

03

## Особенности недорасширенной импульсной импактной газодисперсной струи с высокой концентрацией частиц

© Д.В. Садин, С.Д. Любарский, Ю.А. Гравченко

Военно-космическая академия им. А.Ф. Можайского,  
197198 Санкт-Петербург, Россия  
e-mail: sadin@yandex.ru

(Поступило в Редакцию 17 марта 2016 г. В окончательной редакции 9 июня 2016 г.)

Представлены результаты численного моделирования натекания недорасширенной импульсной газодисперсной струи с высокой концентрацией частиц на жесткую неограниченную в поперечном направлении преграду. Изучены характерные особенности такого взаимодействия, в частности, „аномальное“ образование ударно-волновой структуры двухфазного потока на дозвуковой скорости по несущему газу и развитие автоколебаний.

DOI: 10.21883/JTF.2017.01.44013.1809

### Введение

Исследования струйных течений газодисперсных сред и взаимодействия их с преградами представляют интерес в технологических процессах нанесения покрытий, абразивной очистки поверхностей, применения средств порошкового пожаротушения и других областях современной техники и технологий. При этом эффективность их реализации требует детального изучения особенностей физических явлений как экспериментальными методами, так и с применением математических моделей и численного анализа.

Теоретическим аспектам струйных течений чистого газа и взаимодействию их с преградами посвящено значительное количество работ [1–3] и др. Меньше исследований и результатов относится к свободным и импактным струям газа, содержащим дисперсную фазу (твердые или жидкие частицы) [4–7]. Вопросы импульсного (волнового) истечения газодисперсной среды изучены в работах [8–11].

Настоящая работа посвящена исследованию натекания недорасширенной импульсной газодисперсной струи с высокой концентрацией частиц на жесткую неограниченную преграду.

### Постановка задачи

Рассматривается осесимметричная задача об импульсном истечении газодисперсной среды из цилиндрического канала длиной  $L_a$  и радиусом  $R_a$ . Начало системы координат находится на дне на оси симметрии канала. На некотором расстоянии  $L_w$  от среза канала перпендикулярно его оси симметрии расположена жесткая непроницаемая неограниченная в радиальном направлении стенка (преграда). В начальный момент времени  $t = 0$  канал отделен мембраной от окружающего воздуха и заполнен газом под избыточным давлением. Изучению подлежит течение газодисперсной среды, возникающее в момент времени  $t > 0$ .

### Основные уравнения

Для описания динамики гетерогенной среды используем подход взаимопроникающих континуумов [12]. Газ полагается идеальным и калорически совершенным. Дисперсная фаза рассматривается в виде псевдогаза хаотически движущихся монодисперсных шероховатых несжимаемых частиц. Каждая фаза имеет собственную макроскопическую скорость, температуру и давление. В рамках сделанных предположений система осредненных законов сохранения имеет вид [11]

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_i \mathbf{v}_i) &= 0, \\ \frac{\partial}{\partial t} (\rho_1 \mathbf{v}_1 + \rho_2 \mathbf{v}_2) + \nabla \cdot (\rho_1 \mathbf{v}_1 \mathbf{v}_1 + \rho_2 \mathbf{v}_2 \mathbf{v}_2) + \nabla (p + p_*) &= 0, \\ \frac{\partial}{\partial t} (\rho_2 \mathbf{v}_2) + \nabla \cdot (\rho_2 \mathbf{v}_2 \mathbf{v}_2) + \alpha_2 \nabla p + \nabla p_* &= \mathbf{F}_\mu, \\ \frac{\partial}{\partial t} (\rho_2 e_2) + \nabla \cdot (\rho_2 e_2 \mathbf{v}_2) &= Q + H_{sh}, \\ \frac{\partial}{\partial t} (\rho_2 k_2) + \nabla \cdot (\rho_2 k_2 \mathbf{v}_2) + p_* \nabla \cdot \mathbf{v}_2 &= H_M + \tilde{H}_\mu - H_\omega - H_\mu - H_{sh}, \\ \frac{\partial}{\partial t} (\rho_1 E_2 + \rho_2 K_2) + \nabla \cdot (\rho_1 E_1 \mathbf{v}_1 + \rho_2 K_2 \mathbf{v}_2) &+ \nabla \cdot [p(\alpha_1 \mathbf{v}_1 + \alpha_2 \mathbf{v}_2) + p_* \mathbf{v}_2] = -Q - H_{sh}, \\ \rho_i &= \rho_i^\circ \alpha_i \quad (i = 1, 2), \quad E_1 = e_1 + v_1^2/2, \\ K_2 &= k_2 + v_2^2/2, \quad E_2 = K_2 + e_2. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь и далее индексы 1 и 2 внизу относятся соответственно к параметрам несущей и дисперсной фаз, индекс  $\circ$  сверху относится к истинным значениям плотности,  $\nabla$  — оператор Гамильтона. Через  $\alpha_i$ ,  $\rho_i$ ,  $\mathbf{v}_i$ ,  $E_i$ ,  $e_i$ ,  $p$ ,  $p_*$ ,  $k_2$  обозначены объемная доля, приведенная плотность, вектор скорости, полная и внутренняя

энергии единицы массы  $i$ -й фазы, давление газа, эффективное давление и кинетическая энергия хаотического движения дисперсных частиц;  $\mathbf{F}_\mu, Q$  — соответственно вязкая составляющая силы межфазного взаимодействия, мощность теплообмена между газом и частицами в единице объема;  $H_M, \dot{H}_\mu, H_\omega, H_\mu, H_{sh}$  — соответственно мощности генерации хаотического движения частиц за счет действия сил Магнуса и вихревого обтекания газа, мощности диссипации хаотического вращения, поступательного движения и при соударениях дисперсных частиц;  $t$  — время.

Для замыкания системы (1) используем уравнения состояния идеального калорически совершенного газа и несжимаемых твердых частиц:

$$p = (\gamma_1 - 1)\rho_1^\circ e_1, p_* = (\gamma_* - 1)\rho_2 k_2 / [2\{1 - (\alpha_2/\bar{\alpha}_2)^{1/3}\}],$$

$$e_1 = c_{v1}T_1, e_2 = c_2T_2, \{\gamma_1, c_{v1}, c_2, \rho_2^\circ\} \equiv \text{const.}$$

Здесь  $T_1, T_2$  — температура несущей фазы и частиц;  $\gamma_1, c_{v1}$  — показатель адиабаты и удельная теплоемкость газа при постоянном объеме;  $c_2$  — удельная теплоемкость частиц;  $\gamma_*$  — аналог показателя адиабаты совершенного газа [12];  $\bar{\alpha}_2$  — объемная концентрация частиц при плотной упаковке.

Интенсивности межфазного трения и теплообмена  $\mathbf{F}_\mu, Q$  задаются на основе известных и апробированных для рассматриваемого класса задач эмпирических критериальных соотношений [12–14]. Мощность генерации энергии хаотического движения частиц за счет действия поперечных сил Магнуса на вращающиеся частицы  $H_M$  зададим в виде модели М.А. Гольдштика [12]. Для описания интенсивности генерации хаотического движения частиц  $\dot{H}_\mu$  из-за колебания продольной и поперечной сил вследствие вихревого обтекания частиц при  $Re_{12} > 10^2$  используем [15]. Учтем диссипативные механизмы перехода энергии хаотического вращения частиц  $H_\omega$ , хаотического поступательного движения частиц  $H_\mu$  в форму тепла во внутреннюю энергию газа, а также диссипацию кинетической энергии хаотического движения частиц при соударениях  $H_{sh}$  в виде [12].

### Начальные и граничные условия

Ввиду симметрии область определения задачи задавалась в верхнем правом квадранте:  $\{0 \leq x < L_w\} \times \{0 \leq y < +\infty\}$ . Примем следующие кусочно-постоянные начальные условия: в канале  $\{0 \leq x \leq L_a\} \times \{0 \leq y \leq R_a\}$  — параметры фаз с равномерным распределением:  $\mathbf{v}_i^{(1)} = 0, p^{(1)} = 1.9 \cdot 10^6 \text{ Pa}, T_i^{(1)} = 293 \text{ K}, \rho_2^\circ = 2650 \text{ kg/m}^3, k_2^{(1)} = 1 \text{ J/kg}$ ; в остальной части невозмущенный воздух —  $\mathbf{v}_i^{(0)} = 0, p^{(0)} = 10^5 \text{ Pa}, T_i^{(0)} = 293 \text{ K}, \alpha_2^{(0)} = 10^{-10}, k_2^{(0)} = 1 \text{ J/kg}$ . Размеры канала заданы  $L_a = 0.8 \text{ m}, R_a = 0.05 \text{ m}$ , а положение преграды  $L_m$ , диаметр частиц  $d_2$  и их концентрация  $a_2$  варьировали, их значения приведены ниже. Краевые условия задачи задавались следующим образом: на стенках канала, преграде и оси симметрии — условия непротекания, на внешних границах (на бесконечности) — параметры невозмущенной атмосферы.

### Численная модель

Поставленная задача решалась в цилиндрической системе координат на равномерной сетке с шагом  $h$ . Для численного моделирования недорасширенной импульсной импактной газодисперсной струи с высокой концентрацией частиц использовалась высокоустойчивая ( $K$ -устойчивая [16]) разностная схема TVD-типа с ограничителем Superbee [17] и адаптивной искусственной вязкостью с учетом градиентов решения  $O(h^2)$ . Межфазные взаимодействия рассчитывались по полуневявной схеме [18].

Разностные условия непротекания в схеме реализованы со вторым порядком точности  $O(h^2)$ . Условия на бесконечности в разностной задаче моделировались условиями свободного стока с увеличением шага сетки в направлении внешней границы по закону  $h'_{j+1} = h'_j + 0.1h$  ( $j$  — номер ячейки сетки в направлении границы) и с контролем (минимизацией) их влияния на разностное решение внутри расчетной области.

### Результаты расчетов и их обсуждение

#### Верификация модели

Адекватность модели и качество разностной схемы проверялись путем сравнения расчетов стационарных и импульсных недорасширенных струй газа и газодисперсной смеси с опытными наблюдениями.

На рис. 1, *b* представлена экспериментальная визуализация начального участка сверхзвуковой недорасширенной струи воздуха с параметрами в выходном сечении сопла [3]:  $Ma_a = 1.72, n = 2.1, \varphi = 4^\circ$  ( $Ma_a$  — число Маха в выходном сечении,  $n$  — степень нерасчетности струи, равная отношению статического давления на срезе сопла к давлению окружающего воздуха,  $\varphi$  — полуугол конической сверхзвуковой части сопла). Результаты расчета по указанным исходным данным на равномерной сетке с шагом  $h = R_a/100$  ( $R_a$  — радиус выходного сечения сопла) приведены выше от оси симметрии (рис. 1, *a*). На рис. 2 показаны расчетные *a* и опытные [3] *b* данные натекания струи на преграду, расположенную на осевом расстоянии  $x/R_a = 4$  от сопла. Результаты

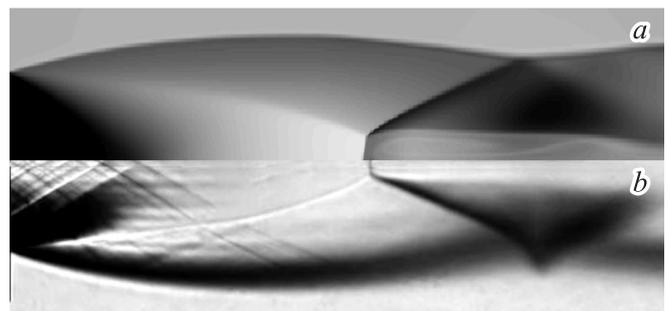


Рис. 1. Сравнение расчета (а) и эксперимента (б) для свободной недорасширенной сверхзвуковой струи газа.

численного моделирования удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными. Некоторые различия, например расчетный размер диска Маха, больше того, что наблюдается в опыте (рис. 1), объясняются наличием пограничного слоя в сопле и сдвигового слоя смещения в струе.

Авторами выполнен эксперимент по исследованию свободной импульсной воздушно-дисперсной струи, истекающей из цилиндрического канала. В начальный момент времени в канале находилась смесь просеянного многофракционного кварцевого песка в насыпном состоянии  $\alpha_2^{(1)} = 0.6$  и воздуха под избыточным давлением  $p^{(1)} = 1.9 \cdot 10^6$  Па. После удаления мембраны, отделяющей смесь от окружающей воздушной среды, происхо-

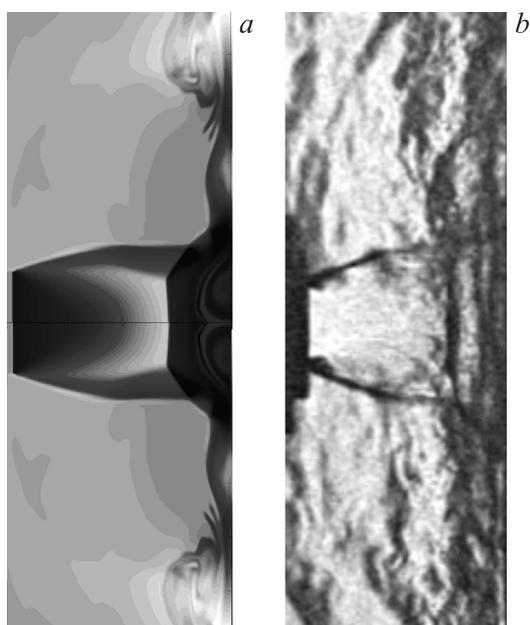


Рис. 2. Сравнение расчета (а) и эксперимента (b) для импультной недорасширенной сверхзвуковой струи газа.

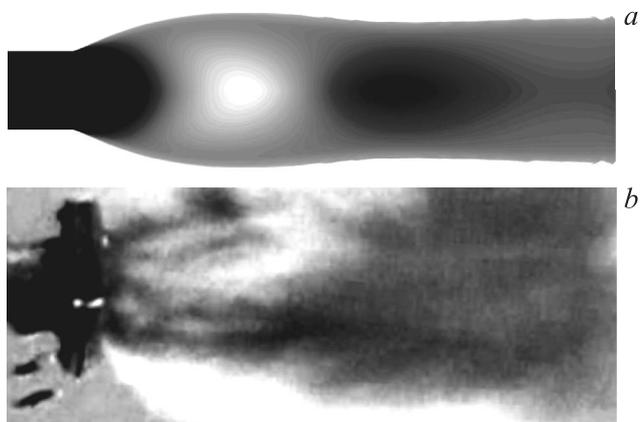


Рис. 3. Сравнение расчета (а) и эксперимента (b) для свободной недорасширенной импульсной струи смеси воздуха и полидисперсных частиц кварцевого песка.

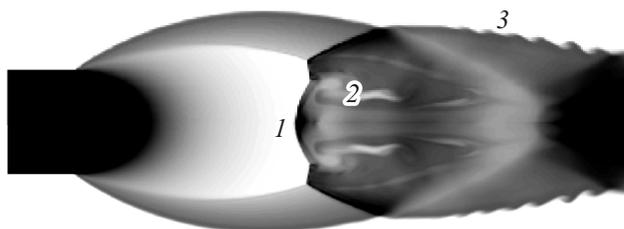


Рис. 4. Результат расчета начального участка свободной недорасширенной газодисперсной струи с начальным насыпным состоянием ( $\alpha_2^{(1)} = 0.5$ ).

дило импульсное нестационарное истечение двухфазной среды. На рис. 3 представлена фотография начального участка газодисперсной недорасширенной струи *b*, а выше визуализация расчета *a* в момент безразмерного времени (число Струхала)  $Sh = a_e t / L_a = 1.5$ , где  $a_e$  — скорость звука в двухфазной среде при скоростной и температурной равновесности [15]. Расчет был выполнен для монодисперсной смеси с диаметром частиц  $d_2 = 10 \mu\text{m}$ , полученным динамическим осреднением многофракционного состава песка для Стоксова закона обтекания.

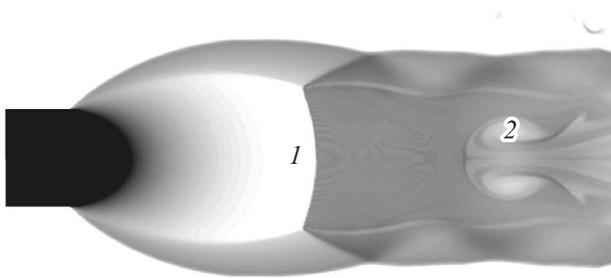
В численном решении выявляются особенности импульсной песчано-воздушной струи: образование „бочки“, чередование зон разрежения и уплотнения смеси. Размытый характер структуры течения объясняется тем, что размер зон межфазных релаксаций сопоставим с масштабом задачи, а также явлением хаотического движения частиц дисперсной фазы. Течение в струе существенно дозвуковое — максимальное число Маха по несущему газу составило  $M_{\text{max}}^{\text{exp}} = 0.277$ .

Тестирование разностной схемы путем сравнения численных и точных автомодельных решений в рамках равновесной двухфазной среды произведено в [17]. Кроме того, выполнялась проверка сходимости и воспроизводимости численных решений на сетках различного разрешения:  $h, h/2, h/4$ .

### Свободная газодисперсная струя (начальный участок)

Рассмотрим особенности свободной импульсной недорасширенной газодисперсной струи, истекающей из цилиндрического канала. Расчеты выполнены для смеси воздуха и монодисперсной фазы кварцевого песка с начальной объемной концентрацией  $\alpha_2^{(1)} = 0.5$  (рис. 4) и во взвешенном состоянии  $\alpha_2^{(1)} = 0.1$  (рис. 5). Здесь и ниже численные результаты получены на сетке  $h = R_a/50$  для частиц размером  $d_2 = 1 \mu\text{m}$  в момент безразмерного времени  $Sh = 1.5$ . Физически это соответствует тому, что волна разрежения после распада начального разрыва доходит до дна канала, отражается, но не успевает вернуться к его срезу.

Ввиду немалого удлинения канала  $L_a/2R_a = 8$  в рассматриваемый момент времени структурный элемент



**Рис. 5.** Результат расчета начального участка свободной недорасширенной газодисперсной струи с начальным взвешенным состоянием ( $\alpha_2^{(1)} = 0.1$ ).

начального участка струи „бочка“ практически сформировалась. При этом диск Маха  $I$  для случая начальной насыпной концентрации частиц (рис. 4) состоит из двух частей: выпуклой, обращенной против потока поверхности разрыва, в приосевой области течения, и вогнутой на периферии. Это связано с вихревым движением смеси  $2$ , которое примыкает к диску Маха вблизи оси симметрии. На внешней границе струи после волновой бочкообразной структуры вниз по потоку наблюдается развитие неустойчивости Кельвина–Гельмгольца  $3$ . Ударно-волновая структура, как было отмечено ранее [11], образуется на дозвуковом режиме течения (максимальное число Маха по несущему газу в расчетной области в момент безразмерного времени  $Sh = 1.5$  составляет  $M_{\max}^{(0.5)} = 0.241$ ). С уменьшением начальной объемной доли дисперсных частиц  $\alpha_2^{(1)} = 0.1$  вихревая структура (рис. 5, 2) смещается вниз по потоку, а диск Маха  $I$  приобретает вогнутую форму. Поток является также дозвуковым по несущему газу —  $M_{\max}^{(0.1)} = 0.702$ .

### Импактная газодисперсная струя

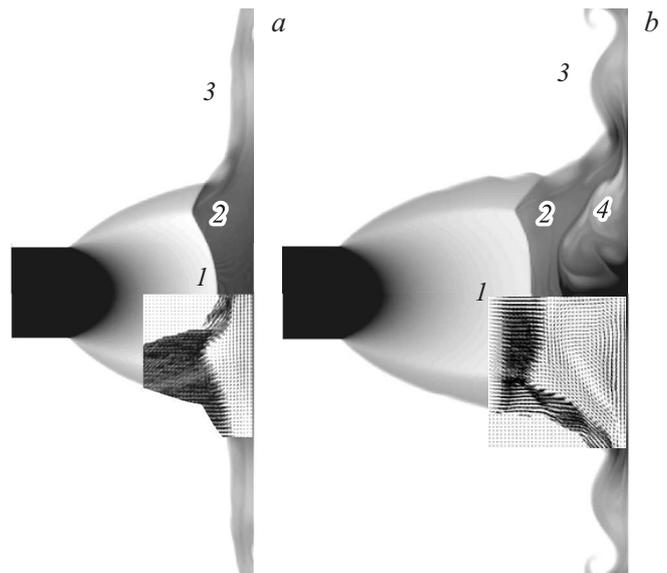
Рассмотрим два случая взаимодействия газодисперсной струи ( $\alpha_2^{(1)} = 0.1$ ) с жесткой непроницаемой преградой в момент безразмерного времени  $Sh = 1.5$ . В первом из них поместим преграду на осевом расстоянии от среза канала  $x' = (x - L_a)/R_a = 4$  до диска Маха  $I$  (рис. 5), образуемого в свободной струе. Во втором варианте — за диском Маха  $x'' = 6$ . Импактная двуфазная струя имеет три характерные области течения: область изобарической свободной струи  $I$ , область градиентного течения в зоне критической точки и разворота потока  $2$ , область пристенного радиального течения  $3$ .

В области  $I$  (рис. 6) картина течения соответствует свободной струе с образованием нерегулярного отражения и диска Маха. В области за скачком уплотнения смеси  $2$  растекание газодисперсного потока для рассматриваемых случаев положения преграды различаются между собой. Если преграда помещена до диска Маха в свободной струе  $x' = 4$ , то течение в этой области в момент безразмерного времени  $Sh = 1.5$  — безвихревое

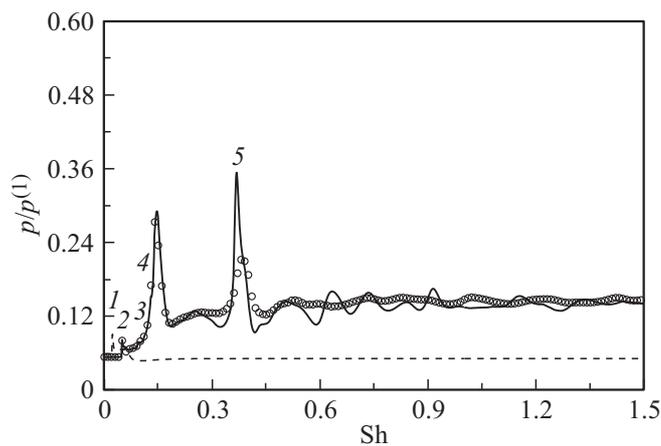
(рис. 6, *a*). Об этом свидетельствует фрагмент векторного поля скоростей дисперсной фазы, приведенный на этом рисунке ниже оси симметрии. В другом случае положения преграды (рис. 6, *b*) формируется возвратно-вихревая зона  $4$ .

Для анализа развития процесса натекания газодисперсной струи на преграду во времени поместим счетные датчики давления газа на оси симметрии: на безразмерном расстоянии  $x_{p0} = (x - L_a)/R_a = 2$  и в точках, соответствующих рассматриваемым вариантам положения преград  $x_{p1} = 4$  и  $x_{p2} = 6$ . На рис. 7 и 8 представлены относительные показания датчиков  $p/p^{(1)}$  в зависимости от безразмерного времени  $Sh$  с частотой дискретизации  $\Delta Sh = 0.001$ . Здесь сплошные кривые соответствуют изменениям относительного давления в точках  $x_{p1}$  (рис. 7) и  $x_{p2}$  (рис. 8), пунктирные кривые — в точке  $x_{p0}$ . Кроме того, кружками изображены расчетные данные в указанных положениях преград, полученные на грубой сетке  $h = R_a/25$ .

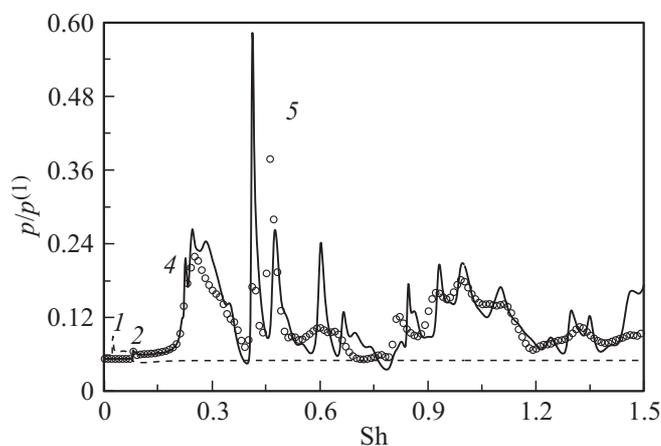
Начало истечения газодисперсной струи связано с распадом произвольного разрыва и распространением воздушной ударной волны, что фиксируется датчиками  $I$  (рис. 7 и 8) и отражением ее от преграды  $2$ , в том числе вторичной волны  $3$ . Затем происходит набегание двуфазной среды на преграду с образованием диска Маха  $4$ . Течение при  $Sh > 0.15$  в области неизобарической струи (до диска Маха) при указанных положениях преград становится стационарным, а параметры, как следует из сравнения относительных давлений в точке  $x_{p0} = 2$ , практически совпадают. В этой точке дозвуковой по несущему газу двуфазный поток не зависит от положения преграды вниз по течению. Это явление объясняется тем, что смесь газа с высокой концентрацией достаточ-



**Рис. 6.** Результат расчета импактной недорасширенной газодисперсной струи с начальным взвешенным состоянием ( $\alpha_2^{(1)} = 0.1$ ): *a* — преграда находится в точке  $x' = 4$ ; *b* — в точке  $x'' = 6$ .



**Рис. 7.** Изменения относительного давления  $p/p^{(1)}$  в характерных точках в зависимости от безразмерного времени  $Sh$  при положении преграды в точке  $x' = 4$ .



**Рис. 8.** Изменения относительного давления  $p/p^{(1)}$  в характерных точках в зависимости от безразмерного времени  $Sh$  при положении преграды в точке  $x'' = 6$ .

но мелких частиц и малым временем релаксации фаз ведет себя подобно эффективному газу с существенно меньшей скоростью звука, что отмечалось ранее для свободных струй газозвеси [11].

За диском Маха формируется область турбулентного вихревого растекания в радиальном направлении и развивается автоколебательный процесс 5 (рис. 7 и 8) более интенсивный вначале взаимодействия  $0.1 < Sh < 0.6$  и с меньшей амплитудой в дальнейшем. Для результатов расчетов, выполненных на сетках различного разрешения, наблюдается сходимость в неизобарической области течения 1 (рис. 6). В зоне вихреобразования численные данные коррелируют между собой, в частности, образование и движение (положение в различные моменты времени) вихревой структуры 2 (рис. 4 и 5) и 4 (рис. 6, b). Эти обстоятельства указывают на возможный автомодельный характер явления. Вместе с тем детальное изучение растекания газодисперсной среды требует отдельного рассмотрения с привлечением моделей турбулентности двухфазных потоков.

## Заключение

В рамках модели двухфазной среды с различием скоростей, давлений и температур фаз и с использованием высокоустойчивой разностной схемы второго порядка точности TVD-типа изучен процесс импульсного натекания недорасширенной струи с высокой концентрацией частиц на преграду. Выявлены характерные этапы и структурные свойства импактной газодисперсной струи: область ударно-волнового неизобарического дозвукового по несущему газу течения и растекания потока по преграде с возникновением автоколебаний. Отмечена двойная кривизна диска Маха в струе с начальной насыщенной концентрацией частиц, а также особенности течения в зоне разворота потока в зависимости от положения преграды.

## Список литературы

- [1] Дулов В.Г., Лукьянов Г.А. Газодинамика процессов истечения. Новосибирск: Наука, 1984. 232 с.
- [2] Бабарыкин К.В., Кузьмина В.Е., Матвеев С.К., Петрова В.Н. // Вестник СПбГУ. 2009. Сер. 1. Вып. 1. С. 59–67.
- [3] Запрягаев В.И., Солотчин А.В., Кавун И.Н., Яворский Д.А. // ПМТФ. 2011. Т. 52. № 5. С. 60–67.
- [4] Садин Д.В., Добролюбов А.Н., Зюзликов В.П., Могиленко К.В., Синильщиков Б.Е. // ПМТФ. 2008. Т. 48. № 3. С. 85–94.
- [5] Пахомов М.А., Терехов В.И. // ПМТФ. 2011. Т. 52. № 1. С. 119–131.
- [6] Пахомов М.А., Терехов В.И. // ЖТФ. 2013. Т. 83. Вып. 2. С. 36–42.
- [7] Семенов В.В., Волков А.Н. // Матер. VI Междунар. конф. по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ-2006). СПб., 26 июня–1 июля 2006. М.: Вузовская книга, 2006. С. 290–292.
- [8] Любарский С.Д., Иванов А.С. // ФГВ. 1989. № 3. С. 78–81.
- [9] Иванов А.С., Козлов В.В., Садин Д.В. // Изв. РАН. МЖГ. 1996. № 3. С. 60–66.
- [10] Садин Д.В. // ПМТФ. 1999. Т. 40. № 1. С. 151–157.
- [11] Садин Д.В., Гузенков В.О., Любарский С.Д. // ПМТФ. 2005. Т. 46. № 2. С. 91–97.
- [12] Нигматулин Р.И. Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука, 1978. 336 с.
- [13] Стернин Л.Е., Маслов Б.П., Шрайбер А.А., Подвысоцкий А.М. Двухфазные моно- и полидисперсные течения газа с частицами. М.: Машиностроение, 1980. 171 с.
- [14] Чудновский А.Ф. Теплообмен в дисперсных средах. М.: Гостехтеориздат, 1954. 444 с.
- [15] Садин Д.В. // ФГВ. 1999. Т. 35. № 5. С. 138–144.
- [16] Садин Д.В. // ММ. 2002. Т. 14. № 11. С. 43–53.
- [17] Садин Д.В. // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2014. Т. 15. Вып. 4 (10). С. 1–17.
- [18] Садин Д.В. // ЖВМиМФ. 1998. Т. 38. № 6. С. 1033–1039.