Действительно, из (53) определяем зависимость $V_g + \mu/e$ от V_i , т.е. $I_3(V_i)$. Линеаризуя приведенные соотношения при $\mu = 0$, получаем линейные параметры

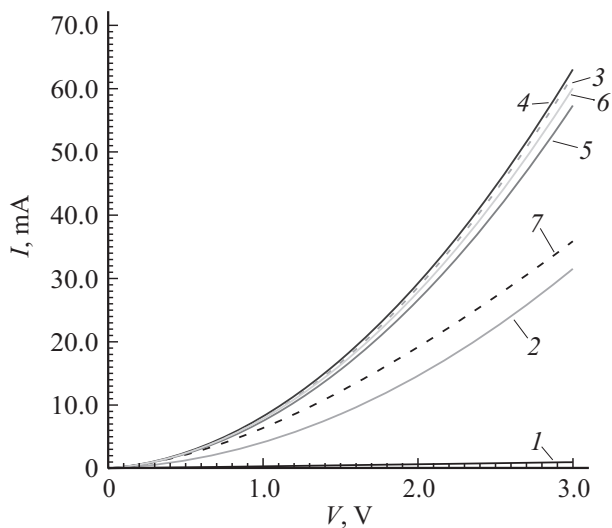


Рис. 4. Ток I в зависимости от напряжения V для графеновой наноленты ширины 10.086 nm при $T = 300$ K, $\mu = 0.143$ eV для разных длин L и показателей r : $r = -1$, $L = \lambda_0$ — кривая 1; $r = -1$, $L = \lambda_0$ (2); $r = 1$, $L = \lambda_0$ (3); $r = 2$, $L = \lambda_0$ (4); $r = 0$, $L = \lambda_0/10$ (5); $r = 0$, $L = \lambda_0/20$ (6); $r = -1$, $L = \lambda_0/100$ (7). Взято $\lambda_0 = 10^3$ nm.

транзистора в зависимости от входного напряжения V_i : $I_1 = G_1 V_g$, $I_2 = G_2 (V_d - V_g)$, $I_3 = G_3 (V_i - V_g)$. Обозначая $G = G_1 + G_2 + G_3$, имеем

$$V_g = \frac{G_2 V_d + G_3 V_i}{G}, \quad K_I = \frac{I_2}{I_3} = \frac{G_2 (G - G_2) V_d / V_i - G_3}{G_3 (G - G_2 V_d / V_i - G_3)},$$

$$K_V = \frac{V_d - V_g}{V_i} = \frac{V_d}{V_i} \left(1 - \frac{G_2}{G} \right) + \frac{G_3}{G}. \quad (54)$$

Удобно взять $|V_i| \ll V_d$, $G_3 \ll G_2 \ll G_1$. Тогда $K_V = V_d / V_i$, $K_I = K_V G_2 / G_3 [1 - K_V G_2 / G]^{-1}$. На рис. 4 приведены вольт-амперные характеристики диода на графеновой наноленте с конфигурацией armchair при комнатной температуре при разных длинах и механизмах рассеяния. Ток пропорционален ширине (с точностью до квантования).

Заключение

Предложены топологии транзистора на графеновых нанолентах, принцип действия которых основан на модулировании тока через ленты напряжением на общем контакте-затворе. Рассмотрение произведено в рамках модели ЛДЛ, при этом получены параметры линейной модели, а также оценены первые нелинейные члены отклика тока на напряжение. Рассчитаны нелинейные вольт-амперные характеристики наноленты графена при комнатной температуре при учете разных механизмов рассеяния, являющиеся симметричными и хорошо аппроксимирующиеся функцией $I = I_0 |V|^\alpha$ с показателем, близким к 3/2. Оценены параметры предложенных топологий усилителей, в которых графеновые наноленты можно заменить металлическими квантовыми нитями.

Работа поддержана Министерством образования и науки РФ в рамках проектной части государственного задания в сфере научной деятельности № 3.1155.2014/К и грантом Российского научного фонда, проект № 16-19-10033.

Список литературы

- [1] Novoselov K.S., Geim A.K., Morozov S.V., Jiang D., Zhang Y., Dubonos S.V., Grigorieva I.V., Firsov A.A. // *Science*. 2004. Vol. 306. P. 666–669.
- [2] Castro Neto A.H., Guinea F., Peres N.M.R., Novoselov K.S., Geim A.K. // *Rev. Mod. Phys.* 2009. Vol. 81. P. 109–162.
- [3] Geim A.K., Novoselov K.S. // *Nature Materials*. 2007. Vol. 6. P. 183–191.
- [4] Lemme M.C., Echtermeyer T.J., Baus M., Kurz H. // *IEEE ED Lett.* 2007. Vol. 28. N 4. P. 282–284.
- [5] Schwierz F. // *Nature Nanotechnology*. 2010. Vol. 5. P. 487–496.
- [6] Chen Z., Lin Yu-M., Rooks M.J., Avouris P. // *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*. 2007. Vol. 40. N 2. P. 228–232.
- [7] Han M.Y., Özyilmaz B., Zhang Y., Kim P. // *Phys. Rev. Lett.* Vol. 98. P. 206805 (1–4).
- [8] Свицов Д.А., Вьюрков В.В., Лукичев В.Ф., Орликовской А.А., Буренков А., Охнер П. // *ФТП*. 2013. Т. 47. Вып. 2. С. 244–250.
- [9] Liu G., Ahsan S., Khitun A.G., Lake R.K., Balandin A.A. // *J. Appl. Phys.* 2013. Vol. 114. P. 154310 (1–10).
- [10] Rana F. // *IEEE Trans. on Nanotechnology*. 2008. Vol. 7. N 1. P. 91–99.
- [11] Ragheb T., Massoud Y. // *Proc. IEEE/ACM Int. Conf. on Computer-Aided Design (ICCAD 2008)*. 2008. P. 593–597.
- [12] Lundstrom M., Jeong C. *Near-Equilibrium Transport: Fundamentals and Applications*. Hackensack, New Jersey: World Scientific Publishing Company, 2013.
- [13] Кругляк Ю.А. // *Nanosystems, Nanomaterials, Nanotechnologies*. 2013. Vol. 11. N 3. P. 519–549.
- [14] Kruglyak Yu. // *J. Nanoscience*. 2014. Vol. 2014. Article ID 725420. P. 1–15.
- [15] Кругляк Ю.А. // *Scientific J. ScienceRise*. 2015. Vol. 7. N 2 (12). С. 76–100.
- [16] Кругляк Ю.А. // *Scientific J. ScienceRise*. 2015. Vol. 2. N 2 (7). С. 93–106.
- [17] Slepyan G.Ya., Maksimenko S.A., Lakhtakia L., Yevtushenko O., Gusakov A.V. // *Phys. Rev. B*. 1999. Vol. 60. P. 17136 (1–14).
- [18] Hanson G.W. // *J. Appl. Phys.* 2008. Vol. 103. P. 064302 (1–8).
- [19] Gusynin V.P., Sharapov S.G., Carbotte J.P. // *J. Phys.: Condens. Matter*. 2007. Vol. 19. P. 026222.
- [20] Falkovsky L.A., Pershoguba S.S. // *Phys. Rev. B*. 2007. Vol. 76. P. 153410 (1–4).
- [21] Mikhailov S.A., Ziegler K. // *Phys. Rev. Lett.* 2007. Vol. 99. P. 016803.
- [22] Gusynin V.P., Sharapov S.G. // *Phys. Rev. B*. 2006. Vol. 73. P. 245411.
- [23] Gusynin V.P., Sharapov S.G., Carbotte J.P. // *Phys. Rev. Lett.* 2006. Vol. 96. P. 256802.
- [24] Peres N.M.R., Guinea F., Castro Neto A.H. // *Phys. Rev. B*. 2006. Vol. 73. P. 125411.

- [25] *Peres N.M.R., Castro Neto A.H., Guinea F.* // *Phys. Rev. B.* 2006. Vol. 73. P. 195411.
- [26] *Ziegler K.* // *Phys. Rev. B.* 2007. Vol. 75. P. 233407.
- [27] *Falkovsky L.A., Varlamov A.A.* // *Eur. Phys. J. B.* 2007. Vol. 56. P. 281.
- [28] *Lovat G., Hanson G.W., Araneo R., Burghignoli P.* // *Phys. Rev. B.* 2013. Vol. 87. P. 115429 (1–11).
- [29] *Berdebes D., Low T., Lundstrom M.* *Lecture Notes on Low Bias Transport in Graphene: An Introduction.* Purdue University. 2009. P. 1–29. Electronic resource Available at: www.nanohub.org/resources/7435.