# Ян-теллеровские переходы в YbXO<sub>4</sub> (X = V, P), стимулированные сильным магнитным полем

© З.А. Казей

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, 119899 Москва, Россия

E-mail: kazei@plms.phys.msu.su

(Поступила в Редакцию 27 января 2004 г. В окончательной редакции 27 апреля 2004 г.)

Теоретически исследовано влияние внешнего магнитного поля вдоль различных осей симметрии на структурные фазовые переходы ян-теллеровской природы (квадрупольное упорядочение) в кристаллах YbPO<sub>4</sub> и YbVO<sub>4</sub> со структурой циркона, которые в отсутствие внешнего поля находятся в надкритическом состоянии и не обнаруживают спонтанного квадрупольного упорядочения. Показано, что для **H** || [110] деформационная восприимчивость  $\chi_{\gamma}$  возрастает с ростом поля, так что в достаточно сильном поле в исследованных кристаллах возникает ромбическая деформация решетки вдоль оси [100] — стимулированный ян-теллеровский переход  $\gamma$ -симметрии. На основании параметров взаимодействия, определенных из независимых экспериментов, рассчитаны фазовые диаграммы и аномалии магнитных и магнитоупругих свойств кристаллов YbPO<sub>4</sub> и YbVO<sub>4</sub> вблизи стимулированных фазовых переходов, исследовано влияние на них различных парных взаимодействий и проанализирована возможность экспериментального наблюдения предсказываемых эффектов.

Работа выполнена частично при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 03-02-16809) и МНТЦ (проект № 2029).

### 1. Введение

Наличие или отсутствие кооперативного эффекта Яна–Теллера (ЭЯТ), т. е. квадрупольного упорядочения, для различных соединений определяется, как известно, электронной структурой редкоземельного (РЗ) иона и величинами констант квадрупольного взаимодействия. Расщепление в кристаллическом поле определяет наличие в спектре вырожденных или квазивырожденных уровней с большими квадрупольными моментами, необходимых для квадрупольного упорядочения. Величины же полных квадрупольных констант  $G^{\mu}$  являются характеристиками структуры и меняются по РЗ-ряду пропорционально параметру Стевенса  $\alpha_j^2$ , если основной вклад в них (как для семейства РЗ-цирконов) вносит одноионное магнитоупругое взаимодействие [1].

Большой интерес представляют системы со значительными магнитоупругими взаимодействиями, в которых спонтанные квадрупольные переходы отсутствуют. Речь идет о системах в надкритическом состоянии, для которых энергетическая щель между неквадрупольным основным состоянием и возбужденными квадрупольноактивными уровнями больше, чем эффект от квадрупольных взаимодействий. В этих системах квадрупольное упорядочение можно индуцировать внешними напряжениями, приближающими систему к критическому состоянию [2,3]. Необходимые для возникновения фазового перехода условия могут быть достигнуты только за счет существенной модификации электронной структуры РЗиона, например уменьшения энергетической щели, так как увеличить в значительной степени квадрупольные взаимодействия невозможно.

В связи с этим представляет интерес вопрос о квадрупольном упорядочении вблизи кроссовера без щели, сопровождающегося возникновением вырожденного основного состояния в критическом поле  $H_{\rm cr}$ . В этом случае даже слабые парные взаимодействия могут привести к квадрупольному или магнитному упорядочению вблизи кроссовера и снятию вырождения. РЗ-цирконы, обнаруживающие многочисленные эффекты пересечения уровней [4–6] в доступном диапазоне полей, являются перспективными объектами для исследования таких индуцированных переходов.

Для иона Yb параметр  $\alpha_{I}$  достаточно велик, поэтому для Yb цирконов можно ожидать наблюдаемые квадрупольные эффекты и даже фазовый переход при выполнении необходимых условий в спектре иона. Проведенные ранее исследования упругих, магнитных и магнитоупругих свойств Yb цирконов позволили надежно определить набор констант микроскопических взаимодействий [7–9]. Магнитные и магнитоупругие свойства в слабых полях обнаруживают наблюдаемые квадрупольные эффекты для Н || [100]: значительные вклады квадрупольных взаимодействий в восприимчивость третьего порядка  $\chi_M^{(3)}$ , магнитострикцию и упругую константу  $\gamma$ -симметрии  $C^{\gamma} = (c_{11} - c_{22})/2$ . Эти взаимодействия, однако, недостаточно велики для того, чтобы привести к квадрупольному упорядочению, которое имеет место, если соответствующая деформационная восприимчивость достигает критической величины  $\chi_{\nu}^{-1} \leq G^{\gamma}$ . Отсутствие спонтанного квадрупольного упорядочения у-симметрии в Yb цирконах обсуждалось в работе [9]. Эксперименты в сверхсильных магнитных полях для Yb фосфата при ориентации поля вдоль тетрагональной оси обнаружили максимум дифференциальной восприимчивости, обусловленный пересечением уровней [10]. Численный расчет предсказывает пересечение уровней в Yb фосфате и ванадате также для ориентации поля в базисной плоскости.

Настоящая работа посвящена теоретическому исследованию вопроса о стимулированных ян-теллеровских переходах в YbPO<sub>4</sub> и YbVO<sub>4</sub> в сильных магнитных полях с использованием микроскопических параметров взаимодействия, определенных экспериментально. Далее показано, что квадрупольное упорядочение  $\gamma$ -симметрии, т. е. орторомбическая деформация тетрагональной ячейки вдоль направления [100], стимулируется магнитным полем, приложенным вдоль оси [110]. В рамках общего формализма рассчитаны фазовые диаграммы кристаллов YbPO<sub>4</sub> и YbVO<sub>4</sub>, которые обнаруживают возвратные переходы между тетрагональной и орторомбической фазами, а также аномалии термодинамических свойств при этих переходах.

### 2. Теоретическое рассмотрение

Полный гамильтониан для одного 4f-иона включает гамильтониан кристаллического поля  $H_{CF}$ , зеемановский член  $H_Z$ , описывающий взаимодействие углового момента **J** с внешним полем **H**, а также гамильтониан квадрупольных взаимодействий  $H_{OT}$ 

$$H = H_{\rm CF} + H_{\rm Z} + H_{\rm QT} + E_{\rm Q}.$$
 (1)

Используя метод эквивалентных операторов и приближение молекулярного поля для парных квадрупольных взаимодействий, эти члены можно записать в следующем виде (более подробно см., например, [11]):

$$H_{\rm CF} = \alpha_J B_2^0 O_2^0 + \beta_J (B_4^0 O_4^0 + B_4^4 O_4^4) + \gamma_J (B_6^0 O_6^0 + B_6^4 O_6^4),$$
(2)
$$H_Z = -g_J \mu_{\rm B} \mathbf{HJ}.$$
(3)

$$H_{\rm QT} = -G^{\alpha} \langle O_2^0 \rangle O_2^0 - G^{\gamma} \langle O_2^2 \rangle O_2^2 - G^{\delta} \langle P_{xy} \rangle P_{xy},$$
  
$$P_{xy} = \frac{1}{2} (J_x J_y + J_x J_y).$$
(4)

В этих выражениях  $O_n^m$  и  $B_n^m$  (n = 2, 4, 6; m = 0, 4; $m \le n$ ) — операторы и параметры кристаллического поля соответственно,  $\alpha_J, \beta_J, \gamma_J$  — параметры Стевенса,  $g_J$  и  $\mu_B$  — фактор Ланде и магнетон Бора. Зеемановский член  $H_Z$  сводится к взаимодействию только с приложенным магнитным полем, поскольку билинейные взаимодействия в YbXO<sub>4</sub> пренебрежимо малы и обусловливают магнитное упорядочение только при сверхнизких температурах [12].

Обобщенный квадрупольный гамильтониан  $H_{\rm QT}$  определяется квадрупольными константами  $G^{\mu} = G^{\mu}_{\rm ME} + K^{\mu} = (B^{\mu})^2 / C^{\mu}_0 + K^{\mu} \ (\mu = \alpha, \gamma, \delta)$ , в которые вносят вклад и одноионное магнитоупругое  $B^{\mu}$ , и парное квадрупольное  $K^{\mu}$  взаимодействия ( $C^{\mu}_0$  — базовая упругая константа в отсутствие взаимодействий). Для описания квадрупольных и магнитоупругих взаимодействий/искажений

мы используем симметризованные обозначения. Магнитоупругие моды у- и б-симметрии в квадрупольном гамильтониане описывают орторомбическую деформацию тетрагонального кристалла вдоль осей [100] и [110] соответственно, возникающую во внешнем магнитном поле или в квадрупольно-упорядоченной фазе, а α-мода отвечает искажению кристалла, сохраняющему тетрагональную симметрию, т.е. объемной (а1) и тетрагональной (*α*2) деформациям. В гамильтониане *H*<sub>OT</sub> опущены члены є симметрии, соответствующие моноклинной деформации в плоскости a-c, которые не вносят никакого вклада при ориентации магнитного поля в базисной плоскости или вдоль тетрагональной оси. Член ЕО для парных квадрупольных взаимодействий у-симметрии в приближении среднего поля имеет вид  $E_{\rm O} = (1/2) K^{\gamma} \langle O_2^2 \rangle^2.$ 

Квадрупольные моменты  $\langle O_2^{\mu} \rangle$ , являющиеся наблюдаемыми величинами квадрупольных операторов  $O_2^{\mu}$ , определяются собственными функциями  $|i\rangle$  и уровнями энергии  $E_i$  РЗ-иона и линейно связаны с симметризованными спонтанными или индуцированными магнитоупругими деформациями  $\varepsilon^{\mu}$  ( $\mu = \alpha 1/\alpha 2, \gamma, \delta$ )

$$Q^{\mu} = \langle O_2^{\mu} \rangle = \Sigma_i \langle i | O_2^{\mu} | i \rangle \exp(-E_i / k_{\rm B} T) / Z,$$

$$Z = \Sigma_i \exp(-E_i/k_{\rm B}T), \tag{5}$$

$$\varepsilon^{\mu} = A^{\mu} \langle O_2^{\mu} \rangle = \frac{B^{\mu}}{C_0^{\mu}} \langle O_2^{\mu} \rangle, \tag{6}$$

где  $O_2^{\mu} = O_2^0, O_2^2, P_{xy}$  для  $\mu = \alpha 1/\alpha 2, \gamma, \delta$  соответственно; коэффициенты  $A^{\mu}$  известны из измерений в относительно слабых полях.

Для расчета квадрупольных фазовых переходов используется деформационная восприимчивость  $\chi_{\mu} = \partial \langle O_{2}^{\mu} \rangle / \partial \varepsilon^{\mu} \ (\mu = \alpha, \gamma, \delta)$ , которая характеризует отклик квадрупольной компоненты  $\langle O_{2}^{\mu} \rangle$  на деформацию  $\varepsilon^{\mu}$ , а также описывает смягчение соответствующей упругой константы  $C^{\mu}$ . Анизотропную восприимчивость  $\chi_{\mu}$  можно рассчитать, если известны собственные функции и уровни энергии РЗ-иона, задаваемые кристаллическим и внешним магнитным полями,

$$\chi_{\mu}(T,H) = \sum_{i} f_{i} \left( -2 \sum_{j \neq i} \frac{|O_{2ij}^{\mu}|^{2}}{E_{i} - E_{j}} + \frac{1}{k_{\rm B}T} |O_{2ii}^{\mu}|^{2} \right), \quad (7)$$

где  $O_{2ij}^{\mu} = \langle j | O_2^{\mu} | i \rangle$  — матричные элементы,  $f_i$  — больцмановский фактор уровня *i*. Собственные значения и собственные функции, необходимые для расчета деформационной восприимчивости, намагниченности и магнитострикции, определялись путем численной диагонализации полного гамильтониана, в котором квадрупольные взаимодействия  $\alpha$ -,  $\gamma$ - и  $\delta$ -симметрии, также зависящие от электронной структуры, учитывались самосогласованным образом.

Для расчета свойств в сильных магнитных полях использовались параметры взаимодействий, определенные с помощью магнитных измерений в относительно

2177

слабых полях для всех симметрийных мод [9]. Магнитоупругие коэффициенты для орторомбических мод в Yb цирконах сравнимы по величине, для орторомбической  $\gamma$ -моды они составляют  $B^{\gamma}/\alpha_J = 14.2 \cdot 10^3 \, {
m K}$  $(G^{\gamma} \approx 100 \,\mathrm{mK})$  и  $B^{\gamma}/\alpha_I = 13.9 \cdot 10^3 \,\mathrm{K}$   $(G^{\gamma} \approx 150 \,\mathrm{mK})$ ванадата и фосфата соответственно, для а  $\delta$ -моды  $B^{\delta}/lpha_J = -19.2 \cdot 10^3 \, {
m K} ~ (G^{\delta} \sim 1 \, {
m K})$ для И  $B^{\delta}/\alpha_J = -16.2 \cdot 10^3 \, {
m K} \quad (G^{\delta} \sim 1 \, {
m K}).$  Влияние магнитоупругих мод α- и δ-симметрии на квадрупольное упорядочение у-симметрии также учитывается при расчетах. Подчеркнем, что для используемой формы записи гамильтониана в нормированном виде (2)–(4) константы одноионных и парных взаимодействий являются характеристиками кристаллической структуры и типа РЗ-иона (в частности, его параметров Стевенса), но не зависят от его спектра и волновых функций. Зависимость от электронной структуры включена в функции отклика РЗ-иона на внешние параметры (в нашем случае в деформационные восприимчивости  $\chi_{\mu}(T, H)$ ). Справедливость этого подхода была подтверждена многочисленными исследованиями различных РЗ-соединений, в частности РЗ-цирконов, для которых удалось получить хорошее количественное описание эффектов пересечения уровней и индуцированных переходов в сильных магнитных полях.

# 3. Результаты и обсуждение

3.1. Деформационная восприимчивость и фазовая диаграмма. Деформационная восприимчивость определяет условия существования квадрупольного упорядочения: переход второго рода возникает при температуре  $T_Q$ , задаваемой условием  $\chi_{\nu}^{-1}(T_Q) = G^{\nu}$ . Зависимость  $\chi_{v}^{-1}$  для YbVO<sub>4</sub> и YbPO<sub>4</sub> в нулевом магнитном поле обнаруживает ван-флековское поведение, характеризуемое низкотемпературным плато при  $\sim 0.6$  K, величина которого определяет критическое значение коэффициента квадрупольных взаимодействий G<sup>γ</sup> (кривые 1 на рис. 1). Поскольку значение параметра  $G^{\gamma}$ для Yb ванадата и фосфата составляет только ~ 100 и 150 mK соответственно, оба соединения в отсутствие магнитного поля находятся в надкритическом состоянии и остаются в тетрагональной фазе.

Возникновение квадрупольного упорядочения  $\gamma$ -симметрии, стимулированного магнитным полем другой симметрии, легко понять, анализируя изменение деформационной восприимчивости  $\chi_{\gamma}$  во внешнем поле. Исходя из симметрийных соображений простейшими являются случаи магнитного поля, приложенного вдоль осей [110] и [001]. Магнитное поле вдоль оси [001] уменьшает  $\chi_{\gamma}$ , т.е. еще более удаляет систему от квадрупольного упорядочения (кривые 4 на рис. 1). Наоборот, для поля вдоль оси [110]  $\chi_{\gamma}$  увеличивается при низких температурах. В полях, бо́льших 50 и 175 Т для Yb ванадата и фосфата соответственно, электронная система переходит в критическое состояние

5



**Рис. 1.** Температурная зависимость деформационной восприимчивости  $\chi_y^{-1}$  для магнитного поля **H** || [110] в кристаллах YbVO<sub>4</sub> (*H*, T: *I* — 0, *2* — 60, *3* — 280) (*a*) и YbPO<sub>4</sub> (*H*, T: *I* — 0, *2* — 200, *3* — 280) (*b*) и **H** || [001] (кривые *4* — *H* = 10 (*a*) и 20 T (*b*)), рассчитанная без учета (сплошные кривые) и с учетом (штриховые кривые) квадрупольных взаимодействий  $G^{\alpha} = 50$  mK. Стрелкой показана температура квадрупольного перехода *T*<sub>Q</sub>, при которой  $\chi_y^{-1}$  в заданном поле достигает величины параметра квадрупольных взаимодействий  $G^{\gamma}$ .

и квадрупольная компонента  $\langle O_2^2 \rangle$  упорядочивается при значении  $T_Q$ , определяемом так, как показано на рис. 1. Увеличение деформационной восприимчивости  $\chi_{\gamma}$  при низких температурах под действием внешнего магнитного поля **H** || [110] является результатом как уменьшения энергетической щели  $E_2-E_1$  между низкими уровнями, так и модификации матричных элементов  $O_{2ij}^2$ . В еще более сильном магнитном поле восприимчивость  $\chi_{\gamma}$  при низких температурах уменьшается (кривые 3); таким образом,  $\chi_{\gamma}^{-1}$  опять увеличивается выше  $G^{\gamma}$  для исследуемых соединений и электронная система возвращается в тетрагональную фазу.

Фазовая H-T-диаграмма для стимулированных переходов из тетрагональной в  $\gamma$ -орторомбическую фазу получается из условия равенства обратной дефор-

300

мационной восприимчивости  $\chi_{\gamma}^{-1}$  для различных магнитных полей и температур значению квадрупольной константы  $G^{\gamma}$  (рис. 2, 3). Величины критических полей при заданном кристаллическом поле зависят только от значений G<sup>γ</sup>, определенных ранее [9]. Из полевой зависимости  $\chi_{\nu}(H)$  хорошо видно, что квадрупольноупорядоченная фаза устойчива в ограниченном диапазоне полей. В Yb ванадате у-орторомбическая фаза существует в более широком интервале полей от  $H_{c1} = 50$  T до  $H_{c2} = 240$  T, но при этом имеет более низкую критическую температуру  $T_{\rm c} \sim 10 \, {\rm K}$ . Для YbPO4 квадрупольная фаза устойчива в диапазоне от  $H_{c1} = 175 \text{ T}$  до  $H_{c2} = 275 \text{ T}$ , а критическая температура  $T_{\rm c} \sim 15\,{\rm K}$  несколько выше. Значения нижних критических полей H<sub>c1</sub> в принципе поддаются экспериментальной проверке, но, как показано далее, наблюдение этого перехода осложняется его крайней чувствительностью к разориентации поля относительно оси симметрии [110].

Полевые зависимости  $\chi_p^{-1}$  для YbPO<sub>4</sub> имеют ярко выраженный минимум вблизи значения  $H_{\rm cr} \sim 230$  T, величина которого в действительности совпадает с критическим полем кроссовера для этой ориентации поля. Расчеты эффекта Зеемана показывают, что при

*T*, K

12



**Рис. 2.** Структурная фазовая диаграмма YbVO<sub>4</sub> для переходов из тетрагональной в  $\gamma$ -орторомбическую фазу, стимулированных магнитным полем **H** || [110] при наличии квадрупольных взаимодействий  $\gamma$ -симметрии (*a*), и изотермические зависимости  $\chi_{\gamma}^{-1}(H)$  для различных температур, рассчитанные без учета (сплошные кривые) и с учетом (штриховая кривая) квадрупольных взаимодействий  $G^{\alpha} = 50$  mK, демонстрирующие существование двух переходов (*b*).



**Рис. 3.** Структурная фазовая диаграмма YbPO<sub>4</sub> для переходов из тетрагональной в  $\gamma$ -орторомбическую фазу, стимулированных магнитным полем **H** || [110] при наличии квадрупольных взаимодействий  $\gamma$ -симметрии (*a*), и изотермические зависимости  $\chi_{\gamma}^{-1}(H)$  для различных температур, рассчитанные без учета (сплошные кривые) и с учетом (штриховая кривая) квадрупольных взаимодействий  $G^{\alpha} = 50 \text{ mK}$ , демонстрирующие существование двух переходов (*b*).

 $H_{\rm cr} \sim 230\,{\rm T}$  имеет место пересечение нижних уровней без щели, т.е. квадрупольное упорядочение возникает вблизи вырожденного состояния иона Yb<sup>3+</sup> в магнитном поле. Для YbVO<sub>4</sub> полевые зависимости  $\chi_{\nu}^{-1}$  имеют два близко расположенных минимума при  $\sim 90$  и  $\sim 190$  T, соответствующих двум кроссоверам, что находится в согласии с расчетами эффекта Зеемана. Эта необычная ситуация, обусловленная "игрой" кристаллического поля, объясняет более широкую область существования квадрупольно-упорядоченной фазы в YbVO4, которая соответствует наложению двух областей. Отметим также, что при меньшей величине квадрупольной константы  $G^{\gamma} < 50 \,\mathrm{mK}$  (например, при разбавлении РЗподсистемы) две области существования квадрупольноупорядоченной фазы не перекрывались бы, т.е. в системе реализовывались бы четыре фазовых перехода, стимулированных магнитным полем.

Полевая зависимость параметра порядка  $\langle O_2^2 \rangle$  для Yb цирконов при 2 K показана на рис. 4. Оба перехода являются переходами второго рода. Значительная величина квадрупольной компоненты  $\langle O_2^2 \rangle$ , возникающей в упорядоченной фазе, обусловливает существенную ромбиче-



**Рис. 4.** Полевая зависимость параметра порядка  $\langle O_2^2 \rangle$  в YbVO<sub>4</sub> (кривые *I*, *I'*) и YbPO<sub>4</sub> (кривые *2*, *2'*) при 2 K для магнитного поля вдоль оси [110]. *I'*, *2'* — зависимости, рассчитанные с учетом полносимметричных квадрупольных взаимодействий с параметром  $G^{\alpha} = 50$  mK.

скую деформацию  $\gamma$ -симметрии  $\varepsilon^{\gamma} = A^{\gamma} \langle O_2^2 \rangle \sim 3 \cdot 10^{-3}$ , сравнимую с имеющей место при спонтанных янтеллеровских переходах в РЗ-цирконах. Квадрупольные взаимодействия  $\alpha$ -симметрии с  $G^{\alpha} = 50$  mK несколько уменьшают критические поля обоих переходов, за исключением нижнего критического поля  $H_{c1}$  для YbPO<sub>4</sub>. Наибольшее изменение имеет место для верхнего критического поля  $H_{c2}$ , как это видно при сравнении сплошных и штриховых кривых на рис. 1–3, рассчитанных с учетом и без учета квадрупольной константы  $G^{\alpha}$ .

3.2. Намагниченность в сильном магнитном поле.

3.2.1. Случай Н || [100]. Внешнее магнитное поле меняет спектр и волновые функции иона Yb<sup>3+</sup> и может приближать (в зависимости от ориентации поля) систему к критическому состоянию. Магнитное поле Н || [100], индуцирующее деформацию той же симметрии, что и квадрупольная компонента, отвечающая за переход, обусловливает появление в гамильтониане  $H_{\rm OT}$ квадрупольных членов у-симметрии. Эти члены приводят к дополнительным вкладам в магнитные и магнитоупругие свойства. Рассчитанные изотермы намагниченности кристаллов YbVO<sub>4</sub> и YbPO<sub>4</sub> для **H** || [100] при  $T = 2 \,\mathrm{K}$  показаны на рис. 5 и 6 соответственно. Сравнение кривых, рассчитанных с учетом (сплошные кривые) и без учета (штриховые кривые) квадрупольных взаимодействий, показывает, что их вклад при  $G^{\gamma} = 100$ и 150 mK достигает величины 10-15% при низких температурах в поле ~ 30-50 Т. В более сильных полях квадрупольный вклад уменьшается.

3.2.2. Случай **Н** || [110]. При ориентации поля **Н** || [110] создается более интересная ситуация, так как индуцируемая полем и связанная с переходом деформации имеют различную симметрию. Как только магнитное поле вдоль оси [110] переводит систему в критическое состояние, т.е. вызывает упорядочение квадрупольной компоненты  $\langle O_2^2 \rangle$ , ось [110] в  $\gamma$ -орторомбической фазе



**Рис. 5.** Полевые зависимости магнитного момента  $M_{\parallel}$  вдоль поля кристалла YbVO<sub>4</sub> при T = 2 К для **H** || [100] и **H** || [110], рассчитанные без учета (штриховые линии) и с учетом (сплошные линии) квадрупольных взаимодействий с параметром  $G^{\gamma} = 100$  mK (левая ось). Производная  $dM_{\parallel}/dH$  для **H** || [110] (сплошные кривые) и при разориентации поля в базисной плоскости  $\Delta \varphi = 1^{\circ}$  (штрихпунктирная кривая) более отчетливо демонстрирует переходы в квадрупольно-упорядоченную фазу (правая ось); штриховая кривая для  $G^{\gamma} = 0$  смещена по вертикали на величину +0.01. Тонкими линиями показаны зависимости, рассчитанные с учетом полносимметричных квадрупольных взаимодействий с параметром  $G^{\alpha} = 50$  mK.



**Рис. 6.** Полевые зависимости магнитного момента  $M_{\parallel}$  вдоль поля кристалла YbPO<sub>4</sub> при T = 2 К для **H** || [100] и **H** || [110], рассчитанные без учета (штриховые линии) и с учетом (сплошные линии) квадрупольных взаимодействий с параметром  $G^{\gamma} = 150$  mK (левая ось). Производная  $dM_{\parallel}/dH$  для **H** || [110] (сплошные кривые) и при разориентации поля в базисной плоскости  $\Delta \varphi = 1^{\circ}$  (штрихпунктирная кривая) более отчетливо демонстрирует переходы в квадрупольно-упорядоченную фазу (правая ось); штриховая кривая для  $G^{\gamma} = 0$  смещена по вертикали на величину -0.005. Тонкими линиями показаны зависимости, рассчитанные с учетом полносимметричных квадрупольных взаимодействий с параметром  $G^{\alpha} = 50$  mK.

перестает быть осью симметрии и парамагнитный момент отклоняется от этого направления к тетрагональной оси [100]. Это приводит к изменению компоненты магнитного момента, параллельной полю, и появлению отличной от нуля перпендикулярной компоненты, которая таким образом является основным признаком стимулированного ЭЯТ. При этом вырождение в спектре иона Yb<sup>3+</sup> вблизи  $H_{cr}$  снимается и появляется конечная щель. На рис. 5 и 6 показаны зависимости продольной компоненты намагниченности  $M_{\parallel}(H)$  для  $H \parallel$  [110] при 2 K, рассчитанные с учетом и без учета квадрупольных взаимодействий  $G^{\gamma}$ .

Более простая картина наблюдается для кристалла YbPO<sub>4</sub>. В отсутствие взаимодействий G<sup>γ</sup> или при температурах выше критической Т<sub>с</sub> никакого вклада от квадрупольной компоненты  $\langle O_2^2 \rangle$  нет. При этом кривые  $M_{\parallel}(H)$  и  $dM_{\parallel}/dH$  имеют сглаженные аномалии, характерные для вырожденного основного состояния в спектре РЗ-иона, возникающего при кроссовере без щели (см. штриховые кривые для Н || [110] на рис. 5 и 6). При температурах ниже Тс кривая намагниченности вблизи критического поля кроссовера H<sub>cr</sub> меняется и на ней появляются изломы при  $H_{c1} < H_{cr}$  и  $H_{c2} > H_{cr}$ , характеризуемые аномалиями типа скачка на кривой производной  $dM_{\parallel}/dH$  (см. сплошные линии на рис. 5 и 6). Эти аномалии по характеру аналогичны предсказываемым и наблюдаемым ранее в TmPO<sub>4</sub> для **H** || [100] вблизи критического поля  $H_c = 9.5 \text{ T}$  [13]. Восприимчивость  $dM_{\parallel}/dH$  в квадрупольно-упорядоченной фазе меняется линейно с полем и не зависит от температуры. Наоборот, в неупорядоченной фазе восприимчивость вблизи H<sub>c1</sub> и H<sub>c2</sub> возрастает при повышении температуры, так что скачки на кривых  $dM_{\parallel}/dH(H)$  становятся менее выраженными.

Для кристалла YbVO<sub>4</sub> наблюдается в принципе похожая ситуация, отличие состоит лишь в том, что в неупорядоченной фазе имеют место два близко расположенных кроссовера (рис. 5). Поэтому в неупорядоченной фазе на кривых  $M_{\parallel}(H)$  и  $dM_{\parallel}/dH$  наблюдаются две аномалии, более сглаженные, чем в YbPO<sub>4</sub>. Квадрупольно-упорядоченные фазы возникают вблизи критического поля каждого из этих кроссоверов, что приводит к изменению характера аномалий на кривых. Кроме того, кривые  $dM_{\parallel}/dH(H)$  обнаруживают более сложную немонотонную зависимость в квадрупольноупорядоченной фазе. Учет квадрупольных взаимодействий  $\alpha$ -симметрии с  $G^{\alpha} = 50 \,\mathrm{mK}$  несколько увеличивает скачок восприимчивости при H<sub>c2</sub> в Yb фосфате и при  $H_{c1}$  в Yb ванадате (тонкие линии на рис. 5 и 6). Наибольший эффект от квадрупольных взаимодействий  $\delta$ -симметрии с  $G^{\delta} \sim 1 \,\mathrm{K}$  (на рис. 5 и 6 не показан) состоит в заметном увеличении аномалии на кривой  $dM_{\parallel}/dH(H)$  при  $H_{c2}$  для YbPO<sub>4</sub>.

Отметим, что аномалии продольной намагниченности  $M_{\parallel}$  и ее производной  $dM_{\parallel}/dH(H)$  не зависят от доменного состояния кристаллов в квадрупольноупорядоченной фазе, так как оба типа доменов, со-



**Рис. 7.** Полевые зависимости компоненты парамагнитного момента кристалла YbVO<sub>4</sub> и YbPO<sub>4</sub>, перпендикулярной полю, рассчитанные без учета ( $\Delta \varphi = 0.5^{\circ}$ ) (2) и с учетом (1, 3) ( $\Delta \varphi$ , °: 1 - 0, 3 - 0.5) квадрупольных взаимодействий с параметром  $G^{\gamma}$  для различной разориентации поля  $\Delta \varphi$  вблизи оси [110].

ответствующие разным знакам квадрупольной компоненты  $\langle O_2^2 \rangle$ , вносят одинаковые вклады в  $M_{\parallel}(H)$  при строгой ориентации поля вдоль оси [110]. Аномалии на кривых  $M_{\parallel}(H)$  и  $dM_{\parallel}/dH$  сильно размываются уже при небольшой разориентации приложенного поля относительно оси [110] в базисной плоскости (см. штрихпунктирные кривые для  $\Delta \varphi = 1^{\circ}$  на рис. 5 и 6), а критические поля  $H_{c1}$  и  $H_{c2}$  заметно смещаются, так что область существования квадрупольно-упорядоченной фазы расширяется. Сильная зависимость стимулированного ЭЯТ в Yb цирконах от разориентации поля относительно оси [110] является основной проблемой, которая затрудняет экспериментальное наблюдение этого эффекта.

Наиболее существенный признак стимулированного ян-теллеровского перехода — появление перпендикулярной компоненты магнитного момента  $M_{\perp}$ , обусловленной понижением симметрии кристалла, при которой направление [110] перестает быть осью симметрии второго порядка. Изменение  $M_{\perp}(H)$  при 2 K показано на рис. 7 для нескольких ориентаций поля в базисной плоскости вблизи оси [110]. Рассчитанная компонента  $M_{\perp}$  для  $\Delta \phi = 0$  равна нулю вплоть до нижнего критического поля, резко возрастает в полях выше  $H_{cl}$ 

и существует вплоть до поля  $H_{c2}$  (кривые 1). При  $H_{\rm c1} < H < H_{\rm c2}$  максимальное значение  $M_{\perp}$  достигает величины  $\sim 2.2\,\mu_{\rm B}$  для обоих Yb цирконов, а угол между полем и магнитным моментом при этом составляет  $\sim 32$  и  $35^{\circ}$  для YbVO<sub>4</sub> и YbPO<sub>4</sub> соответственно. Отметим, что в эксперименте поперечная компонента  $M_{\perp}$  выше  $H_{c1}$  оставалась бы близкой к нулю в случае близкого к равновероятному распределению у-орторомбических доменов. Из сравнения рис. 4 и 7 видно, что зависимость  $M_{\perp}(H)$  подобна зависимости параметра порядка  $\langle O_2^2 \rangle = \langle J_x^2 - J_y^2 \rangle$ , который в действительности прямо связан с поперечной компонентой. При строгой ориентации поля вдоль оси [110]  $\langle J_x \rangle = \langle J_y \rangle$  и  $\langle O_2^2 \rangle = M_\perp = 0$ , а при небольшом отклонении от этой оси  $\langle J'_x \rangle = \langle J_x + \Delta J \rangle, \ \langle J'_y \rangle = \langle J_y - \Delta J \rangle$  и  $\langle O_2^2 \rangle \sim \langle J_x \Delta J \rangle,$  $M_{\perp} \sim \langle \Delta J \rangle$ .

Для исследованных Yb цирконов, однако, значительная поперечная компонента М | появляется также при небольшом отклонении магнитного поля от оси [110] в базисной плоскости. Для значений  $\Delta \phi$ , отличных от нуля, компонента  $M_{\perp}$  возникает уже в слабом поле даже без учета квадрупольных взаимодействий в силу симметрийных соображений (кривые 2 на рис. 7), так как появляющаяся при этом небольшая компонента магнитного поля вдоль оси [100] эффективно влияет на электронную структуру и индуцирует квадрупольный момент  $\langle O_2^2 \rangle$ , являющийся параметром порядка данного фазового перехода. Интересно отметить, что вид зависимости  $M_{\perp}(H)$  в отсутствие квадрупольных взаимодействий, но при небольшой разориентации поля подобен полученному для параметра порядка  $\langle O_2^2 \rangle$  (в частности, он максимален в той же области полей). Квадрупольные взаимодействия в этом случае увеличивают поперечную компоненту  $M_{\perp}$ , как это видно при сравнении кривых 3 и 2 для  $\Delta \phi = 0.5^{\circ}$ . Кривые 2 и 3 качественно сходны, а их количественное расхождение быстро уменьшается при увеличении разориентации поля оси [110] в базисной плоскости. Только для строгой ориентации поля вдоль оси [110] имеет место качественное различие, при котором компонента  $M_{\perp}$  в отсутствие квадрупольных взаимодействий  $G^{\gamma}$  не возникает.

3.3. Магнитострикция вдоль осей [110] и [001]. Наши расчеты предсказывают также значительные аномалии магнитострикции при стимулированном ЭЯТ. При исследовании стимулированного ЭЯТ в YbXO<sub>4</sub> измерения деформации для **H** || [110] следует проводить вдоль двух осей [110] и [001] в плоскости (110), для которых вклады от двух типов ян-теллеровских доменов одинаковы. Относительное изменение длины вдоль осей [110] и [001] при этом имеет вид

$$\varepsilon_{\rm c} = \lambda_{110}^{001} = \frac{1}{\sqrt{3}} \varepsilon^{\alpha 1} + \frac{2}{\sqrt{6}} \varepsilon^{\alpha 2},$$
  
$$\varepsilon_{\rm b} = \lambda_{110}^{110,\bar{1}10} = \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \varepsilon^{\alpha 1} - \frac{1}{\sqrt{6}} \varepsilon^{\alpha 2}\right) \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \varepsilon^{\delta}.$$
 (8)

Видно, что деформация вдоль оси *с* определяется изменением только одной квадрупольной компо-



**Рис. 8.** Относительные изменения длины  $\varepsilon_c$  и  $\varepsilon_b$  вдоль направлений [110] и [001] в YbPO<sub>4</sub> при T = 2 К для  $\mathbf{H} \parallel [110]$  ( $I, 2; I'' - G^{\gamma} = 0$ ) и при разориентации поля в базисной плоскости  $\Delta \varphi = 1^{\circ}$  (I', 2'), рассчитанные с параметром  $G^{\gamma} = 150$  mK (a), и квадрупольные компоненты  $- \langle O_2^0 \rangle$  и  $\langle P_{xy} \rangle$ , рассчитанные в отсутствие стимулированного ян-теллеровского перехода (штриховые кривые  $- G^{\gamma} = G^{\alpha} = G^{\delta} = 0$ , сплошные  $- G^{\gamma} = 0, G^{\alpha} = 50$  mK,  $G^{\delta} = 0.5$  K) (b).

ненты  $\varepsilon_{c}^{\alpha}(H) = (A^{\alpha 1}/\sqrt{3} + 2A^{\alpha 2}/\sqrt{6})[\langle O_{2}^{0}(H) \rangle - \langle O_{2}^{0}(O) \rangle]$ ( $\varepsilon^{\alpha 1} \sim \varepsilon^{\alpha 2} \sim \Delta \langle O_{2}^{0} \rangle$ ), где константы  $A^{\alpha 1}$  и  $A^{\alpha 2}$  являются комбинациями магнитоупругих коэффициентов  $B^{\alpha 1}$  и  $B^{\alpha 2}$  и упругих констант  $C_{0}^{\alpha 1}$ ,  $C_{0}^{\alpha 2}$  и  $C_{0}^{\alpha 12}$ . Полевую зависимость  $\varepsilon_{b}$  определяют два различных деформационных вклада:  $\varepsilon^{\delta}(H) = B^{\delta}/C_{0}^{\delta}\langle P_{xy}(H) \rangle$  и  $\varepsilon_{b}^{\alpha}(H) = (A^{\alpha 1}/\sqrt{3} - A^{\alpha 2}/\sqrt{6})[\langle O_{2}^{0}(H) \rangle - \langle O_{2}^{0}(O) \rangle]$ . Значения коэффициентов  $A^{\alpha 1} = -1.1 \cdot 10^{-4}$ ,  $A^{\alpha 2} = 1.6 \cdot 10^{-4}$  и  $(1/\sqrt{2})(B^{\delta}/C_{0}^{\delta}) = -1.7 \cdot 10^{-3}$  для YbPO<sub>4</sub> были получены ранее [9].

Таким образом, магнитострикционная деформация определяется различными квадрупольными моментами. При этом как при кроссовере, так и при стимулированном ЭЯТ аномалии обнаруживает не только активная квадрупольная компонента  $\langle O_2^2 \rangle$ , ответственная за упорядочение, но и квадрупольные компоненты  $\langle O_2^2 \rangle$  и  $\langle P_{xy} \rangle$ . Рассмотрим поведение магнитострикции при стимулированном ян-теллеровском переходе на примере Yb фосфата, для которого аномалии более выражены. На полевых зависимостях  $\varepsilon_c(H)$  и  $\varepsilon_b(H)$ , рассчитанных для параметра  $G^{\gamma} = 150$  mK, при температурах ниже 15 K имеют место характерные изломы (рис. 8, *a*), а при T > 15 K — аномалии, обусловленные кроссовером. Поведение  $\varepsilon_c(H)$  определяется только квадрупольным

моментом  $\langle O_2^0 \rangle$  и обнаруживает характерный скачок, аналогичный наблюдаемому на кривых намагниченности. Вид и ширина скачка при наличии стимулированного ЭЯТ заметно меняются (ср. кривые 1 и 1"), но скачок остается заметным при небольшой разориентации поля относительно оси [110] (кривая 1'). Вклады квадрупольных моментов  $\langle O_2^0 \rangle$  и  $\langle P_{xy} \rangle$  в деформацию  $\varepsilon_b(H)$  для Yb фосфата имеют разные знаки, но ее поведение определяет в основном член  $\varepsilon^{\delta}(H)$  (кривая 2), который больше по величине и сохраняет аномалию при небольшой разориентации поля (кривая 2').

Зависимости отличных от нуля квадрупольных компонент для Н || [110], рассчитанные в отсутствие стимулированного ЭЯТ (рис. 8, b), позволяют проанализировать роль более слабых квадрупольных взаимодействий в стимулированном ЭЯТ и их влияние на фазовую диаграмму. Квадрупольная компонента  $\langle O_2^0 \rangle$  отлична от нуля уже в отсутствие поля и испытывает при кроссовере скачок, который для Yb фосфата составляет  $\Delta \langle O_2^0 \rangle \sim 10$ . Это вызывает в свою очередь скачкообразное изменение соответствующих членов в гамильтониане Нот и смещает критические поля стимулированного перехода. Наиболее сильный эффект от полносимметричных взаимодействий наблюдается в Yb ванадате для верхнего критического поля *H*<sub>c2</sub> (рис. 4). Изменение квадрупольной компоненты  $\langle P_{xy} \rangle$  примерно в 2 раза меньше, но это заметно смещает критическое поле кроссовера из-за большой величины квадрупольной константы G<sup>δ</sup>, которая в РЗцирконах имеет максимальную величину. Для Yb фосфата, в частности, учет этих взаимодействий с  $G^{\delta} \sim 1 \,\mathrm{K}$ в отсутствие стимулированного ЭЯТ привел бы к очень резкому скачку компоненты  $\langle P_{xy} \rangle$  (фазовому переходу первого рода) вблизи кроссовера, а при учете последнего — к более выраженным аномалиям на кривых намагниченности и магнитострикции.

## 4. Заключение

Идея стимулированного ЭЯТ в электронной системе, близкой к критическому состоянию, под действием внешних напряжений, имеющих другую симметрию, чем параметр квадрупольного порядка, сначала была высказана теоретически [2,13]. Роль внешних напряжений в Yb цирконах — магнитного поля вдоль оси [110] — состоит в приведении квадрупольной компоненты у-симметрии к критическому состоянию за счет перестраивания как схемы уровней, так и волновых функций. Чрезвычайная чувствительность эффекта (в частности, критических параметров фазовой диаграммы) к спектру и волновым функциям РЗ-иона предполагает необходимость его анализа в концепции реального кристаллического поля и с учетом всех особенностей магнитоупругих взаимодействий. Поэтому последовательный анализ этого перехода для YbVO<sub>4</sub> и YbPO<sub>4</sub> был проведен в рамках достаточно общего формализма.

Отметим, что стимулированный ЭЯТ существенно отличается от случая ЭЯТ, индуцированного напряжениями той же симметрии, что и квадрупольный параметр порядка, которые, будучи приложенными в неупорядоченной фазе, сразу же индуцируют ненулевое значение соответствующей квадрупольной компоненты, существенно усиливающееся квадрупольными взаимодействиями. Этот индуцированный эффект наблюдается в РЗ-цирконах со спонтанным квадрупольным упорядочением при температурах выше критической, например в DyVO<sub>4</sub> для квадрупольной компоненты  $\gamma$ -симметрии в магнитном поле **H** || [100], а также в некоторых интерметаллических соединениях (например, в TmAg<sub>2</sub> [14]).

В описанных выше расчетах была применена теоретическая модель стимулированного ЭЯТ, предложенная в работах [2,3] для TmPO<sub>4</sub> и далее значительно усовершенствованная в работе [13] с учетом всех особенностей основного мультиплета в кристаллическом поле и всех допустимых магнитоупругих взаимодействий. Эта модель позволила адекватно описать случай TmPO<sub>4</sub> с использованием магнитоупругих коэффициентов, определенных из независимых экспериментов, т.е. без какихлибо подгоночных параметров. В основе механизма стимулированного ЭЯТ лежит существенное изменение волновых функций и энергетических расстояний между основным и квадрупольно-активными возбужденными уровнями в поле, которое приводит к усилению деформационной восприимчивости  $\chi_{\nu}$ : ян-теллеровский эффект возникает, как только  $\chi_{\gamma}$  достигает критического значения  $G^{\gamma} = \chi_{\gamma}^{-1}(T_{\rm Q})$ . Существенное различие стимулированного ЭЯТ в TmPO<sub>4</sub> и YbXO<sub>4</sub> состоит в том, что Tm фосфат очень близок к критическому состоянию и индуцированный переход в нем не связан с кроссовером. Однако аномалии намагниченности и восприимчивости при стимулированном ЭЯТ для этих РЗ-цирконов качественно сходны.

При температуре квадрупольного перехода  $T_{\rm Q}$  изменение параллельной компоненты магнитного момента мало и проявляется только в виде небольшого увеличения производной. Основное изменение магнитного момента при стимулированном ЭЯТ состоит в отклонении его от направления поля **H** || [110] к оси [100], обусловленном появлением квадрупольной компоненты  $\langle O_2^2 \rangle$ . Экспериментальная техника, которая позволяет одновременно измерять параллельную и перпендикулярную компоненты магнитного момента в зависимости от ориентации поля, является эффективным экспериментальным методом исследования стимулированных квадрупольных переходов, как показали подобные эксперименты на TmPO<sub>4</sub> [13].

Интересно отметить, что аномалии намагниченности и дифференциальной восприимчивости при квадрупольном упорядочении в YbPO<sub>4</sub> качественно сходны с ожидаемыми при магнитном упорядочении вблизи кроссовера без щели, например в HoBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7- $\delta$ </sub> [15]. Именно при фазовом переходе скачок намагниченности  $M_{\parallel}(H)$  уширяется, а восприимчивость  $dM_{\parallel}/dH$  испытывает

скачки и меняется линейно как в квадрупольно-, так и в магнитоупорядоченной фазе. Общим для этих переходов является то, что они обусловлены неустойчивостью вырожденного состояния при кроссовере, которая снимается при учете слабых квадрупольных или билинейных взаимодействий и приводит к отклонению магнитного момента от направления поля и появлению поперечной компоненты.

Описанные стимулированные ян-теллеровские переходы в YbXO<sub>4</sub> в принципе доступны, хотя и сложны для экспериментального наблюдения. Кроме сильной зависимости магнитных аномалий от разориентации поля относительно оси симметрии [110] следует иметь в виду также магнитокалорический эффект, который сопровождает процесс намагничивания в импульсных магнитных полях. Простые расчеты без учета парных взаимодействий и фазовых переходов показывают, что при адиабатическом намагничивании в поле **H**<sub>||</sub>[110] кристаллы YbXO<sub>4</sub> сначала нагреваются (на  $\Delta T \sim 20$  K), а затем резко охлаждаются вблизи поля кроссовера. Однако только точные расчеты с учетом всех существенных взаимодействий могут показать, охладится ли кристалл в адиабатическом режиме вблизи кроссовера ниже  $T_{\rm c}$  при начальной температуре  $T_{\rm st} \sim 2 \, {\rm K}$ .

## Список литературы

- [1] P. Morin, Z. Kazei. J. Phys.: Cond. Matter 11, 1289 (1999).
- [2] Б.Г. Вехтер, В.Н. Голубев, М.Д. Каплан. Письма в ЖЭТФ 45, 3, 136 (1987).
- [3] M.D. Kaplan, G.O. Zimmerman. Phys. Rev. B 52, 1, 1 (1995).
- [4] P. Morin, J. Rouchy, Z. Kazei. Phys. Rev. B 51, 21, 15103 (1995).
- [5] A. Kirste, M. von Ortenberg, A.A. Demidov, Z.A. Kazei, N.P. Kolmakova, V.V. Platonov, A.A. Sidorenko, O.M. Tatsenko. Physica B 336, 335 (2003).
- [6] J.-M. Broto, H. Rakoto, Z.A. Kazei. J. Phys.: Cond. Matter 15, in press (2003).
- [7] J. Nipko, M. Grimsditch, C.-K. Loong, S. Kern, M.M. Abraham, L.A. Boatner. Phys. Rev. B 53, 5, 2286 (1997).
- [8] P.C. Becker, N. Edelstein, G.M. Williams, J.A. Koningstein, L.A. Boatner, M.M. Abraham. Phys. Rev. B 45, 5027 (1992).
- [9] З.А. Казей, Н.П. Колмакова, О.А. Шишкина. ЖЭТФ 120, 6 (12), 1445 (2001).
- [10] Z.A. Kazei, N.P. Kolmakova, R.Z. Levitin, V.V. Platonov, A.A. Sidorenko, O.M. Tatsenko. Physica B 246–247, 483 (1998).
- [11] P. Morin, J. Rouchy, D. Schmitt. Phys. Rev. B 37, 10, 5401 (1988).
- [12] J.A. Hodges. J. Phys. 44, 7, 833 (1983).
- [13] P. Morin, Z. Kazei. Phys. Rev. B 55, 14, 8887 (1997).
- [14] P. Morin, J. Rouchy. Phys. Rev. B 48, 1, 256 (1993).
- [15] Z.A. Kazei, A.A. Demidov, N.P. Kolmakova. J. Magn. Magn. Mater. 258–259, 590 (2003).