

## Плазмон-экситонные поляритоны в сверхрешетках

© В.А. Кособукин

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН,  
Санкт-Петербург, Россия

E-mail: Vladimir.Kosobukin@mail.ioffe.ru

(Поступила в Редакцию 3 октября 2016 г.)

Представлена теория распространения поляритонов в сверхрешетках с резонансным плазмон-экситонным взаимодействием. Периодическая сверхрешетка состоит из конечного числа ячеек с близко расположенными квантовой ямой и монослоем металлических наночастиц. Изучается спектр смешанных мод, образованных квазидвумерными экситонами квантовых ям и дипольными плазмонами металлических частиц. Задача электродинамики решается методом функций Грина с учетом резонансной поляризации квантовых ям и частиц в самосогласованном приближении. Эффективная поляризуемость частиц сферической формы, заполняющих квадратную решетку, вычислена с учетом эффекта локального поля дипольных плазмонов слоя и их „изображений“, обусловленных экситонной поляризацией ближайшей квантовой ямы. Численно исследованы оптические спектры отражения сверхрешеток с квантовыми ямами GaAs/AlGaAs и частицами серебра. Особое внимание уделено режиму сверхизлучения при брэгговской дифракции поляритонов в сверхрешетке. Сверхизлучение исследовано для плазмонов и экситонов по отдельности, а также для смешанных плазмон-экситонных поляритонов. Показано, что широкий спектр отражения, связанный с плазмонами, зависит от числа ячеек в сверхрешетке и имеет узкий спектральный провал в области экситон-плазмонного расщепления Раби.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (грант № 14-02-01123).

DOI: 10.21883/FTT.2017.05.44389.365

### 1. Введение

Низкоразмерные экситоны и локализованные плазмоны представляют собой разновидности коллективных электронных возбуждений со спектром в видимом диапазоне. Они имеют существенно разные оптические свойства: экситонные резонансы в полупроводниках узкие, а поверхностные плазмоны в металлах имеют сравнительно большую ширину при значительной добротности. Индивидуальные свойства поляризационных возбуждений обоих типов достаточно хорошо известны [1,2] и находят разнообразные практические приложения благодаря возможности управлять ими. Актуальным становится изучение резонансных оптических явлений, обусловленных кулоновским взаимодействием плазмонов с низкоразмерными экситонами в наноструктурах металл–полупроводник [3,4].

Установлено, что взаимодействие экситонов и плазмонов может приводить к возмущению их состояний [5] или к образованию смешанных состояний [6–11]. Под влиянием плазмонов меняется скорость спонтанного распада экситонов [12–14], появляется возможность концентрации электромагнитной энергии на нанометровом масштабе и ее переноса в отсутствие переноса носителей заряда [12] и т.д. При сильном взаимодействии экситонов с плазмонами в спектрах молекулярных систем [6–9] и квантовых ям [10] обнаружено экситон-плазмонное расщепление Раби большой величины. Влияние плазмонов на экситоны большого радиуса исследовалось преимущественно для нульмерных экситонов в квантовых точках или микрокристал-

лах [9,11–14] и для квазидвумерных экситонов в квантовых ямах [10,15–17] или полупроводниковых покрытиях [18]. В работах [19,20] изучались также оптические переходы в квантовых ямах с участием электромагнитных мод массива нанополупроводников. В работе [16] была разработана теория упругого рассеяния света в области плазмон-экситонного резонанса металлической наночастицы, расположенной вблизи от квантовой ямы. Эффекты взаимодействия плазмонов и экситонов, возбуждаемых светом в близко расположенных слое наночастиц металла и квантовой ямы, теоретически изучались и в отражении света [17]. В оптических спектрах рассеяния и отражения было предсказано значительное расщепление Раби в гибридной плазмон-экситонной моде.

Остается открытым важный вопрос о формировании поляритонов в сверхрешетках металл–полупроводник при взаимодействии плазмонов с экситонами. В этом случае особый интерес представляет возможность брэгговской дифракции плазмон-экситонных поляритонов, которая ожидается должна приводить к сверхизлучению, как в полупроводниковых сверхрешетках [21]. Для последних экситонные поляритоны в режиме сверхизлучения изучались при нормальном [22,23] и наклонном [24] падении, включая случай, когда ячейки сверхрешетки содержат более одной квантовой ямы [23].

В данной работе решается задача о распространении электромагнитных волн (поляритонов) в сверхрешетках в спектральной области плазмон-экситонных резонансов. Рассмотрение относится к периодической последовательности сверхъячеек, включающих близко расположенные квантовую яму и слой частиц с лока-

лизованными плазмонами. Внутри таких ячеек взаимодействие экситонов и плазмонов осуществляется через их ближнее (кулоновское) поле. Взаимодействие между ячейками через запаздывающее электромагнитное поле имеет интерференционный характер. Теория развита на основе метода многократного резонансного рассеяния света в наноструктурах металл–полупроводник при наличии локальных плазмонов и квазидвумерных экситонов. Получено самосогласованное решение задачи о вычислении плазмон-экситонного отклика с учетом эффекта локального поля. Содержание статьи заключается в следующем. В разд. 2 обсуждается плазмон-экситонная модель сверхрешетки, в разд. 3 для нее получено общее решение электродинамической задачи. Матрицы переноса вычислены в разд. 4. В разд. 5 приводятся результаты численного расчета плазмон-экситонных спектров отражения, преимущественно в режиме сверхизлучения.

## 2. Модель

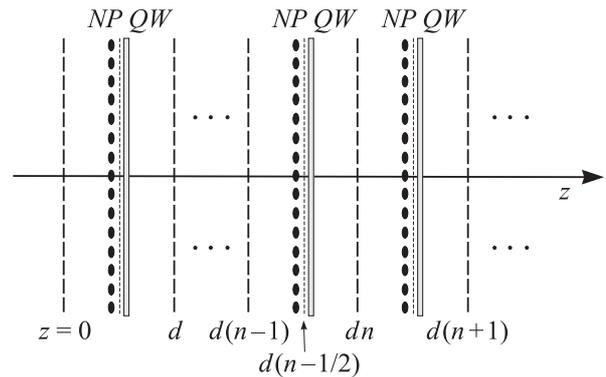
Рассмотрим периодическую сверхрешетку, состоящую из  $N$  ячеек в однородном оптически изотропном полупроводнике с проницаемостью  $\epsilon_b$ . Модель сверхрешетки схематически показана на рис. 1. Идентичные ячейки образованы близко расположенными друг к другу слоем металлических наночастиц (NP) и квантовой ямой (QW); для краткости эту пару далее будем называть бислоем (BL). Резонансная дипольная поляризация сверхрешетки  $\mathbf{P} = \mathbf{P}^{(I)} + \mathbf{P}^{(II)}$ , индуцированная световым полем, состоит из вклада  $\mathbf{P}^{(I)}$  квазидвумерных экситонов квантовых ям и вклада  $\mathbf{P}^{(II)}$  локализованных плазмонов наночастиц. Считаем, что период сверхрешетки равен  $d$ , центр ее  $n$ -й ячейки имеет координату  $z = z_{0,n} = (n - 1/2)d$ , а слой наночастиц и квантовая яма в ней центрированы при  $z = z_{p,n} = z_{0,n} - h/2$  и  $z = z_{e,n} = z_{0,n} + h/2$  соответственно, где индексы  $p$  и  $e$  относятся к плазмону и экситону. Ширина квантовой ямы, размеры металлических частиц и их удаление  $h = z_{e,n} - z_{p,n} > 0$  от квантовой ямы в ячейке малы по сравнению с длиной световой волны  $2\pi/(\sqrt{\epsilon_b}k_0)$ , где  $k_0 = \omega/c$ ,  $\omega$  — частота,  $c$  — скорость света. Как следствие, взаимодействие между экситонами и плазмонами в ячейке имеет кулоновский характер.

Следуя [1,25,26], экситонную поляризацию квантовых ям представляем в виде

$$P_\alpha^{(I)}(z, \boldsymbol{\rho}) = \frac{1}{4\pi} \int \Delta \epsilon^{(0)}(z, z') E_\alpha(z', \boldsymbol{\rho}) dz', \quad (1)$$

$$\frac{1}{4\pi} \Delta \epsilon^{(0)}(z, z') = \sum_n \psi(z - z_{e,n}) \frac{\Gamma_0}{\omega_0 - \omega - i\Gamma} \psi(z' - z_{e,n}). \quad (2)$$

Здесь  $\omega_0$  — частота экситона,  $\Gamma_0$  и  $\Gamma$  — параметры экситон-фотонного взаимодействия и диссипативного затухания экситона соответственно,  $\boldsymbol{\rho} = (x, y)$ . Огибающая волновой функции основного экситонного состояния  $\psi(z) = \psi(-z)$  отлична от нуля в квантовой



**Рис. 1.** Схематическое изображение сверхрешетки с периодом  $d$ , в каждой ячейке которой находится бислоем (BL), образованный близко расположенными слоем наночастиц (NP) и квантовой ямой (QW).

яме шириной  $l$ , при этом  $\int dz \psi(z) = \sqrt{l}$ ,  $\int dz \psi^2(z) = 1$ . Экситонные волновые функции разных ям не перекрываются:  $\psi(z - z_{e,n})\psi(z - z_{e,n'}) = \delta_{nn'}\psi^2(z - z_{e,n})$ .

Энергия возбуждения экситонов в полупроводниках  $\hbar\omega_0 \approx 1.5$  eV (для GaAs), а энергия дипольных поверхностных плазмонов в металлических шаровых частицах составляет несколько электрон-вольт. Однако путем трансформации формы частиц в эллипсоидальную и изменения расстояний между частицами энергию плазмонов можно уменьшить до резонанса с экситонами. Для слоя эллипсоидальных частиц поляризация дипольных плазмонов равна [27,28]

$$P_\alpha^{(II)}(z, \boldsymbol{\rho}) = \sum_{\mathbf{m},n} \chi_{\alpha\alpha}^{(0)}(\omega) \delta(z - z_{p,n}) \delta(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_{\mathbf{m}}) E_\alpha(z_{p,n}, \boldsymbol{\rho}_{\mathbf{m}}), \quad (3)$$

где дельта-функция  $\delta(z - z_{p,n})\delta(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_{\mathbf{m}})$  означает, что в слое  $z = z_{p,n}$  центры частиц находятся в точках  $\boldsymbol{\rho} = \boldsymbol{\rho}_{\mathbf{m}}$ . Далее мы рассматриваем частицы в форме эллипсоидов вращения (сфероидов), сжатых вдоль оси сверхрешетки. В главных осях сфероида компоненты тензора поляризуемости  $\hat{\chi}^{(0)}$  изолированной частицы выражаются формулой [29]

$$\chi_{\alpha\alpha}^{(0)} = \frac{a^3 \eta}{3} \frac{\epsilon - \epsilon_b}{(\epsilon - \epsilon_b)N_\alpha + \epsilon_b}. \quad (4)$$

Здесь  $\epsilon$  и  $\epsilon_b$  — диэлектрические проницаемости материала частицы и однородной окружающей среды,  $N_\alpha$  — коэффициент деполаризации, зависящий от относительной длины  $\eta = b/a$  полуосей  $a_x = a_y = a$  и  $a_z = b$  сфероида.

Для металлических частиц  $\epsilon(\omega) = \epsilon_\infty - \omega_p^2/(\omega^2 + i\omega\gamma)$  в (4), где  $\omega_p$  — частота плазменных колебаний электронного газа,  $\gamma$  — параметр затухания (обратное время релаксации электронов). Выражение (4) преобразуется к виду [27,28]

$$\chi_{\alpha\alpha}^{(0)} = \frac{a^3 \eta}{3} \frac{(\Omega_\alpha^{(0)})^2}{(\omega_\alpha^{(0)})^2 - \omega^2 - i\omega\gamma}. \quad (5)$$

В этой формуле  $\omega_\alpha^{(0)} = \omega_p(N_\alpha/\varepsilon_*^{(\alpha)})^{1/2}$  — частота плазмона с поляризацией вдоль  $\alpha$ -й оси в изолированном сфероиде,  $\Omega_\alpha^{(0)} = \omega_\alpha^{(0)} \sqrt{\varepsilon_b/(N_\alpha \varepsilon_*^{(\alpha)})}$ , где  $\varepsilon_*^{(\alpha)} = (\varepsilon_\infty - \varepsilon_b)N_\alpha + \varepsilon_b$ . В выражении (5) мы пренебрегаем радиационными поправками: затуханием  $\sim \omega_\alpha^{(0)}(\omega_\alpha^{(0)}a/c)^3$ , малым по сравнению с  $\gamma$ , а также сдвигом  $\sim \omega_\alpha^{(0)}(\omega_\alpha^{(0)}a/c)^2$  частоты  $\omega_\alpha^{(0)}$  (оценки относятся к плазмону малой ( $a \ll c/\omega_\alpha^{(0)}$ ) шаровой частицы [30,31]).

### 3. Общее решение электродинамической задачи

Рассмотрим задачу электродинамики при наличии поляризации  $\mathbf{P} = \mathbf{P}^{(I)} + \mathbf{P}^{(II)}$  с вкладами (1) и (3). Используем уравнение для поля

$$(\text{rot rot} - \varepsilon_b k_0^2 \hat{I})\mathbf{E} = 4\pi k_0^2 (\mathbf{P}^{(I)} + \mathbf{P}^{(II)}), \quad (6)$$

где  $\hat{I}$  — единичный тензор с компонентами  $\delta_{\alpha\alpha} = 1$  при  $\alpha = \beta$  и  $\delta_{\alpha\beta} = 0$  при  $\alpha \neq \beta$ . Далее мы решаем уравнение (6) методом функций Грина на основе эквивалентных интегральных уравнений, которые последовательно учитывают вклады  $\mathbf{P}^{(v)}$  с  $v = I, II$  в поляризацию. Вследствие латеральной трансляционной симметрии и изотропии задачи при  $\mathbf{P}^{(0)} = 0$  и  $\mathbf{P}^{(I)}$  удобно искать поля в виде  $F(z, \boldsymbol{\rho}) = F(z; \kappa) \exp(ikx)$ , как в Приложении 1. С помощью тензорных функций Грина  $\hat{g}^{(v)}(z, z'; \kappa)$  вида (A1.1) интегральные уравнения  $v$ -го приближения для поля представим в следующей форме:

$$\mathbf{E}^{(I)} - \mathbf{E}^{(0)} = \hat{g}^{(0)} \frac{\Delta \varepsilon^{(0)}}{4\pi} \mathbf{E}^{(I)} = \hat{g}^{(0)} \frac{\Delta \varepsilon}{4\pi} \mathbf{E}^{(0)}, \quad (7)$$

$$\mathbf{E}^{(II)} - \mathbf{E}^{(I)} = \hat{G}^{(I)} \hat{\chi}^{(0)} \mathbf{E}^{(II)} = \hat{G}^{(I)} \hat{\chi} \mathbf{E}^{(I)}. \quad (8)$$

В общем случае знак произведения в уравнениях (7) и (8) означает интегрирование по координатам, общим для соседних функций, и суммирование по общим индексам. Вторые равенства в формулах (7) и (8) соответствуют переходу к функциям отклика  $\Delta \varepsilon$  и  $\hat{\chi}$  на внешнее поле. Функция Грина  $\hat{g}^{(I)}$  определяется уравнением, которое получается из уравнения вида (7) после замены в нем  $\mathbf{E}^{(v')} \rightarrow \hat{g}^{(v')}$ , где  $v' = 0, I$ . При учете в уравнении (8) дифракции света на слое частиц функция Грина  $\hat{G}^{(I)}$  берется в виде (A2.2), а в отсутствие дифракции она заменяется на  $\hat{g}^{(I)}$ .

В дальнейшем мы рассматриваем распространение линейно поляризованных волн вдоль оси сверхрешетки  $z$  в пренебрежении дифракцией волн на короткопериодных слоях наночастиц, т.е. при  $\kappa = 0$ . Для таких волн решение уравнений (6) или (7), (8) в  $v$ -м приближении по  $\mathbf{P}^{(v)}$  ( $v = I, II$ ) представляем в виде

$$E^{(v)}(z) = a_n^{(v)} e^{ik_b(z-nd)} + b_n^{(v)} e^{-ik_b(z-nd)} \quad (9)$$

для  $z$ , лежащих в области между  $n$ -м и  $(n+1)$ -м бислоями. Здесь  $a_n^{(v)}$  и  $b_n^{(v)}$  — постоянные,  $k_b = \sqrt{\varepsilon_b} k_0$ , а декартов индекс  $\alpha = x$  или  $y$ , показывающий поляризацию

волн, опущен. Для  $n$ -го VL матрицу переноса  $\hat{\Lambda}$  плазмон-экситонных поляритонов определяем соотношением

$$\begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix} = \hat{\Lambda} \begin{pmatrix} a_{n-1} \\ b_{n-1} \end{pmatrix}, \quad (10)$$

где  $a_n = a_n^{(II)}$ ,  $b_n = b_n^{(II)}$ .

Поле  $\mathbf{E}^{(I)}$  из уравнения (7) для экситонных поляритонов, распространяющихся по нормали к квантовым ямам, выражается через коэффициенты отражения

$$\rho_{QW} = \frac{i\Gamma_R}{\omega_0 - \omega - i\Gamma - i\Gamma_R} \quad (11)$$

и пропускания  $\tau_{QW} = 1 + \rho_{QW}$  с  $\Gamma_R = 2\pi\Gamma_0 k_0 l / \sqrt{\varepsilon_b}$ , взятым при  $\omega = \omega_0$ . Формула (11) получается при  $\kappa = 0$  из общих выражений (A1.3) для изолированной квантовой ямы с центром  $z = 0$ .

Считаем, что наносфероиды занимают узлы

$$\boldsymbol{\rho}_m = A(m_1 \mathbf{e}_x + m_2 \mathbf{e}_y) \quad (12)$$

квадратной решетки с периодом  $A$  и номерами узлов  $\mathbf{m} = (m_1, m_2)$ . Каждый такой двумерно-периодический слой частиц находится на расстоянии  $h \ll (k_0 \sqrt{\varepsilon_b})^{-1}$  от своей квантовой ямы. В общем случае самосогласованное решение уравнения (8) для сверхрешетки бислоев имеет вид

$$E_\beta^{(II)}(z) = \delta_{\beta\alpha} E_\alpha^{(I)}(z) + \sum_s \sum_n e^{i\mathbf{b}_s \boldsymbol{\rho}} G_{\beta\alpha}^{(I)}(z, z_{p,n}; \mathbf{b}_s) \chi_{\alpha\alpha}(\omega) E_\alpha^{(I)}(z_{p,n}). \quad (13)$$

Здесь проводится суммирование по номерам узлов  $s_1$  и  $s_2$  или векторам

$$\mathbf{b}_s = \frac{2\pi}{A} (s_1 \mathbf{e}_x + s_2 \mathbf{e}_y) \quad (14)$$

решетки, обратной по отношению к решетке (12). Волны с  $\mathbf{b}_s = 0$  из выражения (13) распространяются по нормали к слоям, а волны с  $\mathbf{b}_s \neq 0$  в случае короткопериодной решетки с  $A \ll k_0^{-1}$  соответствуют дифракции в латерально распространяющиеся волны, которые экспоненциально затухают по нормали к слою на расстояниях  $\sim 1/|\mathbf{b}_s|$ .

Выражение (13) содержит эффективную плазмон-экситонную поляризуемость  $\hat{\chi}$  с компонентами  $\chi_{xx} = \chi_{yy}$ , относящуюся к наночастицам бислоя. В квазистатическом приближении компонента тензора  $\hat{\chi}$  для моды, поляризованной вдоль  $\alpha$ -й полуоси сфероиды, равна [27,28]

$$\chi_{\alpha\alpha}(\omega) = \left( 1/\chi_{\alpha\alpha}^{(0)} - \sum_m' D_{\alpha\alpha}^{(I)}(z_{p,n}, z_{p,n}, \boldsymbol{\rho}_m) \right)^{-1}, \quad (15)$$

где штрих означает исключение самодействия диполей. Полученное самосогласованное выражение (15), включающее компоненты плазмонной поляризуемости изолированной частицы  $\chi_{\alpha\alpha}^{(0)}$  из (4) или (5), является

формально точным в модели (3). Тензор  $\hat{\chi}$  с компонентами (15) учитывает симметрию и резонансные свойства локализованных плазмон-экситонных мод в ВЛ сверхрешетки. Функция Грина  $\hat{D}^{(1)} = \hat{D}^{(d)} + \hat{D}^{(i)}$  с компонентами (A1.1) общего вида включает вклад  $\hat{D}^{(d)}$ , соответствующий прямому действию на выделенный диполь других диполей слоя, и вклад  $\hat{D}^{(i)}$  их диполей изображения, порожденных экситонной поляризацией. В отсутствие квантовых ям из формулы (15) следует исключить вклад  $\hat{D}^{(i)}$ .

В отсутствие квантовых ям коэффициенты отражения и пропускания света слоем наночастиц с  $\chi_{yy} = \chi_{xx}$  выражаются согласно (7) формулами

$$\rho_{NP} = \frac{2\pi i}{\sqrt{\varepsilon_b}} \frac{k_0}{A^2} \chi_{\alpha\alpha}, \quad \tau_{NP} = 1 + \rho_{NP}, \quad (16)$$

которые записаны здесь для слоя NP с координатой  $z = 0$  [27,28].

После преобразования выражения (15) с учетом формул (A2.1)–(A2.6) в пренебрежении запаздыванием ( $c \rightarrow \infty$ ) получаем

$$\chi_{\alpha\alpha}(\omega) = [1/\chi_{\alpha\alpha}^{(0)}(\omega) - \sigma_{\alpha}(\omega)]^{-1}, \quad (17)$$

$$\sigma_{\alpha}(\omega) = -\frac{1}{2\varepsilon_b} \int_0^{\infty} \tilde{\rho}_{QW}^p(\kappa, \omega) e^{-2\kappa h} \kappa^2 d\kappa, \quad (18)$$

где  $\alpha = x, y$ . Функции  $\sigma_{\alpha}$  определяются ближним полем мод, имеющих латеральные компоненты волнового вектора  $\kappa \sim 1/h \gg k_0\sqrt{\varepsilon_b}$  и пространственно затухающих по  $z$ . Как следствие, плазмон-экситонная поляризуемость наночастицы (17), (18) выражается через коэффициент  $\tilde{\rho}_{QW}^p$ , (A2.6), вычисленный из (A1.3) при  $\kappa \gg k_0\sqrt{\varepsilon_b}$ . Это соответствует учету  $p$ -поляризованной компоненты поля, которая ответственна за эффекты ближнего поля [31]. Вкладом  $s$ -поляризованной компоненты пренебрегаем, так как он мал в отношении  $\sim (k_0/\kappa)^2 \ll 1$ . Из выражения (17) следует, что спектр слабо затухающих кулоновских плазмон-экситонов с  $\alpha$ -поляризацией определяется уравнением  $\text{Re}[1/\chi_{\alpha\alpha}^{(0)}(\omega) - \sigma_{\alpha}(\omega)] = 0$ .

При  $\kappa \sim 1/h \gg k_0\sqrt{\varepsilon_b}$  радиационное затухание квазидвумерных экситонов отсутствует: величины  $\Gamma_R^{\alpha}$  из (A1.4) становятся мнимыми. Как показано в [16], их дисперсия по параметру  $\kappa l$  и поляризация соответствующей квазистатической экситонной моды аналогичны характеристикам поверхностных плазмонов в тонких металлических пленках. В существенной области интегрирования, где  $\kappa \sim 1/h$ , пренебрегаем малым членом  $\Gamma_0 \kappa l \ll \omega_0$  в знаменателях входящей в выражение (18) функции  $\tilde{\rho}_{QW}^p(\omega, \kappa)$  (см. A2.6). Тогда после вычисления интеграла в (18) получаем

$$\sigma_{\alpha}(\omega) = \frac{1}{\varepsilon_b A^3} \left( S_{\alpha}^{(d)} + \frac{12\pi h l}{\varepsilon_b A^2} F_{QW}(\omega) S_{\alpha}^{(i)} \right) \quad (19)$$

со спектральной функцией

$$F_{QW}(\omega) = \frac{\Gamma_0}{\omega_0 - \omega - i\Gamma} + \frac{\Gamma_0}{\omega_0 + 4\pi\Gamma_0/\varepsilon_b - \omega - i\Gamma}. \quad (20)$$

Эта функция относится к нерадиационным квазидвумерным экситонам квантовой ямы, которые поляризованы по осям  $x$  и  $z$ . Малая постоянная  $4\pi\Gamma_0/\varepsilon_b < \Gamma$  в (20) служит мерой анизотропии частот этих экситонов в плоскости  $xz$ .

В выражение (19) входят безразмерные решеточные суммы

$$S_{\alpha}^{(d)} = A^3 \sum_{\mathbf{m}(\neq 0)} \frac{3\rho_{\mathbf{m},\alpha}^2 - \rho_{\mathbf{m}}^2}{\rho_{\mathbf{m}}^5},$$

$$S_{\alpha}^{(i)}(h) = \left( \frac{A}{2h} \right)^5 - A^5 \sum_{\mathbf{m}(\neq 0)} \frac{5\rho_{\mathbf{m},\alpha}^2 - \rho_{\mathbf{m}}^2 - 4h^2}{(\rho_{\mathbf{m}}^2 + 4h^2)^{7/2}}, \quad (21)$$

определяющие поправки на локальное поле, действующее в узле слоя частиц. Суммы (21) обусловлены соответственно диполями, расположенными в других узлах решетки, и зарядами изображения, связанными с экситонной поляризацией квантовой ямы. Вычисление решеточных сумм описано в Приложении 2.

#### 4. Построение матрицы переноса

Распространение поляритонов вдоль оси сверхрешетки обсудим с помощью матриц переноса из (10) для поля (9). Для изолированного ВЛ с координатами  $z_p = z_0 - h/2$  слоя частиц и  $z_e = z_0 + h/2$  квантовой ямы находим коэффициенты отражения  $r_{\pm} = \rho_{\pm} \exp(\pm 2ik_b z_0)$  и пропускания  $t_{\pm} = \tau$  волн, распространяющихся в положительном и отрицательном направлениях оси  $z$  соответственно. В этих выражениях

$$\rho_+ = \rho_{QW} e^{2i\Delta\varphi} + \rho_{NP} (1 + \rho_{QW} e^{2i\Delta\varphi})^2,$$

$$\rho_- = \rho_{QW} + \rho_{NP} e^{2i\Delta\varphi} (1 + \rho_{QW})^2, \quad (22)$$

$$\tau = \tau_{QW} [1 + \rho_{NP} (1 + \rho_{QW} e^{2i\Delta\varphi})], \quad (23)$$

$k_b = \sqrt{\varepsilon_b} k_0$ , а разность фаз  $\Delta\varphi = k_b h$  зависит от расстояния  $h$  между слоем наночастиц и квантовой ямой в ВЛ. В терминах (22) и (23) матрица переноса в представлении (9), (10) для изолированного ВЛ получается на основе уравнения (13) в форме

$$\hat{\Lambda} = \frac{1}{\tau} \begin{pmatrix} (\tau^2 - \rho_+ \rho_-) e^{ik_b d} & \rho_- \\ -\rho_+ & e^{-ik_b d} \end{pmatrix}. \quad (24)$$

Эта матрица удовлетворяет условию унимодулярности  $\det \hat{\Lambda} = 1$ .

При  $\Delta\varphi \rightarrow 0$  (кулоновское взаимодействие между экситонами ямы и плазмонами слоя) получаем  $\rho_+ = \rho_- = \rho$  из (22) и  $\tau = 1 + \rho$  из (23). Это позволяет непосредственно применить к сверхрешеткам, образованных комбинациями металл–полупроводник, метод матриц

переноса, развитый в работах [22,24,32]. Для блоховских поляритонных мод сверхрешетки в выражениях (9) и (10) полагаем  $a_n = \lambda a_{n-1}$ ,  $b_n = \lambda b_{n-1}$  с  $\lambda = \exp(iqd)$ ; это дает уравнение  $\det(\hat{\Lambda} - \lambda \hat{\Lambda}) = 0$  с матрицей (24), имеющее решения  $\lambda_{\pm} = \exp(\pm iqd)$ . При этом квазиволновое число поляритона  $q$  в сверхрешетке определяется из дисперсионного уравнения  $\cos qd = (\Lambda_{11} + \Lambda_{22})/2$ , которое при  $\Delta\varphi \rightarrow 0$  в (24) принимает вид

$$\cos qd = \cos k_b d + \frac{i\rho}{1+\rho} \sin k_b d. \quad (25)$$

Следуя работам [22,24], для сверхрешетки с  $N$  ячеек получаем коэффициенты отражения  $r_N$  и пропускания  $t_N$  света

$$(r_N, t_N) = \frac{1}{\sin(qd) \operatorname{ctg}(qdN) - H} \left( \frac{\rho}{\tau}, \frac{\sin(qd)}{\sin(qdN)} \right) \quad (26)$$

при возбуждении поляритонной моды с  $qd$  из (25) и  $H = (\Lambda_{11} - \Lambda_{22})/2$  из (24).

Особый интерес представляет режим сверхизлучения, возникающий при условии  $qd = \pi$  [21,22], которое соответствует резонансной брэгговской дифракции поляритонов в сверхрешетке. Брэгговская дифракция является следствием сфазированного излучения ячейками сверхрешетки, которое сопровождается конструктивной интерференцией излученных волн. При  $q \rightarrow \pi/d$  из (26) находим

$$(r_N, t_N) = \frac{1}{N\rho - \tau} (N\rho, (-1)^{N-1}\tau). \quad (27)$$

Отсюда для коэффициента отражения  $R_N = |r_N|^2$  брэгговской сверхрешетки получаем

$$R_N = \frac{N^2 |\rho|^2}{|N\rho - \tau|^2}. \quad (28)$$

Из формулы (28) с  $\tau = 1 + \rho$  следует, что  $R_N \approx N^2 |\rho|^2$ , если  $N|\rho| \ll 1$  (сверхизлучательный режим) и  $R_N \rightarrow 1$  при  $N \rightarrow \infty$  (режим фотонного кристалла).

## 5. Численный анализ и обсуждение

Обсудим результаты численного анализа оптических спектров плазмон-экситонных поляритонов, распространяющихся в ограниченных сверхрешетках. Расчеты для ВЛ, образованных в GaAs серебряными наночастицами и квантовыми ямами GaAs/AlGaAs, выполнены с диэлектрическими проницаемостями Ag [33] и GaAs [34]. Рассматриваются дипольные плазмоны, которые в случае изолированных серебряных сфероидов (дисков) имеют поляризуемость  $\chi_{xx}^{(0)} = \chi_{yy}^{(0)}$  из (4), (5) в плоскости  $xu$ , где длина полуосей сфероидов равна  $a$ . При анализе отношение  $\eta = b/a < 1$  (длина полуоси  $b$  по нормали) для сфероидов в ВЛ выбирается так, чтобы частота плазмонного резонанса в слое частиц совпала с частотой экситонов в квантовой яме ( $\omega_\alpha = \omega_0$  при  $\alpha = x, y$ ).

На рис. 2 и 3 представлены спектры отражения света (28) для металл-полупроводниковых сверхрешеток (брэгговских структур) в режиме сверхизлучения, когда выполняется условие брэгговской дифракции  $qd = \pi$  на частоте резонанса  $\omega_0 = \omega_\alpha$ . Сверхизлучение хорошо изучено для сверхрешеток с квазидвумерными экситонами при  $q(\omega_0) = \pi/d$  или  $d = \pi c / (\sqrt{\epsilon_b} \omega_0)$  [21]. Однако для брэгговских структур с плазмонами сверхизлучение, по-видимому, не обсуждалось систематически (сравни с [35]). Для плазмонных поляритонов спектры отражения  $R_N^{(NP)} = |r_N^{(NP)}|^2$  вычисляются по формуле (28) при условии  $\rho = \bar{\rho}_{NP}$ , которое следует из выражений (16), (17) в отсутствие диполей изображения (квантовых ям), что отмечено чертой сверху. Спектр отражения сверхрешетки  $R_N^{(NP)}$  при  $\omega_\alpha = \omega_0$  в плазмон-поляритонном режиме сверхизлучения приведен на рис. 2, а. Для сравнения на рис. 2, б показаны аналогичные экситон-поляритонные спектры отражения  $R_N^{(QW)} = |r_N^{(QW)}|^2$  в сверхизлучательном режиме, вычисленные из (28) при  $q(\omega_0)d = \pi$ ,  $\rho = \rho_{QW}$  и  $\rho_{NP} = 0$ .

Согласно теории [21,36,37], для брэгговской структуры с квантовыми ямами ширина спектра экситонного отражения света  $R_N^{(QW)}$  возрастает пропорционально  $N^2$  с увеличением числа ям  $N$  при  $N \ll N_c = \Delta/\Gamma_R$ , а затем насыщается на ширине запрещенной зоны  $\Delta = \sqrt{8\Gamma_R \omega_0/\pi}$  электромагнитного спектра сверхрешетки. В случае  $N \gg N_c$  проявляются свойства фотонного кристалла ( $R_N^{(QW)} \rightarrow 1$  в области шириной  $\Delta$  с центром на резонансной частоте  $\omega_0$ ). Переход от сверхизлучательного к фотонно-кристаллическому поведению спектра  $R_N^{(QW)}$  экситонных поляритонов в структуре с квантовыми ямами (выражение (28) при  $\rho_{NP} = 0$ ) виден на рис. 2, б при чрезвычайно больших  $N$ , поскольку для экситонов  $\Delta/\Gamma_R \sim \sqrt{\omega_0/\Gamma_R} \gg 1$ .

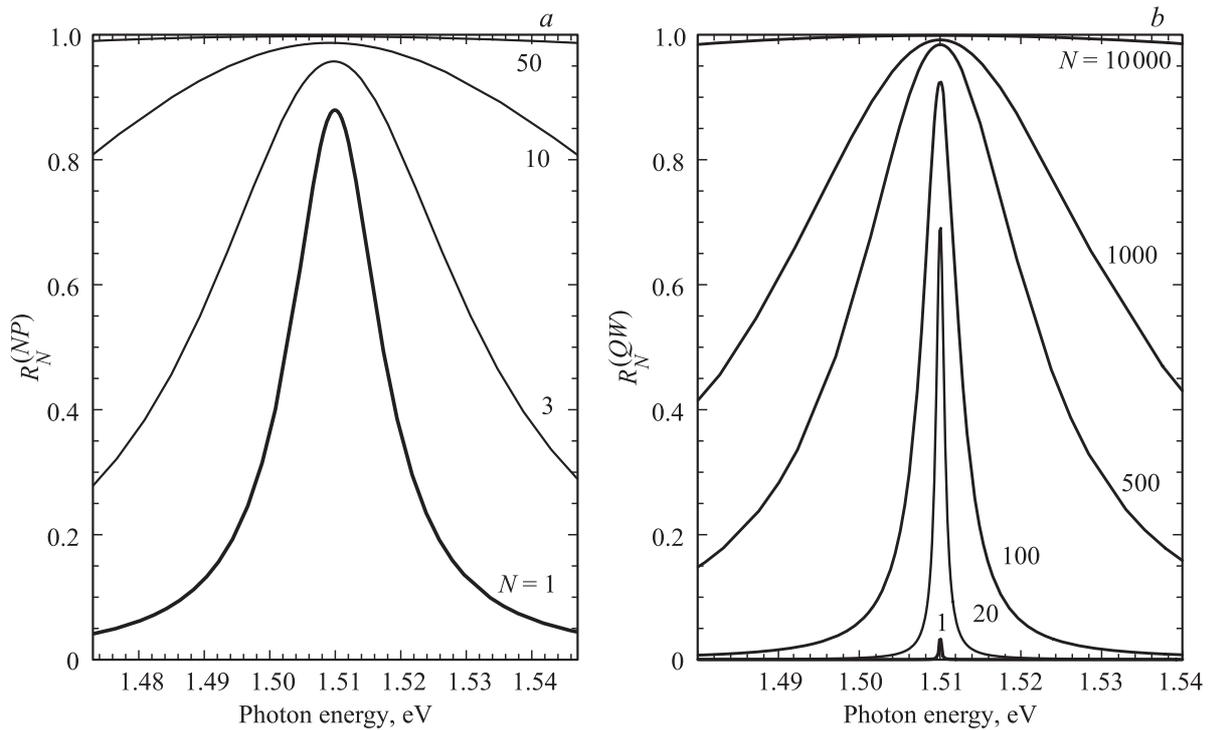
Чтобы обсудить аналогичный переход для плазмонов, учтем (5) и представим коэффициент отражения света (16) от изолированного слоя наночастиц в виде

$$\bar{\rho}_{NP} = \frac{i\bar{\Omega}_\alpha^2}{\bar{\omega}_\alpha^2 - \omega^2 - i\omega\gamma}. \quad (29)$$

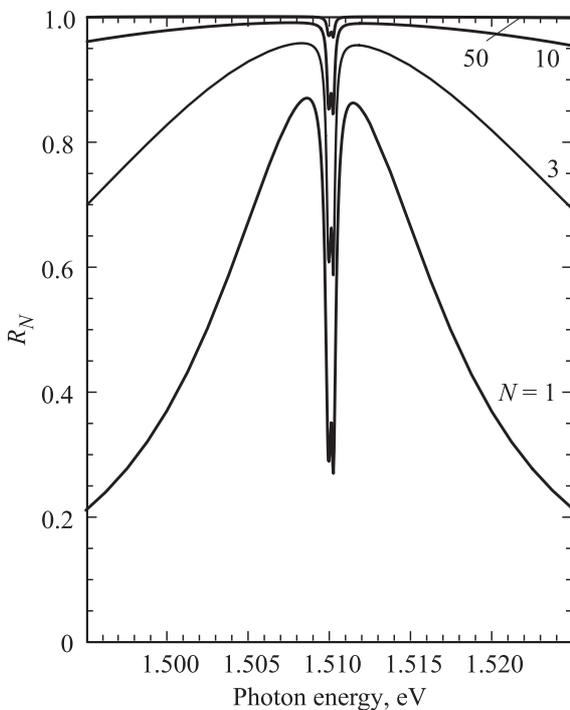
Отсутствие диполей изображения отмечено чертой сверху у величин

$$\begin{aligned} \bar{\omega}_\alpha^2 &= (\omega_\alpha^{(0)})^2 - (\Omega_\alpha^{(0)})^2 \frac{\eta}{3\epsilon_b} \left( \frac{a}{A} \right)^3 S_\alpha^{(d)}, \\ \bar{\Omega}_\alpha^2 &= (\Omega_\alpha^{(0)})^2 \frac{2\pi\eta}{3} \left( \frac{\bar{\omega}_\alpha a}{c} \right) \left( \frac{a}{A} \right)^2. \end{aligned} \quad (30)$$

Частоты  $\omega_\alpha^{(0)}$  и  $\Omega_\alpha^{(0)}$  определяются формулой (5), а сумма  $S_\alpha^{(d)} = 4.51$  — формулой (21). Учитывая аналогии  $\omega_0 \rightarrow \bar{\omega}_\alpha$  и  $\Gamma_R \rightarrow \bar{\Omega}_\alpha \sim \bar{\omega}_\alpha$  между формулами (11) и (29), для плазмонных поляритонов в брэгговской структуре со слоями наночастиц получаем оценку ширины запрещенной зоны  $\sim \omega_\alpha$  и  $N_c \sim 1$ . Это означает, что в сверхрешетке из слоев наночастиц плазмон-поляритонный



**Рис. 2.** Спектры отражения в режиме сверхизлучения ( $qd = \pi$ ) брэгговских структур (a) с  $N$  слоями сферидов (дисков) Ag —  $R_N^{(NP)}$ , (b) с квантовыми ямами GaAs/AlGaAs —  $R_N^{(QW)}$ . Вычислено при  $\omega_\alpha = \omega_0$ , где  $\omega_\alpha$  — частота плазмонов, поляризованных по осям  $\alpha = x, y$  сферидов с длинами полуосей  $a_x = a_y = a = 8$  nm, отношением  $b/a = 0.596$  в слоях с периодом  $A = 25$  nm и  $h = 9$  nm. Принято  $\hbar\omega_0 = 1.51$  eV,  $\hbar\Gamma = 0.1$  meV,  $\hbar\Gamma_R = 0.025$  meV ( $\hbar\Gamma_0 = 0.23$  meV) для экситонов,  $\epsilon_b = 12$  для GaAs и  $l = 8$  nm для квантовых ям. Использована диэлектрическая проницаемость Ag из [33], аппроксимированная функцией  $\epsilon(\omega) = \epsilon_\infty - \omega_p^2/(\omega^2 + i\omega\gamma)$  с  $\hbar\omega_p = 9.45$  eV,  $\hbar\gamma = 0.02$  eV и  $\epsilon_\infty = 4.7$ .



**Рис. 3.** Спектры плазмон-экситонного отражения  $R_N$  в режиме сверхизлучения от сверхрешеток с  $N$  числовыми, образованными упорядоченным слоем наночастиц Ag и квантовой ямой GaAs/AlGaAs. Параметры те же, что на рис. 2.

сверхизлучательный режим возможен только при сравнительно малых числах слоев  $N$ , а ширина спектра отражения при переходе к фотонно-кристаллическому режиму оказывается сравнимой с частотой плазмонов  $\omega_\alpha$  в частицах. Следует заметить также, что по сравнению с идеальной картиной перехода от одного режима отражения к другому в случае экситонов картина перехода в случае плазмонов существенно усложняется из-за значительного поглощения света (при энергии фотонов выше 4 eV для Ag [27]).

На рис. 3 для сверхрешеток с разным числом  $N$  слоев показаны вычисленные из (28) спектры  $R_N = |r_N|^2$  плазмон-экситонного отражения света в режиме сверхизлучения. Спектр отражения, показанный на рис. 3 кривой 1 для  $N = 1$ , соответствует исследованным в работе [16] спектрам отражения и поляризуемости  $\chi_{\alpha\alpha}(\omega)$  ВЛ при наличии плазмон-экситонного взаимодействия через ближнее поле. С другой стороны, показанные на рис. 3 спектры отражения  $R_N$  брэгговскими структурами с разными  $N$  в целом близки к спектрам плазмон-поляритонного сверхизлучения, представленным на рис. 2, a. В области резонанса  $\omega_\alpha = \omega_0$  в спектрах  $R_N$  (рис. 3) имеется узкий провал из-за плазмон-экситонного расщепления Раби, но эта особенность быстро уменьшается при увеличении числа ячеек  $N$  сверхрешетки.

## 6. Заключение

В работе представлена теория плазмон-экситонных поляритонов в сверхрешетках, образованных парами близко расположенных квантовых ям и слоев металлических наночастиц. Резонансное взаимодействие квазидвумерных экситонов с локальными плазмонами исследовано применительно к квантовым ямам GaAs/AlGaAs и слоям частиц благородного металла. Показано, что смешанные плазмон-экситонные поляритоны в сверхрешетке имеют широкий спектр, обусловленный плазмонами, с узким спектральным провалом в области экситонного резонанса. Режим свержизлучения при резонансной брэгговской дифракции поляритонов исследован для сверхрешеток с экситонами, плазмонами и смешанными плазмон-экситонными модами. Установлено, что переход от свержизлучательного к фотонно-кристаллическому режиму (полному отражению) при увеличении числа ячеек в сверхрешетке с плазмонами происходит значительно быстрее, чем в сверхрешетке с экситонами. В случае смешанных плазмон-экситонных мод такой переход определяется плазмонами, причем спектральный провал, связанный с плазмон-экситонным расщеплением Раби, быстро уменьшается при увеличении числа ячеек сверхрешетки.

Автор благодарен А.Н. Поддубному за обсуждение результатов работы и замечания.

## Приложение 1.

### Решение задачи для квантовой ямы

Уравнения вида (7) дают поле и функции Грина

$$\{E_\alpha^{(1)}(z, x), g_{\alpha\beta}^{(1)}(z, z', x)\} = \{E_\alpha^{(1)}(z; \kappa), g_{\alpha\beta}^{(1)}(z, z', \kappa)\} e^{i\kappa x} \quad (A1.1)$$

с  $\kappa = \kappa e_x$ . Вне квантовой ямы с центром  $z = z_e$  волна с амплитудой  $E_\alpha^{\text{inc}}$  и  $\kappa \neq 0$  возбуждает поле

$$\frac{E_\alpha^{(1)}(z, \kappa)}{E_\alpha^{\text{inc}}} = (e^{ik_1 z} + \rho_{QW}^\lambda e^{2ik_1 z_e} e^{-ik_1 z}) \vartheta(z_e - z) + \tau_{QW}^\lambda e^{ik_1 z} \vartheta(z - z_e). \quad (A1.2)$$

Здесь  $\vartheta(z)$  — единичная ступенчатая функция,  $\alpha = x$  для линейной поляризации  $\lambda = p$  и  $\alpha = y$  для  $\lambda = s$ , а  $k_1^2 = \varepsilon_b k_0^2 - \kappa^2 > 0$ . В (A1.2) входят коэффициенты экситонного отражения света

$$\rho_{QW}^p = \frac{i\Gamma_R^x}{\omega_0^x - \omega - i\Gamma - i\Gamma_R^x} - \frac{i\Gamma_R^z}{\omega_0^z - \omega - i\Gamma - i\Gamma_R^z},$$

$$\rho_{QW}^s = \frac{i\Gamma_R^y}{\omega_0^y - \omega - i\Gamma - i\Gamma_R^y} \quad (A1.3)$$

квантовой ямой. В формулах (A1.3)  $\omega_0^\alpha = \omega_0 + \Delta\omega_0^\alpha$ ,

$$\left. \begin{aligned} (\Delta\omega_0^x, \Delta\omega_0^z; \Delta\omega_0^y) &= \Gamma_0 w(0, 2; 0), \\ (\Gamma_R^x, \Gamma_R^z; \Gamma_R^y) &= \Gamma_0 w k_1 l(1, \kappa^2/k_1^2; \varepsilon_b k_0^2/k_1^2) \end{aligned} \right\}, \quad (A1.4)$$

где  $w = 2\pi/\varepsilon_b$ .

Для  $p$ -поляризованных волн компоненты функции Грина в (A1.1) равны

$$\left. \begin{aligned} g_{xx}^{(1)}(z, z'; \kappa) &= \frac{2\pi i k_1}{\varepsilon_b} [e^{ik_1|z-z'|} + \rho_{QW}^p e^{2ik_1 z_e} e^{-ik_1(z+z')}], \\ g_{zx}^{(1)}(z, z'; \kappa) &= -\frac{2\pi i \kappa}{\varepsilon_b} [e^{ik_1|z-z'|} \text{sgn}(z - z') - \rho_{QW}^p e^{2ik_1 z_e} e^{-ik_1(z+z')}] \end{aligned} \right\} \quad (A1.5)$$

и т.д., где  $z, z' < z_0$ , а  $\rho_{QW}^p(\kappa)$  дается формулами (A1.3) и (A1.4). Для  $s$ -поляризованных волн

$$g_{yy}^{(1)}(z, z'; \kappa) = \frac{2\pi i k_0^2}{k_1} [e^{ik_1|z-z'|} + \rho_{QW}^s e^{2ik_1 z_e} e^{-ik_1(z+z')}] \quad (A1.6)$$

с  $\rho_{QW}^s$  из (A1.3) и (A1.4). Отсюда следует, что  $|g_{yy}^{(1)}|/|g_{xx}^{(1)}| \sim (k_0/\kappa)^2 \ll 1$  при  $\kappa \gg k_0$ .

## Приложение 2.

### Вычисление решеточных сумм

Для анализа ближнеполевых эффектов используется преобразование Фурье

$$D_{\alpha\beta}^{(1)}(z, z', \rho) = \int \frac{d^2\kappa}{(2\pi)^2} e^{i\kappa\rho} G_{\alpha\beta}^{(1)}(z, z'; \kappa), \quad (A2.1)$$

$$G_{\alpha\beta}^{(1)}(z, z'; \kappa) = \sum_{\mu, \nu} S_{\alpha\mu}(\phi) g_{\mu\nu}^{(1)}(z, z'; \kappa) S_{\beta\nu}(\phi) \quad (A2.2)$$

функции Грина  $\hat{g}^{(1)}$ , вычисленной в представлении (A1.1). Здесь  $S_{xx} = S_{yy} = \kappa_x/\kappa = \cos\phi$ ,  $-S_{xy} = S_{yx} = \kappa_y/\kappa = \sin\phi$ ,  $S_{zz} = 1$ ,  $\phi$  — угол между вектором  $\kappa$  и осью  $x$ . После интегрирования по углу  $\phi$  с учетом (A2.2) выражение (A2.1) в квазистатическом приближении принимает вид [31]

$$\hat{D}^{(1)}(z, z', \rho) = \int_0^\infty \frac{\kappa d\kappa}{4\pi} \times \begin{pmatrix} \tilde{g}_{xx}^{(1)}(J_0 - J_2 \cos 2\varphi) & -\tilde{g}_{xy}^{(1)} J_2 \sin 2\varphi & 2i\tilde{g}_{xz}^{(1)} J_1 \cos \varphi \\ -\tilde{g}_{xy}^{(1)} J_2 \sin 2\varphi & \tilde{g}_{xx}^{(1)}(J_0 + J_2 \cos 2\varphi) & 2i\tilde{g}_{xz}^{(1)} J_1 \sin \varphi \\ 2i\tilde{g}_{zx}^{(1)} J_1 \cos \varphi & 2i\tilde{g}_{zx}^{(1)} J_1 \sin \varphi & 2\tilde{g}_{zz}^{(1)} J_0 \end{pmatrix}. \quad (A2.3)$$

Здесь  $\varphi$  — угол между радиус-вектором  $\rho$  и осью  $x$ ,  $J_m \equiv J_m(\kappa\rho)$  — функция Бесселя аргумента  $\kappa\rho$ , а  $\tilde{D}_{\alpha\beta}^{(1)}$  и  $\tilde{g}_{\alpha\beta}^{(1)}$  обозначают компоненты  $D_{\alpha\beta}^{(1)}$  из (A2.1) и  $g_{\alpha\beta}^{(1)}$  из (A1.5), вычисленные при  $k_0/\kappa \rightarrow 0$ . Компонента  $\tilde{g}_{yy}^{(1)}$  из формулы (A2.3) исключена, так как в квазистатическом приближении (при  $\kappa \gg k_0$ ) она мала по параметру  $\sim (k_0/\kappa)^2 \ll 1$  по сравнению с другими компонентами  $g_{\alpha\beta}^{(1)}$ , что следует из (A1.5) и (A1.6).

При подстановке в выражение (A2.3) функции Грина  $\tilde{g}_{\alpha\beta}^{(1)} = \tilde{g}_{\alpha\beta}^{(d)} + \tilde{g}_{\alpha\beta}^{(i)}$  с  $k_1 \approx i\kappa$  возникают интегралы

$$F_{n,m}(\xi, \rho) = \int_0^\infty dk \kappa^{n-1} J_m(\kappa\rho) e^{-\kappa\xi}. \quad (\text{A2.4})$$

С учетом вклада в функцию Грина  $\tilde{g}_{\alpha\beta}^{(d)} = C_d \kappa e^{-\kappa\xi}$ , соответствующего отсутствию квантовой ямы ( $\rho_{QW}^p = 0$ ), получаем

$$F_{3,m}(\xi, \rho) = \frac{1}{(\xi^2 + \rho^2)^{5/2}} \times [(2\xi^2 - \rho^2)\delta_{m,0} + 3\xi\rho\delta_{m,1} + 3\rho^2\delta_{m,2}]. \quad (\text{A2.5})$$

Вклад  $\tilde{g}_{\alpha\beta}^{(i)} = C_i \kappa^2 e^{-\kappa\xi}$ , связанный с поляризацией квантовой ямы (с зарядами изображения), содержит величину

$$\tilde{\rho}_{QW}^p = -w\kappa l \left( \frac{\Gamma_0}{\omega_0 + w\Gamma_0\kappa l - \omega - i\Gamma} + \frac{\Gamma_0}{\omega_0 + w\Gamma_0(2 - \kappa l) - \omega - i\Gamma} \right) \quad (\text{A2.6})$$

с  $w = 2\pi/\varepsilon_b$ . Пренебрегая в знаменателях (A2.6) членами с  $\kappa l \ll 1$ , находим

$$F_{4,m}(\xi, \rho) = \frac{1}{(\xi^2 + \rho^2)^{7/2}} [3\xi(2\xi^2 - 3\rho^2)\delta_{m,0} + 3\rho(4\xi^2 - \rho^2)\delta_{m,1} + 15\xi\rho^2\delta_{m,2}]. \quad (\text{A2.7})$$

Подставим в (A2.3) выражения (A2.5) и (A2.7), взятые при  $\rho = \rho_m$  из (12), и вычислим суммы  $\sum_m D_{\alpha\beta}^{(1)}$  по номерам узлов  $m_1$  и  $m_2$ . При этом ненулевыми оказываются только суммы  $\sum_m D_{\alpha\alpha}^{(1)}$  диагональных членов с  $\alpha = \beta$ , четных по  $m_1$  и  $m_2$ .

### Список литературы

[1] E.L. Ivchenko. Optical spectroscopy of semiconductor nanostructures. Alpha Science International, Ltd. (2005). 315 p.  
 [2] В.В. Климов. Наноплазмоника. Физматлит, М. (2010). 489 с.  
 [3] A.A. Toropov, T.V. Shubina. Plasmonic Effects in Metal-Semiconductor Structures. Oxford Univ. Press (2015). 361 p.  
 [4] M. Achermann. J. Phys. Chem. Lett. **1**, 2837 (2010).  
 [5] P. Vasa, R. Pomraenke, S. Schwieger, Yu.I. Mazur, Vas. Kunits, P. Srinivasan, E. Johnson, J.E. Kihm, D.S. Kim, E. Runge, G. Salamo, C. Lienau. Phys. Rev. Lett. **101**, 116801 (2008).  
 [6] J. Bellessa, C. Bonnand, J.C. Plenet, J. Mugnier. Phys. Rev. Lett. **93**, 036404 (2004).  
 [7] Y. Sugawara, T.A. Kelf, J.J. Baumberg, M.E. Abdelsalam, P.N. Bartlett. Phys. Rev. Lett. **97**, 266808 (2006).

[8] S. Balci. Opt. Lett. **38**, 4498 (2013).  
 [9] B.G. DeLacy, O.D. Miller, C.W. Hsu, Z. Zander, S. Lacey, R. Yagloski, A.W. Fountain, E. Valdes, E. Anquillare, M. Soljacic, S.G. Johnson, J.D. Joannopoulos. Nano Lett. **15**, 2588 (2015).  
 [10] B.J. Lawrie, K.-W. Kim, D.P. Norton, R.F. Haglund Jr. Nano Lett. **12**, 6152 (2012).  
 [11] W. Zhang, A.O. Govorov, G.W. Bryant. Phys. Rev. Lett. **97**, 146804 (2006).  
 [12] Y. Fedutik, V.V. Temnov, O. Schops, U. Woggon, M.V. Artemyev. Phys. Rev. Lett. **99**, 136802 (2007).  
 [13] A.O. Govorov, G.W. Bryant, W. Zhang, T. Skeini, J. Lee, N.A. Kotov, J.M. Slocik, R.R. Naik. Nano Lett. **6**, 984 (2006).  
 [14] A.A. Toropov, T.V. Shubina, K.G. Belyaev, S.V. Ivanov, P.S. Kop'ev, Y. Ogawa, F. Minami. Phys. Rev. B **84**, 085323 (2011).  
 [15] A. Neogi, C.-W. Lee, H.O. Everitt, T. Kuroda, A. Tackeuchi, E. Yablonovitch. Phys. Rev. B **66**, 153305 (2002).  
 [16] В.А. Кособукин. ФТТ **57**, 1413 (2015).  
 [17] В.А. Кособукин. Solid State Commun. **228**, 43 (2016).  
 [18] W. Niu, L.A. Ibbotson, D. Leipold, E. Runge, G.V. Prakash, J.J. Baumberg. Phys. Rev. B **91**, 161303(R) (2015).  
 [19] S. Campione, A. Benz, J.F. Klem, M.B. Sinclair, I. Brener, F. Capolino. Phys. Rev. B **89**, 165133 (2014).  
 [20] M. Gehl, S. Zandbergen, R. Gibson, M. Béchu, N. Nader, J. Hendrickson, J. Sears, P. Keiffer, M. Wegener, G. Khitrova. J. Opt. **16**, 114016 (2014).  
 [21] Е.Л. Ивченко, А.Н. Поддубный. ФТТ **55**, 833 (2013).  
 [22] Е.Л. Ивченко, А.И. Несвижский, С. Йорда. ФТТ **36**, 2118 (1994).  
 [23] E.L. Ivchenko, M.M. Voronov, M.V. Erementchouk, L.I. Deych, A.A. Lisyansky. Phys. Rev. B **70**, 195106 (2004).  
 [24] В.А. Кособукин, М.М. Моисеева. ФТТ **37**, 3694 (1995).  
 [25] L.C. Andreani, F. Bassani. Phys. Rev. B **41**, 7536 (1990).  
 [26] Е.Л. Ивченко. ФТТ **33**, 2388 (1991).  
 [27] В.А. Кособукин. ФТТ **54**, 2340 (2012).  
 [28] В.А. Кособукин, А.В. Коротченко. ФТТ **58**, 2446 (2016).  
 [29] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Электродинамика сплошных сред. Наука, М. (1982). 620 с.  
 [30] В.А. Кособукин. Phys. Lett. A **160**, 584 (1991).  
 [31] В.А. Кособукин. ФТТ **36**, 3015 (1994).  
 [32] В.А. Кособукин. ФТТ **34**, 3107 (1992).  
 [33] P.B. Johnson, R.W. Christy. Phys. Rev. B **6**, 4370 (1972).  
 [34] D.E. Aspnes, A.A. Studna. Phys. Rev. B **27**, 985 (1983).  
 [35] R. Taubert, D. Dregely, T. Stroucken, A. Christ, H. Giessen. Nature Commun. 3:691 doi: 10.1038/ncomms1694 (2012).  
 [36] E.L. Ivchenko, M. Willander. Phys. Status Solidi B **215**, 199 (1999).  
 [37] L.I. Deych, A.A. Lisyansky. Phys. Rev. B **62**, 4242 (2000).