05

Пространственные искажения ориентационной структуры ферронематика во внешних полях

© А.Н. Захлевных, Д.А. Петров

Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990 Пермь, Россия
e-mail: anz@psu.ru

(Поступило в Редакцию 16 апреля 2015 г.)

Изучены пространственные искажения полей директора и намагниченности ферронематика — суспензии магнитных наночастиц в нематическом жидком кристалле, индуцированные совместным действием электрического и магнитного полей с учетом флексоэлектрической поляризации жидкокристаллической матрицы. Рассмотрен случай мягкого сцепления жидкого кристалла с магнитными частицами и границами слоя. Построена фазовая задержка проходящего через образец света как функция приложенного магнитного поля.

Введение

Жидкие кристаллы (ЖК) обладают текучестью как обычные жидкости и дальним порядком в ориентации анизометричных молекул. Под влиянием электрических и магнитных полей они могут изменять свою ориентационную структуру и тем самым физические свойства. Если молекулы ЖК имеют изогнутую форму, то их переориентация в пространстве приводит к появлению некомпенсированной электрической поляризации, которая является аналогом флексоэлектричества в кристаллических телах [1–7]. В обычных ЖК влияние флексоэффекта на ориентационные искажения во внешних полях достаточно хорошо изучено [1–7], в то время как в ферронематиках (ФН), представляющих собой суспензии магнитных наночастиц в нематических жидких кристаллов (НЖК), изучение флексоэлектрических явлений ранее не проводилось. В зависимости от геометрии ячейки и условий сцепления директора с границами флексоэлектрические вклады в свободную энергию могут проявляться либо в условиях равновесия в объеме, либо в виде поверхностной флексоэлектрической поляризации. В последнем случае условия сцепления директора с границами ячейки должны быть мягкими.

В отсутствие флексоэлектрических деформаций ориентационное поведение ФН в электрических и магнитных полях изучено как для случая абсолютно жесткого планарного сцепления директора ЖК с границами слоя [8,9], так и для мягкого планарного сцепления молекул ЖК с ограничивающими поверхностями [10,11], где получены выражения для пороговых полей переходов между ориентационными фазами, и показано [11], что эти переходы могут быть первого или второго рода в зависимости от сегрегации магнитной примеси.

Целью настоящей работы является исследование влияния флексоэлектрической поляризации ЖК-матрицы на пространственную ориентационную и магнитную структуру ФН во внешних полях.

Феноменологическая теория ферронематиков

Рассмотрим плоский слой ФН толщины L. Начало декартовой системы координат поместим в центре слоя, ось x направим вдоль границ слоя параллельно оси легкого ориентирования $\mathbf{n}_0$, а ось z — ортогонально границам слоя (рис. 1). Будем считать, что сцепление директора с границами слоя является мягким и планарным, а сцепление ЖК-матрицы с поверхностью примесных феррочастиц — мягкое и гомеотропное, т. е. в отсутствие внешних полей директор $\mathbf{n}$ параллелен оси легкого ориентирования $\mathbf{n}_0$ и перпендикулярен единичному вектору намагниченности $\mathbf{m}$. Магнитное $\boldsymbol{\mathscr{H}} = (0, 0, \mathscr{H})$ и электрическое $\boldsymbol{\mathcal{E}} = (0, 0, \mathscr{E})$ поля направим вдоль оси z.

Равновесному состоянию системы отвечает минимум свободной энергии

$$\mathscr{F} = \int F_V dV + \oint F_S dS. \qquad (1)$$

Здесь $F_V = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 + F_5 + F_6 + F_7$ — объемная плотность свободной энергии. Слагаемое

$$F_1 = \frac{1}{2}\left[K_1(\nabla \cdot \mathbf{n})^2 + K_2(\mathbf{n} \cdot \nabla \cdot \mathbf{n})^2 + K_3(\mathbf{n} \cdot \nabla \cdot \mathbf{n})^2\right]$$

является энергией ориентационно-упругих деформаций поля директора НЖК [7], в нем K_1, K_2 и K_3 — модули ориентационной упругости НЖК. Вклад в свободную энергию взаимодействия диамагнитной ЖК-матрицы с магнитным полем можно записать как [7]

$$F_2 = -\frac{1}{2}\chi_a(\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\mathscr{H}})^2,$$

где χ_a — анизотропия диамагнитной восприимчивости. Будем рассматривать ЖК с $\chi_a > 0$, в этом случае директор $\mathbf{n}$ стремится ориентироваться в направлении поля $\boldsymbol{\mathscr{H}}$.

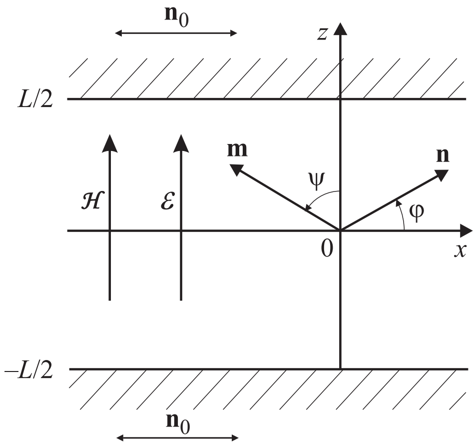

Рис. 1. Ориентация ферронематика в слое в электрическом $\mathcal{E}$ и магнитном $\mathscr{H}$ полях.

Взаимодействие магнитных моментов дисперсной фазы $M_s v\mathbf{m}$ с полем $\mathscr{H}$ имеет вид [12]

$$F_3 = -M_s f\,\mathbf{m}\cdot\mathscr{H},$$

где f — объемная доля феррочастиц, M_s — намагниченность насыщения материала феррочастиц, v — объем частицы. Вклад в свободную энергию энтропии смешения идеального раствора феррочастиц [12] описывается выражением

$$F_4 = \frac{k_B T}{v}\, f\ln f,$$

где T — температура, k_B — постоянная Больцмана. Слагаемое

$$F_5 = \frac{W_p}{d}\, f(\mathbf{n}\cdot\mathbf{m})^2$$

отвечает за ориентационные взаимодействия феррочастиц с ЖК-матрицей [13]. Здесь W_p — поверхностная плотность энергии сцепления НЖК с поверхностью магнитных частиц, d — поперечный диаметр магнитной частицы. При $W_p > 0$ это выражение минимизируется при $\mathbf{m}\perp\mathbf{n}$, что называют гомеотропным типом сцепления. Взаимодействие электрического поля $\mathcal{E}$ с ЖК-матрицей отвечает вкладу [7]

$$F_6 = -\frac{1}{8\pi}\,\varepsilon_a(\mathbf{n}\cdot\mathcal{E})^2.$$

Мы будем полагать, что анизотропия диэлектрической проницаемости $\varepsilon_a > 0$, тогда директор стремится ориентироваться вдоль поля $\mathcal{E}$. В случае, когда молекулы ЖК обладают изогнутой формой, приводящей к флексоэлектрической поляризации нематика, вклад в свободную энергию имеет вид [1]

$$F_7 = -e_1(\mathcal{E}\cdot\mathbf{n})(\nabla\cdot\mathbf{n}) - e_3\,\mathcal{E}\,[(\nabla\times\mathbf{n})\times\mathbf{n}].$$

Здесь коэффициенты e_1 и e_3 описывают флексоэлектрические вклады от поперечных (splay) и продольных (bend) деформаций поля директора соответственно.

Согласно [14], выражение для поверхностной плотности свободной энергии F_S взаимодействия ЖК-матрицы с границами слоя описывается выражением

$$F_S = \frac{W^-}{2}\big(\mathbf{n}^-\times\mathbf{n}_0\big)^2 + \frac{W^+}{2}\big(\mathbf{n}^+\times\mathbf{n}_0\big)^2, \qquad (2)$$

где W^+ и W^- — энергии сцепления НЖК с верхней и нижней границами слоя соответственно. При конечных и положительных значениях W^+ и W^- минимуму выражения (2) отвечает состояние с директором $\mathbf{n}$, направленным параллельно оси легкого ориентирования $\mathbf{n}_0$ (мягкое планарное сцепление). Здесь введены обозначения $\mathbf{n}^+$ и $\mathbf{n}^-$ для директора на верхней и нижней границах слоя соответственно.

Отметим, что концентрация дисперсной фазы в ФН достаточно мала [12], что позволяет пренебречь диполь-дипольным взаимодействием между феррочастицами. Кроме этого, из-за положительных χ_a и ε_a и гомеотропного сцепления директора и намагниченности возникает конкуренция между ориентационными механизмами: директор стремится ориентироваться в направлении электрического и магнитного полей (квадрупольный механизм), с другой стороны магнитные моменты частиц также ориентируются в направлении магнитного поля (дипольный механизм), чему противодействует гомеотропное сцепление частиц с матрицей. В малых магнитных полях преобладает дипольный механизм ориентации (слагаемое F_3), а в больших — квадрупольный механизм (слагаемое F_2).

В рассматриваемой геометрии компоненты директора и намагниченности можно представить в следующем виде:

$$\mathbf{n} = \big(\cos\varphi(z),\,0,\,\sin\varphi(z)\big),$$
$$\mathbf{m} = \big(-\sin\psi(z),\,0,\,\cos\psi(z)\big). \qquad (3)$$

Здесь $\varphi(z)$ — угол отклонения директора от оси легкого ориентирования $\mathbf{n}_0 = (1,0,0)$, а $\psi(z)$ — угол отклонения намагниченности от внешних полей.

Минимизацией функционала (1) по углам ориентации директора $\varphi(z)$ и намагниченности $\psi(z)$, а также объемной доле магнитных частиц $f(z)$ получаем систему уравнений равновесия

$$\mathscr{K}(\varphi)\varphi'' + \frac{1}{2}\,\frac{d\mathscr{K}(\varphi)}{d\varphi}\,(\varphi')^2 + \frac{1}{2}\,(H^2+E^2)$$
$$\times\sin 2\varphi - \sigma g\sin 2(\varphi-\psi) = 0, \qquad (4)$$

$$bH\sin\psi - \sigma\sin 2(\varphi-\psi) = 0, \qquad (5)$$

$$g = Q\exp\left\{\frac{bH}{\varkappa}\cos\psi(z) - \frac{\sigma}{\varkappa}\sin^2\big(\varphi(z)-\psi(z)\big)\right\},$$

$$Q^{-1} = \int\limits_{-1/2}^{1/2}\exp\left\{\frac{bH}{\varkappa}\cos\psi(z) - \frac{\sigma}{\varkappa}\sin^2\big(\varphi(z)-\psi(z)\big)\right\}dz, \qquad (6)$$

а условия мягкого планарного сцепления директора с границами слоя с учетом флексоэлектрической поляризации имеют следующий вид:

$$\mathcal{K}(\varphi^+)\varphi'\big|_{z=+1/2} - \frac{1}{2}(aE - \omega^+)\sin 2\varphi^+ = 0, \qquad (7)$$

$$\mathcal{K}(\varphi^-)\varphi'\big|_{z=-1/2} - \frac{1}{2}(aE + \omega^-)\sin 2\varphi^- = 0. \qquad (8)$$

Здесь и далее мы используем в качестве единицы длины толщину слоя L, обозначение для безразмерной координаты оставим прежним — z. Штрихом обозначено дифференцирование по z и введены обозначения $\varphi^{\pm} = \varphi|_{z=\pm 1/2}$ для углов ориентации директора на верхней „+“ и нижней „–“ границах слоя соответственно. В формулах (7) и (8) введено обозначение

$$\mathcal{K}(\varphi) = \cos^2\varphi + k\sin^2\varphi, \qquad (9)$$

и следующие безразмерные величины:

$$H = \mathcal{H}L\sqrt{\frac{\chi_a}{K_1}}, \quad E = \mathcal{E}L\sqrt{\frac{\varepsilon_a}{4\pi K_1}}, \quad g(z) = \frac{f(z)}{\bar{f}},$$

$$b = \frac{M_s \bar{f} L}{\sqrt{\chi_a K_1}}, \quad \varkappa = \frac{k_B T \bar{f} L^2}{K_1 v}, \quad \omega^{\pm} = \frac{W^{\pm} L}{K_1},$$

$$\sigma = \frac{W_p \bar{f} L^2}{K_1 d}, \quad k = \frac{K_3}{K_1}, \quad a = (e_1 + e_3)\sqrt{\frac{4\pi}{K_1 \varepsilon_a}}. \qquad (10)$$

Здесь H и E — безразмерные напряженности магнитного и электрического полей соответственно; $\bar{f} = Nv/V$ — средняя объемная доля частиц в суспензии (N — число магнитных частиц, V — объем образца); $g(z)$ — приведенная объемная доля частиц. Параметр b описывает относительную роль магнитных ориентационных механизмов в ФН, при $b > 1$ основной вклад в искажения поля директора вносит дипольный механизм (F_2), а при $b < 1$ — квадрупольный (F_3) [15]; $\varkappa$ — сегрегационный параметр. Напомним, что эффект сегрегации заключается в том [12], что феррочастицы накапливаются в той области слоя, где минимальна сумма их энергий в магнитном поле (F_3) и ориентационной энергии в матрице (F_5). При $\varkappa \gg 1$ сегрегационные эффекты слабы, а распределение частиц по слою близко к однородному, при $\varkappa \sim 1$ — сегрегационные эффекты становятся существенными. Параметры $\omega^{\pm}$ имеют смысл безразмерных энергий сцепления ЖК-матрицы с верхней „+“ и нижней „–“ границами слоя соответственно; σ — энергия сцепления директора с магнитными частицами; k — мера анизотропии ориентационной упругости; a — параметр, характеризующий влияние флексоэлектрических деформаций.

Отметим, что в рассматриваемой геометрии (рис. 1) флексоэлектрические вклады содержатся только в граничных условиях (7) и (8), и в зависимости от направления электрического поля флексоэлектрическая поляризация стабилизирует ориентацию директора на нижней границе слоя и дестабилизирует на верхней ($E > 0$), либо наоборот ($E < 0$). Таким образом, в результате поверхностной поляризации ЖК-матрицы происходит изменение симметрии решения даже при одинаковых энергиях сцепления директора с границами слоя $\omega^- = \omega^+$. Положение z^* максимального отклонения директора от оси легкого ориентирования определяется условием

$$\frac{d\varphi}{dz}\bigg|_{z=z^*} = 0. \qquad (11)$$

Сделаем оценки безразмерных величин (10). Для типичных значений материальных параметров НЖК и феррочастиц [2,8,12,13]: $\chi_a = 1.7 \cdot 10^{-7}$, $\varepsilon_a = 13$, $e_1 + e_3 = -10^{-4}$–10^{-3} CGS units, $K_1 = 6.4 \cdot 10^{-7}$ dyn, $K_3 = 1.0 \cdot 10^{-6}$ dyn, $T = 298$ K, $W^{\pm} = 10^{-3}$–10^{-2} dyn $\cdot$ cm^{-2}, $W_p \sim 10^{-2}$ dyn $\cdot$ cm^{-2}, $\bar{f} \sim 10^{-5}$, $M_s = 10^2$ G, $d = 4.0 \cdot 10^{-6}$ cm, $v = 4.0 \cdot 10^{-17}$ cm^3, $L = 25\,\mu$m, получаем $\varkappa \sim 10^{-1}$, $k \sim 1$, $\sigma \sim 10^{-1} - 1$, $b \sim 10$, $\omega^{\pm} \sim 1$–10, $a \sim 10^{-1} - 1$. Малость параметра $\varkappa$ свидетельствует о важности сегрегационных эффектов в ФН.

Диаграммы фазового равновесия

Система уравнений (4)–(8) ФН допускает однородные решения во внешних полях. Одно из них отвечает гомеотропной фазе [16] с директором, параллельным оси легкого ориентирования ($\mathbf{n} \parallel \mathbf{n}_0$), и намагниченностью, ориентированной в направлении электрического и магнитного полей ($\mathbf{m} \parallel \boldsymbol{\mathcal{H}}$); в этой фазе директор и намагниченность ортогональны друг другу во всем слое ($\mathbf{n} \perp \mathbf{m}$). Гомеотропная фаза устойчива вплоть до некоторых пороговых значений электрического или магнитного полей, выше которых появляются искажения ориентационной структуры (переход Фредерикса), и угол между директором $\mathbf{n}$ и намагниченностью $\mathbf{m}$ начинает зависеть от внешних полей. Такую неоднородную фазу называют угловой [16].

Вблизи перехода Фредерикса из гомеотропной фазы в угловую фазу распределение ориентационной и магнитной структур близко к однородному. Для определения пороговых электрического E_F и магнитного H_F полей перехода из гомеотропной фазы в угловую фазу с неоднородным распределением директора и намагниченности, линеаризуем уравнения (4)–(6) по малым углам отклонения директора $\varphi(z) \ll 1$ и намагниченности $\psi(z) \ll 1$ от оси легкого ориентирования и магнитного поля соответственно, тогда получим

$$\varphi'' + \lambda^2\varphi = 0, \qquad (12)$$

где введено обозначение

$$\lambda^2 = E_F^2 + H_F^2 - \frac{2\sigma b H_F}{2\sigma + b H_F}. \qquad (13)$$

Решая уравнения (12) вместе с линеаризованными граничными условиями (7) и (8)

$$\varphi'\big|_{z=1/2} - (aE - \omega^+)\varphi^+ = 0, \qquad (14)$$

$$\varphi'\big|_{z=-1/2} - (aE + \omega^-)\varphi^- = 0, \tag{15}$$

и используя условие (11), получим

$$\varphi(z) = \varphi_0(\cos\lambda z + \sin\lambda z \times \operatorname{tg}\lambda z^*). \tag{16}$$

Здесь введено обозначение для угла ориентации директора в центре слоя $\varphi(z)|_{z=0} \equiv \varphi_0$, а выражение

$$\operatorname{tg}\lambda z^* = \frac{2aE_F + \omega^- - \omega^+}{2\lambda + (\omega^- + \omega^+)\operatorname{tg}\frac{\lambda}{2}} \tag{17}$$

позволяет определить координату z^* максимального отклонения директора от оси легкого ориентирования при переходе Фредерикса. Из выражения (17) видно, что в общем случае значение z^* отлично от нуля даже при одинаковых энергиях сцепления директора с границами слоя $(\omega^- = \omega^+)$ вследствие флексоэлектрического вклада $2aE_F$.

Учитывая соотношение $\varphi_0 = \varphi_F^* \cos\lambda z^*$, решение (16) можно записать в следующем виде:

$$\varphi(z) = \varphi_F^* \cos\lambda(z - z^*), \tag{18}$$

условие существования которого позволяет получить выражение для полей перехода Фредерикса в зависимости от материальных параметров ФН

$$\operatorname{tg}\lambda = \frac{\lambda(\omega^- + \omega^+)}{\lambda^2 + (aE_F - \omega^+)(aE_F + \omega^-)}. \tag{19}$$

Здесь λ задано выражением (13).

Другое однородное решение отвечает состоянию насыщения (планарной фазе [16]), в которой директор и намагниченность ориентированы в направлении внешних полей ($\mathbf{n} \parallel \mathbf{m} \parallel \mathscr{H}$). Вблизи полей переходов E_S и H_S из неоднородного состояния в состояние насыщения отклонения директора и намагниченности от направления магнитного и электрического полей малы, поэтому систему уравнений (4)–(6) можно разложить в ряд по малым $\varphi(z) = \pi/2 - \delta\varphi(z)$, $\delta\varphi(z) \ll 1$, $\psi(z) \ll 1$:

$$\delta\varphi'' - \Lambda^2\delta\varphi = 0. \tag{20}$$

Здесь введено обозначение

$$\Lambda^2 = \frac{1}{k}\left(E_S^2 + H_S^2 + \frac{2\sigma b H_S}{2\sigma - bH_S}\right). \tag{21}$$

Линеаризованные граничные условия (7), (8) примут вид

$$k\delta\varphi'\big|_{z=1/2} + (aE_S - \omega^+)\delta\varphi^+ = 0, \tag{22}$$

$$k\delta\varphi'\big|_{z=-1/2} + (aE_S + \omega^-)\delta\varphi^- = 0. \tag{23}$$

Решая уравнение (20) с граничными условиями (22) и (23), находим выражение для электрического и магнитного полей переходов из угловой фазы в состояние насыщения

$$\operatorname{th}\Lambda = \frac{\Lambda k(\omega^- + \omega^+)}{\Lambda^2k^2 - (aE_S - \omega^+)(aE_S + \omega^-)}. \tag{24}$$

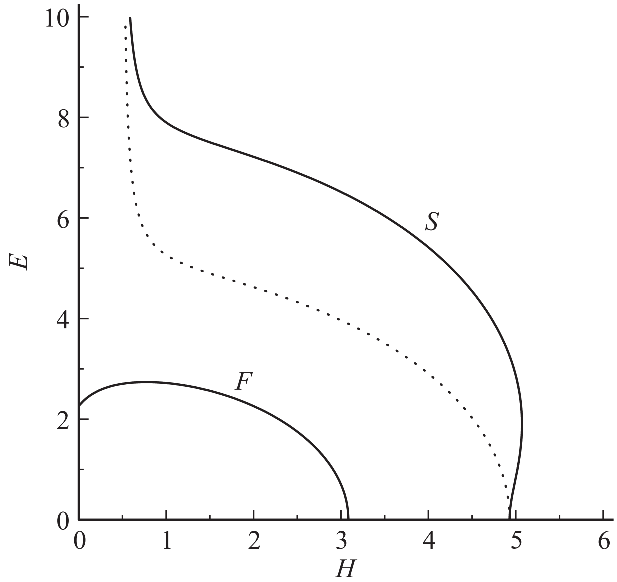

Рис. 2. Фазовая диаграмма электрического и магнитного полей перехода Фредерикса (F) и полей насыщения (S) для $b = 10$, $\sigma = 2.5$, $\omega = 5$, $k = 1.5$, $a = \pm 0.5$ пунктирной линии отвечает отсутствие флексоэлектрической поляризации $a = 0$.

На рис. 2 представлена бифуркационная диаграмма ориентационных фаз ФН, построенная с помощью уравнений (19) и (24). Здесь для простоты мы рассматриваем одинаковые энергии сцепления директора с верхней и нижней границами слоя ($\omega^- = \omega^+ = \omega$). В этом случае пороговые поля переходов между ориентационными фазами не зависят от знака параметра флексоэлектрической поляризации a. Ниже кривой F находится область, отвечающая гомеотропной фазе, выше кривой S — фазе насыщения, а между этими кривыми находится область угловой фазы. На рис. 2 не показана граница перехода Фредерикса для $a = 0$, так как она практически совпадает с кривой F ($a = \pm 0.5$). Видно, что из-за флексоэлектрической деформации ЖК-матрицы (кривая S) переход в состояние насыщения происходит в меньших полях по сравнению со случаем $a = 0$ (пунктирная кривая).

В численных расчетах удобно использовать интегральную форму системы уравнений ориентационного и магнитного равновесий. Для ее получения проинтегрируем уравнение (4) один раз

$$\varphi' = G^{1/2}(\varphi, \psi)\mathscr{K}^{-1/2}(\varphi), \quad z \in \left[-\frac{1}{2}, z^*\right], \tag{25}$$

$$\varphi' = -G^{1/2}(\varphi, \psi)\mathscr{K}^{-1/2}(\varphi), \quad z \in \left[z^*, +\frac{1}{2}\right]. \tag{26}$$

Здесь определена функция

$$G(\varphi, \psi) = (H^2 + E^2)(\cos^2\varphi - \cos^2\varphi^*) - 2\varkappa\big(g(\varphi, \psi) - g^*(\varphi^*, \psi^*)\big)$$

и введены обозначения для концентрации магнитных частиц и углов отклонения директора и намагниченности при $z = z^*$

$$g^* = g(\varphi^*, \psi^*), \quad \varphi^* = \varphi\big|_{z=z^*}, \quad \psi^* = \psi\big|_{z=z^*}.$$

Используя выражения (25) и (26), перепишем граничные условия (7) и (8)

$$\mathcal{K}^{1/2}(\varphi^-)G^{1/2}(\varphi^-, \psi^-) = -\frac{1}{2}(aE + \omega^-)\sin 2\varphi^-, \quad (27)$$

$$\mathcal{K}^{1/2}(\varphi^+)G^{1/2}(\varphi^+, \psi^+) = \frac{1}{2}(aE - \omega^+)\sin 2\varphi^+. \quad (28)$$

После интегрирования (25) и (26), получим уравнения для пространственного распределения угла ориентации директора в слое ФН

$$z + \frac{1}{2} = \int\limits_{\varphi^-}^{\varphi} \mathcal{K}^{1/2}(\varphi)G^{-1/2}(\varphi, \psi)d\varphi, \quad z \in \left[-\frac{1}{2}, z^*\right], \quad (29)$$

$$z - \frac{1}{2} = \int\limits_{\varphi}^{\varphi^+} \mathcal{K}^{1/2}(\varphi)G^{-1/2}(\varphi, \psi)d\varphi, \quad z \in \left[z^*, +\frac{1}{2}\right]. \quad (30)$$

В точке $z = z^*$ имеем $\varphi = \varphi^*$, $\psi = \psi^*$ и уравнения (29), (30) примут вид

$$z^* + \frac{1}{2} = \int\limits_{\varphi^-}^{\varphi^*} \mathcal{K}^{1/2}(\varphi)G^{-1/2}(\varphi, \psi)d\varphi, \quad (31)$$

$$z^* - \frac{1}{2} = \int\limits_{\varphi^*}^{\varphi^+} \mathcal{K}^{1/2}(\varphi)G^{-1/2}(\varphi, \psi)d\varphi. \quad (32)$$

Для определения нормировочной константы Q воспользуемся условием постоянства числа частиц в системе. Это условие в безразмерной форме имеет вид

$$\int\limits_{-1/2}^{1/2} g(z)dz = 1.$$

Здесь от интегрирования по координате z удобно перейти к интегрированию по углу φ с помощью уравнений (25) и (26), тогда получим

$$\int\limits_{\varphi^-}^{\varphi^*} g(\varphi, \psi)\mathcal{K}^{1/2}(\varphi)G^{-1/2}(\varphi, \psi)d\varphi + \int\limits_{\varphi^+}^{\varphi^*} g(\varphi, \psi)\mathcal{K}^{1/2}(\varphi)G^{-1/2}(\varphi, \psi)d\varphi = 1. \quad (33)$$

Таким образом, уравнения (5), (31)–(33) и граничные условия (27), (28) позволяют определить углы ориентации директора и намагниченности φ^* и ψ^* в точке z^*, на верхней границе слоя φ^+ и ψ^+ и на нижней границе слоя φ^- и ψ^- соответственно, а также константу нормировки Q и координату z^* в зависимости от приложенных электрического и магнитного полей и материальных параметров ФН.

Результаты численных расчетов

На рис. 3–5 представлены результаты численного решения системы (5), (31)–(33) с граничными условиями (27), (28) в зависимости от приложенного магнитного поля H для $b = 10$, $\sigma = 2.5$, $\omega^- = \omega^+ \equiv \omega = 5$, $k = 1.5$, $E = 2$ и разных значений флексоэлектрического параметра a. Фазовая диаграмма ориентационных фаз для выбранных параметров показана на рис. 2. Далее будем обозначать магнитное поле перехода Фредерик-

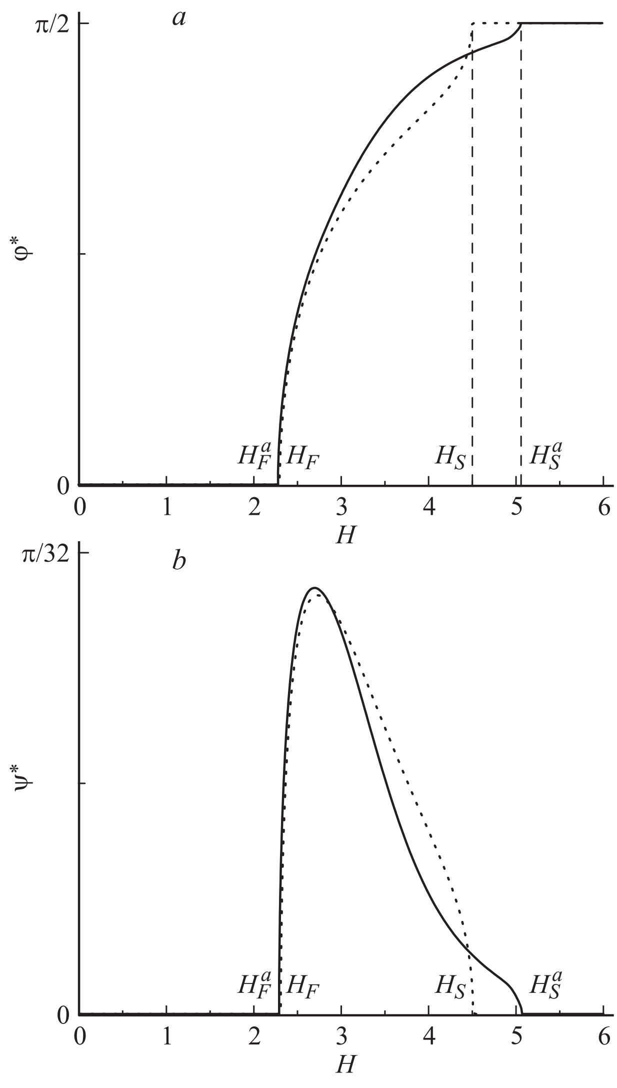

Рис. 3. Зависимости максимальных углов отклонения директора (a) и намагниченности (b) от напряженности магнитного поля H для $b = 10$, $\sigma = 2.5$, $\omega = 5$, $k = 1.5$, $E = 2$. Сплошная кривая — $a = \pm 0.5$, пунктирная кривая — $a = 0$. Здесь $H_F^a = 2.26$, $H_F = 2.28$, $H_S^a = 5.07$, $H_S = 4.51$.

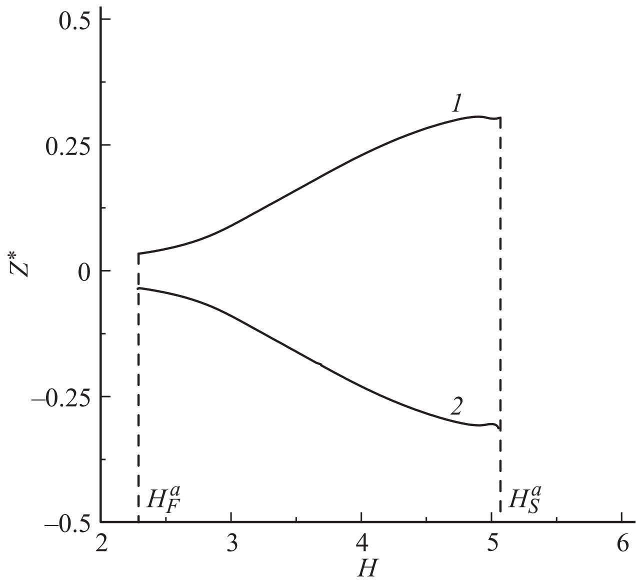

Рис. 4. Зависимость координаты z^* максимального угла отклонения директора от напряженности магнитного поля H для $b = 10$, $\sigma = 2.5$, $\omega = 5$, $k = 1.5$, $E = 2$. Кривая *1* — $a = 0.5$, кривая *2* — $a = -0.5$. $H_F^a = 2.26$, $H_F = 2.28$, $H_S^a = 5.07$, $H_S = 4.51$.

са и перехода в состояние насыщения в присутствии флексоэлектрической поляризации — H_F^a и H_S^a, а в отсутствие флексоэффекта — H_F и H_S соответственно. Ферронематик находится в гомеотропной фазе, пока магнитное поле не превысит значения $H_F^a = 2.26$ для $a = \pm 0.5$ и $H_F = 2.28$ для $a = 0$, которые определяются с помощью уравнения (19), выше этих значений происходит переход Фредерикса, т. е. появляются искажения ориентационной и магнитной структур. Для выбранных материальных параметров флексоэлектрическая поляризация ЖК-матрицы слабо изменяет значения полей перехода Фредерикса, кроме этого, как отмечалось, знак параметра a в случае одинаковых энергий сцепления директора с границами слоя не влияет на величину этих полей. С ростом поля H директор ориентируется в направлении полей из-за положительных значений анизотропии диэлектрической проницаемости и магнитной восприимчивости (рис. 3, a) и при значении магнитного поля $H_S^a = 5.07$ для $a = \pm 0.5$ и $H_S = 4.51$ для $a = 0$ ФН переходит в состояние насыщения. Из рис. 3, a видно, что из-за флексоэлектрической поляризации переход ФН в состояние насыщения происходит в больших полях, чем при $a = 0$. С ростом магнитного поля угол ориентации намагниченности растет, достигая максимума, а затем уменьшается до нуля при переходе ФН в планарную фазу (рис. 3, b). Максимальное значение угла отклонения директора φ^* не зависит от знака параметра a, в то время как соответствующая этому значению координата z^* с ростом поля смещается к верхней границе слоя при положительных значениях параметра $a = 0.5$ и к нижней границе при отрицательных $a = -0.5$, что видно из рис. 4.

На рис. 5 представлены зависимости углов ориентации директора и намагниченности на верхней границе слоя $z = 0.5$ в зависимости от приложенного магнитного поля. Для случая положительных значений флексоэлектрического параметра a директор сильнее отклоняется от оси легкого ориентирования (кривая *1* на рис. 5, a) в направлении поля, чем в случае $a < 0$ (кривая *2* на рис. 5, a). Из-за гомеотропного сцепления ЖК-матрицы с феррочастицами большим деформациям ориентационной структуры отвечают большие отклонения намагниченности от направления магнитного поля. Из рис. 5, b видно, что для $a = 0.5$ угол ориентации намагниченности быстро растет с увеличением поля, достигает максимального значения, а затем уменьшается до нуля при переходе ФН в планарную фазу, в то время как для $a = -0.5$ намагниченность отклоняется

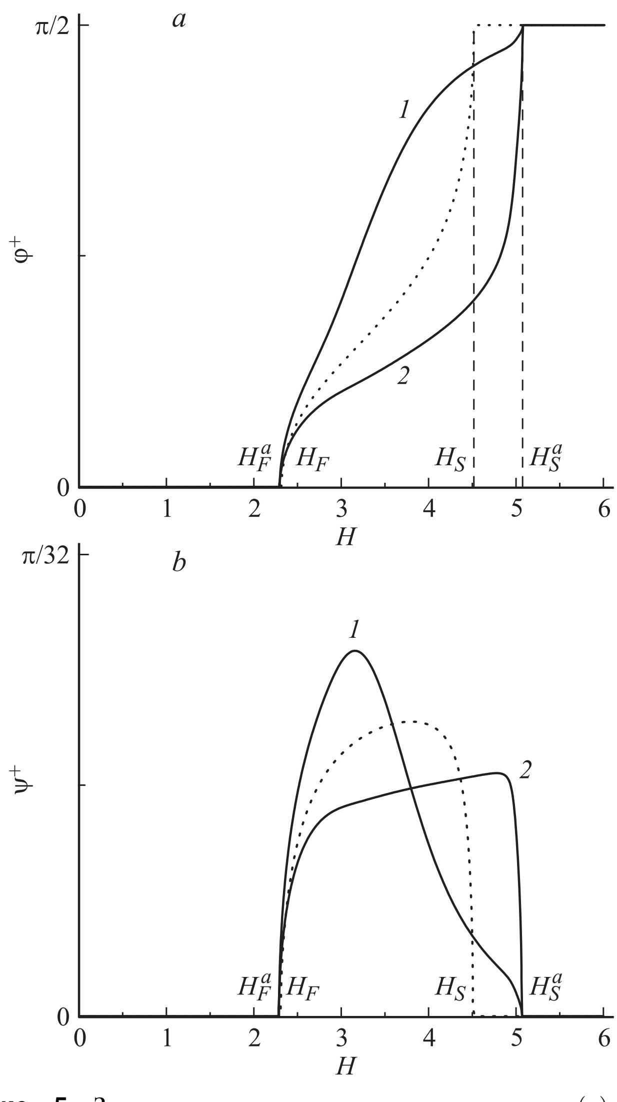

Рис. 5. Зависимости углов отклонения директора (a) и намагниченности (b) на верхней границе слоя $z = 1/2$ от напряженности магнитного поля H для $b = 10$, $\sigma = 2.5$, $\omega = 5$, $k = 1.5$, $E = 2$. Сплошная кривая *1* — $a = 0.5$, *2* — $a = -0.5$, пунктирная кривая — $a = 0$. $H_F^a = 2.26$, $H_F = 2.28$, $H_S^a = 5.07$, $H_S = 4.51$.

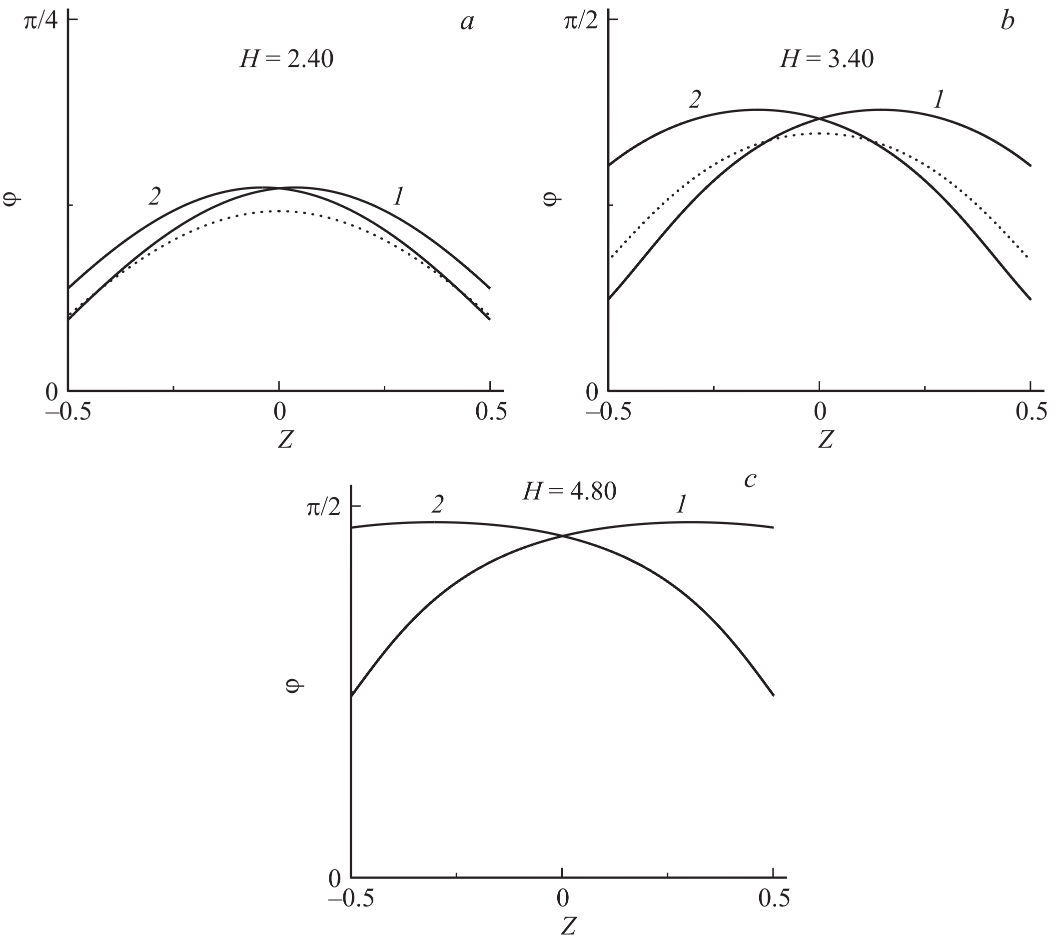

Рис. 6. Пространственное распределение угла отклонения директора для $b = 10$, $\sigma = 2.5$, $\omega = 5$, $k = 1.5$, $E = 2$ и разных значений напряженности поля H; (*a*) $H = 2.40$; (*b*) $H = 3.40$; (*c*) $H = 4.80$. Кривая *1* — $a = 0.5$; *2* — $a = -0.5$, пунктирная кривая — $a = 0$.

от направления поля, выходит на плато, и только вблизи порогового поля H_S^a происходит резкое уменьшение угла ориентации намагниченности. Заметим, что на нижней границе слоя $z = -0.5$ углы ориентации директора φ^- и намагниченности ψ^- ведут себя противоположным образом: кривой *1* на рис. 5 отвечает значение параметра $a = -0.5$, а кривой *2* — $a = 0.5$, т.е. можно сказать, что кривая *1* качественно отвечает верхней границе слоя, а кривая *2* — нижней. Так как в отсутствие поверхностной поляризации ЖК-матрицы ($a = 0$) отклонения директора от оси легкого ориентирования и намагниченности от направления полей на границах слоя ФН являются симметричными, в этом случае угол ориентации директора принимает меньшие значения на верхней границе слоя, чем при $a = 0.5$, и большие значения, чем при $a = -0.5$ (рис. 5 пунктирная кривая).

На рис. 6 и 7 представлены пространственные распределения углов ориентации директора и намагниченности для разных значений магнитного поля, полученные путем численного решения системы уравнений (5), (29) и (30). Как видно из рис. 6 и 7, флексоэлектрическая поляризация изменяет симметрию полей директора и намагниченности. Для $a = 0.5$, как отмечалось выше, максимальное отклонение директора от оси легкого ориентирования смещается к верхней границе слоя (рис. 6 кривая *1*), а для $a = -0.5$ — к нижней границе (рис. 6 кривая *2*), в то время как в отсутствие флексоэффекта ориентационная деформация остается симметричной относительно середины слоя (пунктирные кривые на рис. 6 и 7). Флексоэффект приводит к большей переориентации директора в направлении поля по сравнению со случаем $a = 0$ (рис. 3 и 6), кроме этого в полях, превышающих $H \approx 4.0$, флексоэлектрическая поляризация ЖК-матрицы увеличивает пороговое поле перехода в состояние насыщения (см. фазовую диаграмму на рис. 2).

В результате эффекта сегрегации происходит перераспределение магнитных частиц по толщине слоя: примесь аккумулируется в тех областях слоя, где минимальна сумма ее энергии в магнитном поле и ориентационной энергии в матрице. На рис. 8 представлена зависимость приведенной объемной доли магнитных частиц в точке z^* максимального отклонения директора от оси легкого ориентирования, а на рис. 9 пространственное распределение объемной доли феррочастиц. Из рис. 8 видно, что концентрация частиц в точке z^* уменьшается с ростом поля, достигает минимума, затем начинает возрастать и при переходе в состояние насыщения распределение частиц вновь становится однородным.

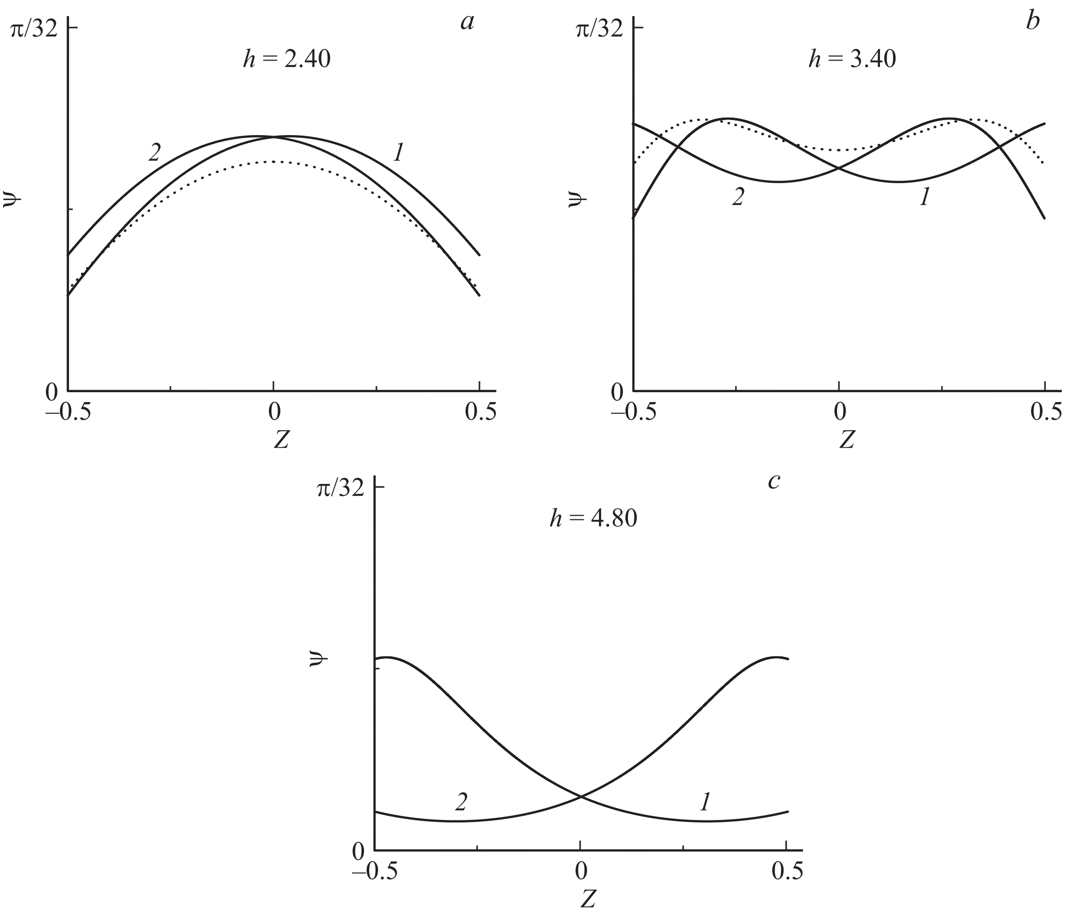

Рис. 7. Пространственное распределение угла отклонения намагниченности от оси z для $b = 10$, $\sigma = 2.5$, $\omega = 5$, $k = 1.5$, $E = 2$ и разных значений напряженности поля H; (a) $H = 2.40$, (b) $H = 3.40$; (c) $H = 4.80$. Кривая *1* — $a = 0.5$, *2* — $a = -0.5$, пунктирная кривая — $a = 0$.

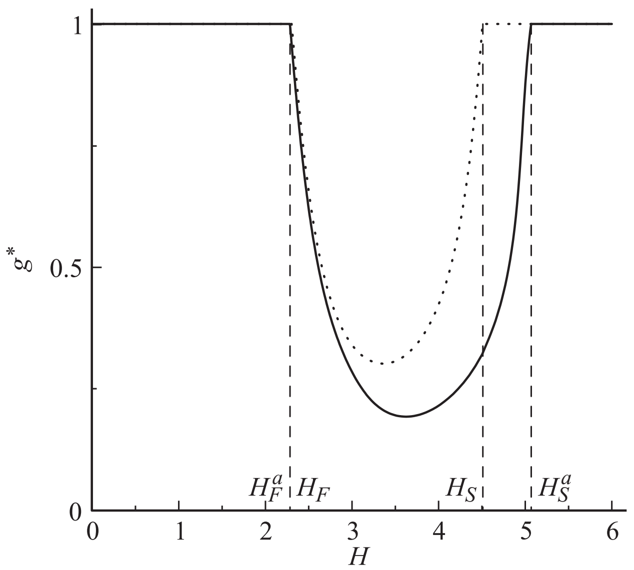

Рис. 8. Зависимость объемной доли феррочастиц в точке с координатой z^* от напряженности магнитного поля H для $b = 10$, $\sigma = 2.5$, $\omega = 5$, $k = 1.5$, $E = 2$. Сплошная кривая — $a = \pm 0.5$, пунктирная кривая — $a = 0$, $H_F^a = 2.26$, $H_F = 2.28$, $H_S^a = 5.07$, $H_S = 4.51$.

С ростом магнитного поля частицы накапливаются вблизи той границы слоя, где минимальна деформация ориентационной структуры: для $a = 0.5$ это нижняя граница, а для $a = -0.5$ — верхняя (рис. 9). В отсутствие флексоэффекта $a = 0$ искажения директора, индуцированные электрическим и магнитным полями, симметричны относительно середины слоя, поэтому распределение магнитных частиц также симметрично относительно середины слоя (пунктирная линия на рис. 9).

Магнитооптический отклик ФН

В эксперименте ориентационные переходы в ФН, индуцированные внешними полями, можно изучить путем измерения, например, зависимости оптической разности фаз между обыкновенным и необыкновенным лучом света, прошедшим через слой ФН. Ниже на рис. 10 представлены результаты расчетов разности фаз δ нормально падающего луча монохроматического света согласно формулам [17,18]

$$\delta = \frac{2\pi L}{\lambda} \int\limits_{-1/2}^{1/2} [n_{\text{eff}} - n_o] dz, \quad \frac{1}{n_{\text{eff}}^2} = \frac{\sin^2 \varphi(z)}{n_o^2} + \frac{\cos^2 \varphi(z)}{n_e^2}.$$

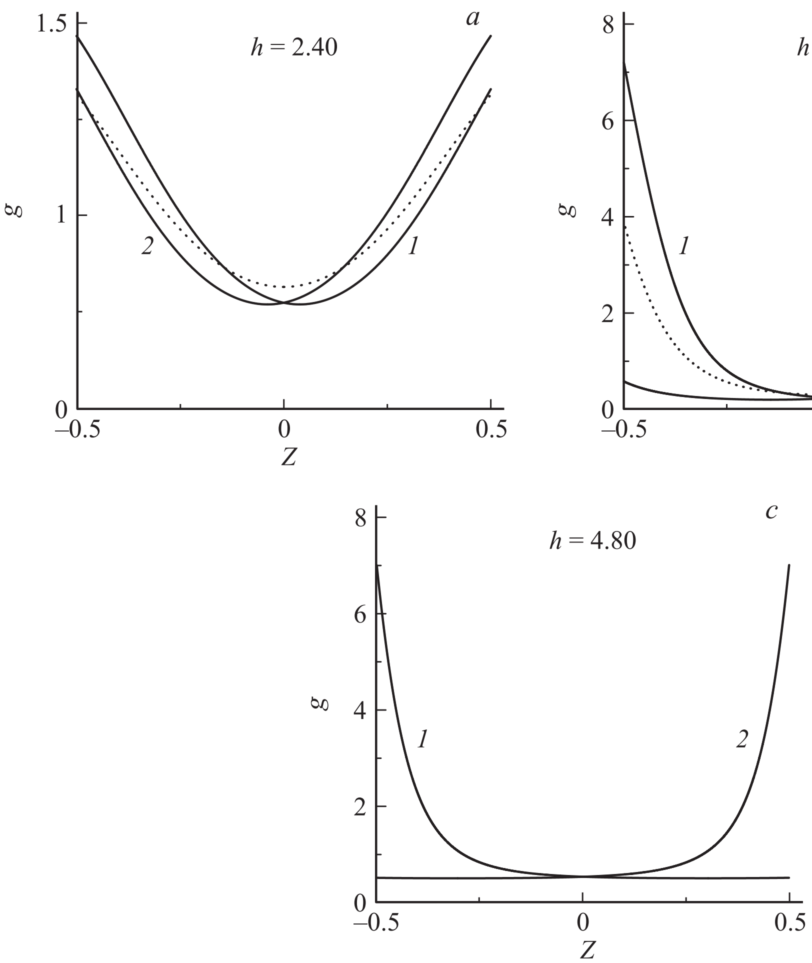

Рис. 9. Пространственное распределение объемной доли феррочастиц для $b = 10$, $\sigma = 2.5$, $\omega = 5$, $k = 1.5$, $E = 2$ и разных значений напряженности поля H, (a) $H = 2.40$, (b) $H = 3.40$, (c) $H = 4.80$. Кривая *1* — $a = 0.5$, *2* — $a = -0.5$, пунктирная кривая — $a = 0$.

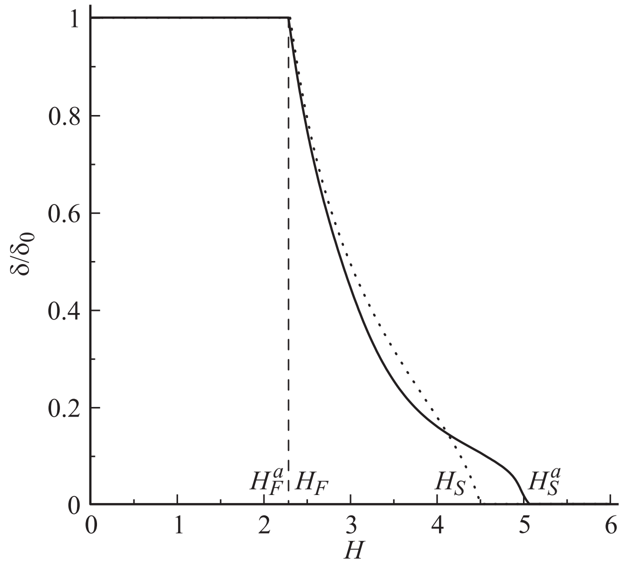

Рис. 10. Разность фаз между обыкновенным и необыкновенным лучами как функция напряженности магнитного поля H для $b = 10$, $\sigma = 2.5$, $\omega = 5$, $k = 1.5$, $E = 2$. Сплошная кривая — $a = \pm 0.5$, пунктирная кривая — $a = 0$. $H_F^a = 2.26$, $H_F = 2.28$, $H_S^a = 5.07$, $H_S = 4.51$.

Здесь λ — длина световой волны, n_{eff} — эффективный показатель преломления, n_o и n_e — показатели преломления обыкновенного и необыкновенного лучей соответственно. С помощью уравнений (25), (26) разность фаз δ может быть записана в виде

$$\frac{\delta}{\delta_0} = \int\limits_{\varphi^-}^{\varphi^*} \mathscr{L}(\varphi)\mathscr{K}^{1/2}(\varphi)G^{-1/2}(\varphi,\psi)d\varphi + \int\limits_{\varphi^+}^{\varphi^*} \mathscr{L}(\varphi)\mathscr{K}^{1/2}(\varphi)G^{-1/2}(\varphi,\psi)d\varphi, \tag{34}$$

где введены обозначения

$$\delta_0 = 2\pi L\,\frac{n_e - n_o}{\lambda}, \quad \xi = \frac{n_e^2 - n_o^2}{n_e^2},$$

$$\mathscr{L}(\varphi) = \frac{(1 - \xi + \sqrt{1-\xi})\cos^2\varphi}{1 - \xi\cos^2\varphi + \sqrt{1 - \xi\cos^2\varphi}}.$$

Выбранные материальные параметры соответствуют нематику 5CB с $n_o = 1.53$ и $n_e = 1.71$ и

$\lambda = 632.8$ nm [19]. Расчеты проведены для толщины слоя $L = 10.5 \cdot 10^{-4}$ nm.

Из рис. 10 видно, что в магнитных полях, не превышающих значений $H_F^a = 2.26$ для $a = \pm 0.5$ и $H_F = 2.28$ для $a = 0$, фазовая задержка максимальна, что отвечает однородной гомеотропной фазе. Выше пороговых полей Фредерикса появляются искажения ориентационной структуры и оптическая разность фаз монотонно уменьшается с ростом магнитного поля и при $H_S^a = 5.07$ для $a = \pm 0.5$ и $H_S = 4.51$ для $a = 0$, когда происходит переход в состояние насыщения, фазовая задержка обращается в нуль.

Заключение

В настоящей работе исследовано влияние флексоэлектрического эффекта на ориентационные переходы в плоском слое ферронематика, индуцированные совместным действием электрического и магнитного полей. Рассмотрен случай мягкого гомеотропного сцепления магнитных частиц с директором ЖК и мягкого планарного сцепления ЖК-матрицы с границами слоя.

В рамках континуальной теории получена система интегральных уравнений, описывающих равновесное состояние полей директора, намагниченности и концентрационного распределения магнитных частиц. Аналитически найдены выражения для пороговых полей переходов между неоднородным и однородными состояниями ФН.

Установлено, что флексоэлектрическая поляризация ЖК вносит существенный вклад в искажения ориентационной структуры ФН и влияет на значения пороговых полей переходов между сосуществующими ориентационными фазами. Показано, что флексоэффект приводит к переходу в состояние насыщения в больших магнитных и электрических полях по сравнению со случаем отсутствия флексоэлектрической поляризации. При одинаковых энергиях сцепления директора с границами слоя положительные значения параметра флексоэлектрической поляризации приводят к смещению максимального угла отклонения директора ФН в направлении электрического поля к верхней границе слоя, а отрицательные — к нижней.

Изучены пространственные искажения директора, концентрации магнитной примеси и намагниченности ФН, а также двулучепреломление проходящего через образец света как функции приложенного магнитного поля.

Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 13-02-96001).

Список литературы

[1] *Meyer R.B.* // Phys. Rev. Lett. 1969. Vol. 22. P. 918–921.
[2] *Derzhanski A., Petrov A.G., Mitov M.D.* // J. Phys. (France). 1978. Vol. 39. P. 273–285.
[3] *Sin-Doo Lee, Patel J.S.* // Phys. Rev. Lett. 1990. Vol. 65. P. 56–59.
[4] *Barberi R., Barbero G., Gabbasova Z., Zvezdin A.* // J. Phys. (France). 1993. Vol. 3. P. 147–164.
[5] *Brown C.V., Mottram N.J.* // Phys. Rev. E. 2003. Vol. 68. P. 031 702.
[6] *Liu J., Zhang S., Yang Y., An H., Zhang Z., Yang G.* // Liq. Cryst. 2007. Vol. 34. P. 1425–1431.
[7] *de Gennes P.G., Prost J.* Physics of liquid crystals. Oxford University Press, England. 1993.
[8] *Makarov D.V., Zakhlevnykh A.N.* // Mol. Cryst. Liq. Cryst. 2012. Vol. 553. P 199–210.
[9] *Makarov D.V., Zakhlevnykh A.N.* // Soft Matter. 2012. Vol. 8. P. 6493–6503.
[10] *Захлевных А.Н., Петров Д.А.* // Вестн. Пермского ун-та. Сер.: Физика. 2014. Вып. 1 (26) С. 32–42.
[11] *Захлевных А.Н., Петров Д.А.* // Вестн. Пермского ун-та. Сер.: Физика. 2014. Вып. 2–3 (27-28) С. 42–51.
[12] *Brochard F., de Gennes P.G.* // J. Phys. (France). 1970. Vol. 31. P. 691–708.
[13] *Burylov S.V., Raikher Yu.L.* // Mol. Cryst. Liq. Cryst. 1995. Vol. 258. P. 107–122.
[14] *Rapini A., Papoular M.* // J. Phys. Colloque (France). 1969. Vol. 30. P. 4–54.
[15] *Zakhlevnykh A.N., Sosnin P.A.* // J. Magn. Magn. Mater. 1995. Vol. 146. P. 103–110.
[16] *Zakhlevnykh A.N.* // J. Magn. Magn. Mater. 2004. Vol. 269. P. 238–244.
[17] *Makarov D.V., Zakhlevnykh A.N.* // Phys. Rev. E. 2010. Vol. 81. P. 051 710.
[18] *Zakhlevnykh A.N., Petrov D.A.* // J. Mol. Liq. 2014. Vol. 198. P. 220–232.
[19] *Blinov L.M., Chigrinov V.G.* Electrooptic Effects in Liquid Crystal Materials. NY: Springer-Verlag, 1994.