

О вынужденном движении быстрого джозефсоновского вихря

© А.С. Малишевский, С.А. Урюпин

Физический институт им. П.Н. Лебедева Российской академии наук,
119991 Москва, Россия

E-mail: malish@sci.lebedev.ru

(Поступила в Редакцию 8 октября 2003 г.
В окончательной редакции 17 ноября 2003 г.)

Установлена связь транспортного тока, протекающего через всю слоистую структуру $S_1IS_2WS_3$, со скоростью быстрого вихря. Такой вихрь существует тогда, когда скорость Свихарта в волноводе значительно больше, чем в джозефсоновском переходе. Показано, что основной вклад в силу Лоренца, приводящую к движению вихря, возникает от протекания тока через волновод и прилегающие к нему скин-слои сверхпроводников.

Работа выполнена при поддержке грантов президента РФ НШ-1385.2003.2, МК-1809.2003.02 и в рамках Госконтракта № 40.012.1.1.1357 от 22.04.2003 с Минпромнауки РФ.

В настоящей работе исследуется вынужденное движение элементарного джозефсоновского вихря в слоистой структуре $S_1IS_2WS_3$ (S_1 , S_2 и S_3 — сверхпроводники, I и W — несверхпроводящие слои). Предполагается, что все слои параллельны плоскости yz и имеют бесконечные размеры в ней. Полубесконечные крайние сверхпроводящие слои S_1 и S_3 простираются до $x = \mp\infty$ соответственно. Слой I предполагается настолько тонким, что через него осуществляется туннелирование куперовских пар. Напротив, толщина слоя W считается сравнительно большой, что позволяет пренебречь туннелированием куперовских пар через него. Таким образом, о рассматриваемой структуре можно говорить как о джозефсоновском переходе (ДП), связанном с плоским волноводом со сверхпроводящими стенками.

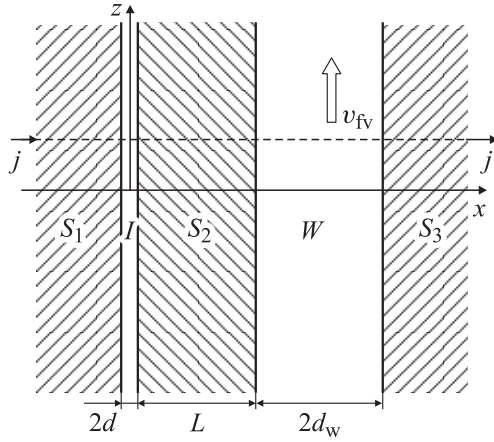
Вынужденное движение вихря в ДП, магнитосвязанном с волноводом, реализуется различными способами. Один из них отвечает пропусканию транспортного тока только через ДП. Экспериментально такое протекание тока можно осуществить, если ДП реализован в планарной геометрии [1], а клеммы источника постоянного тока подключены к сверхпроводящим электродам S_1 и S_2 . Именно этот способ рассматривался в теоретических работах [2,3]. При этом в работе [3] показано, что связь тока со скоростью вихря существенно зависит от соотношения скоростей Свихарта в ДП V_s и в волноводе V_{sw} . Согласно [3], если $V_{sw} < V_s$, то влияние волновода приводит к запрету движения вихрей со скоростями, близкими к скорости Свихарта волновода V_{sw} . Если же $V_{sw} > V_s$, то в структуре $S_1IS_2WS_3$ возможно вынужденное движение вихрей не только при $v < V_s$, но и в интервале скоростей, близких к V_{sw} . При $V_{sw} \gg V_s$ в [3] предсказана возможность вынужденного движения быстрого вихря, скорость которого близка к V_{sw} .

Вынужденное движение вихря можно обеспечить и другим способом, который реализуется при пропускании тока через всю структуру, когда транспортный ток протекает как через ДП, так и через волновод. Для этого к источнику постоянного тока необходимо подсоединить

крайние сверхпроводники-электроды S_1 и S_3 . Именно этот способ обычно используется при экспериментальном изучении вихрей в структурах, состоящих из связанных ДП (см., например, обзор [4], а также работы [5–9]).

Ввиду распространенности и простоты экспериментальной реализации режима пропускания тока через всю структуру в настоящей работе изучено вынужденное движение быстрого вихря при пропускании тока как через ДП, так и через волновод. Основная цель — выявить новые закономерности вынужденного движения быстрого вихря и указать оптимальные условия его наблюдения.

Далее в предположении сравнительно слабой диссипации как в ДП, так и волноводе установлена связь транспортного тока в структуре со скоростью элементарного вихря. В случае $V_{sw} \gg V_s$, когда возможен быстрый вихрь, получено сравнительно простое аналитическое выражение, связывающее ток в структуре со скоростью быстрого вихря. Установлено, что при одновременном пропускании тока через ДП и волновод для реализации вынужденного движения быстрого вихря требуются существенно меньшие значения тока, чем в случае его пропускания только через ДП. Эффект уменьшения тока определяется произведением малой константы связи ДП и волновода и квадрата малого отношения скоростей Свихарта в ДП и в волноводе. Показано, что относительное уменьшение величины тока, необходимой для обеспечения вынужденного движения вихря, связано с большим дополнительным вкладом в действующую на вихрь силу Лоренца, который возникает при протекании тока через волновод и прилегающие скин-слои сверхпроводников. Наличие такого вклада позволяет обеспечить вынужденное движение вихря и в том случае, когда ток протекает только через волновод и прилегающие сверхпроводники. Такая новая возможность реализации вынужденного движения вихрей, когда отсутствует ток через ДП, расширяет существующие представления о способах возбуждения вихрей.



Слоистая структура $S_1IS_2WS_3$. $2d$, $2d_w$ и L — толщины ДП, волновода и сверхпроводника S_2 , j — плотность тока, протекающего через всю структуру, v_{fv} — скорость быстрого вихря.

Рассмотрим такие условия, при которых транспортный ток плотностью j протекает не только через ДП, но и через волновод (см. рисунок). Считая, что электромагнитные поля не зависят от координаты y , запишем следующую систему уравнений, описывающую рассматриваемую слоистую структуру (ср. [5–11]):

$$\begin{aligned} \omega_j^2 \sin \varphi(z, t) + \frac{\partial^2 \varphi(z, t)}{\partial t^2} + \omega_j^2 \frac{j}{j_c} + \beta \frac{\partial \varphi(z, t)}{\partial t} \\ = V_s^2 \frac{\partial^2 \varphi(z, t)}{\partial z^2} + SV_s^2 \frac{\partial^2 \varphi_w(z, t)}{\partial z^2}, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \varphi_w(z, t)}{\partial t^2} + \frac{16\pi^2 c d_w}{\phi_0 \varepsilon_w} j + \beta_w \frac{\partial \varphi_w(z, t)}{\partial t} \\ = V_{sw}^2 \frac{\partial^2 \varphi_w(z, t)}{\partial z^2} + S_w V_{sw}^2 \frac{\partial^2 \varphi(z, t)}{\partial z^2}. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь $\varphi(z, t)$ и $\varphi_w(z, t)$ — разности фаз параметров порядка сверхпроводников на ДП и на стенках волновода соответственно. В уравнениях (1) и (2) использованы следующие обозначения: j_c — критическая плотность тока Джозефсона; ϕ_0 — квант магнитного потока; ω_j — джозефсоновская частота; $2d_w$ и ε_w — ширина и диэлектрическая постоянная несверхпроводящего слоя W ; V_s и V_{sw} — скорости Свихарта ДП и волновода, учитывающие их взаимодействие [3]; S и S_w — константы связи ДП и волновода; β и β_w характеризуют диссипацию в ДП и волноводе, связанную с протеканием одночастичного тока через слои I и W . Уравнения (1) и (2) записаны в так называемом локальном пределе, когда характерные масштабы изменения полей вдоль оси Oz велики по сравнению с лондоновскими глубинами проникновения магнитного поля в сверхпроводящие слои S_1 , S_2 и S_3 [12,13].

Как видно из (1) и (2), стационарное движение вихря с постоянной скоростью v описывается следующими

уравнениями:

$$\begin{aligned} \omega_j^2 \sin \psi(\xi) - (V_s^2 - v^2) \psi''(\xi) \\ + \omega_j^2 \frac{j}{j_c} - \beta v \psi'(\xi) = SV_s^2 \psi_w''(\xi), \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} -(V_{sw}^2 - v^2) \psi_w''(\xi) + \frac{16\pi^2 c d_w}{\phi_0 \varepsilon_w} j \\ - \beta_w v \psi_w'(\xi) = S_w V_{sw}^2 \psi_w''(\xi), \end{aligned} \quad (4)$$

где $\psi(\xi) \equiv \varphi(z, t)$, $\psi_w(\xi) \equiv \varphi_w(z, t)$, $\xi \equiv z - vt$.

Если ток и диссипация малы, из уравнения (4) приближенно находим

$$\begin{aligned} \psi_w''(\xi) \simeq -S_w \frac{V_{sw}^2}{V_{sw}^2 - v^2} \left[\psi''(\xi) - \beta_w \frac{v}{V_{sw}^2 - v^2} \psi'(\xi) \right] \\ + \frac{16\pi^2 c d_w}{\phi_0 \varepsilon_w} \frac{j}{V_{sw}^2 - v^2}. \end{aligned}$$

Подставляя это выражение в (3), получаем следующее уравнение для определения $\psi(\xi)$:

$$\begin{aligned} \sin \psi(\xi) - k_j^{-2}(v) \psi''(\xi) \\ = - \left(1 - S_w \frac{V_{sw}^2}{V_{sw}^2 - v^2} \right) \frac{j}{j_c} + \frac{v\beta(v)}{\omega_j^2} \psi'(\xi), \end{aligned} \quad (5)$$

где

$$\begin{aligned} k_j(v) &\equiv w_j \sqrt{\frac{V_{sw}^2 - v^2}{(v_1^2 - v^2)(v_2^2 - v^2)}}, \\ v_m^2 &\equiv \frac{V_s^2 + V_{sw}^2}{2} \\ &+ (-1)^m \sqrt{\frac{(V_s^2 - V_{sw}^2)^2}{4} + SS_w V_s^2 V_{sw}^2}, \quad m = 1, 2, \\ \beta(v) &\equiv \beta + SS_w \frac{V_s^2 V_{sw}^2}{(V_{sw}^2 - v^2)^2} \beta_w. \end{aligned}$$

Уравнение (5) позволяет ответить на вопрос о связи скорости движения вихря с плотностью тока. Для этого воспользуемся результатами работы [14], в которой на основе уравнения

$$\sin \psi(\xi) - k_{JJ}^{-2}(v) \psi''(\xi) = -\frac{j}{j_c} + \frac{v\beta}{\omega_j^2} \psi'(\xi) \quad (6)$$

(где $k_{JJ}(v) \equiv \omega_j / \sqrt{v_s^2 - v^2}$) изучалось движение элементарного джозефсоновского вихря (2π -кинка) в изолированном ДП, имеющем скорость Свихарта v_s . В [14] показано, что в случае небольших потерь вынужденное движение вихря характеризуется следующей зависимостью $j(v)$:

$$\frac{j(v)}{j_c} = \frac{4}{\pi} \frac{v k_{JJ}(v) \beta}{\omega_j^2}.$$

Тогда, пользуясь формальным сходством уравнений (5) и (6), можно утверждать, что в слоистой структуре

$S_1IS_2WS_3$ скорость движения 2π -кинка связана с плотностью транспортного тока соотношением

$$\frac{j(v)}{j_c} = \frac{4}{\pi} \left(1 - S_w \frac{V_{sw}^2}{V_{sw}^2 - v^2}\right)^{-1} \frac{vk_j(v)\beta(v)}{\omega_j^2}, \quad (7)$$

которое отличается от соотношения

$$\frac{j(v)}{j_c} = \frac{4}{\pi} \frac{vk_j(v)\beta(v)}{\omega_j^2}, \quad (8)$$

полученного в [3] для случая пропускания транспортного тока только через ДП, наличием зависящей от скорости функции $[1 - S_w V_{sw}^2 / (V_{sw}^2 - v^2)]^{-1}$. Зависимость (7) справедлива в пределе сравнительно малых токов и малой диссипации, когда возможно приближенное решение уравнения (4) и правая часть уравнения (5) мала.

Далее будем предполагать, что константы связи ДП и волновода малы. Тогда для быстрого джозефсоновского вихря, скорость которого лежит в интервале [3]

$$V_{sw} < v < v_2 \simeq \left(1 + \frac{1}{2} SS_w \frac{V_s^2}{V_{sw}^2}\right) V_{sw},$$

из (7) приближенно имеем

$$\begin{aligned} \frac{j(v)}{j_c} &\simeq \frac{8}{\pi} \frac{1}{\omega_j} \frac{1}{S_w V_{sw}} \left[\beta + \frac{1}{4} SS_w \frac{V_s^2}{(v - V_{sw})^2} \beta_w \right] \\ &\times (v - V_{sw}) \sqrt{\frac{v - V_{sw}}{v_2 - v}}. \end{aligned} \quad (9)$$

Когда потери в ДП сравнительно невелики

$$\beta \ll \frac{V_{sw}^2}{SS_w V_s^2} \beta_w, \quad (10)$$

из (9) получаем

$$\frac{j(v)}{j_c} \simeq \frac{2}{\pi} \frac{\beta_w}{\omega_j} \frac{SV_s^2}{V_{sw} \sqrt{(v - V_{sw})(v_2 - v)}}. \quad (11)$$

При

$$v = v_{\min} = \frac{V_{sw} + v_2}{2} \simeq \left(1 + \frac{1}{4} SS_w \frac{V_s^2}{V_{sw}^2}\right) V_{sw} \quad (12)$$

транспортный ток (11) принимает минимальное значение

$$\frac{j_{\min}}{j_c} \simeq \frac{8}{\pi} \frac{1}{S_w} \frac{\beta_w}{\omega_j}. \quad (13)$$

Это наименьшее значение тока (при котором обеспечивается вынужденное движение быстрого вихря) в $(8/3\sqrt{3}S)(V_{sw}/V_s)^2 \gg 1$ раз меньше, чем минимальное значение транспортного тока

$$\frac{j_{\min}}{j_c} \simeq \frac{64}{3\sqrt{3}\pi} \frac{V_{sw}^2}{SS_w V_s^2} \frac{\beta_w}{\omega_j} \ll 1 \quad (14)$$

в случае пропускания тока только через ДП [3]. Отметим, что полученное в предположении малой диссипации соотношение (13), так же как и соотношение (14), справедливо при $\beta_w/\omega_j \ll SS_w V_s^2/V_{sw}^2$.

Приведем численные оценки минимальных величин тока при следующих значениях параметров слоистой структуры: $S = S_w = 0.4$, $V_{sw} = 3V_s$, $\beta_w/\omega_j = 10^{-3}$. В этих условиях минимальный транспортный ток (14), который нужно пропустить через ДП для того, чтобы возбудить движение быстрого вихря, составляет $\simeq 0.2j_c$, а в случае пропускания тока через всю структуру из (13) находим $j_{\min} \simeq 6 \cdot 10^{-3} j_c$, т.е. в случае пропускания тока через всю структуру вынужденное движение быстрого вихря реализуется при величине тока, которая в ~ 35 раз меньше.

Таким образом, вынужденное движение быстрого вихря при одновременном пропускании транспортного тока через ДП и волновод возможно при значительно меньших плотностях тока, чем в том случае, когда транспортный ток протекает только через ДП.

Для понимания причины эффекта относительного уменьшения величины тока проанализируем силы, действующие на вихрь со стороны транспортного тока в обоих случаях. В случае протекания тока через всю структуру полная сила Лоренца F_L (на единицу длины оси Oy), действующая на вихрь, получается суммированием вкладов от взаимодействия тока с магнитным полем, созданным вихрем в ДП, волноводе и в скин-слоях всех сверхпроводников. При этом сила F_L пропорциональна плотности тока и равна

$$F_L = \frac{\phi_0}{c} \left(1 - S_w \frac{V_{sw}^2}{V_{sw}^2 - v^2}\right) j(v).$$

Если ток течет только через ДП и два прилегающих к нему сверхпроводника S_1 и S_2 , вклады в силу Лоренца возникают от взаимодействия тока с полем в ДП и скин-слоях сверхпроводников S_1 и S_2 . Суммирование этих вкладов дает

$$F_{LJJ} = \frac{\phi_0 j(v)}{c}.$$

Для быстрого вихря приближенно имеем

$$F_L \simeq \frac{\phi_0}{c} \frac{S_w V_{sw}}{2(v - V_{sw})} j(v) = \frac{S_w V_{sw}}{2(v - V_{sw})} F_{LJJ}.$$

При $v = v_{\min}$ отсюда следует, что $F_L \simeq (2V_{sw}^2/SV_s^2)F_{LJJ}$. Таким образом, в том случае, когда ток протекает через всю структуру, сила Лоренца F_L больше, чем в случае протекания тока только через ДП. Заметное увеличение F_L возникает из-за взаимодействия тока с магнитным полем в волноводе и скин-слоях сверхпроводников S_2 и S_3 . Именно в этих областях слоистой структуры сосредоточено магнитное поле быстрого вихря.

Равномерное движение вихря имеет место тогда, когда сила Лоренца уравновешивается силой трения F_{diss} , обусловленной диссипацией в ДП и в волноводе. Поскольку в пределе малых потерь F_{diss} не зависит от способа пропускания транспортного тока через структуру, а для быстрого вихря $F_L \gg F_{LJJ}$, минимальный ток, необходимый для поддержания движения быстрого вихря, меньше в том случае, когда транспортный ток протекает через всю слоистую структуру.

Кратко рассмотрим случай, когда транспортный ток пропускается только через волновод. В этом случае движение вихря описывается с помощью системы уравнений (3), (4), в которых транспортный ток j оставлен только в (4). Решая, как и ранее, такую систему уравнений в предположении малой диссипации, находим связь тока со скоростью вихря

$$\frac{j(v)}{j_c} = \frac{4}{\pi} \frac{v^2 - V_{sw}^2}{S_w V_{sw}^2} \frac{v k_j(v) \beta(v)}{\omega_j^2}. \quad (15)$$

Для быстрого вихря, движущегося со скоростью (12), близкой к скорости Свихарта V_{sw} волновода, в том случае, когда потери в ДП невелики (10), выражение (15) приближенно совпадает с (11). Это означает, в частности, что наименьшие значения тока, необходимые для поддержания вынужденного движения быстрого вихря при пропускании тока через всю структуру и при пропускании тока только через волновод, приближенно совпадают.

Этот результат легко понять из приведенного выше анализа сил, действующих на быстрый вихрь. Поскольку магнитное поле быстрого вихря в основном локализовано в волноводе и скин-слоях прилегающих к нему сверхпроводников, основной вклад в силу Лоренца возникает от протекания тока по этим областям, а протекание тока по остальным областям структуры $S_1 I S_2 W S_3$, где мало магнитное поле вихря, приводит к малым вкладам в F_L , а значит, слабо влияет и на вид функции $j(v)$.

Резюмируя изложенное выше, можно утверждать, что при одновременном пропускании тока через ДП и волновод (или только через волновод) для реализации вынужденного движения быстрого вихря требуются существенно меньшие значения тока, чем в случае пропускания тока только через ДП. Этот новый эффект обусловлен относительным увеличением силы Лоренца, действующей со стороны тока на вихрь, которое возникает при пропускании тока через ту область слоистой структуры, где в основном сосредоточено магнитное поле быстрого вихря. Принимая во внимание этот результат, можно сформулировать простое общее положение теории вынужденного движения вихрей и в более сложных структурах, а именно: для эффективного поддержания движения вихря током необходимо пропускать ток через те области структуры, где в основном сосредоточено магнитное поле вихря.

Авторы признательны В.П. Силину за поддержку работы и полезные советы.

Список литературы

- [1] К.К. Лихарев. Введение в динамику джозефсоновских переходов. Наука, М. (1985). С. 27.
- [2] V.V. Kurin, A.V. Yulin. Phys. Rev. B **55**, 17, 11 659 (1997).
- [3] A.S. Malishevskii, V.P. Silin, S.A. Uryupin. Phys. Lett. A **306**, 2–3, 153 (2002).
- [4] A.V. Ustinov. Physica D **123**, 1–4, 315 (1998).

- [5] M.B. Mineev, G.S. Mkrtchyan, V.V. Schmidt. J. Low Temp. Phys. **45**, 497 (1981).
- [6] S. Sakai, P. Bodin, N.F. Pedersen. J. Appl. Phys. **73**, 5, 2411 (1993).
- [7] A.V. Ustinov, H. Kohlstedt, M. Cirillo, N.F. Pedersen, G. Hallmanns, C. Heiden. Phys. Rev. B **48**, 14, 10 614 (1993).
- [8] S. Sakai, A.V. Ustinov, H. Kohlstedt, A. Petraglia, N.F. Pedersen. Phys. Rev. B **50**, 17, 12 905 (1994).
- [9] E. Goldobin, A. Wallraff, N. Thyssen, A.V. Ustinov. Phys. Rev. B **57**, 1, 130 (1998).
- [10] А.Ф. Волков. Письма в ЖЭТФ **45**, 3, 299 (1987).
- [11] N. Grønbech-Jensen, M.R. Samuelsen, P.S. Lomdahl, J.A. Blackburn. Phys. Rev. B **42**, 7, 3976 (1990).
- [12] Ю.М. Алиев, К.Н. Овчинников, В.П. Силин, С.А. Урюпин. ЖЭТФ **107**, 3, 972 (1995).
- [13] В.П. Силин, С.А. Урюпин. ЖЭТФ **108**, 6, 2163 (1995).
- [14] D.W. McLaughlin, A.C. Scott. Phys. Rev. A **18**, 4, 1652 (1978).