

Экспериментальное определение производной вольт-амперной характеристики нелинейной полупроводниковой структуры с помощью модуляционного фурье-анализа

© Н.Д. Кузьмичев, М.А. Васютин, Д.А. Шилкин

Мордовский государственный университет им. Н.П. Огарева,
430005 Саранск, Россия

E-mail: kuzmichevnd@yandex.ru

(Получена 15 июля 2015 г. Принята к печати 30 ноября 2015 г.)

Методом модуляционного фурье-анализа экспериментально получена производная нелинейной вольт-амперной характеристики двух антипараллельно включенных $p-n$ -переходов. Производная вольт-амперной характеристики восстановлена с помощью токовых зависимостей первой и высших гармоник напряжения. Впервые экспериментально обосновано преимущество модуляционного фурье-анализа перед численным дифференцированием.

Примененная методика не имеет ограничений на амплитуду модуляции тока. Большие амплитуды позволяют выявлять характер нелинейности исследуемой зависимости и определять вклад нелинейной части на фоне существенной линейности.

1. Введение

В экспериментальной физике широко применяется модуляционная методика, разработанная на случай малых амплитуд модуляции [1]. В случае больших амплитуд модуляции, когда в сигнале имеется значительное количество высших гармоник, разработан метод модуляционного фурье-анализа [2–5]. Данный метод используется в тех случаях, когда непосредственное измерение физической характеристики по каким-либо причинам затруднено. Например, исследуемая нелинейная часть зависимости „замаскирована“ значительной ее линейной частью, или зависимость является динамической. Хорошо известно, что переменный сигнал регистрировать и усиливать проще, чем статический сигнал. В данном методе определяются зависимость физической характеристики материала (вольт-амперная характеристика, намагниченность и др.) и ее производные с помощью гармоник измеряемого сигнала.

В настоящей работе экспериментально исследован метод модуляционного фурье-анализа и впервые получена производная вольт-амперной характеристики (ВАХ) нелинейной полупроводниковой структуры с помощью экспериментальных гармоник регистрируемого сигнала.

2. Теоретические предпосылки

Пусть исследуется безгистерезисная нелинейная зависимость $f(x)$, например, вольт-амперная характеристика $V(I)$. При одновременном статическом и переменном воздействии $x = x_0 + h \cos(\omega\tau)$ зависимость $f(x)$ является периодической функцией времени τ , и в регистрируемом сигнале будут содержаться высшие гармоники. Разложим $f(x)$ в ряд Тейлора в точке x_0 по

$z = h \cos(\omega\tau)$, который преобразуется в ряд Фурье [2,3]:

$$\begin{aligned} f(x_0 + h \cos t) &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{h^n \cos^n t}{n!} f^{(n)}(x_0) \\ &= \frac{A_0}{2} + \sum_{m=1}^{\infty} A_m \cos mt, \end{aligned} \quad (1)$$

где $t = \omega\tau$ и

$$A_m = 2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!(n+m)!} \left(\frac{h}{2}\right)^{2n+m} f^{(2n+m)}(x_0). \quad (2)$$

Вычислим производную по параметру t от $f(x)$ [3–6]:

$$\frac{df}{dx} \frac{dx}{dt} = - \sum_{m=1}^{\infty} mA_m \sin mt. \quad (3)$$

Положим в (3) $t = \pi/2$. В результате получим ряд для производной f' :

$$\begin{aligned} \left(\frac{df}{dx}\right)_{x_0} &= f^{(1)}(x_0) \\ &= \frac{1}{h} \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^{m-1} (2m-1) A_{2m-1}(x_0, h). \end{aligned} \quad (4)$$

Для $f(x)$ и ее второй производной, следуя алгоритму вычисления формулы (3), получим соответственно ряды:

$$f(x_0) = \frac{A_0(x_0, h)}{2} + \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m A_{2m}(x_0, h), \quad (5)$$

$$\left(\frac{d^2f}{dx^2}\right)_{x_0} = \frac{1}{h^2} \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^{m-1} (2m)^2 A_{2m}(x_0, h). \quad (6)$$

Часто в эксперименте измеряемой зависимостью является напряжение U (ЭДС), которое прямо пропорционально исследуемой зависимости или ее производной, например, ВАХ или дифференциальное сопротивление [1,2,7–10]: $U(x) = Cf(x)$. В случае ВАХ $C = 1$, а $x = I$ (где I — сила тока). Коэффициенты Фурье A_m есть амплитуды гармоник напряжения, т.е. $A_m \equiv U_m(x_0, h)$ (x_0 — сила постоянного тока, h — амплитуда переменного тока, $t = \omega\tau$). В этом случае экспериментально определенным напряжением U^* будет несинусоидальный периодический сигнал, определяемый в основном суммой:

$$U^*(t) = \frac{U_0}{2} + \sum_{m=1}^N U_m \cos t.$$

Здесь N — число гармоник, для которых $|U_m| > \Delta U$, где ΔU — ошибка измерения.

Для оценки ошибки восстановления производной df/dx при отсутствии гистерезиса в зависимости $f(x)$ воспользуемся рядом Фурье (1) и рядом для производной (4) [3–6]. Выражение df^*/dx является восстановленной производной, определяемой конечной суммой измеренных амплитуд $U_m^*(x_0, h)$:

$$\frac{df^*}{dx} = \frac{1}{h} \sum_{m=1}^N (-1)^{m-1} (2m-1) U_{2m-1}^*. \quad (7)$$

Среднеквадратичную ошибку определения df^*/dx можно оценить по формуле [5,6]:

$$\delta U_S = \left(\Delta U \sqrt{N(2N-1)(2N+1)/3 + \frac{1}{N^2}} \right) \Big|_{N \gg 1} \propto \Delta U N^{3/2}. \quad (8)$$

3. Экспериментальное определение производной вольт-амперной характеристики полупроводниковой структуры

Для экспериментального исследования ВАХ методом модуляционного фурье-анализа в качестве нелинейного элемента была взята хорошо известная полупроводниковая структура, состоящая из двух антипараллельно включенных германиевых $p-n$ -переходов.

На $p-n$ -переходы через разделительные фильтры подавались одновременно переменный и постоянный токи $I = I_0 + i \cos(\omega\tau)$. Амплитуда переменного тока $i = 6$ мА, частота $\nu = \omega/2\pi = 1$ кГц. Постоянный ток изменялся в пределах $0 \leq I_0 \leq 20$ мА. На рис. 1 приведена схема экспериментальной установки.

Результаты измерения ВАХ $U(I)$ и напряжений первой $u_1(I_0)$, третьей $u_3(I_0)$, пятой $u_5(I_0)$, седьмой $u_7(I_0)$, девятой $u_9(I_0)$ и одиннадцатой $u_{11}(I_0)$ гармоник приведены на рис. 2–4. На рис. 2 построены экспериментальная (кривая 1) и аналитическая (кривая 2) ВАХ.

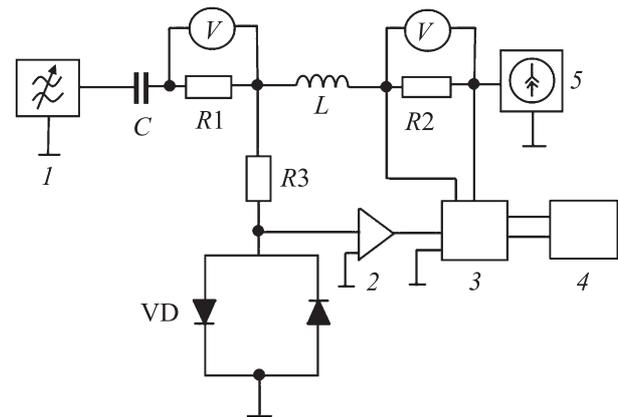


Рис. 1. Схема установки для исследования ВАХ двух встречно включенных $p-n$ -переходов: 1 — генератор синусоидального тока, 2 — селективный усилитель, 3 — цифровой осциллограф, 4 — компьютер, 5 — источник постоянного тока; C и L — разделительные конденсатор и индуктивность; $R1$, $R2$ и $R3$ — эталонные сопротивления; VD — германиевые $p-n$ -переходы.

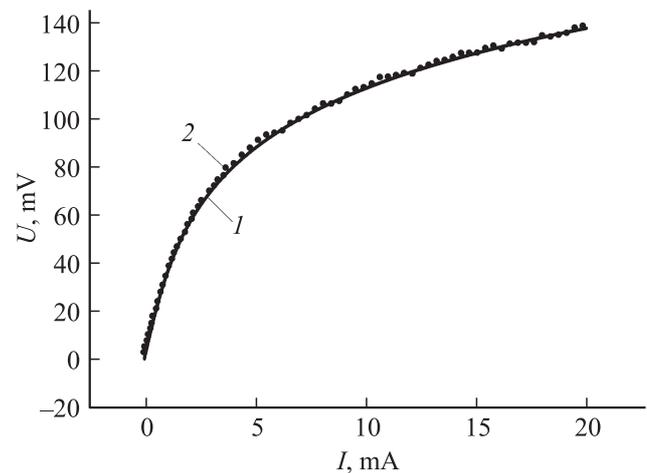


Рис. 2. Экспериментальная (кружки 2) и аналитическая ВАХ (сплошная кривая 1, построенная по формуле (9)), полупроводниковой структуры.

Аналитическая ВАХ исследуемой структуры аппроксимировалась зависимостью вида [12]

$$V(I) = V_0 \ln \left[\frac{I}{I_{00}} + \sqrt{\left(\frac{I}{I_{00}}\right)^2 + 1} \right], \quad (9)$$

где $V_0 = 36.3$ мВ, $I_{00} = 0.90$ мА.

На рис. 3 приведены экспериментальные зависимости первой (кривая 1), третьей (кривая 2), пятой (кривая 3) гармоник напряжения полупроводниковой структуры от постоянного тока смещения I_0 при амплитуде модуляции $i = 6$ мА. На рис. 4 построены экспериментальные зависимости седьмой (кривая 1), девятой (кривая 2) и одиннадцатой (кривая 3) гармоник напряжения при тех же условиях. На рис. 5 представлены: численно

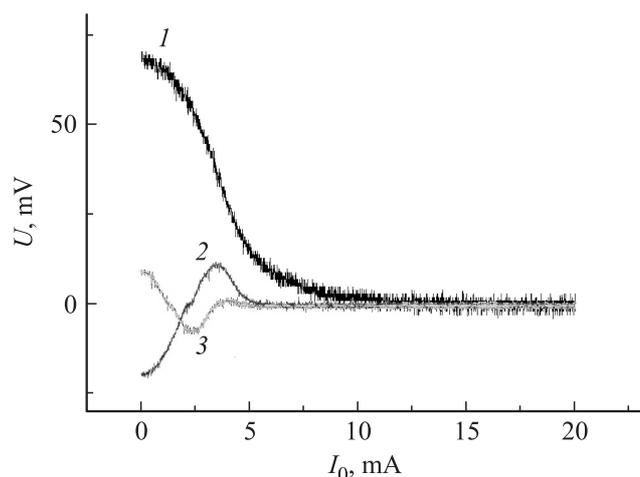


Рис. 3. (Цветной). Экспериментально полученные первая (кривая 1), третья (2) и пятая (3) гармоники напряжения полупроводниковой структуры от постоянного тока смещения.

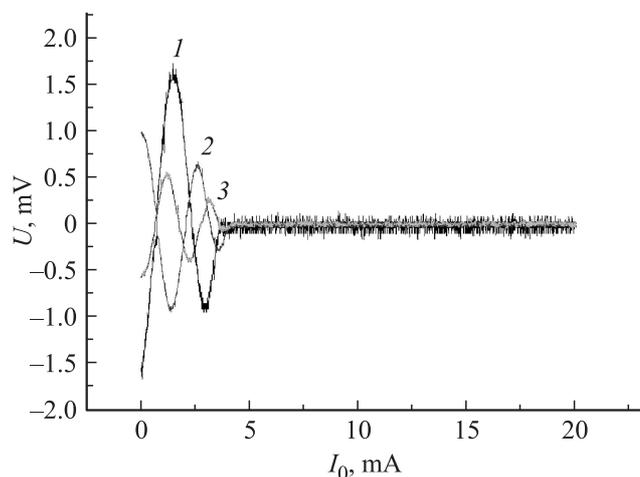


Рис. 4. (Цветной). Экспериментально полученные седьмая (кривая 1), девятая (2) и одиннадцатая (3) гармоники напряжения полупроводниковой структуры от постоянного тока смещения.

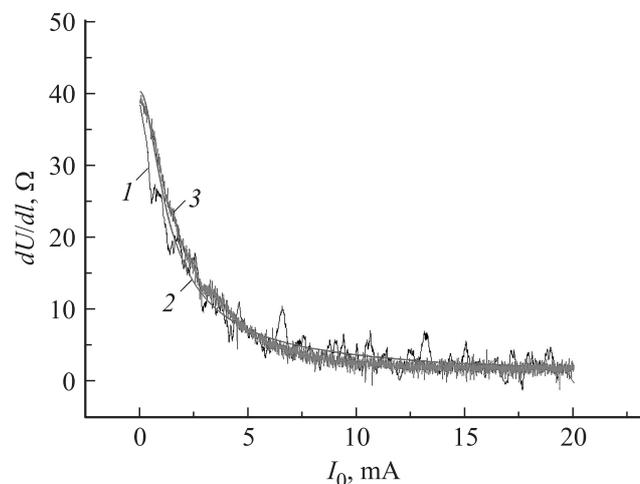


Рис. 5. (Цветной). Численно продифференцированная ВАХ (кривая 1), аналитическая производная ВАХ (формула (9), кривая 2) и восстановленная по шести нечетным гармоникам (1, 3, 5, 7, 9, 11) производная ВАХ (формула (7), кривая 3).

найденная производная ВАХ (кривая 1), аналитическая производная ВАХ (формула (9), кривая 2) и восстановленная по шести нечетным гармоникам (1, 3, 5, 7, 9, 11, $i = 6$ мА) производная ВАХ (формула (7), кривая 3).

Из рис. 5 видно, что производная ВАХ, полученная путем численного дифференцирования экспериментальной ВАХ (кривая 1), имеет сильные колебания, обусловленные ошибкой в экспериментальной ВАХ. Кривая 3 (формула (7)) имеет значительно меньшую ошибку и мало отличается от аналитической производной ВАХ.

4. Заключение

В работе исследована полупроводниковая структура, состоящая из двух антипараллельно включенных германиевых $p-n$ -переходов. Приведены экспериментальные ВАХ, гармоники напряжения, производная ВАХ, полученная численным дифференцированием, и производная ВАХ, восстановленная по гармоникам методом модуляционного фурье-анализа (7). Получено, что теоретическая и восстановленная производные ВАХ в пределах ошибок хорошо согласуются между собой. Численно продифференцированная ВАХ имеет ошибки, значительно превышающие ошибки восстановленной производной ВАХ.

Сравнение производных ВАХ, полученных разными способами (рис. 5), демонстрирует преимущество развитой методики восстановления производных исследуемых зависимостей по сравнению с их численным дифференцированием. Метод модуляционного фурье-анализа может применяться для исследования нелинейных процессов в других материалах, в частности в сегнетоэлектриках, ферромагнетиках и сверхпроводниках.

Список литературы

- [1] Л. Солимар. *Туннельный эффект в сверхпроводниках и его применение* (М., Мир, 1974).
- [2] Н.Д. Кузьмичев. Письма ЖТФ, **17** (7), 56 (1991).
- [3] Н.Д. Кузьмичев. ЖТФ, **64** (12), 63 (1994).
- [4] Н.Д. Кузьмичев. Письма в ЖТФ, **20** (22), 39 (1994).
- [5] Н.Д. Кузьмичев. ЖТФ, **37** (7), 124 (1997).
- [6] Н.Д. Кузьмичев. Журн. средневожского матем. о-ва (ЖСВМО), **13** (2), 70 (2011).
- [7] Н.Д. Кузьмичев, М.А. Васютин, А.И. Головашкин, И.С. Левченко. ФТТ, **37** (7), 2207 (1995).
- [8] М.А. Vasyutin, N.D. Kuzmichev. Physica C, **282–287**, 1131 (1997).
- [9] М.А. Васютин, А.И. Головашкин, Н.Д. Кузьмичев. ФТТ, **48** (12), 2128 (2006).
- [10] N.D. Kuzmichev, M.A. Vasyutin, A.I. Golovashkin. Physica C, **460–462**, 849 (2007).
- [11] М.А. Васютин, Н.Д. Кузьмичев. Письма ЖТФ, **18** (23), 5 (1992).
- [12] К. Зеегер. *Физика полупроводников* (М., Мир, 1977).

Редактор Г.А. Оганесян

Experimental determination of the derivative nonlinear current-voltage characteristic of the semiconductor structure by means of modulation Fourier analysis

N.D. Kuzmichev, M.A. Vasyutin, D.A. Shilkin

Ogarev Mordovia State University,
430005 Saransk, Russia

Abstract By the method of modulation Fourier analysis obtained experimentally derivative of nonlinear current-voltage characteristics of two antiparallel on junctions. The derivative of the current-voltage characteristics was restored by current dependence of the first and higher voltage harmonics. For the first time experimentally substantiated advantage modulation Fourier analysis as compared numerical differentiation.

The applied technique does not limit the amplitude of the current modulation. Large amplitude allow to identify the nature of non-linearity of the studied dependence and to determine the contribution of the non-linear part on the background the large linearity.