

05,11

Спиральная магнитная структура в негейзенберговских магнетиках с анизотропией типа „легкая ось“

© Е.А. Неклюдов, Ф.Н. Клевец, Ю.А. Фридман[¶]

Крымский федеральный университет им. В.И. Вернадского, Симферополь, Россия

[¶] E-mail: yuriiifridman@gmail.com

(Поступила в Редакцию 4 апреля 2016 г.)

В результате проведенных исследований показано, что в легкоосном фрустрированном негейзенберговском магнетике возможна реализация как однородных фаз с векторным (ферромагнитным) и тензорным (немагическим) упорядочением, так и пространственно неоднородной фазы типа магнитной спирали. В зависимости от соотношений между материальными параметрами в системе реализуется либо ферромагнитная спираль, либо спираль квадрупольно-ферромагнитного типа, причем периоды спиральных структур различны. Построена фазовая диаграмма системы.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 16-02-00069 а. Ф.Н. Клевец благодарит Фонд Дмитрия Зимина „Династия“ и РФФИ (проект № 15-42-01007 р_юг_а) за финансовую поддержку.

1. Введение

Первая модулированная магнитная структура — простая магнитная спираль — была экспериментально обнаружена в $MnAu_2$ более сорока лет назад (см. обзор [1]). Сегодня известно большое число магнетиков, в которых реализуется спиральная магнитная структура; к ним, в частности, относятся редкоземельные металлы [2]. Спиральная магнитная структура представляет интерес не только как самостоятельный объект исследований, но и в связи с другими фундаментальными вопросами физики конденсированного состояния (мультиферроики [3] или необычные фазовые состояния, например киральная спиновая жидкость [4,5]).

Среди механизмов, отвечающих за реализацию спиральной магнитной структуры, можно выделить два основных [6]. Одной из причин возникновения длинноволновых периодических магнитных структур является конкуренция положительных и отрицательных обменных взаимодействий между соседними и следующими за ними атомами в магнитном кристалле, т.е. фрустрированное обменное взаимодействие. Нефрустрированная спираль возникает в магнетиках без центра инверсии благодаря наличию взаимодействия Дзялошинского–Мория в дополнение к гейзенберговскому обменному взаимодействию.

Фрустрированные спиральные магнитные структуры хорошо изучены в различных магнитоупорядоченных системах [1–8]. Однако существует большое число систем, свойства которых невозможно описать в рамках модели Гейзенберга [8–10]. Такие системы получили название негейзенберговских. К негейзенберговским магнетикам прежде всего относятся системы, в обменном взаимодействии которых существенную роль играют высшие спиновые инварианты, а также магнетики с большой одноионной анизотропией типа „легкая плос-

кость“ (сравнимой или даже превосходящей обменное взаимодействие) [11–17]. Однако в настоящей работе нас интересует влияние высших спиновых инвариантов на поведение фрустрированных магнетиков.

Существование обменных взаимодействий высших порядков по спиновым операторам можно пояснить следующим образом [8,10,12]. Обменный гамильтониан Гейзенберга имеет общий характер, так как он построен на основе выражения, составленного из операторов атомных спинов и инвариантного относительно спиновых вращений. Именно такой инвариантностью обладает исходный гамильтониан, включающий энергию кулоновского взаимодействия электронов. В случае $S = 1/2$ других инвариантов, составленных из операторов спинов двух атомов, не существует. Если же $S > 1/2$, то независимыми инвариантами являются

$$(\mathbf{S}_n \mathbf{S}_{n'}), (\mathbf{S}_n \mathbf{S}_{n'})^2, \dots, (\mathbf{S}_n \mathbf{S}_{n'})^{2S},$$

где S — величина спина магнитного иона. Все эти выражения необходимо учитывать при феноменологическом построении гамильтониана. На этот факт впервые обратил внимание Шредингер в 1940 г. Для магнитоупорядоченных систем с $S = 1$ в обменном гамильтониане возникает слагаемое $\sim (\mathbf{S}_n \mathbf{S}_{n'})^2$. Природа возникновения этого обменного взаимодействия может быть различна: это может быть сверхобмен через немагнитные атомы [18] либо сильное спин-орбитальное взаимодействие [19].

Одними из первых экспериментальные исследования по определению величины биквадратичного обмена были проведены при изучении электронного парамагнитного резонанса ионов Mn^{2+} в MgO , содержащем 1% Mn [10]. Эти исследования показали, что в магнетиках со значительным обменным взаимодействием высших порядков по спину может реализовываться спиновой

нематический порядок, когда в основном состоянии кристалла все средние проекции спинов равны нулю, а кооперативное упорядочение происходит не по магнитному моменту, а по квадрупольному. Интерес к такого рода системам является устойчивым на протяжении нескольких десятков лет [1–10]. Для них установлено, что возможна реализация не только фаз с магнитным порядком, т.е. с отличным от нуля средним значением спина (дипольного параметра порядка $\langle S^i \rangle$), но и фаз с $\langle S^i \rangle = 0$ со спонтанным нарушением вращательной симметрии. Для магнетиков со спином $S = 1$ было найдено состояние спинового нематика (SN) с нулевым средним значением спина на узле ($\langle S^i \rangle = 0$), спонтанное нарушение симметрии для которого обусловлено квадрупольными средними $S^{ij} \langle S^i D^j + S^j S^i \rangle / 2$ [17,18,20,21]. Для спина $S = 1$ остальные средние тривиальны, симметрия относительно обращения времени не нарушена, а геометрическим образом SN-фазы является квадрупольный эллипсоид, представляющий симметричный тензор второго ранга S^{ij} . В основном состоянии этот эллипсоид является эллипсоидом вращения, и магнитная симметрия есть C_∞ . Свойства таких систем во многом напоминают свойства магнетиков, в которых магнитное упорядочение отсутствует из-за сильного влияния кристаллического поля одноионной анизотропии. Отметим, что в определенных случаях влияние кристаллического поля одноионной анизотропии формально сводится к обмену высших порядков по спину [8].

Целью настоящей работы является ранее практически не изученный вопрос о реализации спиральной магнитной структуры в магнетике с фрустрированным билинейным и биквадратичным обменным взаимодействием.

2. Модель

В качестве исследуемой системы рассмотрим бесконечный магнитный кристалл, в котором кроме фрустрированного билинейного (гејзенберговского) взаимодействия учитывается биквадратичное обменное взаимодействие. Это означает, что спин магнитного иона рассматриваемой системы $S = 1$. Также это минимальное значение спина магнитного иона, при котором возможно существование одноионной анизотропии. Нас прежде всего интересует возможность реализации спиральной магнитной структуры. Для этого система должна обладать легкоосной одноионной анизотропией, формирующей ось спирали. Гамильтониан такого магнетика можно представить в виде

$$\mathcal{H} = -\frac{1}{2} \sum_{f,f'} \tilde{J}(f-f') (\mathbf{S}_f \mathbf{S}_{f'}) - \frac{1}{2} \sum_{n,n'} K(n-n') \delta_{l,l'} (\mathbf{S}_n \mathbf{S}_{n'})^2 - \frac{\beta}{2} \sum_f (S_f^z)^2, \quad (1)$$

где $f = (l, n)$ — номер узла в кристалле, а обменное взаимодействие определено следующим образом:

$$\tilde{J}(f-f') = J(n-n') \delta_{l,l'} - J^{(1)}(l-l') \delta_{n,n'} \delta_{l,l+1} + J^{(2)}(l-l') \delta_{n,n'} \delta_{l,l+2},$$

n — номер узла в базисной плоскости (XOY), индекс l нумерует узлы вдоль направления OZ , которое совпадает с направлением волнового вектора спирали; S_j^i — i -я компонента спинового оператора в узле f ; $\beta > 0$ — константа легкоосной одноионной анизотропии. При этом мы полагаем $H^{(1)}$ больше, чем $H^{(2)}$. Дальнейшие вычисления будем проводить для случая низких температур ($T = 0$), в котором наиболее ярко проявляются квантовые свойства системы.

Провести точный учет одноионной анизотропии удастся, используя технику операторов Хаббарда [22–25]. Эти операторы строятся на полном базисе собственных состояний одноионного гамильтониана, включающего в себя эффекты самосогласованного поля [26].

В общем случае кроме молекулярного поля, обусловленного наличием гејзенберговского обменного взаимодействия, в рассматриваемом магнетике возникают дополнительные (квадрупольные) молекулярные поля, связанные с учетом биквадратичного обменного взаимодействия,

$$q_2^0 = \langle Q_2^0 \rangle, \quad q_2^z = \langle Q_2^z \rangle,$$

где $Q_{2f}^0 = 3(Q_f^z)^2 - S(S+1)$, $Q_{2f}^z = (S_f^x)^2 - (S_f^y)^2$ — операторы Стивенса.

Выделяя в (1) среднее поле $\langle S_f^z \rangle$, связанное с упорядочением магнитного момента, и дополнительное поле $\langle Q_{2f}^p \rangle \equiv q_2^p$, определяющее средний квадрупольный момент, для эффективного одноузельного гамильтониана $\mathcal{H}_0(f)$, получаем

$$\mathcal{H}_0(f) = -\bar{H} S_f^z - B_2^0 Q_{2f}^0 - B_2^z Q_{2f}^z, \quad (2)$$

где

$$\bar{H} = \left(\tilde{J}_0 - \frac{K_0}{2} \right) \langle S^z \rangle, \quad B_2^0 = \frac{K_0 q_2^0 + \beta}{6}, \quad B_2^z = \frac{K_0}{2} q_2^z,$$

$$q_2^0 \equiv \langle Q_2^0 \rangle, \quad q_2^z \equiv \langle Q_2^z \rangle,$$

$$Q_{2f}^0 = 3(S_f^z)^2 - S(S+1), \quad Q_{2f}^z = \frac{1}{2} [(S_f^+)^2 + (S_f^-)^2].$$

Решение уравнения Шредингера с одноузельным гамильтонианом (2) позволяет получить энергетические уровни магнитного иона

$$E_1 = -B_2^0 - \sqrt{\bar{H}^2 + (B_2^z)^2}, \quad E_0 = 2B_2^0,$$

$$E_{-1} = -B_2^0 + \sqrt{\bar{H}^2 + (B_2^z)^2} \quad (3)$$

и собственные функции (2)

$$\Psi_n(1) = \cos \theta |1\rangle + \sin \theta |-1\rangle, \quad \Psi_n(0) = |0\rangle,$$

$$\Psi_n(-1) = -\sin \theta |1\rangle + \cos \theta |-1\rangle, \quad (4)$$

где

$$\cos \theta = \left[\frac{\sqrt{\bar{H}^2 + (B_2^2)^2} + \bar{H}}{2\sqrt{\bar{H}^2 + (B_2^2)^2}} \right]^{1/2},$$

$$\sin \theta = - \left[\frac{\sqrt{\bar{H}^2 + (B_2^2)^2} - \bar{H}}{2\sqrt{\bar{H}^2 + (B_2^2)^2}} \right]^{1/2},$$

$|M\rangle$ — собственные векторы оператора S^z ($M=1, 0, -1$).

На основе собственных функций $\Psi_n(M)$ построим операторы Хаббарда [22–25], которые определяются как

$$X_n^{M'M} \equiv |\Psi_n(M')\rangle\langle\Psi_n(M)|$$

и описывают переход магнитного иона из состояния M' в состояние M .

Для изучаемой нами системы связь спиновых операторов с операторами Хаббарда имеет вид

$$S_n^+ = \sqrt{2}\{\sin \theta(X_n^{01} - X_n^{-10}) + \cos \theta(X_n^{0-1} + X_n^{10})\},$$

$$S_n^- = (S_n^+)^+,$$

$$S_n^z = \cos 2\theta(X_n^{11} - X_n^{-1-1}) - \sin 2\theta(X_n^{-11} + X_n^{1-1}). \quad (5)$$

Как следует из (5), параметры порядка системы при $T=0$ можно представить в виде

$$\langle S^z \rangle = \cos 2\theta, \quad q_2^0 = 3\langle (S^z)^2 \rangle - 2,$$

$$q_2^2 = \frac{1}{2}[\langle (S^+)^2 \rangle + \langle (S^-)^2 \rangle] = \sin 2\theta. \quad (6)$$

Как следует из (3), самым нижним энергетическим уровнем магнитного иона (энергией основного состояния) является E_1 . Поскольку мы рассматриваем систему при $T=0$, плотность свободной энергии совпадает с энергией основного состояния магнитного иона с учетом соотношений (6): $F = E_1$. Анализ этого выражения позволяет определить условия существования однородных фаз.

Ферромагнитное (FM) состояние реализуется при $\theta=0$ и $\tilde{J} > K_0$. При этом волновая функция данного состояния $\Psi(1) = |1\rangle$, а параметры порядка принимают значения

$$\langle S^z \rangle = 1, \quad q_2^0 = 1, \quad q_2^2 = 0. \quad (7)$$

Если же параметр $\theta = -\pi/4$ и $\tilde{J}_0 < K_0$, то в системе реализуется состояние SN [27], которое характеризуется следующими параметрами порядка:

$$\langle S^z \rangle = 0, \quad q_2^0 = 1, \quad q_2^2 = -1. \quad (8)$$

Волновая функция этого состояния $\Psi(1) = \frac{1}{\sqrt{2}} \times (|1\rangle - |-1\rangle)$. Как следует из (8), средняя намагниченность (на один узел) в этом состоянии равна нулю, однако данное фазовое состояние не является парамагнитным, поскольку для парамагнитного состояния имеет место следующее условие:

$$\langle (S^z)^2 \rangle = \langle (S^x)^2 \rangle = \langle (S^y)^2 \rangle = \frac{2}{3}.$$

В рассматриваемом случае выполняется иное соотношение:

$$\langle (S^z)^2 \rangle = \langle (S^y)^2 \rangle = 1, \quad \langle (S^x)^2 \rangle = 0.$$

3. Спектр элементарных возбуждений и фазовая диаграмма системы

Чтобы определить области существования FM- и SN-фаз, исследуем спектры элементарных возбуждений в соответствующих фазах. Процедура получения дисперсионного уравнения, определяющего спектры элементарных возбуждений, подробно описана, например, в [22–24]. Как показано в этих работах, дисперсионное уравнение, определяющее спектры элементарных возбуждений, получено при точном учете одноионной анизотропии и справедливо при произвольных соотношениях материальных констант. Однако в данном случае учет биквадратичного обменного взаимодействия требует использования восьмимерного базиса при получении дисперсионного уравнения [24].

Исследуем спектры элементарных возбуждений в различных однородных фазовых состояниях.

При достаточно большом гейзенберговском обменном взаимодействии ($\tilde{J}_0 > K_0$) система находится в FM-состоянии с параметрами порядка (7). Спектры магнонов в этой фазе определяются следующими соотношениями:

$$\varepsilon_1(k) = E_{1-1} + K(k), \quad (9)$$

$$\varepsilon_2(k) = E_{10} + \tilde{J}(k). \quad (10)$$

Здесь предполагается, что волновой вектор ориентирован вдоль оси OZ , т.е. $\mathbf{k} = (0, 0, k)$, а $E_{ij} = E_i - E_j$ ($i, j = 1, 0, -1$), $\tilde{J}(k) = J_0 - J_0^{(1)} \cos k + J_0^{(2)} \cos 2k$ — Фурье-образ константы билинейного обменного взаимодействия. В длинноволновом пределе спектры магнонов можно представить в виде

$$\varepsilon_1(k) = 2(\tilde{J}_0 - K_0) + \xi k^2, \quad (11)$$

$$\varepsilon_2(k) = \frac{\beta}{2} - \delta k^2 + \gamma k^4, \quad (12)$$

где $\xi = K_0/2$, $\delta = \frac{J_0^{(1)}}{2} - 2J_0^{(2)} > 0$, $\gamma = \frac{J_0^{(1)}}{24} - \frac{2}{3}J_0^{(2)} > 0$, $\tilde{J}_0 = J_0 - J_0^{(1)} + J_0^{(1)}$, K_0 — нулевые Фурье-компоненты обменных интегралов.

Рассмотрим сначала поведение спектра (12). Из условия обращения в нуль щели в (12) найдем „поле“ фазового перехода из FM-фазы. При этом необходимо учесть перенормировку щели, связанную с конечностью волнового вектора. Как следует из (12), спектр магнонов в ферромагнитной фазе имеет локальный минимум при $k=0$, а при $(k^*)^2 = \frac{\delta}{2\gamma}$ — абсолютный (рис. 1). Такое поведение спектра (12) показывает, что при определенных соотношениях параметров система может перейти из FM-фазы в пространственно неоднородное состояние, причем это состояние является ферромагнитной

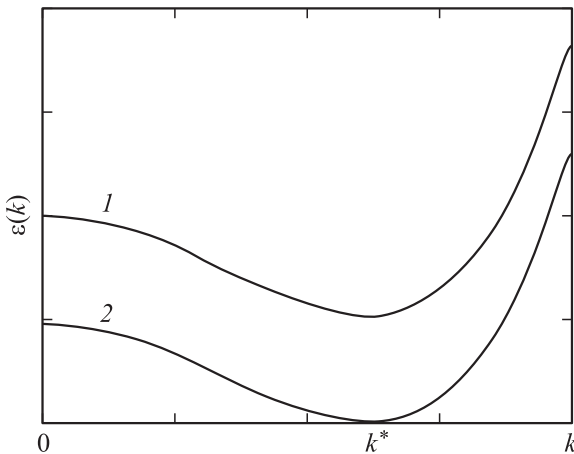


Рис. 1. Магнонный спектр (12) трехмерного фрустрированного магнетика в FM-фазе. Кривая 1 соответствует случаю $\beta > \beta_{\text{FM}}^*$, кривая 2 — $\beta = \beta_{\text{FM}}^*$.

спиралью [1], поскольку эта неоднородность связана с наличием слагаемого $\sim k^4$, в то время как для реализации пространственно неоднородного состояния типа доменной структуры необходимо наличие слагаемого, линейного по волновому вектору [28].

Величина „поля“ перехода из FM-фазы в состояние со спиральным распределением вектора намагниченности зависит от критического значения волнового вектора k^*

$$\beta_{\text{FM}}^* = \frac{\delta^2}{2\gamma}. \tag{13}$$

Как видно из (12) и (13), при $\beta = \beta_{\text{FM}}^*$ система испытывает фазовый переход второго рода из FM-фазы в спиральную магнитную структуру с осью спирали, параллельной оси OZ . При этом шаг магнитной спирали равен $\frac{1}{k^*} = \sqrt{\frac{2\gamma}{\delta}}$. Этот результат совпадает с результатом работы [2].

Рассмотрим теперь поведение ветви (11). Казалось бы, эта высокочастотная ветвь возбуждений не должна влиять на динамику системы. Однако эта ветвь возбуждений играет существенную роль при $\beta = 0$ (изотропный негејзенберговский магнетик). В этом случае спиральная магнитная структура становится энергетически невыгодной, и в системе будут устойчивы только FM- и SN-фазы. При этом переход FM-фаза–SN-фаза происходит при $\tilde{J}_0 = K_0$, что полностью соответствует результатам работы [27].

Рассмотрим теперь случай $\tilde{J}_0 < K_0$. Параметры порядка системы имеют вид (8), т.е. магнетик находится в SN-фазе. Как уже отмечалось ранее, это состояние не является парамагнитным, поскольку средние от квадратов компонент спинового оператора не равны друг другу. Спектры магнонов в этой фазе имеют вид

$$\varepsilon_1^2(k) = (E_{1-1} + 2\tilde{J}(k) - K(k))(E_{1-1} + K(k)), \tag{14}$$

$$\varepsilon_2^2(k) = (E_{10} + 2\tilde{J}(k) - K(k))(E_{10} + K(k)). \tag{15}$$

В изотропном случае ($\beta = 0$) ветви (13) и (14) совпадают, что связано с вырождением возбужденных энергетических уровней ($E_0 = E_{-1}$) в изотропном негејзенберговском магнетике [27]. В длинноволновом пределе спектры (14), (15) можно представить в виде

$$\varepsilon_1^2(k) = 2(K_0 - \tilde{J}_0)\varepsilon k^2, \tag{16}$$

$$\varepsilon_2^2(k) = \left\{ 2(K_0 - \tilde{J}_0) - 2\delta k^2 + 2\gamma k^4 + \frac{\beta}{2} \right\} \left(\xi k^2 + \frac{\beta}{2} \right), \tag{17}$$

где $\tilde{\delta} = \delta + K_0/4 > 0$.

Ветвь (16) соответствует модели изотропного ($\beta = 0$) спинового немагнетика и определяет линию перехода SN-фаза–FM-фаза: $K_0 = \tilde{J}_0$ [27]. Что касается ветви возбуждений (17), то она, так же как и в FM-фазе, имеет локальный минимум при $k = 0$ и глобальный при $(k^*)^2 = \frac{\delta + K_0/4}{2\gamma} = \frac{\tilde{\delta}}{2\gamma}$. Следовательно, эта ветвь элементарных возбуждений описывает переход системы из SN-фазы в спиральное магнитное состояние. Поведение спектра (17) качественно напоминает поведение спектра в FM-фазе (рис. 1). Линия потери устойчивости спектра (17) определяется из условия обращения в нуль энергетической щели в спектре (с учетом перенормировки щели за счет k^*) и имеет вид

$$\begin{aligned} \beta_{\text{SN}}^* &= \frac{\delta^2}{\gamma} + \frac{K_0}{2\gamma} \left(\delta + \frac{K_0}{8} \right) - 4(K_0 - \tilde{J}_0) \\ &= \frac{\tilde{\delta}^2}{\gamma} - 4(K_0 - \tilde{J}_0). \end{aligned} \tag{18}$$

Таким образом, при $\beta > \beta_{\text{SN}}^*$ в системе реализуется SN-фаза с параметрами порядка $\langle S^z \rangle = 0$, $q_2^0 = -1$, $q_2^2 = -1$ и основным состоянием $\Psi(1) = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1\rangle - |-1\rangle)$. На линии $\beta = \beta_{\text{SN}}^*$ происходит переход в спиральное магнитное состояние с осью спирали, параллельной оси OZ . Кроме того, период данной спирали равен $\frac{1}{k^*} = \sqrt{\frac{2\gamma}{\delta}}$, что существенно меньше, чем период спирали, полученный в случае FM-фазы: $\frac{1}{k^*} = \sqrt{\frac{2\gamma}{\delta}}$. Таким образом, можно утверждать, что в рассматриваемой системе возможна реализация двух пространственно неоднородных состояний типа спиральной структуры, различающихся не только периодами спирали, но и поведением параметров порядка. Так, для магнитной спиральной структуры, реализующейся в интервале параметров $K_0 - \tilde{J}_0 < 0$ и $\beta < \beta_{\text{FM}}^*$, вектор магнитного момента остается постоянным по модулю ($\langle S \rangle = 1$), в то время как для спирали, реализующейся при $\frac{\tilde{\delta}^2}{4\gamma} > K_0 - \tilde{J}_0 > 0$ и $\beta < \beta_{\text{SN}}^*$, модуль вектора намагниченности меняется от единицы (на линии $K_0 = \tilde{J}_0$) до нуля (на линии $\beta < \beta_{\text{SN}}^*$). Кроме того, в этой области параметров также меняются и квадрупольные параметры порядка, причем такое поведение параметров порядка сильно напоминает поведение

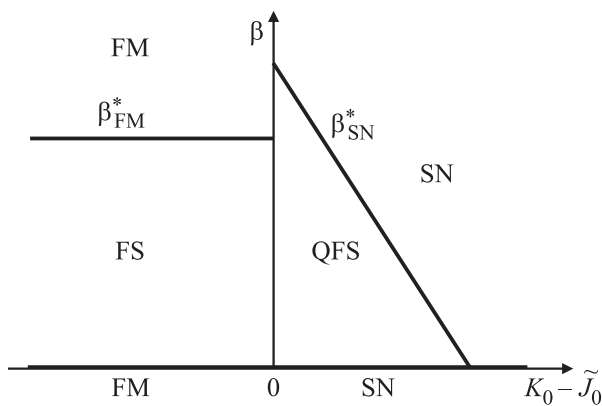


Рис. 2. Фазовая диаграмма легкоосного негеизенберговского магнетика с фрустрированным билинейным обменным взаимодействием.

в случае так называемой квадрупольно-ферромагнитной фазы, реализация которой характерна для сильно анизотропных легкоплоскостных магнетиков [25].

Анализ спектров элементарных возбуждений позволяет утверждать, что в рассматриваемой нами системе возможна реализация двух спиральных фаз: первая — спиральная магнитная структура типа ферромагнитной спирали — реализуется при $K_0 < \tilde{J}_0$, а вторая — типа квадрупольно-ферромагнитного состояния — реализуется при $\frac{\delta^2}{4\gamma} > K_0 - \tilde{J}_0 > 0$. Переход между этими структурами напоминает структурный переход, однако этот вопрос требует дополнительного исследования.

Таким образом, мы можем констатировать, что в негеизенберговском легкоосном магнетике кроме однородных FM- и SN-фаз (переход между которыми является вырожденным переходом первого рода [27]) возможна реализация двух пространственно неоднородных фаз: ферромагнитной спирали (FS) и квадрупольно-ферромагнитной спирали (QFS), имеющих разный период спирали и принципиально различное поведение параметров порядка. Качественно фазовая диаграмма показана на рис. 2.

Список литературы

- [1] Ю.А. Изюмов. УФН **144**, 439 (1984).
- [2] В.Д. Бучельников, В.Г. Шавров. ФГТ **30**, 1167 (1988).
- [3] M. Mostovoy. Phys. Rev. Lett. **96**, 067601 (2006).
- [4] D. David, T. Jolicoeur. Phys. Rev. Lett. **76**, 31148 (1996).
- [5] S. Onoda, N. Nagaosa. Phys. Rev. Lett. **99**, 027206 (2007).
- [6] А.О. Сорокин. ЖЭТФ **145**, 481 (2014).
- [7] А.А. Гиппиус, А.С. Москвин, Е.Н. Морозова, К.С. Охотников. ЖЭТФ **132**, 99 (2007).
- [8] Э.Л. Нагаев. Магнетики со сложными обменными взаимодействиями. Наука, М. (1988). 231 с.
- [9] Н.Н. Chen, Р.М. Levy. Phys. Rev. B **7**, 4267 (1973).
- [10] Е.А. Harris, J. Owen. Phys. Rev. Lett. **11**, 9 (1963).
- [11] Э.А. Завадский, В.И. Вальков. Магнитные фазовые переходы. Наук. думка, Киев (1980). 196 с.
- [12] В.М. Матвеев. ЖЭТФ **65**, 1626 (1974).
- [13] M. Nauciel-Bloch, G. Sarma, A. Costets. Phys. Rev. B **5**, 4603 (1972).
- [14] B.C. Fraser, G. Shirane, D.E. Cox, C.E. Olsen. Phys. Rev. **140**, A1448 (1965).
- [15] T. Moriya. Phys. Rev. **117**, 635 (1960).
- [16] Ф.П. Онуфриева. ЖЭТФ **89**, 2270 (1985).
- [17] V.M. Loktev, V.S. Ostrovskii. Low Temp. Phys. **20**, 775 (1994).
- [18] R. Anderson. Solid State Phys. **14**, 99 (1965).
- [19] R. Elliot, M. Thorpe. J. Appl. Phys. **39**, 802 (1968).
- [20] N. Papanikolaou. Nucl. Phys. B **305**, 367 (1988).
- [21] B.A. Ivanov, A.K. Kolezhuk. Phys. Rev. B **68**, 052401 (2003).
- [22] Р.О. Зайцев. ЖЭТФ **68**, 207 (1975).
- [23] Ю.Н. Мищай, Ю.А. Фридман. ТМФ **81**, 263 (1989).
- [24] В.В. Вальков, Т.А. Валькова, С.Г. Овчинников. ЖЭТФ **88**, 550 (1985).
- [25] Yu.A. Fridman, O.F. Kosmachev, Ph.N. Klevets. J. Magn. Magn. Mater. **320**, 435 (2008).
- [26] В.М. Локтев, В.С. Островский. УФЖ **23**, 1708 (1978).
- [27] Yu.A. Fridman, O.A. Kosmachev, Ph.N. Klevets. J. Magn. Magn. Mater. **325**, 125 (2013).
- [28] С.В. Малеев. ЖЭТФ **70**, 2374 (1976).