

04

Механизмы образования жидкометаллических струй в катодном пятне вакуумного дугового разряда

© М.А. Гашков¹, Н.М. Зубарев^{1,2}, Г.А. Месяц^{1,2}, И.В. Уйманов¹

¹ Институт электрофизики УрО РАН, Екатеринбург

² Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, Москва

E-mail: nick@ier.uran.ru

Поступило в Редакцию 31 марта 2016 г.

Теоретически исследована динамика расплава при образовании кратеров в катодном пятне вакуумного дугового разряда. На начальных стадиях происходит формирование жидкометаллического вала, окружающего кратер. Этот процесс численно моделируется в рамках двумерной осесимметричной задачи тепломассопереноса в приближении вязкой несжимаемой жидкости. На развитых стадиях движение жидкости теряет осевую симметрию, что соответствует тенденции к формированию струй. Развитие азимутальных неустойчивостей вала анализируется с использованием дисперсионных соотношений для поверхностных волн. Показано, что максимальные инкременты соответствуют неустойчивости Рэлея–Плато. Даны оценки для времени образования жидкометаллических струй и их вероятного количества.

Известно, что катодное пятно является источником жидкометаллических струй и капель, играющих существенную роль в самоподдержании горения вакуумного дугового разряда [1]. Они образуются при вытеснении расплавленного металла из формирующихся на катоде кратеров давлением взрывной плазмы [2]. В недавних работах [3,4] был предложен механизм образования струй, связанный с развитием азимутальных неустойчивостей границы жидкости в процессе ее вытеснения из кратеров. По предварительным оценкам, за это ответственна капиллярная неустойчивость Рэлея–Плато (РП). Однако качественный характер используемых в [3,4] моделей не позволяет полностью исключить из рассмотрения неустойчивость Рэлея–Тейлора (РТ): времена развития неустойчивостей РП и РТ сравнимы по порядку величины. Сложность количественного описания зарождения струй обусловлена существенной трехмерностью и нелинейностью протекающих процессов.

В работах [5,6] удалось достичь существенного прогресса в численном моделировании динамики вытеснения расплава из кратера с учетом значительного числа факторов, которые не принимались во внимание при качественном аналитическом описании этого процесса в [4]. Основной идеей настоящей работы является комбинирование численных и аналитических подходов при рассмотрении гидродинамических процессов в катодном пятне вакуумной дуги, дающее возможность однозначно установить механизм формирования струй. Численно в двумерной осесимметричной постановке рассчитывается формирование жидкометаллического вала по контуру кратера. Параллельно с этим аналитически исследуются линейные стадии развития трехмерных неустойчивостей вала с учетом изменения его геометрии. Такой подход позволил определить число струй, на которые распадается вал, характерное время этого процесса, а также убедиться, что инкременты неустойчивости РП заметно превышают инкременты неустойчивости РГ.

Процесс вытеснения жидкого металла давлением плазмы из кратера, формирующегося на катоде при функционировании элементарной ячейки катодного пятна вакуумной дуги, рассчитывается в рамках полуэмпирической модели, предложенной в [6]. Модель включает в себя характеристики взаимодействия плазмы катодного пятна с катодом, полученные на основе экспериментальных данных Танберга [7] по действующей на катод силе и Даалдера [8] по мощности, выделяемой в катоде вакуумной дуги. Основным внешним параметром модели является ток ячейки, распределенный на поверхности катода по Гауссу с радиусом R_0 . В рамках двумерной осесимметричной постановки задачи тепломассопереноса и переноса заряда в катоде, которая предполагает совместное решение уравнений Навье–Стокса для вязкой несжимаемой жидкости со свободной поверхностью, уравнения теплопроводности с учетом конвективного переноса тепла и джоулева нагрева и уравнения непрерывности для плотности тока, проводится численное моделирование образования элементарного кратера на медном катоде (подробнее методика расчета описана в [5,6]).

На рис. 1 представлены результаты расчетов динамики поверхности расплава при образовании кратера для медного катода с током ячейки 3.2 А ($R_0 = 0.8 \mu\text{m}$). Под действием давления плазмы катодного пятна $> 10^8$ Па происходит ускорение расплавленного металла за время ~ 10 ns до скоростей $\sim 10^2$ m/s, в результате чего жидкость начинает выплескиваться из кратера. Видно, что к моменту $t_0 \approx 10$ ns по контуру

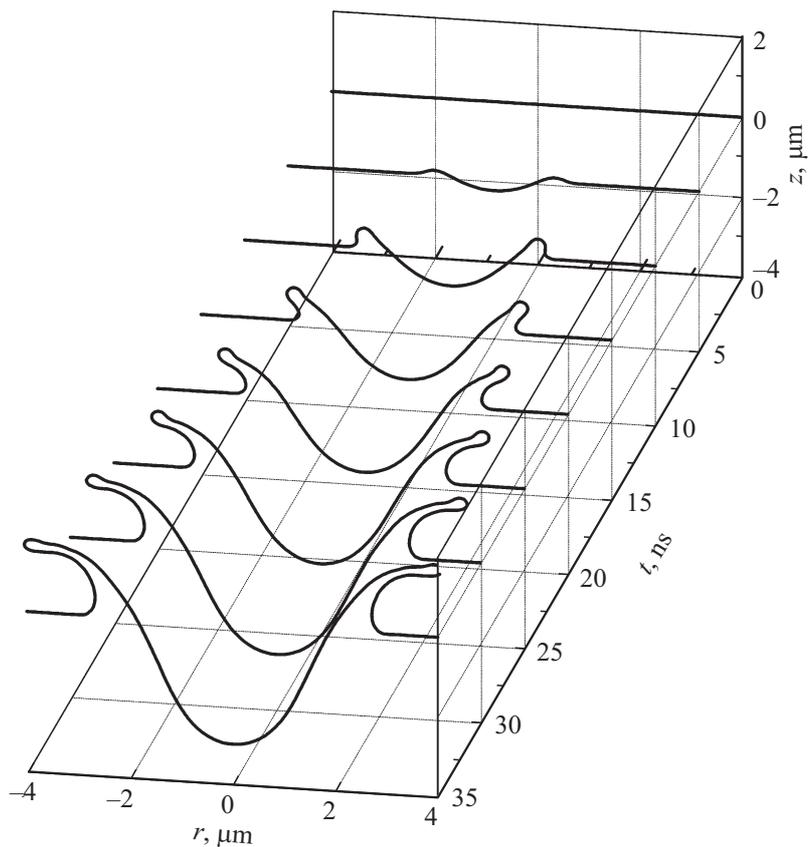


Рис. 1. Результаты численного моделирования динамики поверхности расплава при образовании кратера на медном катоде при токе 3.2 А, протекающем через область с характерным размером $R_0 = 0.8 \mu\text{m}$. Показаны поперечные сечения кратера с шагом в 5 пс.

формирующегося кратера возникает выраженный жидкометаллический вал. Жидкость за пределами кратера движется по инерции, испытывая влияние лишь сил поверхностного натяжения. При этом происходит радиальное расширение вала: расстояние R от оси симметрии до гребня вала растет со временем. Растяжение вала приводит к его истончению:

на временном интервале от 10 до 35 ns радиус кривизны r_0 вершины вала уменьшается от 170 до 140 nm.

Под действием капиллярных сил верхняя часть вала скругляется, принимая (с учетом осевой симметрии задачи) форму, близкую к тороидальной (рис. 1). Геометрия тора определяется двумя масштабами: большим (R) и малым (r_0) радиусами. Тороидальная кромка вала подвержена неустойчивости РП, стремящейся минимизировать площадь свободной поверхности. В классическом случае она развивается в жидком цилиндре и приводит к его разбиению на капли. Для рассматриваемой нами геометрии задачи она приводит к формированию периодической системы струй по контуру кратера.

Другой вероятный механизм формирования струй связан с тем обстоятельством, что, как показывает численное моделирование, начиная с момента $t_0 \approx 10$ ns жидкость в тороидальной кромке вала тормозится. Она движется с отрицательным ускорением $\sim 2 \cdot 10^9$ m/s². В этой ситуации возможно развитие неустойчивости РТ свободной границы жидкого металла.

Для ответа на вопрос, какая именно неустойчивость ответственна за нарушение осевой симметрии задачи и в конечном итоге за распад вала на струи, требуется провести сравнение инкрементов неустойчивостей РП и РТ. Закон дисперсии для неустойчивости РП жидкого цилиндра с заданным радиусом r_0 имеет следующий вид [9]:

$$\gamma_k^2 = \frac{\sigma}{\rho r_0^3} \frac{I_1(kr_0)}{I_0(kr_0)} (kr_0 - k^3 r_0^3), \quad (1)$$

где γ_k — инкремент неустойчивости, k — волновое число, I_0 и I_1 — модифицированные функции Бесселя первого рода, σ — коэффициент поверхностного натяжения, ρ — плотность жидкости (для расплавленной меди можно взять $\rho \approx 8.0$ g/cm³ и $\sigma \approx 1.37$ N/m). Его использование для описания неустойчивости жидкого тора возможно при $R \gg r_0$. Для неустойчивости РТ для изначально плоской границы жидкости в пределе „глубокой воды“ имеем [10]

$$\gamma_k^2 = ak - \sigma k^3 / \rho, \quad (2)$$

где a — абсолютное значение ускорения границы жидкости. При фиксированных параметрах r_0 и a амплитуда возмущений поверхности для неустойчивых гармоник нарастала бы экспоненциально, как $\exp(\gamma_k t)$.

В нашем случае анализ динамики распада вала затрудняется тем обстоятельством, что входящие в (1) и (2) величины r_0 , a и k меняются со временем.

Будем использовать следующую схему исследования динамики развития неустойчивостей жидкометаллического вала. Численное моделирование осесимметричной стадии движения жидкости позволяет найти временные зависимости $R(t)$, $r_0(t)$ и $a(t)$, определяющие невозмущенную геометрию вала в рамках ее аппроксимации тором. Развитие азимутальных возмущений вала, происходящее на фоне его радиального расширения, будет рассматриваться аналитически. Для этого воспользуемся модификациями дисперсионных соотношений (1) и (2), учитывающими ряд особенностей рассматриваемой задачи. Так, необходимо принять во внимание, что спектр возмущений границы вала дискретен: в длину вала $2\pi R$ вписывается целое число n длин волн. Поскольку при расширении вала для заданного n длина волны будет меняться, то потребуются ввести соответствующие поправки к инкрементам неустойчивости.

Для описания азимутальных деформаций вала удобно представить радиус скругления его тороидальной кромки в виде

$$r(\theta, t) = r_0(t) + r_1(\theta, t), \quad r_1(\theta, t) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n(t) \cos(n\theta + \Theta_n), \quad (3)$$

где A_n и Θ_n — амплитуды и фазы гармоник с номерами n , а θ — азимутальный угол. Невозмущенный радиус кривизны r_0 (малый радиус тора) здесь имеет смысл амплитуды нулевой гармоники. Функция r_1 определяет малые ($r_1 \ll r_0$) возмущения границы тора.

Перепишем законы дисперсии (1) и (2) с учетом того, что n -й гармонике соответствует волновое число $k_n(t) = n/R(t)$. Получим для инкрементов неустойчивостей РП и РТ соответственно

$$\gamma_n^2 = \frac{\sigma}{\rho r_0^3} \frac{I_1(nr_0/R)}{I_0(nr_0/R)} \left[\frac{nr_0}{R} - \left(\frac{nr_0}{R} \right)^3 \right], \quad (4)$$

$$\gamma_n^2 = \frac{an}{R} - \frac{\sigma n^3}{\rho R^3}. \quad (5)$$

Из этих выражений ясно, что, поскольку параметры R , r_0 и a являются функциями времени, то и инкременты γ_n будут меняться со временем.

В таком случае для описания поведения амплитуд возмущений вала следует воспользоваться дифференциальными уравнениями

$$\frac{d \ln A_n}{dt} = \gamma_n(t) + s(t), \quad n = 1, 2, 3 \dots \quad (6)$$

Здесь введена поправка $s(t)$ к инкрементам $\gamma_n(t)$, которая ответственна за растяжение вала и, как следствие, увеличение характерных длин волн (см. также работу [11], где сходная методика использовалась для анализа формирования системы струй в результате падения капли на тонкий слой жидкости). Необходимость введения этой поправки в динамические уравнения (6) связана с тем, что, в силу геометрических соотношений, амплитуды азимутальных возмущений поверхности вала A_n будут меняться при его расширении даже при нулевых значениях γ_n , т. е. в случае нейтральной устойчивости осесимметричного вала.

Определим величину $s(t)$ для тривиального случая, когда инкременты неустойчивости γ_n формально равны нулю. Рассмотрим два предельных случая, дающих верхнюю (s_{\max}) и нижнюю (s_{\min}) оценки для s и, как следствие, верхнюю ($A_{n,\max}$) и нижнюю ($A_{n,\min}$) оценки для амплитуд A_n . В первом пределе будем считать, что растяжение тора никак не влияет на амплитуды возмущений: $s = s_{\max} = 0$. Второй предел соответствует максимально возможному влиянию растяжения вала: при $\gamma_n = 0$ амплитуды возмущений прямо пропорциональны радиусу тора $A_{n,\min}(t) \sim r_0(t)$. Это соответствует тому, что

$$s = s_{\min}(t) = \frac{d \ln r_0(t)}{dt}.$$

Здесь s_{\min} — отрицательно в силу того, что радиус скругления вала уменьшается со временем.

Интегрируя (6) для каждого из двух предельных случаев, получим в итоге

$$\frac{A_{n,\max}(t)}{A_n(t_0)} = \exp\left(\int_{t_0}^t \gamma_n(t') dt'\right), \quad \frac{A_{n,\min}(t)}{A_n(t_0)} = \frac{r_0(t)}{r_0(t_0)} \exp\left(\int_{t_0}^t \gamma_n(t') dt'\right). \quad (7)$$

Истинное значение амплитуд гармоник будет находиться в интервале между двумя полученными оценками

$$A_{n,\min}(t) \leq A_n(t) \leq A_{n,\max}(t).$$

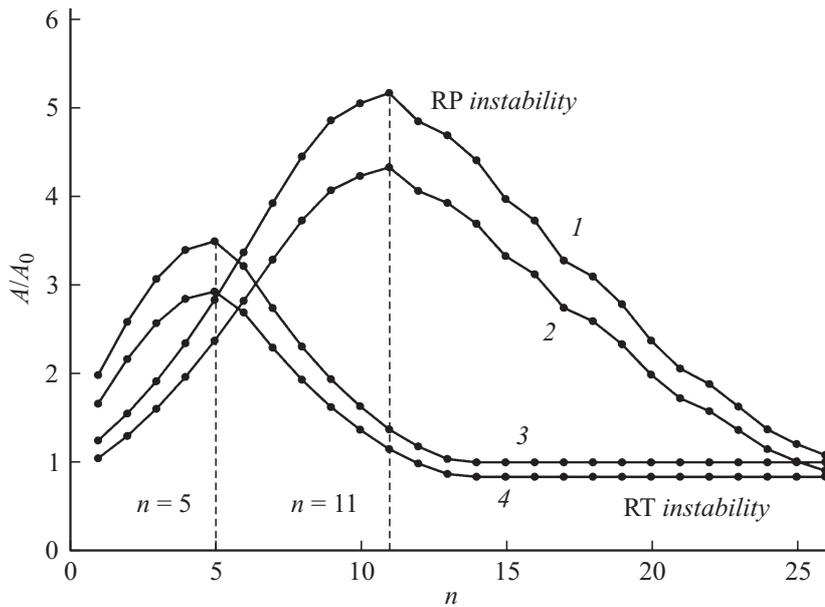


Рис. 2. Результаты расчетов роста амплитуд азимутальных возмущений поверхности жидкометаллического вала для мод с различными номерами n на временном интервале от 10 до 35 ns. Здесь A_0 и A — начальные и соответственно конечные значения амплитуд. Кривые 1 и 2 соответствуют верхней и нижней оценкам для относительного увеличения амплитуд при развитии неустойчивости РП. Кривые 3 и 4 соответствуют неустойчивости РТ.

Результаты расчетов временной динамики амплитуд гармоник по формулам (4), (5) и (7) в интервале от момента $t_0 = 10$ ns до момента $t = 35$ ns представлены на рис. 2. Из него видно, что наибольший рост возмущений соответствует гармонике $n = 11$ и происходит в результате развития неустойчивости РП. Амплитуда A_{11} за 25 ns вырастает примерно в 5 раз (нижняя оценка дает 4.3 раза, а верхняя — 5.2 раз), что вполне обеспечивает возможность формирования системы струй параллельно с формированием кратера. За то же время неустойчивость РТ обеспечивает рост амплитуды A_5 (гармоника с $n = 5$ оказывается наиболее быстрой) только в 3 раза (нижняя оценка дает 2.9, а верхняя — 3.5).

Характерное время развития неустойчивости РП (т.е. время, за которое амплитуда возмущений поверхности нарастает в $e \approx 2.718$ раз) составляет 14 ns, а для неустойчивости РТ — 21 ns, т.е. заметно больше. Из рис. 2 видно, что наибольшую роль в формировании жидкометаллических струй играют гармоники неустойчивости РП с номерами $8 \leq n \leq 14$, а наиболее вероятное число струй есть $n = 11$.

Таким образом, проведенный в настоящей работе анализ поведения расплава в катодном пятне вакуумной дуги с учетом существенной трехмерности деформаций свободной поверхности жидкости позволяет сделать вывод о том, что за формирование жидкометаллических струй ответственна неустойчивость РП. Этот результат может быть использован при анализе капельной эрозии катода, а также условий самоподдержания разряда.

Работа выполнена в рамках темы гос. задания 0389-2014-0005/6 при поддержке РФФИ (проекты 14-08-00235, 14-02-00575, 16-08-00228, 16-08-01099) и Президиума РАН (программа № 9 „Электрофизика и электроника мощных импульсных систем“).

Список литературы

- [1] *Месяц Г.А.* Эктоны в вакуумном разряде: пробой, искра, дуга. М.: Наука, 2000. 424 с.
- [2] *Mesyats G.A., Zubarev N.M.* // J. Appl. Phys. 2013. V. 113. P. 203 301.
- [3] *Mesyats G.A., Zubarev N.M.* // J. Appl. Phys. 2015. V. 117. P. 043 302.
- [4] *Гашков М.А., Зубарев Н.М., Зубарева О.В., Месяц Г.А., Уйманов И.В.* // ЖЭТФ. 2016. Т. 149. В. 4. С. 896–908.
- [5] *Mesyats G.A., Uimanov I.V.* // IEEE Trans. Plasma Sci. 2015. V. 43. P. 2241–2246.
- [6] *Месяц Г.А., Уйманов И.В.* // Изв. вузов. Физика. 2015. Т. 58. В. 9/2. С. 204–208.
- [7] *Tanberg R.* // Phys. Rev. 1930. V. 35. P. 1080–1089.
- [8] *Daalder J.E.* // J. Phys. D.: Appl. Phys. 1977. V. 10. P. 2225–2234.
- [9] *Ламб Г.* Гидродинамика. М.; Л.: Гостехиздат, 1947. 928 с.
- [10] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Гидродинамика. М.: Наука, 1988. 736 с.
- [11] *Zhang L.V., Brunet P., Eggers J., Deegan R.D.* // Phys. Fluids. 2010. V. 22. P. 122 105.