

## Об электрическом заряде шаровой молнии

© А.И. Григорьев, С.О. Ширяева, Н.А. Петрушов

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова,  
150000 Ярославль, Россия  
e-mail: grig@uniyar.ac.ru

(Поступило в Редакцию 23 июня 2015 г. В окончательной редакции 20 октября 2015 г.)

На основе сравнения электрогидродинамической устойчивости заряженной капли в электростатическом подвесе и шаровой молнии, плавающей в суперпозиции гравитационного поля и приземного электростатического поля, и соображений ограничения напряженности электростатического поля у поверхности пробойной величиной, находится электрический заряд шаровой молнии. При радиусе шаровой молнии 15 см ее заряд оценен в величину порядка единиц микрокулона. Плотность электростатической энергии, запасенной в шаровой молнии, при этом будет порядка тысячной доли джоуля на кубический сантиметр. Оценена плотность вещества шаровой молнии при напряженности электростатического поля в месте ее возникновения, в десять раз превышающей напряженность хорошей погоды. Оказывается, что она на единицы процентов отличается от плотности воздуха.

### Введение

В физическом знании имеется пробел из области классической физики — это шаровая молния (ШМ). Физический объект, который явно обладая классическими свойствами, не поддается ни теоретическому, ни экспериментальному моделированию (см., например, монографии [1–5]). В проблеме исследования имеющихся у шаровой молнии свойств особняком стоит вопрос о наличии у нее собственного электрического заряда. Вроде бы из самого названия ШМ следует, что она обязана иметь заряд, но вместе с тем известно много описаний наблюдения ШМ, когда ШМ вплотную контактировала с людьми, и они отделались стрессом [1–5].

Постараемся разобраться в проблеме, не привязываясь ни к какой модели ШМ (теоретической или экспериментальной), исходя просто из общефизического смысла и описаний наблюдений очевидцев. О свойствах ШМ можно судить более или менее достоверно только по описаниям очевидцев. Многочисленные теоретические и экспериментальные модели в расчет не берутся ввиду их сомнительности [1–5]. Да и сведения, поступающие от очевидцев, достоверны не на сто процентов. Разделить респондентов по степени недоверности сообщаемых ими сведений о ШМ практически невозможно: всегда остается сомнение.

Вопрос о наличии заряда у ШМ не корректен по постановке, а ответ на него базируется только на косвенных данных. Так, о наличии заряда можно судить по способности ШМ поражать людей и животных электрическим разрядом. Такие описания имеются, хоть их и мало. Об электрической природе ШМ свидетельствуют и описания появления ШМ из розеток и других электропроводных предметов, а также способность ШМ уходить в них с электрическим разрядом.

Анализ закономерностей исчезновения ШМ, так же как и анализ условий ее зарождения, может дать новую информацию о природе вещества ШМ, о ее строении, о механизме поддержания устойчивости и т.п. В табл. 1

приведены статистические данные для отобранных из 5128 описаний ШМ, в которых сообщалось о том, как кончились наблюдения ШМ [5]. При объединении граф „уход в проводник“ и „уход в землю“, оказывается, что в 12,4% описаний ШМ наблюдение оканчивается ее разрядом на проводящий предмет.

Интересно сравнить статистические данные о том, как прекратилось существование ШМ для тех из них, что возникли на проводниках, а таких набралось 746 (табл. 2), с данными, приведенными в табл. 1, где селекция по месту зарождения не сделана. Не сложно видеть, что ШМ, зародившиеся во время грозы на проводниках, заметно реже кончают свое существование взрывом и чаще уходят в проводящую среду или тихо гаснут. Из табл. 2 видно, что для ШМ, появившейся в помещении из телефона или розетки, вероятность снова уйти в проводник или в землю больше, чем для ШМ, родившейся в облаке или в канале разряда линейной молнии.

Среди 5315 ранее неизвестных описаний ШМ, собранных нами, в 1138 случаях очевидцы были свидетелями факта рождения ШМ. В табл. 3 представлены вероятности, с которыми встречаются различные варианты мест происхождения ШМ: видно, что в большинстве случаев она рождается на проводниках (в грозу).

Кроме сказанного, встает вопрос о физических закономерностях движения ШМ. Соответствующие данные приведены в табл. 4. Чаще всего она просто плывет в воздухе. Это означает, что ее вес скомпенсирован выталкивающей силой (силой Архимеда) и, если принять, что заряд ШМ отличен от нуля, то силой его электростатического взаимодействия с внешним для ШМ электрическим полем. Если учесть, что ШМ, согласно табл. 4, может и падать из облаков, и подниматься к облакам, то можно принять, что заряд ШМ может быть как положительным, так и отрицательным, а плотность ее вещества может быть как больше плотности воздуха, так и меньше.

**Таблица 1.** Возможные варианты путей исчезновения ШМ

Наблюдение ШМ прекратилось, когда она:	Значение вероятности по 5128 описаниям
Ушла из поля зрения	$0.403 \pm 0.009$
Взорвалась	$0.259 \pm 0.007$
Ушла в землю	$0.078 \pm 0.004$
Ушла в проводник	$0.056 \pm 0.003$
Рассыпалась на искры	$0.054 \pm 0.003$
Тихо погасла	$0.138 \pm 0.005$
Спровоцированный взрыв	$0.0129 \pm 0.0016$

**Таблица 2.** Вероятности реализации различных каналов исчезновения ШМ для тех из них, которые возникли на заземленных металлических предметах

Наблюдение ШМ прекратилось, когда она:	Значение вероятности по 746 описаниям
Ушла из поля зрения	$0.328 \pm 0.021$
Взорвалась	$0.200 \pm 0.016$
Ушла в землю	$0.098 \pm 0.011$
Ушла в проводник	$0.092 \pm 0.011$
Рассыпалась на искры	$0.068 \pm 0.010$
Тихо погасла	$0.206 \pm 0.017$
Спровоцированный взрыв	$0.0067 \pm 0.0029$

**Таблица 3.** Место возникновения ШМ

Шаровая молния возникла:	Значение вероятности по 1138 описаниям
В канале разряда линейной молнии	$0.0835 \pm 0.0001$
В месте удара линейной молнии	$0.0817 \pm 0.0001$
В облаках	$0.043 \pm 0.0001$
На металлическом проводнике	$0.656 \pm 0.025$
Просто сообщается о факте наблюдения рождения ШМ	$0.1305 \pm 0.0001$

Падение ШМ на землю и движение ее к облакам может также свидетельствовать о том, что заряд ШМ может иметь разные знаки или что электрическое поле облаков имеет в различных случаях различное направление. Во всяком случае, последнее утверждение обосновано, так как направление поля определяется знаком зарядов в нижней части грозового облака, который варьирует от облака к облаку и для одного облака может меняться во время его существования [7]. Следует отметить также, что величина и направление внешнего для ШМ электрического поля в грозовую погоду меняются при разрядах линейной молнии, а также при передвижении облаков.

Согласно данным различных авторов (табл. 5), ШМ может появляться и в ясную погоду. Конечно, это не

противоречит сказанному, так как и в ясную погоду напряженность электрического поля у поверхности земли отлична от нуля [7].

В нижеследующем, чтобы не ограничивать общности проведенных рассуждений и не привязываться ни к какой модели строения ШМ, будем исходить из того, что вещество ШМ имеет плотность порядка плотности воздуха (может быть как немного меньше, так и немного больше ее), несет электрический заряд, который может быть обоих знаков, и обладает поверхностным натяжением, коэффициент которого имеет величину порядка величины коэффициента поверхностного натяжения воды [2,5].

В нижеследующем анализе будем исходить из математической модели заряженной капли идеальной жидкости, подвешенной в однородном электростатическом поле, так называемого электростатического подвеса [10–14]. Такие подвесы широко используются при экспериментальной проверке критерия Релея [15] — критерия неустойчивости сильно заряженной капли [16–19] и для безконтактного определения физико-химических свойств жидкостей [20].

## Постановка задачи

Пусть  $Q$  — собственный заряд шаровой молнии. В околосферном приповерхностном пространстве на нее действуют коллинеарные внешнее электростатическое поле у поверхности земли напряженностью  $E_0$  с силой  $F_q \equiv E_0 \cdot Q$  и гравитационное поле Земли с ускорением свободного падения  $g$ , а также сила Архимеда  $F_A$ , действующая на ШМ во внешней среде с плотностью  $\rho_{ex}$ . Они удерживают шаровую молнию в висячем положении. Примем, что вещество шаровой молнии имеет плотность  $\rho$ , коэффициент поверхностного натяжения  $\sigma$ , который по предположению близок к коэффициенту поверхностного натяжения воды. Пусть в отсутствие сил и полей шаровая молния имеет сферическую форму с радиусом  $R$ .

Принимая плотность окружающей среды  $\rho_{ex}$ , коэффициент поверхностного натяжения  $\sigma$  и радиус сферической формы  $R$  в качестве трех основных масштабов измерения физических величин, перейдем к безразмерным переменным, в которых  $\rho_{ex} = \sigma = R = 1$ .

Будем искать форму равновесной поверхности ШМ в сферических координатах в наиболее общей осесимметричной форме в виде разложения по полиномам Лежандра:

$$r(\theta) = 1 + h(\theta) \equiv 1 + \sum_{n=0}^{\infty} a_n P_n(\mu), \quad \mu \equiv \cos \theta. \quad (1)$$

Рассматривая малые отклонения формы заряженной ШМ во внешнем электростатическом поле от сферической  $h(\theta) \ll 1$ , введем малый параметр  $\eta^2 \propto h(\theta) \ll 1$ , характеризующий стационарное отклонение равновесной формы от сферической. Поскольку в отсутствие

Таблица 4. Особенности движения ШМ

Особенности движения	Данные [5,6] (по 1743 описаниям)	Данные Стаханова [2] (по 928 описаниям)	Данные Рейли [8] (по 98 описаниям)	Данные Мак Нелли [9]
Двигалась неравномерно	$0.086 \pm 0.007$	–	–	–
Двигалась горизонтально равномерно	$0.75 \pm 0.02$	$0.75 \pm 0.03$	$0.53 \pm 0.07$	–
Падала из облака	$0.047 \pm 0.005$	–	–	–
Поднималась к облакам	$0.004 \pm 0.002$	–	–	–
Вращалась	$0.051 \pm 0.005$	–	$0.20 \pm 0.05$	–
Огибала препятствия	$0.026 \pm 0.004$	–	–	–
Двигалась вдоль провода	$0.039 \pm 0.005$	–	$0.16 \pm 0.04$	$0.20 \pm 0.04$

Таблица 5. Метеоусловия появления ШМ

Метеоусловия	Данные [5,6] (по 1924 описаниям)	Данные Стаханова [2] (по 1006 описаниям)	Данные Мак Нелли [9] (по 376 описаниям)
В грозу	$0.510 \pm 0.016$	–	–
Одновременно с разрядом линейной молнии	$0.106 \pm 0.007$	$0.695 \pm 0.026$	–
Перед началом грозы	$0.066 \pm 0.006$	–	$0.99 \pm 0.01$
Сразу после грозы	$0.088 \pm 0.007$	–	–
Во время дождя	$0.072 \pm 0.006$	$0.172 \pm 0.013$	–
В облачную погоду	$0.060 \pm 0.006$	–	–
В ясную погоду	$0.098 \pm 0.007$	$0.133 \pm 0.012$	$0.008 \pm 0.004$

внешнего поля  $E_0$  докритический заряд  $Q$  не нарушает сферичности формы капли,  $Q \propto \eta^0$ . Внешнее электростатическое поле  $E_0$  по предположению весьма мало.

Гравитационное и электростатическое поля и сила Архимеда должны обеспечивать неподвижность центра масс вне зависимости формы ее поверхности  $g \propto QE_0 \propto \eta$ . Поскольку про заряд мы знаем, что он имеет нулевой порядок малости, то, следовательно,  $E_0 \propto \eta$ .

Взаимодействие всех сил с отклонением формы капли  $h(\theta)$  будет приводить к появлению добавок, имеющих величину не ниже второго порядка малости по  $\eta$  в соответствующих давлениях.

Чтобы учесть влияние  $g$ ,  $E_0$  и  $Q$  на равновесную форму, представим коэффициенты  $a_n$  ряда (1) в виде разложения по малому параметру  $\eta$ :

$$a_n = \eta^2 a_n^{(2)} + \eta^3 a_n^{(3)} + \eta^4 a_n^{(4)} + O(\eta^5).$$

Верхний индекс в коэффициентах  $a_n^{(m)}$  указывает порядок малости коэффициентов. Подчеркнем только, что параметр  $\eta$  является формальным и введен лишь для удобства проведения разложений. В конечном счете, его следует убрать. Степень малости различных слагаемых по степеням  $\eta$  будет выражена через амплитуды  $a_n^{(m)}$ , а те, в свою очередь, будут выражены через напряжен-

ность внешнего электростатического поля  $E_0$ , собственный заряд капли  $Q$  и ускорение свободного падения  $g$ .

## Описание математической процедуры

На поверхности шаровой молнии в состоянии равновесия должно выполняться условие баланса давлений

$$p(\mathbf{r}) - p_{\text{atm}} + p_q(\mathbf{r}) + p_g(\mathbf{r}) - p_\sigma(\mathbf{r}) = 0. \quad (2)$$

Здесь  $p(\mathbf{r})$  — давление внутри ШМ,  $p_{\text{atm}}$  — атмосферное давление,  $p_q(\mathbf{r})$ ,  $p_g(\mathbf{r})$  и  $p_\sigma(\mathbf{r})$  — давление на поверхность (1) электрических, гравитационных сил и сил поверхностного натяжения.

Помимо баланса давлений необходимо потребовать выполнения условий неизменности объема, заряда и неподвижности центра масс:

$$\iiint_V dV = 2\pi \int_{-1}^1 \int_0^{r(\theta)} r^2 dr d\mu = \frac{4}{3}\pi, \quad \mu \equiv \cos \theta,$$

$$V \equiv \{0 \leq r \leq r(\theta), 0 \leq \theta \leq \pi, 0 \leq \varphi \leq 2\pi\}, \quad (3)$$

$$\iint_S (\mathbf{n}(\mathbf{r}, t), \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)) dS$$

$$= -2\pi \int_{-1}^1 \left( r^2 (\mathbf{n}(\mathbf{r}, t), \nabla \Phi(\mathbf{r}, t)) \right) \Big|_{r(\theta)} d\mu = 4\pi Q, \quad (4)$$

$$S \equiv \{r = r(\theta), 0 \leq \theta \leq \pi, 0 \leq \varphi \leq 2\pi\},$$

$$\iiint_V \mathbf{r} dV = 2\pi \int_{-1}^1 \int_0^{r(\theta)} \mathbf{e}_r(\mathbf{r}, t) r^3 dr d\mu = 0. \quad (5)$$

$\mathbf{n}(\mathbf{r}, t)$  — орт нормали к поверхности (1),  $\Phi(\mathbf{r}, t)$  — потенциал электростатического поля напряженностью  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\nabla \Phi(\mathbf{r}, t)$ . Для расчета напряженности электростатического поля  $\mathbf{E}$  в окрестности шаровой молнии добавим уравнение Максвелла, граничные условия и условие эквипотенциальности поверхности:

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) &= 0, \quad r \rightarrow \infty: \quad \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \rightarrow \mathbf{E}_0, \\ r = r(\theta): \quad \Phi &= \Phi_S, \end{aligned} \quad (6)$$

где  $\Phi_S$  — потенциал поверхности ШМ.

## Разложение по малому параметру давлений

Давления, входящие в (2), представим в виде разложения по степеням  $\eta$  с точностью до слагаемых порядка  $\eta^4$ :

$$\begin{aligned} p_j(\mathbf{r}) &\approx p_j^{(0)}(\mathbf{r}) + \eta p_j^{(1)}(\mathbf{r}) + \eta^2 p_j^{(2)}(\mathbf{r}) + \eta^3 p_j^{(3)}(\mathbf{r}) \\ &+ \eta^4 p_j^{(4)}(\mathbf{r}) + O(\eta^5). \end{aligned}$$

Собрав вместе слагаемые одного порядка малости при выполнении баланса давлений по аналогии с тем, как это делалось в [10–14], получим систему уравнений, позволяющую последовательно рассчитать амплитуды  $a_n^m$ .

## Лапласовское давление

Давление капиллярных сил определяется через орт нормали  $\mathbf{n}(\mathbf{r})$  к поверхности (1)

$$p_\sigma(\mathbf{r}) = \operatorname{div} \mathbf{n}(\mathbf{r}), \quad \mathbf{n}(\mathbf{r}) \equiv \nabla(r - r(\theta)) / |\nabla(r - r(\theta))|.$$

Подставив в эти формулы разложение (1) получим

$$p_\sigma^{(0)} = 2, \quad p_\sigma^{(1)}(\mathbf{r}) = 0,$$

$$p_\sigma^{(2)}(\mathbf{r}) = \sum_{n=0}^{\infty} (n-1)(n+2) a_n^{(2)} P_n(\mu),$$

$$p_\sigma^{(3)}(\mathbf{r}) = \sum_{n=0}^{\infty} (n-1)(n+2) a_n^{(2)} P_n(\mu),$$

$$\begin{aligned} p_\sigma^{(4)}(\mathbf{r}) &= \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ (n-1)(n+2) a_n^{(4)} P_n(\mu) \right. \\ &\left. - 2(n^2 + n - 1) \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{j=|n-k|}^{n+k} a_n^{(2)} a_k^{(2)} \left( C_{(n,k,j)}^{(0,0,0)} \right)^2 P_j(\mu) \right\}. \end{aligned}$$

Здесь и далее  $C_{(n,k,j)}^{(0,0,0)}$  — коэффициенты Клебша–Гордана [21], отличные от нуля, только когда индексы удовлетворяют соотношениям  $|n-m| \leq k \leq |n+m|$ ,  $n+m+k$  — четное.

## Давление поля сил тяжести

Гравитационное давление с учетом выталкивающей силы Архимеда определяется выражением

$$p_g(\mathbf{r}) = g(1 - \rho)(r(0) - r(\theta)).$$

После подстановки в которое функции  $r(\theta)$ , описывающей форму поверхности (1), несложно получить [12,14]

$$p_g^{(0)}(\mathbf{r}) = 0,$$

$$p_g^{(1)}(\mathbf{r}) = g(1 - \rho)(1 - \mu) = g(1 - \rho_{\text{ex}})(P_0(\mu) - P_1(\mu)),$$

$$p_g^{(2)}(\mathbf{r}) = 0,$$

$$p_g^{(3)}(\mathbf{r}) = g(1 - \rho) \sum_{n=2}^{\infty} a_n^{(2)}$$

$$\times \left( P_0(\mu) - \sum_{j=n-1}^{n+1} \left( C_{(n,k,j)}^{(0,0,0)} \right)^2 P_j(\mu) \right),$$

$$p_g^{(4)}(\mathbf{r}) = g(1 - \rho) \sum_{n=2}^{\infty} a_n^{(3)}$$

$$\times \left( P_0(\mu) - \sum_{j=n-1}^{n+1} \left( C_{(n,k,j)}^{(0,0,0)} \right)^2 P_j(\mu) \right).$$

## Электростатический потенциал и давление

Вычислим электростатическое поле в окрестности ШМ. Решение для потенциала электростатического поля будем искать в виде разложения

$$\Phi(\mathbf{r}) \approx \Phi_0 + \eta\Phi_1(\mathbf{r}) + \eta^2\Phi_2(\mathbf{r}) + \eta^3\Phi_3(\mathbf{r}) + \eta^4\Phi_4(\mathbf{r}) + O(\eta^5).$$

Перейдя от напряженности к потенциалу электростатического поля в (6), дополненной условием (4), нетрудно получить [11,13]

$$\Phi_0 = \frac{Q}{r}, \quad \Phi_1 = E_0\mu \left( \frac{1}{r^2} - r \right),$$

$$\Phi_2 = Q \sum_{n=1}^{\infty} r^{-(n+1)} a_n^{(2)} P_n(\mu),$$

$$\Phi_3 = \sum_{n=1}^{\infty} r^{-(n+1)} \left( 3E_0 \left( \frac{na_{n-1}^{(2)}}{2n-1} + \frac{(n+1)a_{n+1}^{(2)}}{2n+3} \right) + Qa_n^{(3)} \right) \times P_n(\mu),$$

$$\Phi_4 = \sum_{n=1}^{\infty} r^{-(n+1)} \left[ 3E_0 \left( \frac{na_{n-1}^{(3)}}{2n-1} + \frac{(n+1)a_{n+1}^{(3)}}{2n+3} \right) + Qa_n^{(4)} + Q \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{j=0}^n (k+j)a_{k+j}^{(2)} a_{n-k+j}^{(2)} \left( C_{(j+k, n-j+k, n)}^{(0,0,0)} \right)^2 \right] \times P_n(\mu).$$

Пользуясь полученными выражениями, легко найдем давление электростатических сил по известной формуле

$$p_q = \frac{E^2}{8\pi} = \frac{(\nabla\Phi)^2}{8\pi}.$$

## Расчет равновесной формы ШМ

Вычислив интегралы (3) и (5), получим

$$a_0^{(2)} = 0, \quad a_0^{(3)} = 0, \quad a_0^{(4)} = - \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{2n+1} \left( a_n^{(2)} \right)^2,$$

$$a_1^{(2)} = 0, \quad a_1^{(3)} = 0, \quad a_1^{(4)} = \frac{9}{2} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(n+1)a_n^{(2)} a_{n+1}^{(2)}}{(2n+1)(2n+3)}. \quad (7)$$

Подставляя слагаемые одного порядка в баланс давлений (2), с учетом соотношений (7), получим для нулевого порядка малости

$$p^{(0)} - p_{\text{atm}} = 2 - \frac{Q^2}{8\pi}$$

баланс давлений для ШМ в отсутствие внешних полей. В первом порядке малости получим поправку к

давлению в ШМ, возникающую в результате действия гравитации и силы Архимеда, и условие неподвижности центра масс капли

$$p^{(1)} = -g(1-p), \quad f = \frac{3QE_0}{4\pi(1-\rho)}. \quad (8)$$

Подстановка слагаемых второго порядка малости позволяет получить добавку внутреннего давления и коэффициенты второго порядка малости для формы поверхности (1)

$$p^{(2)} = -\frac{3E_0^2}{8\pi}, \quad a_n^{(2)} = \frac{3QE_0}{16\pi - Q} \delta_{n,2}.$$

Здесь и далее  $\delta_{n,2}$  — символ Кронекера. Таким образом, второй порядок имеет лишь коэффициент при  $P_2(\mu)$ , остальные полиномы Лежандра имеют коэффициенты более высокого порядка малости. В третьем порядке малости получим очередную поправку к давлению в капле и коэффициенты третьего порядка малости для формы поверхности (1)

$$p^{(3)} = \frac{3QE_0g(1-\rho)}{16\pi - Q^2},$$

$$a_n^{(3)} = \frac{(129QE_0 - 100\pi g(1-\rho))a_2^{(2)}}{600\pi - 30Q^2} \delta_{n,3}.$$

Поправка к давлению четвертого порядка малости будет иметь вид

$$p^{(4)} = -\frac{E_0^2}{40\pi(20\pi - Q^2)(16\pi - Q^2)^2} \left( 516\pi gQE_0(1-\rho) \times (16\pi - Q^2) - 400g^2\pi^2(1-\rho)^2(16\pi - Q^2) + 9E_0^2(64\pi - 5Q^2)(20\pi - Q^2) \right) = -\frac{1}{5} \left( 8 - \frac{5Q^2}{8\pi} \right) (a_2^{(2)})^2 - g(1-\rho)a_2^{(3)}.$$

Среди коэффициентов четвертого порядка малости для формы поверхности (1) отличными от нуля будут лишь

$$a_2^{(4)} = \frac{3E_0^2}{70(16\pi - Q^2)(20\pi - Q^2)} \left( 400g^2\pi^2(1-\rho)^2 \times (16\pi - Q^2) - 1416\pi gQE_0(1-\rho_{\text{ex}})(16\pi - Q^2) + 3E_0^2(50560\pi^2 + 1104\pi Q^2 - 259Q^4) \right),$$

$$a_4^{(4)} = \frac{E_0^2}{105(16\pi - Q^2)^2(20\pi - Q^2)(24\pi - Q^2)} \left( 800g^2\pi^2 \times (1-\rho)^2(16\pi - Q^2) - 4032\pi gQE_0(1-\rho)(16\pi - Q^2) + 9E_0^2(37440\pi^2 + 3388\pi Q^2 - 349Q^4) \right).$$

Кроме того, с учетом (7)

$$a_0^{(4)} = -\frac{1}{5} \left( a_2^{(2)} \right)^2, \quad a_1^{(4)} = 0.$$

Форма ШМ с точностью до четвертого порядка по  $\eta$  будет описываться выражением

$$r(\theta) = 1 + a_0^{(4)} P_0(\mu) + \left( a_2^{(2)} + a_2^{(4)} \right) P_2(\mu) + a_3^{(3)} P_3(\mu) + a_4^{(4)} P_4(\mu). \quad (9)$$

Коэффициенты  $a_n^{(m)}$ , выраженные через параметры Тейлора  $w$  и Рэля  $W$  с учетом условия неподвижности центра масс капли (8), определяются соотношениями

$$\begin{aligned} a_2^{(2)} &= \frac{3w}{1-W}, \quad a_3^{(3)} = \frac{6\sqrt{W}w^3(18-43\rho)}{5(1-W)(5-4W)(1-\rho)}, \\ a_0^{(4)} &= -\frac{9w^2}{5(1-W)^2}, \\ a_2^{(4)} &= \frac{9w^2(395(1-\rho)^2 + 6W(23\rho^2 + 72\rho - 70) - W^2(518\rho^2 - 328\rho - 40))}{7(1-W)^3(5-4W)(1-\rho)^2}, \\ a_4^{(4)} &= \frac{6w^2(585(1-\rho)^2 + W(847\rho^2 - 350\rho - 297) - 4W^2(349\rho^2 - 362\rho + 63))}{35(1-W)^2(3-2W)(5-4W)(1-\rho)^2}, \\ w &\equiv \frac{E_0^2}{16\pi}, \quad W \equiv \frac{Q^2}{16\pi}, \quad g = \frac{12\sqrt{W}w}{1-\rho}. \quad (10) \end{aligned}$$

Таким образом, равновесная форма ШМ в приземном электростатическом поле будет отлична от сферической, но отклонения от сферической формы будут весьма малы и визуально не наблюдаемы. Соотношения амплитуд различных мод осцилляций ШМ приведены в табл. 6. Параметры ШМ, приведенные в табл. 6, удовлетворяют условию плавания ШМ в воздухе (8). В первой строчке таблицы напряженность внешнего электростатического поля принята равной напряженности хорошей погоды [22]. Во второй строчке — напряженность внешнего поля у поверхности земли принята равной напряженности поля при грозе [22]. В третьей и четвертой строчках напряженность внешнего поля принята равной напряженности внутри грозных облаков [22]. Несложно видеть, что в четвертой строчке величина стационарной деформации ШМ будет уже значительной и визуально различимой. Но такие деформированные ШМ могут наблюдаться только внутри грозных облаков, в области сильного поля. Их заряды из-за необходимости удовлетворения условию устойчивости будут весьма малы, что и отмечено в табл. 6. При их выпадении на землю (имеются и такие описания очевидцев) они будут уходить из области большой напряженности и принимать форму, близкую к сферической, а заряд у них сохранится малый. Электрическое поле в подоблачном пространстве уже не сможет удержать такую ШМ на

плаванию, и они будут падать вниз, на землю, а не плыть над ней (именно это и наблюдают очевидцы).

Таким образом, параметры ШМ, образующихся у поверхности земли и внутри грозных облаков, существенно различаются из-за необходимости удовлетворения условию электрогидродинамической устойчивости. Заряд ШМ формируется в процессе образования ШМ, поскольку электростатическое поле первично, и не может меняться, а заряд вторичен и подстраивается под имеющееся поле. Если условие электрогидродинамической устойчивости ШМ не будет удовлетворено, то ШМ распадется.

Реально наблюдаются различные формы ШМ, (см., например, табл. 7, где приведены данные разных авторов [2,5,8] по этому вопросу, хорошо согласующиеся друг с другом).

Следует подчеркнуть, что значения параметра Рэля  $W$ , параметра Тейлора  $w$  и гравитационного параметра  $\eta$  связаны условием неустойчивости, ранее полученным в [11] для капли в линейном по амплитуде деформации приближении. Аналитический вид этого условия неустойчивости имеет вид

$$\begin{aligned} (1 + 2.07 \cdot e^2)W + 4.64(1 + 6.6 \cdot e^2)w \\ + 3\sqrt{W}w(1 + 0.476 \cdot e^2) \geq 1, \\ e^2 = \frac{9w}{(1-W)}. \end{aligned}$$

где  $e^2$  — квадрат эксцентриситета, пропорциональный амплитуде стационарной деформации.

## Анализ полученных результатов. Оценка заряда ШМ

Условие неподвижности ШМ (10), записанное в безразмерных переменных, перепишем в размерном виде

$$g = \frac{3QE_0}{4\pi R^3(\rho - \rho_{ex})}. \quad (11)$$

Величину напряженности электрического поля у поверхности земли и в ясную, и в грозную погоду легко оценить по данным натуральных измерений [7,22]. Ускорение свободного падения известно с большой точностью, в итоге легко оценить по (11) величину собственного заряда шаровой молнии в зависимости от остальных параметров. Будем исходить из выражения

$$Q = \frac{4g\pi R^3(\rho - \rho_{ex})}{3E_0}. \quad (12)$$

Здесь  $E_0$  — напряженность электрического поля у поверхности земли.

Если принять, согласно [4], что напряженность электростатического поля ШМ на ее поверхности не может быть больше пробойной для воздуха, то можно сделать

**Таблица 6.** Соотношения амплитуд мод осцилляций ШМ при различных значениях ее заряда и напряженности внешнего электростатического поля, при которых ШМ радиуса  $R = 15 \text{ cm}$  в суперпозиции гравитационного и электростатического полей и силы Архимеда неподвижна относительно движений вдоль вертикальной оси. Движение вдоль горизонтальной оси может иметь место под действием горизонтальной составляющей напряженности электростатического поля. Рассчитано при  $g = 980.7 \text{ cm/s}^2$ ,  $\sigma = 73 \text{ dyne/cm}$ ,  $\rho_{\text{ex}}/\rho = 0.9992$

	$a_3^{(3)}/a_2^{(2)}$	$a_0^{(4)}/a_2^{(2)}$	$a_2^{(4)}/a_2^{(2)}$	$a_4^{(4)}/a_2^{(2)}$
$E_0 = 130 \text{ V/m}$ , $w = 7.7 \times 10^{-8}$ , $Q = 1.1 \mu\text{C}$ , $W = 0.882$ , $a_2^{(2)} = 1.95 \times 10^{-6}$ , $e^2 = 5.6 \times 10^{-6}$	-2.2	$-3.9 \times 10^{-7}$	7.8	0.66
$E_0 = 10^3 \text{ V/m}$ , $w = 4.5 \times 10^{-6}$ , $Q = 0.14 \mu\text{C}$ , $W = 0.015$ , $a_2^{(2)} = 0.000014$ , $e^2 = 4.1 \times 10^{-5}$	-0.66	$-2.8 \times 10^{-6}$	0.28	0.082
$E_0 = 10^4 \text{ V/m}$ , $w = 4.5 \times 10^{-4}$ , $Q = 0.14 \text{ nC}$ , $W = 0.00015$ , $a_2^{(2)} = 0.00136$ , $e^2 = 4.1 \times 10^{-3}$	-0.65	-0.00027	0.27	0.081
$E_0 = 10^5 \text{ V/m}$ , $w = 0.045$ , $Q = 1.4 \text{ nC}$ , $W = 1.5 \times 10^{-6}$ , $a_2^{(2)} = 0.14$ , $e^2 = 0.41$	-0.65	-0.027	0.58	0.18

**Таблица 7.** Вероятности наблюдения ШМ различных форм

Форма	Данные [5,6] по 2013 описаниям	Данные Стаханова [2] по 878 описаниям	Данные Рейли [8] по 112 описаниям
Шар	$0.91 \pm 0.02$	$0.9 \pm 0.03$	$0.88 \pm 0.09$
Сфероид, овал	$0.027 \pm 0.004$	$0.059 \pm 0.008$	$0.08 \pm 0.03$
Грушевидная	$0.004 \pm 0.01$	$0.023 \pm 0.005$	—
Веретенообразная	$0.0025 \pm 0.001$	—	—
Кольцевая	$0.0045 \pm 0.0015$	$0.0023 \pm 0.0016$	$0.027 \pm 0.015$
Лента	$0.026 \pm 0.004$	—	—
Бесформенная	$0.014 \pm 0.003$	—	—
Дисковидная	$0.008 \pm 0.002$	$0.0012 \pm 0.0012$	—
Цилиндрическая	$0.002 \pm 0.001$	$0.0012 \pm 0.0012$	—

оценки сверху заряда ШМ и из (12) плотности ее вещества. Согласно [23], пробойная напряженность воздуха при нормальных условиях составляет  $E_{bd} \approx 26 \text{ kV/cm}$ . В итоге из определения напряженности заряженного шара на его поверхности (в системе Гаусса) получим оценку на величину заряда

$$|Q_{\max}| \leq E_{bd} \cdot R^2. \quad (13)$$

Для  $R = 15 \text{ cm}$  получим  $|Q_{\max}| \leq 6.5 \mu\text{C}$ .

Из формулы (12) несложно оценить верхнюю границу плотности вещества ШМ

$$|\rho - \rho_{\text{ex}}| \leq \frac{3E_0 E_{bd}}{4\pi R g}. \quad (14)$$

Оценка по (13) при  $R = 15 \text{ cm}$ ,  $E_0 = 13 \text{ V/cm}$ ,  $E_{bd} \approx 26 \text{ kV/cm}$  дает  $|\Delta\rho| \leq 5 \cdot 10^{-5} \text{ g/cm}^3$ . Это означает, что  $\frac{|\Delta\rho|}{\rho_{\text{ex}}} \approx 4 \cdot 10^{-2}$ .

Следует отметить, что в ясную безоблачную погоду величина напряженности приземного электрического поля  $E_0 = 1.3 \text{ V/cm}$  [7,22]. Во время грозы, под грозovým облаком, эта напряженность увеличивается на один–три порядка [7].

Легко видеть, что такая оценка  $\Delta\rho$  линейно зависит от принятой величины  $E_0$ . Согласно вышесказанному,  $E_0$  может быть как меньше принятого значения (в ясную погоду), так и больше (непосредственно под грозovým облаком перед разрядом молнии). Тогда можно указать возможный диапазон изменения верхней границы плотности в зависимости от погодных условий

$$5 \cdot 10^{-6} \leq |\Delta\rho| \leq 5 \cdot 10^{-4} \text{ g/cm}^3.$$

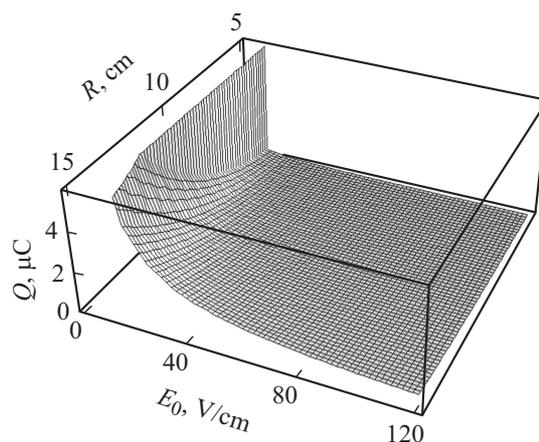
Следует отметить, что многие свойства ШМ изменяются в широких пределах [5].

Оценка (13) проведена на основе представлений о пробойной напряженности, оценка (12) — из условия плавления ШМ в атмосфере, а вот оценка (14) — на основе представлений о плавлении и пробойной напряженности.

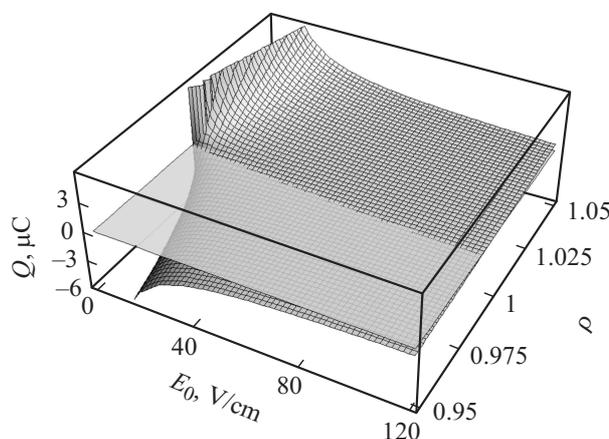
Согласно (12), заряд ШМ меняется с радиусом ШМ пропорционально его кубу и зависит от напряженности внешнего приземного электрического поля, обратно пропорционально ее величине. Так, ШМ, возникающие у поверхности земли и в грозových облаках, должны обладать различными зарядами и иметь различную плотность. Причем с увеличением напряженности электростатического поля плотность вещества возникающей ШМ может увеличиваться, а заряд уменьшаться.

Результаты расчетов зависимости величины электрического заряда ШМ  $Q$  от всех физических переменных по (12) приведены на рис. 1–3.

На рис. 1 приведена зависимость заряда ШМ  $Q$  от ее радиуса  $R$  и напряженности внешнего поля  $E_0$ . Видно, что зависимость заряда от напряженности существенна в области малых напряженностей внешнего поля, т.е. в непосредственной окрестности поверхности земли.



**Рис. 1.** Зависимость заряда ШМ от ее радиуса и напряженности внешнего поля. Расчеты проведены при  $\rho = 0.00126 \text{ g/cm}^3$ ,  $\rho_{\text{ex}} = 0.0012 \text{ g/cm}^3$ .

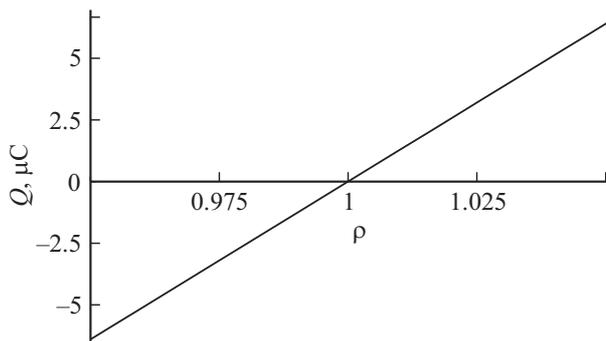


**Рис. 2.** Зависимость заряда ШМ от напряженности внешнего поля и отношения плотностей  $\rho \equiv \rho/\rho_{\text{ex}}$ . Рассчитано при  $\rho_{\text{ex}} = 0.0012 \text{ g/cm}^3$ ,  $R = 15 \text{ cm}$ ,  $g = 980.7 \text{ cm/s}^2$ .

На рис. 2 приведена зависимость  $Q$  от величины напряженности внешнего электрического поля и отношения плотностей вещества ШМ и воздуха. Можно отметить сильную зависимость величины заряда ШМ от напряженности внешнего электростатического поля при  $\rho \propto 1$  и сильную зависимость  $Q$  от  $\rho$  при малых напряженностях внешнего поля.

На рис. 3 приведена зависимость  $Q$  от  $\rho$  — величины отношения плотностей вещества ШМ и воздуха, полученная по (12) для  $R = 15 \text{ cm}$ . Видно, что расчетный заряд ШМ линейно зависит от плотности вещества ШМ.

$Q \propto 6 \mu\text{C}$  — весьма большой заряд, обеспечивающий ШМ возможность поражения людей и животных электрическим разрядом. К сожалению, наука о воздействии электрического тока на людей и животных пока находится в зачаточном состоянии. Известно, что электрическим разрядом можно убить, но точных измерений не проведено, да и, скорее всего, таких измерений нельзя провести: величина убийного тока (при опытах на животных) зависит уже от психологического настроя под-



**Рис. 3.** Зависимость заряда ШМ от отношения плотностей  $\rho \equiv \rho/\rho_{\text{ex}}$ , рассчитанная при  $g = 980.7 \text{ cm/s}^2$ ,  $E_0 = 13 \text{ V/cm}$ ,  $\rho_{\text{ex}} = 0.0012 \text{ g/cm}^3$ ,  $R = 15 \text{ cm}$ .

опытных [24]. Определены (но не корректно) опасные для жизни значения, и все. Например, выяснено [24], что электрический разряд, в котором расходуется энергия в  $0.1 \div 1 \text{ J}$ , может привести к летальным последствиям. Все остальное в стадии наработок.

Электростатическая энергия заряженного шара определяется известным простым выражением [25]

$$W = \frac{Q^2}{2C},$$

где  $C$  — емкость сферы. Для расчета по приведенной формуле учтем, что  $1 \text{ C} \equiv 3 \cdot 10^9$  ед. заряда CGSE, а емкость  $1 \text{ cm} \equiv 1.11265 \text{ pF}$ . Несложно видеть, что ШМ радиусом  $15 \text{ cm}$  с зарядом  $Q \propto 6.5 \mu\text{C} \approx 2 \cdot 10^4 \text{ CFSE}$  будет иметь электростатическую энергию  $\propto 1 \text{ J}$ .

Неучтенное взаимодействие заряда ШМ со своим электростатическим изображением в земле приводит лишь к поправке порядка 10 процентов. А поскольку речь в данной работе идет лишь об оценке по порядку величины, такая поправка излишня.

О ШМ можно, однако, сказать, что это явление электрически небезопасно, так как ее электростатическая энергия  $\propto 1 \text{ J}$ , т.е. того же порядка, что требуется для смертельного поражения. Но известны случаи (и немало) [5], когда люди, находившиеся в непосредственном контакте с ШМ, не пострадали или отделались легкими ожогами. Очевидно, что заряд ШМ был в этих случаях существенно меньше вычисленного выше, так как мы для оценки брали максимально возможный заряд.

## Заключение

На основе представлений об электрогидродинамической устойчивости заряженной капли в электростатическом подвесе плотность электростатической энергии, запасенной в ШМ, оценена величиной порядка тысячной доли джоуля на кубический сантиметр. Параметры ШМ, образующихся у поверхности земли и внутри грозовых облаков, существенно различаются из-за необходимости удовлетворения условию электрогидродинамической устойчивости. Проведенные расчеты показывают,

что ШМ, возникающие у поверхности земли, имеют большие электрические заряды, чем ШМ, возникающие в грозовых облаках.

Оценка плотности вещества ШМ при напряженности электрического поля у поверхности земли, в десять раз превышающей величину этой напряженности в ясную погоду, показывает, что она отличается от плотности окружающего воздуха на единицы процентов.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ № 14-01-00170-а и 14-08-00240-а.

## Список литературы

- [1] Сингер С. Природа шаровой молнии. Пер. с англ. М: Мир, 1973. 239 с.
- [2] Стаханов И.П. Физическая природа шаровой молнии. М: Атомиздат, 1979. 242 с.
- [3] Барри Дж. Шаровая молния и четочная молния. Пер. с англ. М: Мир, 1983. 285 с.
- [4] Смирнов Б.М. Проблема шаровой молнии. М: Наука, 1988. 209 с.
- [5] Григорьев А.И. Шаровая молния. Ярославль: Изд. ЯрГУ, 2010. 200 с.
- [6] Григорьев А.И., Григорьева И.Д., Ширяева С.О. // Сб. Химия плазмы. М.: Энергоатомиздат, 1993. № 17. С. 218–249.
- [7] Юман М. Молния. М: Мир, 1972. 328 с.
- [8] Rayle W.D. Ball lightning characteristics. Rept. N.A.S.A., T.N.-D.-3188. 1966.
- [9] Mc Nally J.R. Jr. Preliminary report on the ball lightning Second Annual Meeting of the Division of Plasma Physics of the American Physical Society. Gatlinburg, 1960. № 2–5. Paper J-15. P. 1–25.
- [10] Григорьев А.И., Ширяева С.О., Белавина Е.И. // ЖТФ. 1989. Т. 59. Вып. 6. С. 27–34.
- [11] Ширяева С.О. // Изв. РАН. МЖГ. 2006. № 2. С. 17–30.
- [12] Ширяева С.О. // ЖТФ. 2006. Т. 76. Вып. 10. С. 32–40.
- [13] Григорьев А.И., Ширяева С.О. // ЭОМ. 2015. Т. 51. Вып. 3.
- [14] Ширяева С.О., Петрушиов Н.А., Григорьев А.И. // ЖТФ. 2015. Т. 85. Вып. 8. С. 33–39.
- [15] Rayleigh (Strutt J.W.) // Phil. Mag. 1882. Vol. 14. P. 184–186.
- [16] Grimm R.L., Beauchamp J.L. // J. Phys. Chem. B. 2005. Vol. 109. P. 8244–8250.
- [17] Duft D., Achtzehn T., Muller R. et al. // Nature. 2003. Vol. 421. N 6919. P. 128.
- [18] Fong Chee Sheng, Black N.D., Kiefer P.A., Shaw R.A. // Am. J. Phys. 2007. Vol. 75. N 6. P. 499–503.
- [19] Kim O.V., Dunn P.F. // Langmuir. 2010. Vol. 26. P. 15807–15813.
- [20] Won-Kyu Rhim, Ishikawa T. // Rev. Sci. Instr. 2001. Vol. 72. N 9. P. 3572–3575.
- [21] Варшалович Д.А., Москалев А.Н., Херсонский В.К. Квантовая теория углового момента. Л.: Наука, 1975. 436 с.
- [22] Мазин И.П., Хргиан А.Х., Имянитов И.М. Облака и облачная атмосфера. Справочник / Л.: Гидрометеоиздат, 1989. 647 с.
- [23] Александров А.Ф., Бычков В.Л., Грачев Л.П. и др. // ЖТФ. 2006. Т. 76. Вып. 3. С. 38–43.
- [24] Манойлов В.Е. Основы электробезопасности. М: Энергоатомиздат, 1985. 384 с.
- [25] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982. 620 с.