05,11

Неоднородное состояние Имри–Ма в системе с $O(n)$-симметрией, индуцированное примесями типа „случайная локальная анизотропия“

© А.А. Берзин[1], А.И. Морозов[¶,2], А.С. Сигов[1]

[1] Московский технологический университет (МИРЭА),
Москва, Россия
[2] Московский физико-технический институт (государственный университет),
Долгопрудный, Россия
[¶] E-mail: mor-alexandr@yandex.ru

(Поступила в Редакцию 18 апреля 2016 г.)

Найдены условия возникновения неоднородного состояния Имри-Ма в системе с n-компонентным векторным параметром порядка ($O(n)$-модели) в результате действия примесей типа „случайная локальная анизотропия“. Показано, что возникновение этого состояния возможно в случае, когда распределение направлений локальных осей анизотропии в пространстве параметра порядка близко к изотропному, и определена предельно возможная степень анизотропии распределения. В случае более анизотропного распределения направлений локальных осей дальний порядок в системе сохраняется и после введения в нее примесей данного типа.

Работа поддержана Минобрнауки РФ (госзадание, проект № 3.76.2014 К) и грантом Президента РФ НШ-8003.2016.

1. Введение

В своей ставшей классической работе [1] Имри и Ма пришли к выводу, что в пространстве размерности $d < 4$ в системе с непрерывной симметрией n-компонентного векторного параметра порядка ($O(n)$-модель) наличие примесей типа „случайное локальное поле“ сколь угодно малой концентрации ведет к исчезновению дальнего порядка и появлению неоднородного состояния, которое мы в дальнейшем будем называть состоянием Имри–Ма.

Впоследствии их аргументация была распространена на примеси типа „случайная локальная анизотропия“ [2,3].

В [4] при рассмотрении аморфного магнетика с подобными примесями вблизи точки фазового перехода было сформулировано положение о том, что изотропия беспорядка является существенным требованием для реализации неоднородного состояния Имри–Ма.

Этот факт в случае примесей типа „случайное локальное поле“ подтвержден в работе [5], в которой показано, что анизотропное распределение направлений случайных локальных полей примесей в пространстве параметра порядка ведет к возникновению квадратичной по величине случайного поля эффективной анизотропии, и получена оценка для константы анизотропии. Если величина данной константы превосходит критическое значение, полученное в работе [6], то неоднородное состояние Имри–Ма перестает быть энергетически выгодным, и разрушения дальнего порядка не происходит.

В случае двумерных $O(n)$-систем именно появлением эффективной анизотропии можно объяснить [7] возникновение в них дальнего порядка (порядок, индуцируемый случайными полями) [8,9].

Целью настоящей работы является проведение аналогичного исследования в системах с примесями типа „случайная локальная анизотропия“ с целью получения условий существования неоднородного состояния Имри–Ма в зависимости от степени неизотропности распределения направлений локальных легких осей анизотропии в пространстве параметра порядка.

2. Энергия системы классических спинов

Энергия обменного взаимодействия n-компонентных локализованных спинов $\mathbf{S}_i$, образующих d-мерную решетку, имеет вид

$$W_{\text{ex}} = -\sum_{i,j>i} J_{ij}\mathbf{S}_i\mathbf{S}_j, \tag{1}$$

где J_{ij} — обменный интеграл между i-м и j-м спинами, а суммирование ведется по всей решетке спинов.

Энергия взаимодействия спинов с дефектами типа „случайная локальная анизотропия“ равна

$$W_{\text{imp}} = -K_0\sum_l(\mathbf{S}_l\mathbf{n}_l)^2, \tag{2}$$

$K_0 > 0$ — константа случайной анизотропии, суммирование происходит по случайно расположенным в узлах решетки примесям, $\mathbf{n}_l$ — единичный вектор, задающий направление случайной легкой оси.

Переходя к непрерывному распределению параметра порядка $\boldsymbol{\eta}$, используем для энергии неоднородного обмена выражение [10]

$$\tilde{W}_{\text{ex}} = \frac{1}{2}\int d^d\mathbf{r}D\frac{\partial\boldsymbol{\eta}^{\perp}\partial\boldsymbol{\eta}^{\perp}}{\partial x_i\partial x_i}, \tag{3}$$

где $\boldsymbol{\eta} \sim \mathbf{S}_l/b^d$, b — междоузельное расстояние, $D \sim Jb^{2+d}$, J — обменный интеграл, описывающий взаимодействие ближайших соседей, а $\boldsymbol{\eta}^{\perp}(\mathbf{r})$ — составляющая параметра порядка, перпендикулярная его среднему значению $\boldsymbol{\eta}_0$.

Энергия взаимодействия с примесями имеет вид

$$W_{\text{imp}} = -b^d \int d^d\mathbf{r} K(\mathbf{r}) \big(\mathbf{n}(\mathbf{r})\boldsymbol{\eta}(\mathbf{r})\big)^2, \tag{4}$$

где

$$K(\mathbf{r}) = K_0 b^d \sum_l \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_l). \tag{5}$$

3. Неоднородное состояние Имри–Ма

Воспроизведем аргументы Имри и Ма в применении к примесям типа „случайная локальная анизотропия“. В случае существенно неколлинеарного распределения направлений локальных легких осей анизотропии в пространстве параметра порядка вследствие концентрационных флуктуаций в пространственной области системы с характерным размером L имеет место преобладание примесей с определенным направлением легких осей и возникает средняя анизотропия с постоянной

$$K_L \sim K_0 \sqrt{c} \left(\frac{b}{L}\right)^{d/2}, \tag{6}$$

где c — безразмерная концентрация примесей (их число в расчете на одну ячейку). При следовании вектора параметра порядка за флуктуациями направления легкой оси в пространстве имеет место выигрыш в объемной плотности энергии анизотропии по сравнению с однородным состоянием. Добавка к объемной плотности энергии составляет величину порядка

$$w_{\text{fl}} \sim \frac{-K_L S^2}{b^d} \sim -K_0 S^2 \sqrt{c} (bL)^{-d/2} \propto L^{-d/2}, \tag{7}$$

S — модуль вектора спина.

Вследствие возникновения при этом неоднородности параметра порядка объемная плотность обменной энергии возрастает на величину

$$w_{\text{ex}} \sim \frac{JS^2}{b^{d-2}L^2} \propto L^{-2}. \tag{8}$$

Таким образом, в пространстве размерности $d < 4$ длинноволновые (соответствующие большим L) флуктуации направления параметра порядка становятся энергетически выгодными и возникает неоднородное состояние Имри–Ма. Оптимальный размер L^*, отвечающий минимуму суммарной плотности энергии $w = w_{\text{fl}} + w_{\text{ex}}$, равен

$$L^* \sim b \left(\frac{J^2}{cK_0^2}\right)^{1/(4-d)}. \tag{9}$$

В состоянии Имри–Ма добавка к объемной плотности энергии однородного состояния составляет величину

$$w \sim -\frac{K_0 S^2}{b^d} c^{2/(4-d)} \left(\frac{K_0}{J}\right)^{d/(4-d)}. \tag{10}$$

В случае идеально изотропного распределения направлений легких осей в пространстве параметра порядка приведенная аргументация не вызывает никаких возражений.

Однако в случае анизотропного распределения направлений легких осей необходимо учитывать возникающую вследствие введения примесей анизотропию системы. В отличие от случая примесей типа „случайное локальное поле“, когда эффективная анизотропия возникала во втором порядке по величине случайного поля [5,7], в данном случае она возникает в первом порядке по константе K_0. Рассмотрим последовательно случаи $X-Y$-модели и модели Гейзенберга в трехмерном и двумерном пространстве.

4. $X-Y$-модель

Рассмотрим анизотропное распределение направлений легких осей примесей в пространстве двумерного параметра порядка вида

$$\rho(\mathbf{n}) = A[n_x^2 + (1+\varepsilon)n_y^2], \tag{11}$$

где $\rho(\mathbf{n})$ — плотность вероятности данного распределения, n_x и n_y — проекции вектора $\mathbf{n}$ на оси декартовой системы координат, а $\varepsilon > 0$ — мера асимметрии распределения.

Возникшая вследствие внедрения примесей эффективная глобальная анизотропия в пространстве параметра порядка K_{eff} определяется разностью энергий анизотропии однородно упорядоченных состояний с параметром порядка, параллельным осям y и x соответственно. В предельном случае коллинеарных локальных осей анизотропии примесей она максимальна и равна $K_{\text{eff}}^{\max} = cK_0$.

Усредняя по распределению (11), находим

$$\frac{K_{\text{eff}}}{K_{\text{eff}}^{\max}} = \frac{\varepsilon}{2(2+\varepsilon)}. \tag{12}$$

В случае $X-Y$-модели рассматриваемая асимметрия распределения легких осей индуцирует в системе глобальную анизотропию типа „легкая ось“. Если величина K_{eff} превосходит критическое значение, то состояние с дальним порядком остается основным. В самом деле, чтобы следовать за пространственными флуктуациями направления легкой оси, параметру порядка приходится отклоняться от глобальной легкой оси. Это приводит к росту объемной энергии анизотропии на величину порядка $K_{\text{eff}}S^2/b^d$. Когда эта величина превосходит по модулю выражение (10), неоднородное состояние Имри–Ма перестает быть энергетически выгодным. Из этого следует необходимое условие для существования состояния Имри–Ма

$$\varepsilon < (1\text{–}10) c^{(d-2)/(4-d)} \left(\frac{K_0}{J}\right)^{d/(4-d)}. \tag{13}$$

В случае $d = 3$ получаем при значениях $c \sim 10^{-2}$ и $K_0/J \sim 10^{-2}$ неравенство для величины ε: $\varepsilon < 10^{-7}$. Создание изотропного распределения легких осей с подобной точностью в реальном образце представляется трудноосуществимым (для сравнения, в случае дефектов типа „случайное локальное поле" аналогичный расчет для $c \sim 10^{-2}$ и случайного поля $h \sim 0.1J$ дает ограничение на ε: $\varepsilon < 10^{-3}$). Это, конечно, не исключает возможности существования метастабильных неоднородных состояний.

В двумерном координатном пространстве ($d = 2$) появление индуцированной примесями глобальной анизотропии переводит систему в класс моделей Изинга [11] и вызывает появление дальнего порядка при конечной температуре. Полученное аналогично формуле (13) необходимое условие существования основного состояния Имри–Ма в двумерном случае дает реализуемое в эксперименте ограничение $\varepsilon < 10^{-1}$–10^{-2}.

5. Модель Гейзенберга

В случае трехмерного пространства параметра порядка рассмотрим анизотропное распределение направлений случайных легких осей анизотропии типа

$$\rho(\mathbf{n}) = A[n_x^2 + n_y^2 + (1+\varepsilon)n_z^2]. \tag{14}$$

Эффективная анизотропия в пространстве параметра порядка K_{eff} определяется разностью энергий анизотропии однородно упорядоченных состояний с параметром порядка, параллельным и перпендикулярным оси z соответственно. Элементарный расчет дает

$$\frac{K_{\text{eff}}}{K_{\text{eff}}^{\max}} = \frac{2\varepsilon}{5(3+\varepsilon)}. \tag{15}$$

При $\varepsilon > 0$ в системе возникает глобальная анизотропия типа „легкая ось", что переводит систему в класс моделей Изинга.

Необходимое условие существования основного состояния типа Имри–Ма дает для размерностей координатного пространства $d = 3$ и 2 такие же ограничения на степень анизотропии, как и в случае X–Y-модели ($\varepsilon < 10^{-7}$ и $\varepsilon < 10^{-1}$ соответственно).

В случае $-1 < \varepsilon < 0$ в системе индуцируется примесями глобальная анизотропия типа „легкая плоскость". Предельный случай отвечает компланарному изотропному в плоскости xy распределению легких осей анизотропии.

Появление такой анизотропии переводит систему в класс X–Y-моделей. Вопрос о возникновении дальнего порядка или состояния Имри–Ма в случае наличия асимметрии распределения легких осей в „легкой плоскости" xy можно решить, спроектировав векторы $\mathbf{n}_l$ на эту плоскость и проведя рассмотрение в соответствии с разделом 4.

6. Заключение

Таким образом, в работе показано, что анизотропное распределение направлений случайных локальных легких осей анизотропии, создаваемых примесями, в пространстве параметра порядка индуцирует в нем глобальную анизотропию.

Если глобальная анизотропия типа „легкая ось" превышает пороговое значение, то дальний порядок в системе с исходной $O(n)$-симметрией и размерностью пространства $2 < d < 4$ не исчезает, а неоднородное состояние Имри–Ма не возникает.

Для возникновения в системе основного состояния типа Имри–Ма необходимо, чтобы степень анизотропии распределения направлений случайных локальных легких осей не превышала величину порядка 10^{-7} в трехмерной и величину порядка 10^{-1} в двумерной системе.

Список литературы

[1] Y. Imry, S.-K. Ma. Phys. Rev. Lett. **35**, 1399 (1975).
[2] A.A. Fedorenko, F. Kuhnel. Phys. Rev. B **75**, 174206 (2007).
[3] G.E. Volovik. J. Low Temp. Phys. **150**, 453 (2008).
[4] И.А. Фомин. Письма в ЖЭТФ **85**, 533 (2007).
[5] А.А. Берзин, А.И. Морозов, А.С. Сигов. ФТТ **58**, 1614 (2016).
[6] А.И. Морозов, А.С. Сигов. Письма в ЖЭТФ **90**, 818 (2009).
[7] А.А. Берзин, А.И. Морозов, А.С. Сигов. ФТТ **58**, 1783 (2016).
[8] B.J. Minchau, R.A. Pelcovits. Phys. Rev. B **32**, 3081 (1985).
[9] J. Wehr, A. Niederberger, L. Sanchez-Palencia, M. Lewenstein. Phys. Rev. B **74**, 224448 (2006).
[10] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Электродинамика сплошных сред. Наука, М. (1982). 624 с.
[11] С.Б. Хохлачев. ЖЭТФ **70**, 265 (1976).