

# Фазовые напряжения, индуцированные $\gamma \Rightarrow \alpha$ превращением в поликристалле железа

© А.А. Зисман<sup>\*,\*\*</sup>, А.А. Васильев<sup>\*</sup>

<sup>\*</sup> Санкт-Петербургский государственный политехнический университет, 195251 Санкт-Петербург, Россия

<sup>\*\*</sup> Центральный научно-исследовательский институт конструкционных материалов „Прометей“, 193015 Санкт-Петербург, Россия

E-mail: vasilyev\_aa@mail.ru

(Поступила в Редакцию 23 марта 2004 г.)

В окончательной редакции 8 апреля 2004 г.)

На основании упругопластической модели сферического включения проведен анализ эволюции фазовых напряжений, возникающих в процессе  $\gamma \Rightarrow \alpha$  превращения в поликристаллическом железе. В качестве включения на начальной и заключительной стадиях превращения рассматриваются соответственно изолированные области  $\alpha$ -фазы (феррит) и  $\gamma$ -фазы (аустенит). Напряжения рассчитываются с учетом пластического течения в сферическом слое („матрице“) вокруг этих включений. Найденная зависимость гидростатических фазовых напряжений от объемной доли феррита предполагает, что они замедляют начальную стадию превращения и ускоряют его завершающую стадию.

## 1. Введение

В железе и сплавах на его основе  $\gamma \Rightarrow \alpha$  превращение сопровождается относительным увеличением объема, средняя величина которого в характерном температурном интервале превращения (600–800°C) составляет примерно 0.015 [1]. Возникающие при этом реактивные напряжения настолько велики, что неизбежно вызывают пластическое течение одной из фаз (в зависимости от стадии превращения). На начальной стадии, когда изолированные зародыши  $\alpha$ -фазы (феррита) находятся в состоянии всестороннего („гидростатического“) сжатия, значительные сдвиговые напряжения и пластическое течение в основном сосредотачиваются в окружающих слоях  $\gamma$ -фазы (аустенита). Напротив, на заключительной стадии превращения, когда „островки“ остаточного аустенита оказываются изолированными и находятся в состоянии гидростатического растяжения, сдвиговые напряжения и пластичность характерны для окружающих слоев феррита [1–3]. При этом на любой стадии превращения уровень фазовых напряжений в обеих фазах контролируется локальным напряжением течения той фазы, которая в данный момент образует связную матрицу.

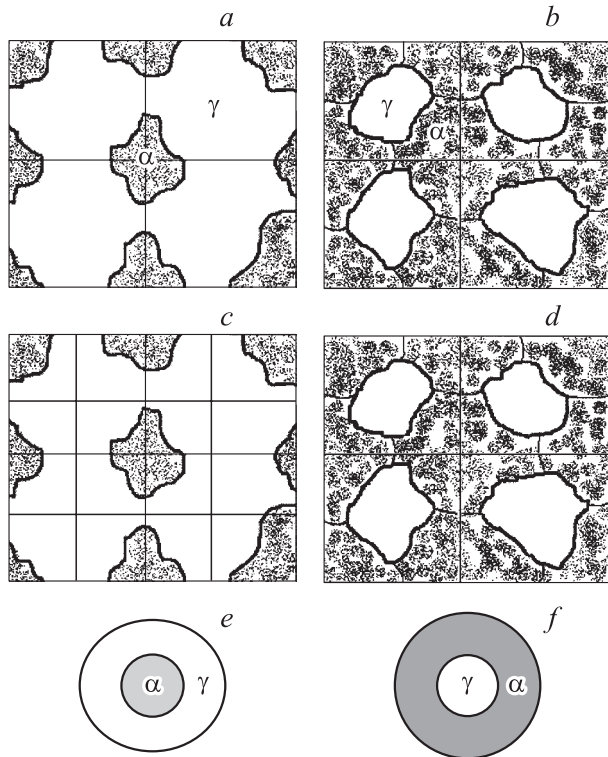
Гидростатические напряжения во взаимодействующих фазах, эволюционирующие в процессе превращения, могут влиять на их относительную термодинамическую стабильность и, таким образом, на кинетику превращения в целом. Косвенным экспериментальным подтверждением такого эффекта является прежде всего сильное влияние внешнего давления на скорость  $\gamma \Rightarrow \alpha$  превращения в железе и его сплавах [1]. Кроме того, согласно недавно опубликованным экспериментальным данным [4], без учета упругой энергии, связанной с фазовыми напряжениями, не удастся объяснить характерные особенности кинетики превращения. Между тем

приемлемые строгие оценки рассматриваемых напряжений с учетом их эволюции в зависимости от морфологии и объемной доли превращенной фазы до сих пор отсутствуют. Эта проблема, весьма актуальная с теоретической точки зрения, представляет также особый практический интерес в связи с исключительной ролью  $\gamma \Rightarrow \alpha$  превращения в формировании структуры сталей путем термообработки.

Цель настоящей работы — анализ фазовых напряжений в ходе  $\gamma \Rightarrow \alpha$  превращения с помощью количественной модели, учитывающей их пластическую аккомодацию в зависимости от морфологических особенностей двухфазной структуры на разных стадиях превращения. При этом для упрощения анализа ограничимся случаем образования феррита с полигональными (равноосными) зёрнами, которые зарождаются преимущественно в стыках и на границах между исходными зёрнами аустенита.

## 2. Напряжения и пластическая аккомодация в модели сферического включения

При моделировании морфологии двухфазной структуры учтем, что ферритная фаза преимущественно зарождается в стыках аустенитных зёрен (рис. 1, *a*). В процессе последующего роста зародышей, происходящего с повышенной скоростью вдоль границ этих зёрен, на некоторой стадии превращения формируется связный ферритный каркас с островками остаточного аустенита (рис. 1, *b*). Таким образом, как на начальной, так и на завершающей стадии превращения структура материала может быть представлена совокупностью двухфазных ячеек, в которых „включения“ соответственно являются ферритными или аустенитными. Полагая такие ячейки идентичными (рис. 1, *c, d*), пренебрежем их взаимным



**Рис. 1.** Схематичное двумерное представление морфологии двухфазной структуры поликристалла железа, возникающей в процессе  $\gamma \Rightarrow \alpha$  превращения. *a, b* — начальная и завершающая стадии превращения соответственно (тонкие прямые линии изображают границы зерен аустенита); *c, d* — двухфазные структурные ячейки (жирные прямые линии); *e, f* — расчетные ячейки модельной двухфазной структуры.

стеснением, т.е. будем считать каждую из них свободной. Кроме того, упрощая проблему, рассмотрим сферические ячейки (рис. 1, *e, f*). Напряжения, вычисляемые для рассматриваемых модельных ячеек (рис. 1, *e, f*), необходимо „сшить“ при некоторой объемной доле феррита  $f^*$ , при которой исходно связанная аустенитная матрица распадается на изолированные квазисферические области. Ограничиваясь приближенной геометрической оценкой, положим  $f^* \approx 0.2$ .

Рассмотрим модельную сферическую ячейку радиусом  $R$  (рис. 2), которая содержит концентрическое включение радиусом  $r_0$ , испытывавшее неупругую дилатацию  $\delta$ . Возникающие при этом напряжения могут приводить к пластической деформации материала матрицы в некотором сферическом слое, прилегающем к включению (рис. 2). В силу симметрии задачи для сферических компонент напряжений справедливы следующие равенства:  $\sigma_\varphi = \sigma_\theta = \sigma_r$  ( $0 \leq r < r_0$ ) и  $\sigma_\varphi = \sigma_\theta$  ( $r_0 \leq r \leq R$ ), причем для напряжений в пластической зоне ( $r_0 \leq r \leq r_p$ ) выполняется условие пластичности [5]:  $\sigma_{\text{eq}} = \sigma_\varphi - \sigma_r = \sigma_s$ , где  $\sigma_{\text{eq}}$  — эквивалентное деформирующее напряжение, а  $\sigma_s$  — предел текучести материала матрицы. С учетом приведенных соотноше-

ний гидростатические напряжения  $\sigma_0 = (\sigma_\varphi + \sigma_\theta + \sigma_r)/3$  внутри включения ( $\sigma_0^i$ ) и в пластической зоне ( $\sigma_0^m$ ) соответственно равны

$$\sigma_0^i = \sigma_\varphi = \sigma_\theta = \sigma_r, \quad 0 \leq r < r_0, \quad (1)$$

$$\sigma_0^m = \sigma_r + \frac{2}{3} \sigma_s, \quad r_0 \leq r \leq r_p. \quad (2)$$

Определим напряжения во включении и в слоях матрицы, непосредственно прилегающих к нему, с учетом их пластической аккомодации. При выполнении условия пластичности из соотношений (1)–(2) следует, что для всех компонент напряжений разности их значений на границе пластической зоны и на поверхности включения одинаковы:  $\sigma_\varphi(r_p) - \sigma_\varphi(r_0) = \sigma_r(r_p) - \sigma_r(r_0) = \sigma_0(r_p) - \sigma_0(r_0) = \Delta\sigma$ . Следуя [5], для определения  $\Delta\sigma$  запишем в сферических координатах уравнение упругого равновесия в пластической зоне

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} - \frac{2\sigma_s}{r} = 0, \quad (3)$$

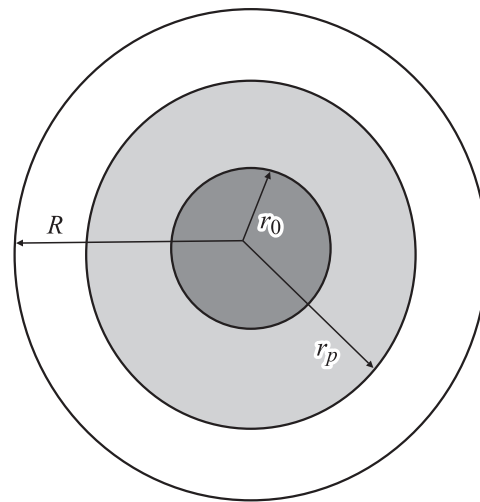
откуда получим  $\Delta\sigma = 2\sigma_s \ln(r_p/r_0)$ . На основании этого результата, учитывая уравнения (1)–(2), найдем однородные напряжения во включении ( $0 \leq r < r_0$ )

$$\sigma_r = \sigma_\varphi = \sigma_\theta = \sigma_0 = \sigma_r(r_p) - 2\sigma_s \ln\left(\frac{r_p}{r_0}\right) \quad (4)$$

и локальные напряжения на внутренней границе пластической зоны ( $r = r_0 + 0$ )

$$\sigma_r = \sigma_\varphi - \sigma_s = \sigma_0 - \frac{2}{3} \sigma_s = \sigma_r(r_p) - 2\sigma_s \ln\left(\frac{r_p}{r_0}\right). \quad (5)$$

Таким образом, задача для напряжений вблизи границы раздела матрица–включение сводится к нахождению радиальных напряжений  $\sigma_r(r_p)$  на внешней границе пластической зоны.



**Рис. 2.** Сферическая двухфазная ячейка включение–матрица с зоной пластической аккомодации фазовых напряжений.  $r_0$ ,  $r_p$  и  $R$  — радиусы включения, зоны пластической аккомодации и матрицы соответственно.

По мере роста объемной доли включения  $f = (r_0/R)^3$  граница пластической зоны приближается к внешней границе рассматриваемой ячейки и достигает ее ( $r_p = R$ ) при некотором значении  $f = f_1$ . После этого ( $f \geq f_1$ ), с учетом выражений (4) и (5) и ввиду отсутствия радиальных напряжений на свободной поверхности, напряжения вблизи границы включения оказываются равными

$$\sigma_r = \sigma_\varphi = \sigma_0 = \frac{2}{3} \sigma_s \ln(f), \quad r < r_0, \quad (6)$$

$$\sigma_r = \sigma_\varphi - \sigma_s = \sigma_0 - \frac{2}{3} \sigma_s = \frac{2}{3} \sigma_s \ln(f), \quad r = r_0 + 0. \quad (7)$$

Теперь остается найти величину  $f_1$  и определить напряжения в интервале объемных долей  $0 \leq f < f_1$ . Для этого рассмотрим в качестве включения в сфере радиусом  $R$  упруго-пластическую область радиусом  $r_p$  и учтем, следуя [6], что вблизи этого включения ( $r = r_0 + 0$ ) выполняется соотношение

$$\frac{\sigma_\varphi}{\sigma_r} = -\frac{1/2 + r_p^3/R^3}{1 - r_p^3/R^3}. \quad (8)$$

Имея в виду условие пластичности, получим

$$\begin{aligned} \sigma_r(r_p) &= -\frac{2}{3} \sigma_s \left(1 - \frac{r_p^3}{R^3}\right), \\ \sigma_\varphi(r_p) &= \frac{1}{3} \sigma_s \left(1 + \frac{2r_p^3}{R^3}\right). \end{aligned} \quad (9)$$

В то же время, согласно [6],  $\sigma_r(r_p)$  можно выразить через дилатацию  $\delta^*$  рассматриваемого эффективного „включения“ радиусом  $r_p$  следующим образом

$$\sigma_r(r_p) = -\frac{4}{9} \frac{G\delta^*(1+\nu)(1 - r_p^3/R^3)}{(1-\nu)}. \quad (10)$$

Из (9) и (10) следует, что

$$\delta^* = \frac{3}{2} \frac{\sigma_s(1-\nu)}{G(1+\nu)}. \quad (11)$$

Результирующая дилатация  $\delta^*$  свободной ( $\sigma_r(r_p) = 0$ ) сферы радиуса  $r_p$  складывается из неупругой деформации  $\delta$  в области  $0 \leq r \leq r_0$  и неоднородной упругой деформации во всем интервале  $0 \leq r \leq r_p$ . Радиальная упругая деформация в сферическом слое  $r_0 \leq r \leq r_p$  равна

$$\varepsilon_r^{el}(r) = \frac{\sigma_s(1-2\nu)}{G(1+\nu)} \ln\left(\frac{r}{r_p}\right) - \frac{\sigma_s\nu}{G(1+\nu)}, \quad (12)$$

а ее среднее значение выражается как

$$\langle \varepsilon_r^{el} \rangle = \frac{\sigma_s(1-2\nu)}{G(1+\nu)} \left( \frac{r_0}{r_p - r_0} \ln\left(\frac{r_p}{r_0}\right) - 1 \right) - \frac{\sigma_s\nu}{G(1+\nu)}. \quad (13)$$

При этом, согласно (4), однородная радиальная упругая деформация во включении ( $0 \leq r \leq r_p$ ) равна

$$\varepsilon_r^{el} = \frac{\sigma_s(1-2\nu)}{G(1+\nu)} \ln\left(\frac{r_0}{r_p}\right). \quad (14)$$

Учитывая упругие деформации (13) и (14), а также неупругую дилатацию включения, получим следующее выражение для  $\delta^*$

$$\delta^* = \frac{r_0}{r_p} \delta - 3 \frac{\sigma_s(1-\nu)}{G(1+\nu)} \left(1 - \frac{r_0}{r_p}\right). \quad (15)$$

Наконец на основании выражений (11) и (15) найдем относительную протяженность пластической зоны

$$X = \frac{r_p}{r_0} = \frac{2}{9} \frac{G(1+\nu)\delta}{\sigma_s(1-\nu)} + \frac{2}{3}. \quad (16)$$

Искомое выражение для объемной доли  $f_1$ , при которой пластическая зона достигает внешней поверхности ( $r_p = R$ ), имеет вид

$$f_1 = X^{-3} = \left\{ \frac{2}{9} \frac{G(1+\nu)\delta}{\sigma_s(1-\nu)} + \frac{2}{3} \right\}^{-3}. \quad (17)$$

В результате, подставляя (11) в (10) и учитывая (5), получим

$$\begin{aligned} \sigma_0(r_0) &= -\frac{2}{3} \sigma_s(1 - X^3 f) - 2\sigma_s \ln X \\ &= \frac{2}{3} \sigma_s \left[ \ln(f_1) + \frac{f}{f_1} - 1 \right]. \end{aligned} \quad (18)$$

Таким образом, напряжения у границы включения в интервале объемных долей  $0 \leq f \leq f_1$  определяются выражениями

$$\sigma_r = \sigma_\varphi = \sigma_0 = \frac{2}{3} \sigma_s \left[ \ln(f_1) + \frac{f}{f_1} - 1 \right], \quad 0 \leq r < r_0, \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \sigma_r = \sigma_\varphi - \sigma_s &= \sigma_0 - \frac{2}{3} \sigma_s \\ &= \frac{2}{3} \sigma_s \left[ \ln(f_1) + \frac{f}{f_1} - 1 \right], \quad r = r_0 + 0. \end{aligned} \quad (20)$$

Заметим, что основные результаты (6), (7) и (19), (20) данного раздела получены в предположении о постоянстве предела текучести  $\sigma_s$ , т.е. об „идеальной пластичности“ материала. Это приближение представляется приемлемым, так как аккомодационная пластическая деформация при превращении не превышает величины  $\delta = 0.01-0.02$ , которой вполне можно пренебречь с точки зрения деформационного упрочнения. Обратим внимание на то, что величина  $\delta$ , а также значения упругих констант материала влияют на величину результирующих напряжений лишь при малой объемной доле включения ( $0 \leq f \leq f_1$ ), поскольку от этих величин

зависит значение параметра  $f_1$ . Если же объемная доля включения достаточно велика ( $f > f_1$ ), чтобы пластическая зона достигала свободной поверхности, то, согласно (6) и (7), при заданной величине  $f$  рассматриваемые напряжения зависят исключительно от предела текучести матрицы.

### 3. Результаты расчета фазовых напряжений и их обсуждение

Применим результаты, полученные в предыдущем разделе, для вычисления фазовых напряжений, возникающих в ходе превращения. При объемной доле феррита  $0 \leq f < f^* \approx 0.2$ , пока аустенитная фаза непрерывна (рис. 1, а), в формулах (6), (7) и (19), (20) в качестве  $\sigma_s$  следует использовать предел текучести аустенита  $\sigma_s^\gamma$ . При  $f^* < f \leq 1$  изолированные аустенитные области оказываются погружены в непрерывную ферритную матрицу, т.е. неупругая дилатация включений меняет знак и становится отрицательной. В этом случае в указанные выше формулы вместо  $\sigma_s$  нужно подставить предел текучести феррита  $\sigma_s^\alpha$ , поменять знаки всех компонент напряжений и вместо  $f$  использовать  $1 - f$  (объемная доля аустенита). Таким образом, в четырех характерных интервалах объемной доли феррита выражения для фазовых напряжений вблизи межфазной границы принимают следующий вид.

При  $0 \leq f \leq f_1$

$$\sigma_r^\alpha = \sigma_\phi^\alpha = \sigma_0^\alpha = \frac{2}{3} \sigma_s^\gamma \left[ \ln(f_1) + \frac{f}{f_1} - 1 \right],$$

$$\sigma_r^\gamma = \sigma_\phi^\gamma - \sigma_s^\gamma = \sigma_0^\gamma - \frac{2}{3} \sigma_s^\gamma = \frac{2}{3} \sigma_s^\gamma \left[ \ln(f_1) + \frac{f}{f_1} - 1 \right]. \quad (21)$$

При  $f_1 \leq f < f^*$

$$\sigma_r^\alpha = \sigma_\phi^\alpha = \sigma_0^\alpha = \frac{2}{3} \sigma_s^\gamma \ln(f),$$

$$\sigma_r^\gamma = \sigma_\phi^\gamma - \sigma_s^\gamma = \sigma_0^\gamma - \frac{2}{3} \sigma_s^\gamma = \frac{2}{3} \sigma_s^\gamma \ln(f). \quad (22)$$

При  $f^* \leq f < f_2$

$$\sigma_r^\gamma = \sigma_\phi^\gamma = \sigma_0^\gamma = -\frac{2}{3} \sigma_s^\alpha \ln(1 - f),$$

$$\sigma_r^\alpha = \sigma_\phi^\alpha + \sigma_s^\alpha = \sigma_0^\alpha + \frac{2}{3} \sigma_s^\alpha = -\frac{2}{3} \sigma_s^\alpha \ln(1 - f). \quad (23)$$

При  $f_2 \leq f \leq 1$

$$\sigma_r^\gamma = \sigma_\phi^\gamma = \sigma_0^\gamma = -\frac{2}{3} \sigma_s^\alpha \left[ \ln(1 - f) + \frac{f - f_2}{f_2 - 1} \right],$$

$$\sigma_r^\alpha = \sigma_\phi^\alpha + \sigma_s^\alpha = \sigma_0^\alpha + \frac{2}{3} \sigma_s^\alpha$$

$$= -\frac{2}{3} \sigma_s^\alpha \left[ \ln(1 - f) + \frac{f - f_2}{f_2 - 1} \right]. \quad (24)$$

Значения  $f_1$  и  $(1 - f_2)$  определяются с помощью выражения (17) при  $\sigma_s = \sigma_s^\gamma$  и  $\sigma_s = \sigma_s^\alpha$  соответственно.

Проведем количественную оценку фазовых напряжений на основании полученных соотношений. Как следует из (21)–(24) и (17), для этого необходимо предварительно определить величины пределов текучести и модулей сдвига фаз в интервале температур  $\gamma \Rightarrow \alpha$  превращения. Напряжения течения оценим, используя карты деформации Эшби [7] для поликристаллического железа и низколегированной стали. В температурном интервале превращений (700–800°C) для скоростей деформации  $10^{-4} - 10^{-3} \text{ s}^{-1}$  получим:  $\sigma_s^\gamma \approx 100$ ,  $\sigma_s^\alpha \approx 200$  МПа. Заметим, что локальные напряжения течения фаз могут оказаться выше приведенных значений макроскопического предела текучести, поэтому фактически речь идет о нижней оценке. Модули сдвига определим на основании экспериментальных данных по температурной зависимости модулей Юнга феррита и аустенита [8]. Принимая коэффициент Пуассона  $\nu = 0.3$ , для модулей сдвига фаз при 750°C получим  $G^\gamma = 5.7 \cdot 10^4$ ,  $G^\alpha = 6.0 \cdot 10^4$  МПа. Объемный эффект превращения  $\delta$  примем равным 0.015 [1].

Значения объемных долей  $f_1$  и  $f_2$ , рассчитанные на основе (17), составляют соответственно 1.3 и 94%. Последнее означает, что практически во всем интервале долей превращения расчет фазовых напряжений можно проводить по формулам (22) и (23).

Эволюция гидростатических напряжений вблизи межфазной границы в ходе  $\gamma \Rightarrow \alpha$  превращения представлена на рис. 3. Скачки напряжений при  $f = f^*$  обусловлены упрощающим предположением о сферичности ферритных областей вплоть до момента их объединения в связную матрицу. Вместе с тем скачок напряжений сильно выражен лишь для аустенитной фазы и почти незаметен для феррита. В соответствии с рис. 3 в начале превращения обе фазы испытывают значительное гидростатическое сжатие, но после образования связной ферритной матрицы изолированные области аустенита сразу оказываются в состоянии гидростатического растяжения. Соответствующие напряжения растут по мере

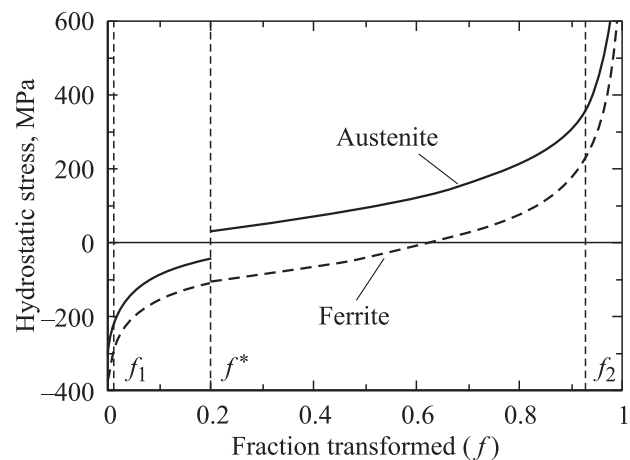


Рис. 3. Гидростатические фазовые напряжения в феррите ( $\alpha$ ) и аустените ( $\gamma$ ) вблизи межфазной границы в зависимости от объемной доли феррита.

превращения, а на его завершающей стадии ( $f > 0.8$ ) превышают по величине предел текучести феррита. Гидростатические напряжения в феррите до середины превращения остаются сжимающими и меняют знак лишь при  $f \approx 0.6$ . Следует отметить, что значительные градиенты гидростатических напряжений, существующие на протяжении всего превращения, могут вызвать потоки вакансий и, следовательно, некоторую дополнительную релаксацию фазовых напряжений. Однако такого рода эффекты требуют отдельного рассмотрения.

Оценим влияние фазовых напряжений на эффективную движущую силу превращения  $\Delta G_{\gamma \rightarrow \alpha}^*$ , принимая во внимание работу  $A_\sigma$ , совершаемую гидростатическими напряжениями в аустените вследствие объемного эффекта превращения. Для эффективной движущей силы получим

$$\Delta G_{\gamma \rightarrow \alpha}^* = \Delta G_{\gamma \rightarrow \alpha}^{\text{ch}} + A_\sigma = \Delta G_{\gamma \rightarrow \alpha}^{\text{ch}} + \sigma_0^\gamma \delta, \quad (25)$$

где  $\Delta G_{\gamma \rightarrow \alpha}^{\text{ch}}$  — химическая движущая сила ( $\Delta G_{\gamma \rightarrow \alpha}^{\text{ch}} < 0$ ),  $\sigma_0^\gamma$  — гидростатическое напряжение в аустените вблизи межфазной границы. Учитывая характер изменения  $\sigma_0^\gamma$  в ходе превращения (верхняя кривая на рис. 3), на основании (25) можно заключить, что рассматриваемые напряжения замедляют начальную стадию превращения ( $f < f^*$ ) и, напротив, ускоряют превращение на его промежуточной и заключительной стадиях ( $f > f^*$ ).

Величину эффекта оценим, воспользовавшись результатами расчета химической движущей силы в сплаве Fe + 2%Mn, приведенными в работе [4]. При скорости охлаждения  $0.5^\circ\text{C/s}$  имеем  $\Delta G_{\gamma \rightarrow \alpha}^{\text{ch}}(f = 0.1) \approx -31$ ,  $\Delta G_{\gamma \rightarrow \alpha}^{\text{ch}}(f = 0.9) \approx -123 \text{ J/mole}$ . С другой стороны, принимая  $\delta = 0.015$  для величины работы гидростатических напряжений при соответствующих объемных долях феррита получим:  $A_\sigma(f = 0.1) \approx 22$ ;  $A_\sigma(f = 0.9) \approx 35 \text{ J/mole}$ . Согласно приведенным оценкам, относительный вклад фазовых напряжений в эффективную движущую силу превращения ( $A_\sigma/|\Delta G_{\gamma \rightarrow \alpha}^{\text{ch}}|$ ) составляет около 70 и 30% при объемных долях феррита, соответственно равных 10 и 90%.

Таким образом, рассмотренные в данной работе фазовые напряжения могут заметно влиять на кинетику  $\gamma \Rightarrow \alpha$  превращения и должны учитываться при его количественном моделировании.

## Список литературы

- [1] Б.Я. Любов. Кинетическая теория фазовых превращений. Металлургия, М. (1969).
- [2] A. Rizk, D.L. Bourell. Scripta Met. **50**, 1321 (1982).
- [3] N.C. Goel, S. Sangal, K. Tangri. Metallurgical Transactions **16A**, 11, 2013 (1985).
- [4] A.T.W. Kempen, F. Sommer, E.J. Mittemeijer. Acta Mater. **50**, 3545 (2002).
- [5] Л.М. Качанов. Основы теории пластичности. Наука, М. (1969). 420 с.

- [6] К. Теодосиу. Упругие модели дефектов в кристаллах. Мир, М. (1985). 352 с.; Континуальная теория дислокаций. ИЛ, М. (1963). 247 с.
- [7] К.Дж. Фрост, М.Ф. Эшби. Карты механизмов деформации. Металлургия, Челябинск (1989).
- [8] Металловедение. Сталь. Справочник. Том. 1.2 / Под редакцией М.Л. Бернштейна. Металлургия, М. (1995).