

01

Индукцированная шумом бинарная синхронизация в нелинейных системах

© О.И. Москаленко¹⁻³, А.А. Короновский^{1,2}, А.Е. Храмов¹⁻³

¹ Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского

² Саратовский государственный технический университет им. Гагарина Ю.А.

³ Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, Саратовский филиал

E-mail: o.i.moskalenko@gmail.com

Поступило в Редакцию 24 февраля 2016 г.

Обнаружен эффект бинарной синхронизации, индуцированной шумом, в случае воздействия общего источника шума на две независимые системы, генерирующие апериодические бинарные последовательности. Наличие синхронного режима подтверждено при помощи расчета показателей Ляпунова для исследуемых систем. Выявлен механизм возникновения режима бинарной синхронизации, индуцированной шумом. Установлена взаимосвязь обнаруженного режима с режимом бинарной обобщенной синхронизации.

Хаотическая синхронизация представляет собой одно из фундаментальных явлений современного естествознания [1]. Интерес к этому феномену обусловлен также возможностью обнаружения и/или практического использования различных типов синхронного поведения в широком круге самых разнообразных систем, например в информационно-телекоммуникационных, биологических, физиологических, социальных и других системах [2–5].

В настоящее время выявлено несколько типов хаотического синхронного поведения, среди которых наиболее важными и часто рассматриваемыми являются режимы полной синхронизации [6], синхронизации с запаздыванием [7], фазовой синхронизации [8], обобщенной синхронизации [9] и синхронизации, индуцированной шумом [10]. Важно отметить, что все вышеназванные типы синхронного поведения наблюдаются и изучаются, как правило, в аналоговых системах. В то же самое время теоретически возможно наблюдать эти режимы в бинарных системах

(например, в цифровых системах связи), когда взаимодействующие системы генерируют апериодические последовательности битов „ноль“ и „единица“. Усилия, приложенные исследователями в этом направлении в последнее время, позволили обнаружить и описать режимы полной синхронизации, фазовой синхронизации и обобщенной синхронизации в бинарных системах. Эти режимы получили названия бинарной полной [11], бинарной фазовой [12] и бинарной обобщенной [13] синхронизаций соответственно. Учитывая единую природу режимов обобщенной синхронизации и синхронизации, индуцированной шумом, в аналоговых схемах [14], можно допустить возможность существования режима индуцированной шумом синхронизации в бинарных системах, который, в случае его обнаружения, в рамках существующей классификации синхронных режимов следует назвать режимом бинарной индуцированной шумом синхронизации.

Целью данной работы является исследование возможности существования режима индуцированной шумом синхронизации в бинарных системах, выявление механизмов его возникновения и взаимосвязи с режимом бинарной обобщенной синхронизации.

Прежде всего, введем в рассмотрение понятие бинарной синхронизации, индуцированной шумом. Для этого рассмотрим две независимые, идентичные по управляющим параметрам системы x и y с непрерывным или дискретным временем, находящиеся под действием общего источника шума $\varepsilon f(\xi)$ (параметр ε характеризует интенсивность шумового сигнала, f — линейная или нелинейная функция, ξ — стохастический процесс). Предположим, что эти системы генерируют апериодические бинарные последовательности $x = h[x]$ и $y = h[y]$, причем в отсутствие шума $x \neq y$, если $x_0 \neq y_0$ (x_0, y_0 — векторы начальных условий). Здесь h — некоторая функция, принимающая только два значения (0 или 1). Соответственно переменные x и y могут принимать также только значения „ноль“ и „единица“. Как и в случае традиционного режима индуцированной шумом синхронизации [10,14], под режимом бинарной синхронизации, индуцированной шумом, будем понимать такой режим, при котором при превышении интенсивностью шума некоторого критического значения ε_c бинарные последовательности x и y , генерируемые рассматриваемыми системами, после завершения переходного процесса станут полностью идентичными — $x = y$.

Для диагностики режима бинарной синхронизации, индуцированной шумом, как и в случае аналоговых систем, можно использовать

непосредственное сравнение сигналов x и y или производить расчет ошибки синхронизации [10]. Кроме того, возможна диагностика режима бинарной синхронизации, индуцированной шумом, с помощью расчета спектра условных показателей Ляпунова для одной из систем (x или y), находящихся под действием шума [14]. Критерием наличия синхронизации в данном случае является отрицательность старшего условного показателя Ляпунова.

Явление бинарной индуцированной шумом синхронизации было обнаружено в двух несвязанных логистических отображениях

$$\begin{aligned} X_{n+1} &= g(X_n, \lambda) + \varepsilon(g(\xi_n, \lambda) - g(X_n, \lambda)), \\ Y_{n+1} &= g(Y_n, \lambda) + \varepsilon(g(\xi_n, \lambda) - g(Y_n, \lambda)), \end{aligned} \quad (1)$$

где переменные X и Y характеризуют состояния взаимодействующих систем, $g(x, \lambda) = 1 - \lambda x^2$, $\lambda = 1.6$ — управляющий параметр, ξ_n — стохастический гауссов процесс со средним $\mu_0 = 0.5$ и дисперсией $\sigma = 0.12$, ε — параметр, характеризующий интенсивность шумового воздействия. Внешнее шумовое воздействие для рассматриваемых логистических отображений вводилось аналогично случаю индуцированной шумом синхронизации [14]. Бинарные последовательности получаются из исходных аналоговых сигналов X_n, Y_n логистических отображений (1) путем применения к ним функции Хевисайда $H(\xi)$ так, что

$$\begin{aligned} x_n &= H(X_n), \\ y_n &= H(Y_n). \end{aligned} \quad (2)$$

В отсутствие шума ($\varepsilon = 0$), несмотря на идентичность значений управляющего параметра λ взаимодействующих систем, аperiodические бинарные последовательности x_n и y_n оказываются различными (рис. 1, *a*). При увеличении интенсивности шума эти сигналы становятся близкими друг к другу и, когда ошибка синхронизации E оказывается близкой к нулю (рис. 2, *a*), в системе возникает режим бинарной индуцированной шумом синхронизации. Расчет ошибки синхронизации для бинарных систем с дискретным временем осуществлялся по формуле $E = \frac{1}{N-N_0} \sum_{n=N_0}^N |x_n - y_n|$, где N — число произведенных итераций, N_0 — число итераций, соответствующее переходному процессу. В этом случае после завершения переходного процесса аperiodические бинарные последовательности x_n и y_n в точности совпадают друг с другом (рис. 1, *b*).

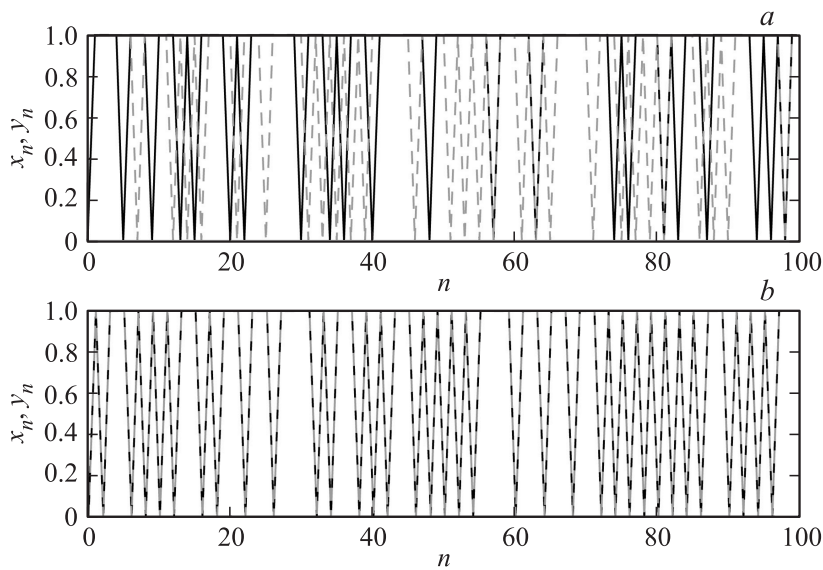


Рис. 1. Аperiodические бинарные последовательности, полученные путем численного решения системы (1)–(2) при различных значениях амплитуды внешнего шумового воздействия: a — $\varepsilon = 0$ — асинхронный режим; b — $\varepsilon = 0.2$ — режим бинарной индуцированной шумом синхронизации.

Наличие бинарной индуцированной шумом синхронизации подтверждается также зависимостью старшего условного показателя Ляпунова Λ от интенсивности шумового воздействия ε . Данная зависимость приведена на рис. 2, b , из которого видно, что при увеличении параметра ε старший условный показатель Ляпунова переходит в область отрицательных значений, что свидетельствует о наступлении режима индуцированной шумом синхронизации в исследуемой системе. Необходимо отметить, что порог бинарной синхронизации, индуцированной шумом, диагностируемый таким способом, практически в точности совпадает с аналогичным значением порога, определяемым с помощью расчета ошибки синхронизации (ср. рис. 2, a и b), что свидетельствует о возможности применения обоих методов для диагностики синхронного режима в данном случае.

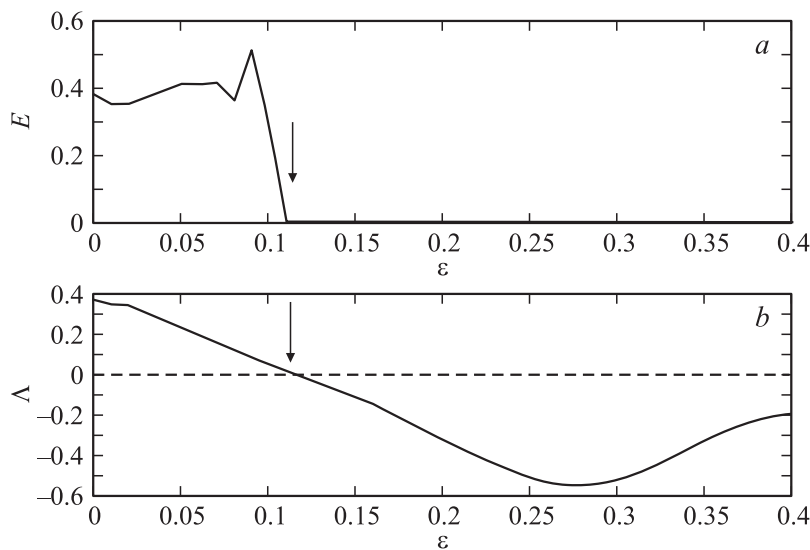


Рис. 2. Зависимость ошибки синхронизации E (*a*) и условного показателя Ляпунова Λ (*b*) от амплитуды внешнего шумового воздействия ε . Момент возникновения бинарной синхронизации, индуцированной шумом, показан стрелкой на обоих рисунках.

Обсудим кратко механизмы возникновения режима бинарной синхронизации, индуцированной шумом, которые оказываются аналогичными механизмам индуцированной шумом синхронизации в аналоговых схемах (см. [14]). Так как в уравнениях (1) присутствуют дополнительные слагаемые $-\varepsilon g(X, \lambda)$, отвечающие за увеличение диссипации в исследуемой системе с ростом амплитуды внешнего шумового воздействия, понятно, что, как и в случае бинарной обобщенной синхронизации, возникновение синхронного режима в данном случае будет обусловлено прежде всего подавлением собственной хаотической динамики систем, подверженных внешнему шумовому воздействию. Увеличение диссипации в системах, подверженных внешнему шумовому воздействию, приводит к отрицательности старшего условного показателя Ляпунова, что является критерием возникновения как режима обобщенной синхронизации, так и синхронизации, индуцированной шумом.

Таким образом, в данной работе с помощью рассмотрения поведения модельных систем с дискретным временем впервые обнаружена возможность существования режима бинарной синхронизации, индуцированной шумом. Показано, что диагностика этого режима возможна как при непосредственном сравнении состояний систем, подверженных общему шумовому воздействию, так и с помощью расчета старшего условного показателя Ляпунова для одной из систем. Установлено, что, как и в случае бинарной обобщенной синхронизации, возникновение синхронного режима в исследуемой системе обусловлено подавлением собственной хаотической динамики систем, подверженных внешнему шумовому воздействию.

Следует отметить, что явление, аналогичное бинарной синхронизации, индуцированной шумом, может наблюдаться и в случае замены шумового сигнала на гармонический с изменяющейся в широких пределах частотой. Подобная замена приводит к количественным изменениям в поведении системы, но она не влияет качественно на диагностируемое явление.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект № 14-12-00324), а также индивидуальной финансовой поддержке А.Е. Храмова Министерства образования и науки РФ (грант 931).

Список литературы

- [1] *Boccaletti S., Kurths J., Osipov G.V., Valladares D.L., Zhou C.S.* // Phys. Reports. 2002. V. 366. P. 1–101.
- [2] *Strogatz S.H.* Nonlinear dynamics and chaos, with applications to physics, biology, chemistry, and engineering. N. Y.: Addison-Wesley, 1994.
- [3] *Glass L.* // Nature (London). 2001. V. 410. P. 277–284.
- [4] *Kiss I.Z., Hudson J.L., Escalona J., Parmananda P.* // Phys. Rev. E. 2004. V. 70 (2). P. 026 210.
- [5] *Короновский А.А., Москаленко О.И., Храмов А.Е.* // Успехи физических наук. 2009. Т. 179 (12). С. 1281–1310.
- [6] *Pecora L.M., Carroll T.L.* // Phys. Rev. Lett. 1990. V. 64 (8). P. 821–824.
- [7] *Rosenblum M.G., Pikovsky A.S., Kurths J.* // Phys. Rev. Lett. 1977. V. 78 (22). P. 4193–4196.
- [8] *Анищенко В.С., Постнов Д.Э.* // Письма в ЖТФ. 1988. Т. 14. В. (6). С. 569.
- [9] *Rulkov N.F., Sushchik M.M., Tsimring L.S., Abarbanel H.D.I.* // Phys. Rev. E. 1995. V. 51 (2). С. 980–994.

- [10] *Toral R., Mirasso C.R., Hernandez-Garcia E., Piro O.* // *Chaos*. 2001. V. 11(3). P. 665–673.
- [11] *Corron N.J., Pethel S.D., Myneni K.* // *Phys. Rev. E*. 2002. V. 66. P. 036 204.
- [12] *Parlitz U., Wedekind I.* // *Int. J. Bifurcat. Chaos*. V. 10. P. 2527–2532.
- [13] *Koronovskii A.A., Moskalenko O.I., Ponomarenko V.I., Prokhorov M.D., Hramov A.E.* // *Chaos, Solitons & Fractals*. 2016. V. 83. P. 133–139.
- [14] *Hramov A.E., Koronovskii A.A., Moskalenko O.I.* // *Phys. Lett. A*. 2006. V. 354 (5–6). P. 423–427.