

01;11

Сингулярное интегральное уравнение для тока полоскового вибратора, конформно расположенного на диэлектрическом цилиндре

© А.Н. Дементьев¹, Д.С. Ключев^{2,¶}, Ю.В. Соколова¹

¹ Московский технологический университет (МИРЭА)

² Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики, Самара

¶ E-mail: klyuevd@yandex.ru

Поступило в Редакцию 27 декабря 2016 г.

Задача о распределении плотности тока на поверхности полоскового вибратора, конформно расположенного на диэлектрическом цилиндре, сведена к сингулярному интегральному уравнению с особенностью Коши. Представлены графики распределения тока на поверхности такого вибратора при различных значениях диэлектрической проницаемости цилиндра.

DOI: 10.21883/PJTF.2017.10.44623.16617

Конформные антенны широко применяются в военной авиационной и ракетной технике. Размещая излучатели, например, под обшивкой самолета в соответствии с его формой, можно получить антенны с весьма большой апертурой. При этом конфигурация таких антенн определяется в первую очередь аэродинамическими требованиями, предъявляемыми к объекту, на котором они размещены, а не электродинамическими. Видимо, в силу специфики применения таких антенн в российской открытой печати опубликовано не очень много работ, посвященных их исследованию [1–4]. Однако существует огромное количество зарубежных публикаций по данной тематике, например [5–8], и это далеко не полный список. Особое место среди таких антенн занимают конформные цилиндрические микрополосковые антенны (КЦМПА). В [5] для расчета характеристик КЦМПА применялся метод эквивалентных схем. В работе [6] при расчете поля излучения КЦМПА ток на ее поверхности не определяется в результате решения

краевой задачи, а задается априорно из определенных физических соображений. Такой подход справедлив лишь для излучателей малых электрических размеров. Метод, описанный в [7,8], справедлив для излучателей любых электрических размеров. В этих работах внутренняя задача анализа КЦМПА сведена к интегральному уравнению (ИУ) Фредгольма первого рода. Однако численное решение таких ИУ относится к классу некорректных математических задач по Адамару. Для того чтобы внутренняя задача анализа КЦМПА стала математически корректной, ее необходимо свести к сингулярному интегральному уравнению (СИУ).

В [3] получено СИУ для расчета распределения плотности тока на поверхности одиночных и связанных конформных цилиндрических полосковых вибраторов (ПВ), расположенных в свободном пространстве. К сожалению, метод, описанный в [3], нельзя обобщить на случай, когда ПВ расположен на цилиндре с диэлектрической проницаемостью, отличной от 1. Как известно, ПВ чаще всего располагают на цилиндрах с $\epsilon > 1$.

Без строгого решения внутренней задачи анализа КЦМПА невозможно точно рассчитать ее характеристики. Поэтому возникает актуальная проблема построения математически корректных методов решения внутренних задач анализа КЦМПА. И самый эффективный способ решить эту проблему заключается в сведении внутренней задачи анализа КЦМПА к СИУ. В данной статье описан этот способ.

В качестве КЦМПА рассмотрим ПВ, расположенный на диэлектрическом цилиндре. ПВ представляет собой бесконечно тонкую идеально проводящую полосу длиной $2l$, конформно расположенную на поверхности диэлектрического цилиндра радиусом a (рис. 1). Диэлектрическая проницаемость цилиндра ϵ_1 , магнитная проницаемость μ_1 . Диэлектрическая проницаемость среды, окружающей цилиндр ϵ_2 , магнитная проницаемость μ_2 . ПВ возбуждается гармонической во времени $\exp(i\omega t)$ распределенной сторонней ЭДС, приложенной в области разрыва с шириной $2b$. Угловая ширина ПВ 2Δ . Так как полоска узкая ($2\Delta a \ll 2l$, λ , где λ — длина волны в вакууме) и она возбуждается только продольной составляющей E_z^{ext} , то поперечная составляющая поверхностной плотности тока η_ϕ будет пренебрежимо мала по сравнению с продольной составляющей η_z . На поверхности ПВ должно выполняться

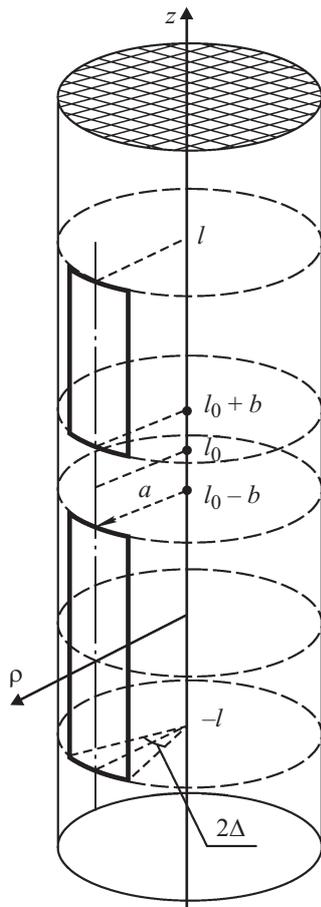


Рис. 1. Геометрия полоскового вибратора, конформно расположенного на диэлектрическом цилиндре.

граничное условие

$$E_z = -E_z^{\text{ext}}(\varphi, z) = \begin{cases} e_z^{\text{ext}}(\varphi, z) & \text{при } |\varphi| \leq \Delta, z \in [l_0 - b, l_0 + b], \\ 0 & \text{при } |\varphi| \leq \Delta, z \in [-l, l_0 - b] \cup [l_0 + b, l], \end{cases} \quad (1)$$

где e_z^{ext} — стороннее электрическое поле в зазоре антенны, l_0 — координата центра зазора ПВ (точки питания).

Представим векторы напряженности электрического поля, магнитного поля и поверхностной плотности тока по координате φ в виде ряда Фурье, а по координате z — в виде интеграла Фурье [4].

На поверхности цилиндра $\rho = a$ фурье-образ $\mathbf{M}_r = \{M_z, M_\varphi\}$ тангенциальной составляющей напряженности электрического поля \mathbf{E}_r и фурье-образ $\mathbf{F} = \{F_z, F_\varphi\}$ поверхностной плотности тока η на ПВ связаны через матрицу поверхностных импедансов $[Z]$ поверхности цилиндра $\rho = a$. Метод определения матрицы поверхностных импедансов $[Z]$ подробно описан в [4].

Поперечное распределение продольной составляющей поверхностной плотности тока η_z для узких полосок можно считать квазистатическим [3]:

$$\eta_z(\varphi', z') = \frac{f(z')}{\sqrt{1 - (\varphi'/\Delta)^2}}, \quad (2)$$

где $f(z')$ — функция, описывающая продольное распределение поверхностной плотности тока η_z .

Выразим M_z через Z_{11} и η_z [4], и выполним обратное преобразование Фурье. Затем, подставив в полученное выражение (2) и граничные условия (1), получим ИУ относительно неизвестной функции $f(z')$:

$$\begin{aligned} -E_z^{\text{ext}}(\varphi = 0, z) &= \frac{\Delta}{4\pi} \sum_{n=0}^{\infty} (2 - \delta_{0,n}) J_0(n\Delta) \\ &\times \int_{-l}^l f(z') \left(\int_{-\infty}^{\infty} Z_{11}(n, h) \exp(-ih(z - z')) dh \right) dz', \end{aligned} \quad (3)$$

где $\delta_{0,n}$ — символ Кронекера. Здесь учтено, что $Z_{11}(n, h)$ — четная функция по n .

Нетрудно показать, что асимптотическое представление $Z_{11}(n, h)$ в (3) при $|h| \rightarrow \infty$

$$Z_{11}(n, h) \xrightarrow{|h| \rightarrow \infty} Z_{11}^{\infty}(h) = \frac{i\omega\mu_0}{k^2(\varepsilon_2 + \varepsilon_1)} |h|, \quad (4)$$

где $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число, λ — длина волны в вакууме.

Поэтому интеграл по h в (3) является расходящимся. Устраним эту расходимость следующим образом. Во-первых, перейдем к новой

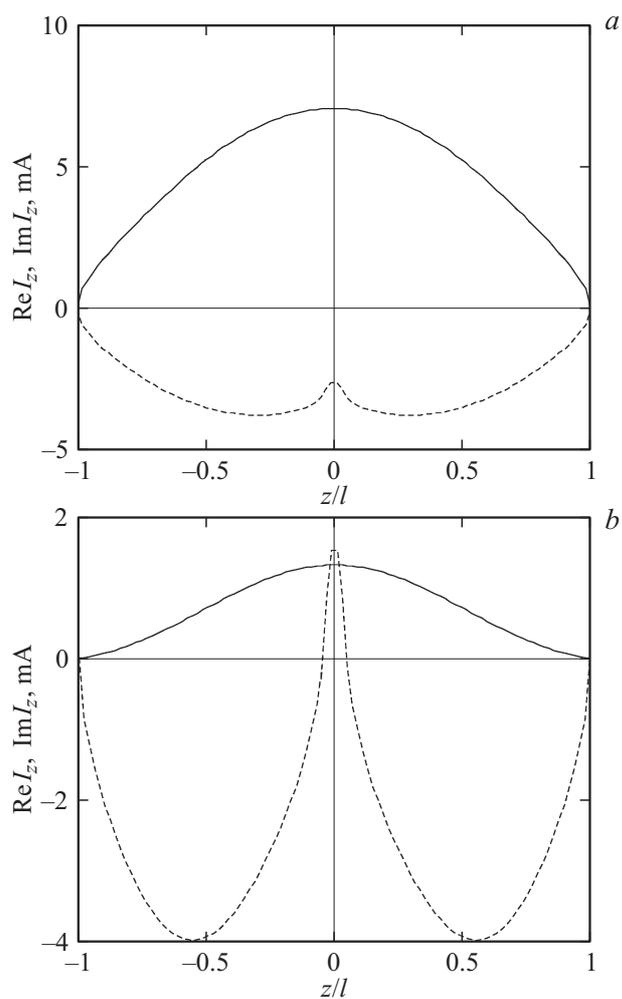


Рис. 2. Распределение тока на поверхности полуволнового полоскового вибратора, конформно расположенного на цилиндре радиусом $a = 0.5\lambda$ с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_1 = 1$ (a) и $\varepsilon_1 = 5$ (b) (сплошная линия — действительная часть, штриховая — мнимая). Угловая ширина полоски $2\Delta = 0.02 \text{ rad}$, ширина зазора $2b = 0.02\lambda$.

неизвестной функции $f'(z') = df(z')/dz'$ с помощью интегрирования по z' в (3) по частям с учетом граничных условий $f(-l) = f(l) = 0$. Во-вторых, в подынтегральном выражении в (3) прибавим и вычтем слагаемые с асимптотическим множителем $Z_{11}^{\infty}(n, h)$. В результате можно записать следующее СИУ с особенностью Коши относительно неизвестной функции $f'(z')$:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\pi} \int_{-l}^l \frac{f'(z')}{z' - z} dz' &= 2i\omega\varepsilon_0 E_z^{\text{ext}}(z) \xi \Delta^{-1} \\ &+ \frac{\xi\omega\varepsilon_0}{2\pi} \int_{-l}^l f'(z') \sum_{n=0}^{\infty} (2 - \delta_{0,n}) J_0(n\Delta) \\ &\times \left(\int_{-\infty}^{\infty} \frac{Z_{11}(n, h) - Z_{11}^{\infty}(h)}{h} \exp(-ih(z - z')) dh \right) dz', \end{aligned} \quad (5)$$

где

$$\xi = \frac{(\varepsilon_2 + \varepsilon_1)}{\sum_{n=0}^{\infty} J_0(n\Delta)(2 - \delta_{0,n})}.$$

Методы решения уравнений, аналогичных (5), подробно описаны, например, в [3].

В качестве примера были рассчитаны распределения тока на поверхности полуволнового ПВ ($2l = 0.5\lambda$), расположенного на диэлектрическом цилиндре с $\varepsilon_1 = 1$, $\mu_1 = 1$ (рис. 2, *a*) и $\varepsilon_1 = 5$, $\mu_1 = 1$ (рис. 2, *b*). Цилиндр расположен в вакууме ($\varepsilon_2 = 1$, $\mu_2 = 1$). Расчеты проведены при следующих геометрических размерах антенны: радиус цилиндра $a = 0.5\lambda$, угловая ширина ПВ $2\Delta = 0.02 \text{ rad}$, ширина зазора $2b = 0.02\lambda$. Действительная часть I_z изображена сплошной линией, мнимая часть — штриховой линией.

Ток определялся по формуле

$$I_z(z) = a \int_{-\Delta}^{\Delta} \eta_z(\varphi, z) d\varphi = af(z) \int_{-\Delta}^{\Delta} \frac{1}{\sqrt{1 - (\varphi/\Delta)^2}} d\varphi = \pi\Delta af(z).$$

Таким образом, предложенный метод позволил свести внутреннюю задачу анализа ПВ, расположенного на диэлектрическом цилиндре, а именно задачу определения функции распределения плотности тока на поверхности ПВ, к одномерному СИУ с особенностью Коши. Численное решение СИУ относится к классу корректных математических задач. Алгоритмы решения СИУ обладают высокой устойчивостью и быстрой сходимостью. Теперь, решив внутреннюю задачу анализа, можно без особых проблем решить внешнюю задачу и найти все характеристики такой антенны. Метод, предложенный в данной статье, можно обобщить на КЦМПА более сложной формы, а также на конформные антенные решетки.

Список литературы

- [1] Малугин К.А., Неудакин А.А., Артюх А.С. // Инновации в авиационных комплексах и системах военного назначения. Сб. статей Всероссийской НПК. Ч. 11. Воронеж: ВАИУ, 2009. С. 122–126.
- [2] Ильин Е.М., Полубехин А.И., Черевко А.Г. // Вестник СибГУТИ. 2015. № 2. С. 149–155.
- [3] Дементьев А.Н., Клюев Д.С., Неганов В.А., Соколова Ю.В. Сингулярные и гиперсингулярные интегральные уравнения в теории зеркальных и полосковых антенн. М.: Радиотехника, 2015. 216 с.
- [4] Дементьев А.Н., Клюев Д.С., Шатров С.А. // ДАН. 2016. Т. 466. № 3. С. 285–288.
- [5] Pant R., Kala P., Pattnaik S.S., Saraswat R.C. // Int. J. Microwave Opt. Technol. 2008. V. 3. N 2. P. 110–118.
- [6] Ali Elrashidi, Khaled Elleithy, Hassan Bajwa // Int. Networks Commun. 2012. N 2 (2). P. 13–19.
- [7] Li L.-W., Zhao T.-X., Leong M.-S., Yeo T.-S. // Prog. Electromag. Res. 2002. V. 35. P. 165–182.
- [8] Svezhentsev A.Y., Kryzhanovskiy V.V. // Prog. Electromag. Res. 2009. V. 15. P. 307–324.