

02,05

Электрическое поле, индуцируемое транспортом вихрей в перколяционных сверхпроводниках

© Ю.И. Кузьмин

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН,
Санкт-Петербург, Россия
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
Санкт-Петербург, Россия
E-mail: iourk@yandex.ru

(Поступила в Редакцию 11 апреля 2016 г.)

Рассматривается влияние фрактальных кластеров нормальной фазы на электрическое поле, индуцируемое течением и крипом магнитного потока в перколяционных сверхпроводниках. Получены вольт-амперные характеристики таких сверхпроводников с учетом влияния фрактальной размерности границ кластеров и высоты барьера пиннинга. Проанализирована динамика вихрей в перколяционных сверхпроводниках с фрактальной кластерной структурой при вязком течении магнитного потока, при крипе Андерсона–Кима и при коллективном крипе. Установлено, что фрактальность кластеров нормальной фазы уменьшает электрическое поле, возникающее на начальной стадии резистивного перехода.

1. Введение

Критический ток является основным параметром, определяющим возможности применения сверхпроводников [1,2]. Эффективный способ повышения критического тока состоит в создании искусственных центров пиннинга, препятствующих движению вихрей [3,4]. Поскольку любое движение магнитного потока вызывает рассеяние энергии в сверхпроводнике, вопрос о предотвращении или частичном подавлении этого явления имеет большое практическое значение [5]. Новые возможности для увеличения критического тока открываются при использовании в качестве центров пиннинга кластеров нормальной фазы с фрактальными границами [6–8]. В настоящей работе рассматривается влияние таких фрактальных кластеров на электрическое поле, индуцируемое течением и крипом магнитного потока.

2. Пиннинг и транспорт вихрей

Движение магнитного потока в сверхпроводнике может происходить двумя путями: за счет течения (flux flow — FF) и за счет крипа (flux creep — FC). При течении магнитный поток переносится свободными вихрями, срываемыми с центров пиннинга силой Лоренца, создаваемой транспортным током. Течение магнитного потока возможно лишь при транспортном токе, превышающем критический ток депиннинга, т.е. является пороговым эффектом. При крипе магнитный поток переносится запиннированными вихрями, совершающими термоактивированные перескоки между центрами пиннинга, что также происходит под действием силы Лоренца. Существуют две основные концепции крипа: крип Андерсона–Кима (АКС) [9,10] и коллективный крип (СС) [11,12]. В отличие от течения потока вихри могут двигаться за счет крипа при транспортном токе,

меньшем критического, поэтому при крипе отсутствует порог по электрическому току. Строго говоря, из-за крипа сверхпроводник второго рода находится в резистивном состоянии при любом значении транспортного тока. Крип магнитного потока приводит к появлению электрического поля на начальном участке вольт-амперной характеристики (ВАХ) сверхпроводника еще до того, как начинается течение потока. Вопрос о подавлении крипа особенно важен для высокотемпературных сверхпроводников (ВТСП), у которых величина термоактивации вихрей больше, чем у низкотемпературных [5,13].

По постановке задача аналогична рассмотренной в работах [7,14,15]. Рассматривается перколяционный сверхпроводник, содержащий изолированные кластеры нормальной фазы, играющие роль центров пиннинга. Эти кластеры могут быть образованы нестехиометрическими включениями или областями с пониженным значением сверхпроводящего параметра порядка. Подобные кластеры могут возникнуть в процессе роста сверхпроводящей пленки в местах дефектов на границе с подложкой [16,17] или в результате облучения ионами [18,19]. Эти кластеры представляют собой множества включений нормальной фазы, объединенные совместно захваченным магнитным потоком и окруженные сверхпроводящей фазой. Магнитное поле может быть создано как внешним источником (при намагничивании в режиме „field cooling“), так и самим транспортным током (в режиме „self-field“). Предполагается, что доля сверхпроводящей фазы превосходит порог протекания и в образце сформирован сверхпроводящий перколяционный кластер. Такая структура обеспечивает эффективный пиннинг, поскольку магнитный поток заперт в изолированных кластерах нормальной фазы и не может их покинуть, не пересекая окружающее сверхпроводящее пространство. При увеличении транспортного тока наступает момент, когда начинается срыв вихрей с

тех кластеров, у которых сила пиннинга меньше силы Лоренца, создаваемой током. При этом вихри двигаются по слабым связям, соединяющим между собой кластеры нормальной фазы. Слабые связи особенно легко образуются на различных структурных дефектах в ВТСП, для которых характерна малая длина когерентности [5,12].

Таким образом, независимо от своей природы слабые связи формируют каналы для транспорта вихрей. В зависимости от их конфигурации каждый кластер нормальной фазы имеет свой критический ток, который вносит вклад в суммарное распределение токов депиннинга. Критический ток кластера пропорционален силе пиннинга и равен току, при котором магнитный поток перестает удерживаться кластером нормальной фазы. При постепенном увеличении транспортного тока вихри будут в первую очередь срывать с кластеров, обладающих меньшей силой пиннинга и соответственно меньшим критическим током. Следовательно, изменение захваченного магнитного потока $\Delta\Phi$ пропорционально числу всех кластеров нормальной фазы, критический ток которых меньше заданной величины I . Относительное изменение захваченного потока может быть выражено через вероятность депиннинга $F(I)$, равную вероятности того, что критический ток I_j любого j -го кластера меньше заданной верхней границы I :

$$\frac{\Delta\Phi}{\Phi} = F(I), \quad F(I) = \Pr\{\forall I_j < I\}. \quad (1)$$

Кластеры нормальной фазы влияют на динамику вихрей двумя путями. Во-первых, создавая барьеры для движения вихрей и захватывая магнитный поток, они вызывают пиннинг. Во-вторых, являясь источником статического беспорядка, кластеры нормальной фазы способствуют аморфизации вихревой системы, что может привести к возникновению фазы вихревого стекла [20]. Геометрико-вероятностные свойства кластеров нормальной фазы оказывают существенное влияние на распределение критических токов [7,15,21]. В работе [6] впервые установлено, что кластеры нормальной фазы могут иметь фрактальные границы. Для фрактальных кластеров выполняется соотношение скейлинга между периметром P и площадью A : $P^{1/D} \propto A^{1/2}$ (где D — фрактальная размерность границы кластера), которое согласуется с обобщенной теоремой Эвклида (подобие геометрических объектов при приведении к одной размерности) [22]. Фрактальная граница как объект с дробной размерностью обладает неоднородностями в широком диапазоне пространственных масштабов, в который входит и размер кора вихря. Это приводит к усилению пиннинга на фрактальных кластерах нормальной фазы [7,8]. Фрактальная диссипация в сверхпроводниках наблюдалась в соединениях $YBa_2Cu_3O_{7-x}$ (YBCO), $Bi_2Sr_2Ca_2Cu_3O_{10+y}$ и $GdBa_2Cu_3O_{7-x}$ [23]. Фрактальная кластерная структура обнаружена в пленках YBCO [6,7] и в пениобразных сверхпроводниках $Bi_{1.8}Pb_{0.3}Sr_2Ca_2Cu_3O_x$ [24,25].

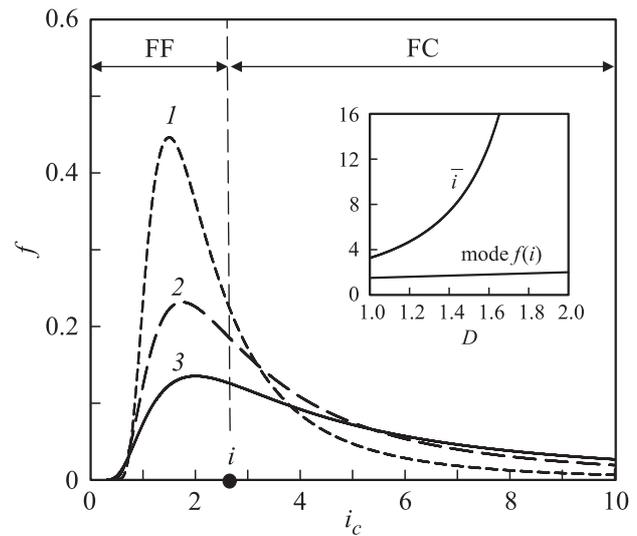


Рис. 1. Распределение критических токов депиннинга для различных значений фрактальной размерности кластеров нормальной фазы: $D = 1$ (1), 1.5 (2) 2 (3). В течении потока (FF) участвуют вихри, сорванные с центров пиннинга, критический ток i_c которых меньше транспортного тока i ($i_c < i$). Захваченные на центры пиннинга вихри (для которых $i_c > i$) переносят магнитный поток за счет крипа (FC). Площадь под соответствующими участками кривой $f = f(i_c)$ пропорциональна числу вихрей, участвующих в течении и крипе магнитного потока. На вставке приведены зависимости среднего критического тока \bar{i} и моды распределения токов депиннинга $\text{mode } f(i)$ от фрактальной размерности границ кластеров.

Различные варианты распределений критических токов для кластеров с фрактальными границами рассмотрены в работах [21,26,27]. Дальнейшее изложение будет ограничено наиболее важным в практическом отношении случаем экспоненциально-гиперболического распределения критических токов

$$F(i) = \exp\left(-\frac{C}{i^{2/D}}\right), \quad (2)$$

которое реализуется в пленочных структурах на основе YBCO с экспоненциальным распределением площадей кластеров [6,7]. В формуле (2) использованы следующие обозначения: $i \equiv I/I_c$ — безразмерный электрический ток, нормированный относительно критического тока перехода в резистивное состояние, $I_c \equiv \alpha(C\bar{A})^{-D/2}$, $C \equiv ((2+D)/2)^{2/D+1}$ — константа, зависящая от фрактальной размерности D , \bar{A} — средняя площадь поперечного сечения кластера, α — фактор формы кластера. Вероятности депиннинга вида (2) соответствует распределение критических токов

$$f(i) = \frac{dF}{di} = \frac{2C}{D} i^{-\frac{2}{D}-1} \exp\left(-Ci^{-\frac{2}{D}}\right), \quad (3)$$

показанное на рис. 1 для различных значений фрактальной размерности границ кластеров нормальной фазы.

Теперь найдем электрическое поле, индуцируемое при движении магнитного потока. Поскольку каждый кластер нормальной фазы имеет свое собственное значение критического тока депиннинга, напряжение на сверхпроводнике $V = V(i)$ пропорционально суммарному отклику всех кластеров на пропускание транспортного тока. Такой отклик складывается из напряжений, индуцируемых течением (V_{ff}) и крипом (V_{fc}) магнитного потока, которые могут быть записаны в виде интегралов свертки

$$V = V_{ff} + V_{fc} = \int_0^i di_c v_{ff}(i, i_c) f(i_c) + \int_i^\infty di_c v_{fc}(i, i_c) f(i_c), \quad (4)$$

где $v_{ff}(i, i_c)$ и $v_{fc}(i, i_c)$ — парциальные напряжения, индуцируемые течением и крипом потока соответственно. Парциальное напряжение $v(i, i_c)$ индуцируется движением вихрей при пропускании транспортного тока i через сверхпроводник, в котором все центры пиннинга имеют одинаковый критический ток i_c .

3. Течение магнитного потока

При течении магнитный поток переносится свободными вихрями, сорванными силой Лоренца с центров пиннинга, критический ток i_c которых меньше транспортного тока i . Диапазон токов $i_c < i$, соответствующий течению потока (FF), показан на рис. 1. Парциальное напряжение в случае вязкого течения магнитного потока равно $v_{ff}(i, i_c) = R_{ff}(i - i_c)$, где R_{ff} — безразмерное сопротивление течения потока. Это соответствует случаю дельтаобразного распределения критических токов, при котором все вихри одновременно срываются с центров пиннинга при достижении транспортным током порогового значения $i = i_c$, что приводит к линейной ВАХ $V_{ff}(i, i_c) = R_{ff}(i - i_c)$, показанной на рис. 2 штрихпунктирной линией.

При наличии распределения критических токов депиннинга ситуация меняется, поскольку в этом случае срыв вихрей происходит в широком диапазоне транспортных токов. Вычисление свертки в первом слагаемом выражения (4) для распределения критических токов (3) дает электрическое напряжение на образце, индуцируемое вязким течением потока:

$$V_{ff} = R_{ff} \exp\left(-Ci^{-\frac{2}{D}}\right) \left(i - C^{\frac{D}{2}} U\left(\frac{D}{2}, \frac{D}{2}, Ci^{-\frac{2}{D}}\right)\right), \quad (5)$$

где $U(a, b, z)$ — вырожденная гипергеометрическая функция Трикоми.

В предельных случаях эвклидовых кластеров ($D = 1$) и кластеров с максимально фрактальными границами ($D = 2$) выражение (5) имеет следующий вид:

$$\text{при } D = 1 \quad V_{ff} = R_{ff} \left(i \exp\left(-\frac{C}{i^2}\right) - \sqrt{\pi C} \operatorname{erfc}\left(\frac{\sqrt{C}}{i}\right) \right),$$

где $C = 3.375$,

$$\text{при } D = 2 \quad V_{ff} = R_{ff} \left(i \exp\left(-\frac{4}{i}\right) + 4\operatorname{Ei}\left(-\frac{4}{i}\right) \right).$$

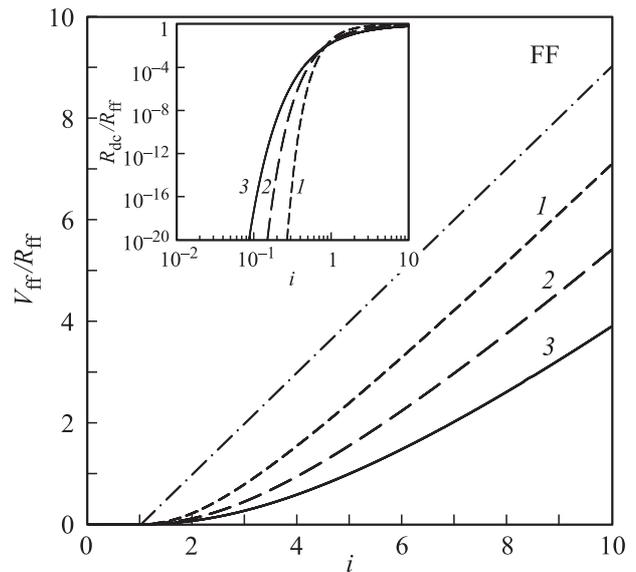


Рис. 2. ВАХ перколяционного сверхпроводника при течении магнитного потока для различных значений фрактальной размерности кластеров нормальной фазы: $D = 1$ (1), 1.5 (2) и 2 (3). Штрихпунктирной линией показана ВАХ при дельтаобразном распределении критических токов. На вставке приведены зависимости сопротивления от транспортного тока. В пределе малых токов сопротивление сверхпроводника стремится к нулю: $R_{dc}(i \rightarrow 0) = 0$.

На рис. 2 представлены ВАХ при течении магнитного потока в перколяционном сверхпроводнике для различных значений фрактальной размерности кластеров нормальной фазы. Заметное падение напряжения на образце появляется начиная со значения транспортного тока $i = 1$, что соответствует началу перехода в резистивное состояние, найденному по функции накопленной вероятности [6]. Именно с этого значения транспортного тока начинается заметный срыв вихрей с центров пиннинга. Появление электрического поля означает, что сопротивление образца становится конечным, и это ведет к рассеянию энергии при пропускании тока. Но, как и для любого жесткого сверхпроводника (второго рода, с центрами пиннинга), наличие диссипации в резистивном состоянии еще не означает нарушения фазовой когерентности. Сверхпроводящее состояние разрушается лишь тогда, когда диссипация лавинообразно нарастает вследствие развития термомагнитной неустойчивости.

Из рис. 2 видно, что фрактальность снижает электрическое поле, возникающее в сверхпроводнике при течении магнитного потока. Причина этого эффекта заключается в свойствах экспоненциально-гиперболического распределения критических токов (3). Из рис. 1 видно, что при увеличении фрактальной размерности кривая распределения $f = f(i_c)$ расплывается, сдвигаясь в сторону больших значений критических токов. Количественно это перераспределение характеризуется суперлинейной зависимостью среднего критического тока $\bar{i} = ((2 + D)/2)^{(2+D)/2} \Gamma(1 - D/2)$ от фрактальной раз-

мерности, показанной на вставке к рис. 1. При этом мода распределения $f(i) = (2 + D)/2$ меняется намного слабее. Увеличение фрактальной размерности приводит к значительному уширению хвоста распределения $f = f(i_c)$, в то время как полная площадь под кривой остается неизменной. Это означает, что в процессе депиннинга будет участвовать больше кластеров с более высокими критическими токами. Вследствие этого снижается количество вихрей, срываемых с центров пиннинга; и меньшая часть магнитного потока обретает способность двигаться, создавая при этом соответственно меньшее электрическое поле.

На вставке к рис. 2 представлена зависимость статического сопротивления $R_{dc} = V_{fc}/i$ от транспортного тока, соответствующая ВАХ вида (5). Она имеет вид, характерный для вихревого стекла [20,28]: в двойном логарифмическом масштабе кривая выпуклая, сопротивление стремится к нулю при уменьшении тока ($R_{dc}(i \rightarrow 0) = 0$). В пределе малых токов в выражении (5) доминирует первое слагаемое, содержащее экспоненциально-гиперболическую особенность $V_{ff} \propto \exp(-Ci^{-\mu})$, где $\mu = 2/D$ — показатель стекловидности. Эта особенность характерна для вихревого стекла и появляется из-за расходимости барьеров пиннинга при воздействии бесконечно малого тока [12,29]. Фаза вихревого стекла представляет собой слабоупорядоченное множество вихрей, в котором отсутствует дальний порядок. На фазовой $H-T$ -диаграмме фаза вихревого стекла существует ниже линии необратимого намагничивания [5]. Мы вернемся к обсуждению смешанного состояния типа вихревого стекла в следующем разделе.

4. Крип магнитного потока

Создаваемое крипом электрическое поле возникает на начальной стадии резистивного перехода, пока течение магнитного потока еще не началось. Поскольку термоактивированные перескоки вихрей происходят между центрами пиннинга, критический ток i_c которых больше транспортного тока i , при крипе выполняется условие $i_c > i$. Соответствующий крипу диапазон токов (FC) показан на рис. 1. В случае крипа Андерсона–Кима парциальное напряжение имеет вид [30]

$$v_{fc}(i, i_c) = \frac{R_{fc}}{\beta} i_c \left(1 - \exp\left(-\beta \frac{i}{i_c}\right) \right) \exp\left(u \left(\frac{i}{i_c} - 1\right)\right), \quad (6)$$

где $u \equiv U_0/kT$ — величина барьера пиннинга без смещения транспортным током, R_{fc} — безразмерное сопротивление крипа потока, коэффициент β определяет соотношение вероятностей прямых и обратных по отношению к силе Лоренца перескоков вихрей. Акцентируя внимание на прямых перескоках [30,31] и принимая во внимание условие $i_c > i$, можно упростить выражение (6)

$$v_{fc}(i, i_c) = R_{fc} i \exp\left(u \left(\frac{i}{i_c} - 1\right)\right). \quad (7)$$

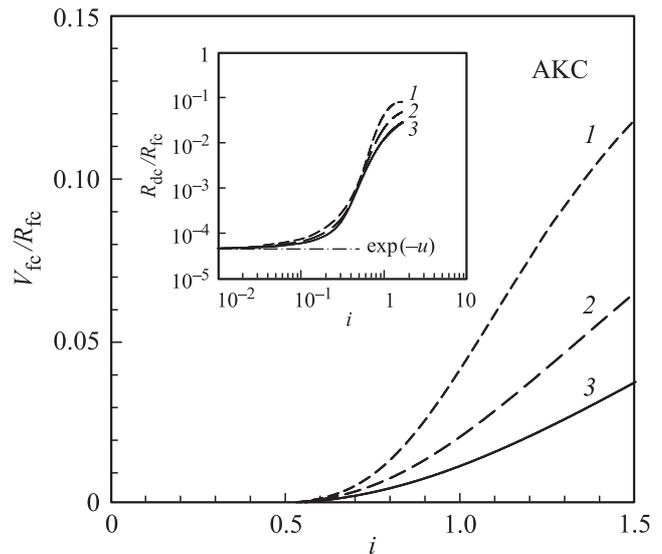


Рис. 3. ВАХ перколяционного сверхпроводника при крипе Андерсона–Кима для различных значений фрактальной размерности кластеров нормальной фазы: $D = 1$ (1), 1.5 (2) и 2 (3). Величина барьера пиннинга $u \equiv U_0/kT = 10$. На вставке приведены зависимости сопротивления от транспортного тока для тех же значений параметров. Значение сопротивления в пределе малых токов $R_{dc}(i \rightarrow 0)/R_{fc} = \exp(-u)$ показано штрихпунктирной линией.

Вычисление свертки во втором слагаемом (4) для распределения критических токов (3) с ядром (7) дает окончательное выражение для напряжения, индуцируемого крипом Андерсона–Кима:

$$V_{fc} = R_{fc} C e^{-u} i \int_0^{i^{-2/D}} dx \exp(ux^{D/2} - Cx). \quad (8)$$

В предельных случаях евклидовых кластеров ($D = 1$) и кластеров с максимально фрактальными границами ($D = 2$) выражение (8) для напряжения на образце примет следующий вид:

$$\begin{aligned} \text{в случае } D = 1 \quad V_{fc} = R_{fc} e^{-u} i \left[1 - e^{-\frac{C}{i}} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{C}} \right. \\ \left. \times u i e^{\left(\frac{u}{2\sqrt{C}}\right)^2} \left(\operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{C}}{i} - \frac{ui}{2\sqrt{C}}\right) - \operatorname{erf}\left(-\frac{ui}{2\sqrt{C}}\right) \right) \right], \end{aligned}$$

где $C = 3.375$,

$$\text{в случае } D = 2 \quad V_{fc} = R_{fc} \frac{4e^{-u}(e^{u-4/i} - 1)}{u - 4/i}.$$

На рис. 3 представлены ВАХ перколяционного сверхпроводника при крипе Андерсона–Кима для различных значений фрактальной размерности кластеров нормальной фазы.

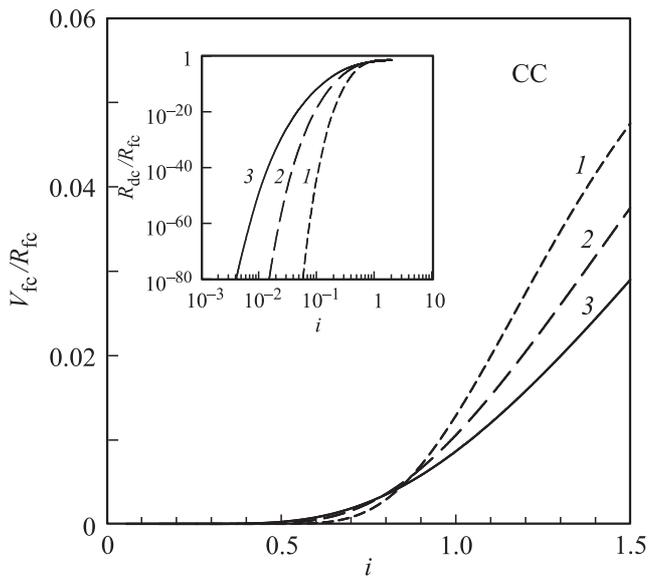


Рис. 4. ВАХ перколяционного сверхпроводника при коллективном крипе для различных значений фрактальной размерности кластеров нормальной фазы: 1 — $D = 1$ ($\mu = 2$), 2 — $D = 1.5$ ($\mu = 4/3$), 3 — $D = 2$ ($\mu = 1$). Величина барьера пиннинга $u \equiv U_0/kT = 10$. На вставке приведены зависимости сопротивления от транспортного тока для тех же значений параметров. В пределе малых токов сопротивление сверхпроводника стремится к нулю: $R_{dc}(i \rightarrow 0) = 0$.

При коллективном крипе парциальное напряжение имеет вид [30]

$$v_{fc}(i, i_c) = \frac{R_{fc}}{\beta} i_c \left(1 - \exp\left(-\beta \frac{i}{i_c}\right) \right) \exp\left[-u \left(\left(\frac{i_c}{i}\right)^\mu - 1\right)\right], \quad (9)$$

где μ — показатель стекловидности. Для фрактальной модели вихревого стекла показатель стекловидности $\mu = 2/D$ меняется от $\mu = 1$ (кластеры с максимально фрактальными границами) до $\mu = 2$ (евклидовы кластеры) [32]. Диапазон значений показателя стекловидности $1 \leq \mu \leq 2$ соответствует пиннингу связок вихрей. После аналогичного случаю АКС упрощения, которое было сделано выше для прямых перескоков, уравнение (9) для парциального напряжения примет вид

$$v_{fc}(i, i_c) = R_{fc} i \exp\left[-u \left(\left(\frac{i_c}{i}\right)^\mu - 1\right)\right]. \quad (10)$$

После интегрирования второго слагаемого в формуле (4) с ядром (10) получим выражение для напряжения, индуцируемого коллективным крипом:

$$V_{fc} = R_{fc} C e^u i \int_0^{i^{-\mu}} dx \exp\left(-\frac{u}{i^\mu x} - Cx\right). \quad (11)$$

ВАХ перколяционного сверхпроводника при коллективном крипе представлены на рис. 4.

Для обоих видов крипа заметное падение напряжения на образце наблюдается начиная со значения транспортного тока $i = 0.5$. Практически с этого же значения тока начинаются кривые распределений критических токов (3), показанные на рис. 1. Центры пиннинга с меньшими критическими токами практически отсутствуют, чем и объясняется пренебрежимо малое напряжение, индуцируемое крипом в диапазоне токов $0 < i < 0.5$. Поскольку при малых транспортных токах перескоки вихрей происходят относительно редко, индуцируемое крипом электрическое поле мало и не оказывает разрушающего воздействия на сверхпроводящее состояние. По мере увеличения транспортного тока деструктивная роль крипа возрастает. Из ВАХ видно, что фрактальность снижает электрическое поле, возникающее в сверхпроводнике за счет крипа вихрей, причем это происходит для обоих видов крипа: СС и АКС. Причина этого эффекта аналогична рассмотренной выше причине уменьшения поля при течении потока с тем отличием, что в крипе задействованы центры пиннинга с критическими токами из другого (по сравнению с течением) диапазона. При крипе запиннингованные вихри совершают перескоки между центрами пиннинга, критический ток i_c которых превышает транспортный ток i ($i_c > i$), тогда как в течении потока участвуют свободные вихри, сорванные транспортным током с центров пиннинга, для которых $i_c < i$. Диапазоны токов, соответствующие течению и крипу вихрей, показаны на рис. 1. Из рисунка также видно, что уширение хвоста распределения критических токов $f = f(i_c)$ при увеличении фрактальной размерности приводит к вовлечению в процесс крипа большего количества кластеров с высокими токами депиннинга, способных более эффективно захватывать магнитный поток. Вследствие этого снижается количество вихрей, совершающих термоактивированные перескоки между центрами пиннинга, и соответственно уменьшается переносимый ими магнитный поток, создавая при этом электрическое поле меньшей величины.

Из рис. 3, 4 видно, что при всех значениях фрактальной размерности электрическое поле, индуцируемое коллективным крипом, меньше поля, создаваемого крипом Андерсона–Кима (примерно в 3 раза). Этот эффект заметен также на рис. 5, где показано индуцируемое крипом напряжение в точке резистивного перехода ($i = 1$) в зависимости от высоты барьера пиннинга. Критический ток перехода в резистивное состояние $i = 1$ найден по функции накопленной вероятности [6]. Причина разницы в значениях электрического поля состоит в том, что коллективный пиннинг слабее пиннинга Андерсона–Кима [12,33]. Поэтому при коллективном крипе переносится меньший магнитный поток, чем при крипе Андерсона–Кима, и соответственно индуцируется меньшее электрическое поле. Крип Андерсона–Кима и коллективный крип различаются законом смещения барьера пиннинга транспортным током. В случае крипа Андерсона–Кима высота барьера линейно зависит от тока: $U(I) \propto (1 - I/I_c)$, тогда как для коллектив-

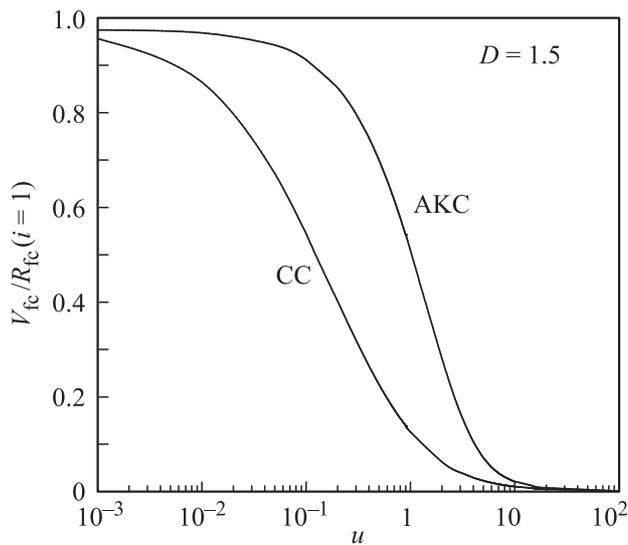


Рис. 5. Зависимости напряжений, индуцируемых крипом Андерсона–Кима (АКС) и коллективным крипом (СС), от величины барьера пиннинга $u \equiv U_0/kT$ в точке резистивного перехода ($i = 1$) при фрактальной размерности $D = 1.5$.

ного крипа имеет место гиперболическая зависимость $U(I) \propto (I_c/I)^\mu$.

Чтобы глубже понять различия между этими двумя видами крипа, рассмотрим зависимости статического сопротивления сверхпроводника $R_{dc} = V_{fc}/i$ от транспортного тока, представленные на вставках к рис. 3 (случай АКС) и рис. 4 (случай СС). Зависимость сопротивления от тока при коллективном крипе (вставка на рис. 4) имеет характерный для вихревого стекла субомический вид: выпуклая в двойном логарифмическом масштабе кривая $R_{dc} = R_{dc}(i)$ стремится к нулю при уменьшении тока ($R_{dc}(i \rightarrow 0) = 0$), что обусловлено подавлением крипа бесконечно возрастающими барьерами пиннинга. Существование бесконечных барьеров, вызывающих полную локализацию вихрей, является отличительной чертой вихревого стекла [20]. В пределе малых токов парциальное напряжение (10) имеет характерную для вихревого стекла особенность $v_{fc} \propto \exp(-u(i_c/i)^\mu)$. Ее наличие является следствием гиперболической расходимости барьеров пиннинга в вихревом стекле, приводящей к уменьшению до нуля сопротивления при воздействии бесконечно малого тока [10]. Точное выражение для высоты барьера имеет вид [34]

$$U(I) = (U_0/\mu)((I_c/I)^\mu - 1)$$

и обеспечивает исчезновение пиннинга при достижении критического тока.

Вихревое стекло представляет собой фазу с нарушенной эргодичностью, в которой многочисленные основные состояния разделены барьерами пиннинга [12]. Расходимость этих барьеров в пределе малых токов препятствует переходам между различными состояниями вихревой системы.

При байесовском подходе нарушение эргодичности в вихревом стекле можно представить следующим образом. Если сделать моментальный снимок конфигурации всех доступных для вихрей локализованных состояний, то получится множество состояний, каждое из которых может быть занято вихрем (вихрь захвачен на центр пиннинга), причем в фиксированный момент времени часть состояний будет занята, а часть свободна. С другой стороны, можно наблюдать за отдельным вихрем в течение определенного периода времени и отмечать, в каких состояниях побывал этот вихрь. Если бы система была эргодической, то, совершая перескоки из одного энергетического минимума в другой, вихрь со временем смог бы побывать во всех доступных состояниях, поэтому оба подхода дали бы одинаковый результат. Но для системы с нарушенной эргодичностью результаты будут различаться. Из-за того что в вихревом стекле доступные для вихрей состояния разделены бесконечными барьерами пиннинга, вихрь не сможет побывать во всех доступных состояниях. Более того, из-за бесконечных барьеров вихрь останется запертым в одном состоянии. Беспорядок в вихревом стекле, который реализуется при охлаждении вихревой системы ниже температуры „стеклянного“ перехода, является замороженным в прямом смысле, и движение вихрей замирает. Поскольку вихри неподвижны, никакое движение магнитного потока невозможно, и сопротивление вихревого стекла при малых токах равно нулю, что делает вихревое стекло истинно сверхпроводящей (в термодинамическом аспекте) фазой. Статистический анализ последовательности отдельных состояний, посещаемых вихрем в течение продолжительного периода времени, не будет репрезентативным для конфигурации доступных для вихрей состояний, взятой в фиксированный момент времени. Это является следствием нарушения эргодичности в вихревом стекле.

В отличие от коллективного крипа при крипе Андерсона–Кима (вставка к рис. 3) в пределе малых токов сопротивление остается конечным: $R_{dc}(i \rightarrow 0)/R_{fc} = \exp(-u)$, что характерно для фазы вихревой жидкости [35]. Хотя величина этого остаточного сопротивления уменьшается с углублением потенциальной ямы, в которой захвачен вихрь, она никогда не обращается в нуль из-за того, что при крипе Андерсона–Кима величина барьера пиннинга всегда остается конечной. В пределе малых токов парциальное напряжение (7) линейно зависит от транспортного тока $v_{fc} \propto i \exp(-u)(1 + ui/i_c)$. В отличие от случая коллективного крипа при крипе Андерсона–Кима парциальное напряжение не зависит от фрактальной размерности, поэтому все резистивные характеристики на вставке к рис. 3 в пределе малых токов сходятся к одному и тому же значению сопротивления. Из-за подвижности вихрей при крипе Андерсона–Кима диссипация остается конечной для сколь угодно малого тока, поэтому в отличие от вихревого стекла вихревая жидкость не является подлинно сверхпроводящей фазой в термодинамическом

смысле. Это является следствием ограничений, заложенных в концепции крипа Андерсона–Кима, в которой вихри рассматриваются как одиночные частицы, движущиеся в потенциальном поле под действием тепловых флуктуаций.

5. Заключение

Таким образом, фрактальные свойства кластеров нормальной фазы оказывают значительное влияние на динамику вихрей в перколяционном сверхпроводнике. При вязком течении и при коллективном крипе вихрей в сверхпроводнике, содержащем фрактальные кластеры нормальной фазы, реализуется состояние вихревого стекла, а при крипе Андерсона–Кима — состояние вихревой жидкости. Наиболее важным результатом является то, что фрактальность границ кластеров нормальной фазы подавляет электрическое поле, индуцируемое транспортом вихрей, и тем самым увеличивает токоне-сущую способность сверхпроводника.

Список литературы

- [1] M. Eisterer, S.H. Moon, H.C. Freyhardt. *Supercond. Sci. Technol.* **29**, 060301 (2016).
- [2] C. Senatore, C. Barth, M. Bonura, M. Kulich, G. Mondonico. *Supercond. Sci. Technol.* **29**, 014002 (2016).
- [3] D. Abraimov, A. Ballarino, C. Barth, L. Bottura, R. Dietrich, A. Francis, J. Jaroszynski, G.S. Majkic, J. McCallister, A. Polyanskii, L. Rossi, A. Rutt, M. Santos, K. Schlenga, V. Selvamanickam, C. Senatore, A. Usoskin, Y.L. Viouchkov. *Supercond. Sci. Technol.* **28**, 114007 (2015).
- [4] A.K. Jha, K. Matsumoto, T. Horide, S. Saini, P. Mele, A. Ichinose, Y. Yoshida, S. Awaji. *Supercond. Sci. Technol.* **28**, 114004 (2015).
- [5] T. Matsushita. *Flux pinning in superconductors*. Springer-Verlag, Berlin–Heidelberg (2007). 503 p.
- [6] Yu.I. Kuzmin. *Phys. Lett. A* **267**, 66 (2000).
- [7] Yu.I. Kuzmin. *Phys. Rev. B* **64**, 094519 (2001).
- [8] Yu.I. Kuzmin. *IEEE Trans. Appl. Supercond.* **15**, 3759 (2005).
- [9] P.W. Anderson. *Phys. Rev. Lett.* **9**, 309 (1962).
- [10] P.W. Anderson, Y.B. Kim. *Rev. Mod. Phys.* **36**, 39 (1964).
- [11] M.V. Feigel'man, V.B. Geshkenbein, A.I. Larkin, V.M. Vinokur. *Phys. Rev. Lett.* **63**, 2303 (1989).
- [12] G. Blatter, M.V. Feigel'man, V.B. Geshkenbein, A.I. Larkin, V.M. Vinokur. *Rev. Mod. Phys.* **66**, 1125 (1994).
- [13] Y. Yeshurun, A.P. Malozemoff. *Phys. Rev. Lett.* **60**, 2202 (1988).
- [14] Yu.I. Kuzmin. *J. Low Temp. Phys.* **130**, 261 (2003).
- [15] Yu.I. Kuzmin. In: *New frontiers in superconductivity research* / Ed. B.P. Martins. Nova Science Publ., Inc., N.Y. (2006). P. 45.
- [16] S. Kang, A. Goyal, J. Li, A.A. Gapud, P.M. Martin, L. Heatherly, J.R. Thompson, D.K. Christen, F.A. List, M. Paranthaman, D.F. Lee. *Science* **311**, 1911 (2006).
- [17] H. Yamasaki, K. Endo. *Supercond. Sci. Technol.* **27**, 025014 (2014).
- [18] Y. Jia, M. LeRoux, D. Miller, J.G. Wen, W.K. Kwok, U. Welp, M.W. Rupich, X. Li, S. Sathyamurthy, S. Fleshler, A.P. Malozemoff, A. Kayani, O. Ayala-Valenzuela, L. Civale. *Appl. Phys. Lett.* **103**, 122601 (2013).
- [19] Y. Furuki, T. Sueyoshi, T. Kai, Y. Iwanaga, T. Fujiyoshi, N. Ishikawa. *Physica C* **518**, 58 (2015).
- [20] M.P.A. Fisher. *Phys. Rev. Lett.* **62**, 1415 (1989).
- [21] Yu.I. Kuzmin. *Phys. Lett. A* **300**, 510 (2002).
- [22] B.B. Mandelbrot. *The fractal geometry of nature*. Freeman, San Francisco (1982). 460 p.
- [23] M. Prester. *Phys. Rev. B* **60**, 3100 (1999).
- [24] Д.А. Балаев, И.Л. Белозерова, Д.М. Гохфельд, Л.В. Кашкина, Ю.И. Кузьмин, К.Р. Мигель, М.И. Петров, С.И. Попков, К.А. Шайхутдинов. *ФТТ* **48**, 193 (2006).
- [25] К.А. Шайхутдинов, Д.А. Балаев, Д.А. Гохфельд, Ю.И. Кузьмин, С.И. Попков, М.И. Петров. *Physica C* **435**, 19 (2006).
- [26] Yu.I. Kuzmin. *Phys. Lett. A* **281**, 39 (2001).
- [27] Ю.И. Кузьмин. *ФТТ* **43**, 1157 (2001).
- [28] K. Yamafuji, T. Kiss. *Physica C* **258**, 197 (1996).
- [29] D.S. Fisher, M.P.A. Fisher, D.A. Huse. *Phys. Rev. B* **43**, 130 (1991).
- [30] K. Yamafuji, T. Kiss. *Physica C* **290**, 9 (1997).
- [31] Ю.И. Кузьмин. *Письма в ЖТФ* **40**, 17, 94 (2014).
- [32] Ю.И. Кузьмин. *Письма в ЖТФ* **36**, 9, 17 (2010).
- [33] А.Н. Лыков. *ФНТ* **40**, 991 (2014).
- [34] J.R. Thompson, Y.R. Sun, D.K. Christen. *Phys. Rev. B* **49**, 13287 (1994).
- [35] V.M. Vinokur, M.V. Feigel'man, V.B. Geshkenbein, A.I. Larkin. *Phys. Rev. Lett.* **65**, 259 (1990).