

О волновых и реидных свойствах земной коры

© А.В. Викулин¹, Х.Ф. Махмудов², А.Г. Иванчин³, А.И. Герус^{1,4}, А.А. Долгая^{1,5}

¹ Институт вулканологии и сейсмологии ДВО РАН,
Петропавловск-Камчатский, Россия

² Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН,
Санкт-Петербург, Россия

³ Институт мониторинга климатических и экологических систем СО РАН,
Томск, Россия

⁴ Камчатский государственный университет им. В. Беринга,
Петропавловск-Камчатский, Россия

⁵ Камчатский государственный технический университет,
Петропавловск-Камчатский, Россия

E-mail: vik@kscnet.ru

(Поступила в Редакцию 22 декабря 2014 г.
В окончательной редакции 17 июля 2015 г.)

Исследуются свойства „твердой“ земной коры в предположении ее блокового строения. Движение такой среды (геосреды) в рамках ротационной модели подчиняется закону сохранения момента и может быть описано в рамках классической теории упругости с симметричным тензором напряжений. Для движения геосреды характерны два типа ротационных волн с близко- и дальнодействием. Первый — медленные солитоны с диапазоном скоростей $0 \leq V_{sol} \leq c_{0,max} = 1-10$ см/с. Второй — быстрые экситоны со скоростями $V_0 \leq V_{ex} \leq V_S - V_P$. Значение минимальной скорости экситонов $V_0 = 0$ определяется энергией „коллективного“ возбуждения всех блоков сейсмоактивного пояса, пропорциональной частоте колебания полюса Земли (частоте Чандлера). Значение максимальной скорости экситонов определяется скоростями поперечной ($V_S \approx 4$ км/с) и/или продольной ($V_P \approx 8$ км/с) сейсмических (акустических) волн. Геосреда в рамках ротационной модели характеризуется свойством, по физическому смыслу близким корпускулярно-волновому взаимодействию слагающих ее блоков между собой. Возможность „коллективного“ волнового движения блоков геосреды может определять ее реидное свойство — способность течь сверхпластичным объемным образом. Физическим аналогом реидного движения геосреды может являться сверхтекучее движение квантовой жидкости.

1. Введение

Реальные твердые тела включают большое количество дефектов, которые можно представить как крупные, устойчивые по отношению к внешним воздействиям образования, состоящие из большого числа упорядоченно и закономерно расположенных мезодефектов [1]. При деформировании тела слагающие его мезоструктуры поворачиваются как целое; углы поворота достигают 10 и более градусов [2]. Даже кратковременные нагрузки ударными волнами могут приводить к поворотам моноблоков на $\sim 3^\circ$ как в области пластического течения, так и в упругой области [3]. „Элементарным актом пластической деформации оказывается не сдвиг, а трансляционно-ротационный вихрь. По своему масштабу они могут быть микро-, мезо- и макровихрями“ [4].

При высокой плотности дислокаций с учетом их коллективных, солитонных свойств „попытка описать и понять“ свойства реальных твердых тел „в терминах классических представлений крайне непродуктивны“ [5]. Рассмотрение твердых тел с внутренними степенями свободы привело к построению моделей Коссера, Миндлина–Эрингена, Леру и им подобных [6,7] и, как следствие, к разработке концепции моментной теории упругости. Такое направление в настоящее время успеш-

но развивается (см., например, [8]). В частности, разрабатываются перспективные конструктивные материалы с микро- и наноструктурой, в которых размер зерна является одним из важнейших показателей качества материалов, непосредственно влияющих на их прочностные и вязкоупругие свойства [9].

Согласно [6], „теории среды Коссера и других тел с микроструктурой по своим гипотезам занимают промежуточное положение между классической теорией упругости и физикой твердого тела, стоящей на позиции существования структурных уровней. Материальная точка в среде с микроструктурой имеет „разумную“ степень сложности, что позволяет описывать и структуру материала (это недоступно для теории упругости), и волны деформации (это недоступно для материаловедения) . . . Тяжела „шапка Мономаха“ выбирающих этот путь, поскольку они соприкасаются со сферами материаловедения и теории упругости и открыты критике обеих сторон“.

Следует отметить, что моментная теория упругости является по сути математической теорией [10,11]; перед ней стоят трудности физического плана, которые были отмечены практически сразу после ее появления в 1910 г. [12, С. 26]. В том числе, в рамках моментной теории упругости не выполняется закон сохранения

момента импульса, существование моментных модулей упругости неизбежно отразилось бы на тепловых свойствах твердого тела: его теплоемкость ниже температуры Дебая должна была бы быть на один-два порядка выше наблюдаемой [13].

В физической теории упругости вопрос о симметричности тензора напряжений, вообще говоря, является решенным. Тем не менее уже последователи создателей классического курса „Теория упругости“ в его четвертом (1987 г.) и последующих изданиях (см., например, [14, С. 17–18]) еще раз возвращаются к этому вопросу и приводят новое доказательство симметричности тензора напряжений, построенное уже в рамках общей микроскопической теории.

Возникает вопрос: возможно ли напряженное с симметричным тензором состояние среды с внутренними степенями свободы описать в рамках волновых моделей? Или в терминологии [6]: можно ли в рамках классической физической теории упругости [14] удержать „шапку Мономаха“?

В настоящей публикации, являющейся продолжением геофизических работ [15,16], на примере упругой оболочки вращающейся Земли — ее „твердой“ земной коры — проблема о ее напряженном состоянии формулируется как такая ротационная задача с собственными степенями свободы слагающих ее „элементарных“ объемов, в рамках которой оказывается возможным получить волновые решения с симметричным тензором напряжений [17–19]. Полагается, что земная кора имеет мощность 30–40 км и состоит из блоков [20,21]. Для такой среды „шапку Мономаха“ [6] оказывается возможным „удержать“ в случае отказа от „традиционного“ для теории упругости принципа напряжений Коши [14] и замены концепции „точка твердого тела“ [11] на „элементарный объем твердого тела с собственным моментом“. Отличие нашего подхода [17,22] от „традиционного“ [11,14] заключается в следующем. „Элементарная“ часть вращающегося твердого тела — блок земной коры — является, во-первых, жестким недеформируемым объемом; во-вторых, его движение происходит под действием собственного момента; в-третьих, такое движение приводит к изменению напряженного состояния в окружающей блок земной коре.

На возможность такого ротационного [17,22] подхода к задачам геодинамики указывают следующие данные, полученные в результате геологических и геофизических исследований. Земная кора является блоковой („кусковатой“ [21]) средой, состояние которой определяется „внутренним потенциалом движения“ [20] и „собственной энергией“ [23]. В рамках механической концепции движение с такими свойствами [20,21,23] может осуществляться только под действием собственных моментов количества движения блоков, по сути их спинов [24], взаимодействие которых и может определять как движение земной коры в целом, так и ее „объемное течение в холодном состоянии“ [25] и/или ее реидные свойства [26].

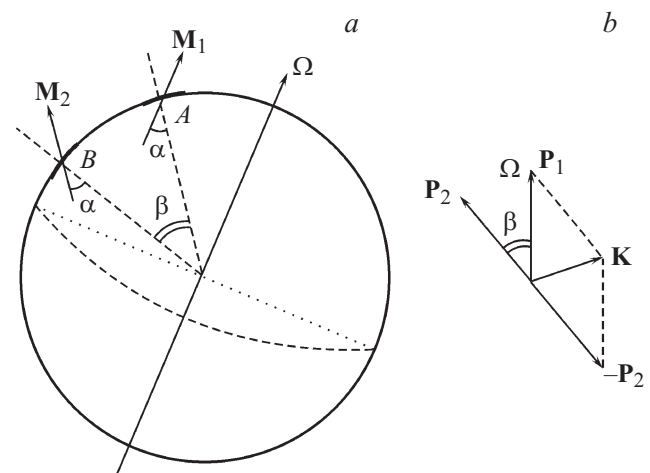


Рис. 1. Движение блока земной коры из положения A с моментом импульса \mathbf{M}_1 в положение B с моментом \mathbf{M}_2 (поворот блока на угол β) (а), сопровождающееся „генерацией“ в литосфере упругих напряжений с моментом силы \mathbf{K} (б). Пояснения в тексте. α — угол между направлением момента \mathbf{M} и нормалью к поверхности Земли.

2. Напряжения с моментом силы

Как известно, угловая скорость Ω , с которой вращается в данный момент времени жестко связанная с телом (Землей) система координат, не зависит от этой системы, и каждый элемент земной коры и/или блок независимо от его размера можно характеризовать одним и тем же моментом импульса \mathbf{M} , направленным параллельно оси вращения Земли: $\mathbf{M} = I\Omega$. Здесь I — момент инерции блока. Движение земной коры вдоль поверхности Земли приводит к изменению направления момента импульса $\mathbf{M}_1 \rightarrow \mathbf{M}_2$ (рис. 1, а), что в соответствии с законом его сохранения приводит к появлению момента силы \mathbf{K} , прикладываемого к блоку со стороны окружающей его среды — земной коры (рис. 1, б).

Для определения величины и направления момента силы \mathbf{K} применим следующий мысленный эксперимент. Сначала в положении B останавливаем блок (который считаем однородным объемом шаровой формы), прикладывая к нему упругие напряжения с моментом силы $-\mathbf{P}_2$. Затем раскручиваем его до начального состояния в положении A с моментом \mathbf{M}_1 , прикладывая к нему упругие напряжения с моментом силы \mathbf{P}_1 . Полагая, что в каждом случае преобразование кинетической энергии вращения блока в упругие напряжения и наоборот происходит без потери энергии ($|\mathbf{P}_1| = |\mathbf{P}_2| = P$), для момента силы \mathbf{K} по теореме косинусов получаем

$$|\mathbf{K}| = 2P \sin \beta / 2. \quad (1)$$

Важно, что в рамках такой ротационной „кусковатой“ постановки задачи упругие напряжения с моментом силы \mathbf{K} прикладываются к блоку через его поверхность со стороны окружающей среды — земной коры. Именно

напряжения с моментом силы (1), прикладываемые к блоку земной коры, и определяют природу сейсмического момента землетрясения с очагом в этом блоке.

Таким образом, приходим к модели, в которой описание движения блока вращающейся с угловой скоростью Ω геосреды механически эквивалентно движению блока (его повороту на угол β) в невращающейся (инерциальной) системе координат под действием собственного момента импульса \mathbf{M} , соответствующий которому момент сил в окружающей блок земной коре создает упругое поле (1). Генерируемое при таком ротационном движении блока поле упругих напряжений с моментом силы в земной коре является следствием закона сохранения момента импульса [15–17].

„Внутренний“, или собственный, момент \mathbf{M} обладает специфическим для геодинамики свойством: он не может в силу физического закона сохранения исчезнуть, в том числе и за счет пластической деформации земной коры. Поэтому ротационные напряжения с моментом силы (1) в результате трансляционного движения блока (вследствие увеличения угла поворота блока β и постоянства угла α , рис. 1) будут в земной коре „накапливаться“, чем и можно объяснить такое известное свойство геосреды, как ее энергонасыщенность [23]. По-видимому, со свойством энергонасыщенности геологической среды может быть связано и явление сейсмической эмиссии, „присущей“ Земле в широком диапазоне глубин и во всем разнообразии геологических и тектонических условий“ [27].

3. Упругое поле вокруг поворачивающегося блока

Будем полагать, что поворачивающийся под действием собственного момента блок земной коры (которую считаем невращающейся, инерциальной) создает в окружающем породном массиве упругие напряжения с моментом силы (1). Для определения упругих напряжений σ , их энергии W и момента силы (сейсмического момента) K , создаваемых поворачивающимся под действием собственного момента \mathbf{K} блока шаровой формы с радиусом R_0 , для твердого тела в области $r \geq R_0$ поставим следующую задачу. Решалось уравнение упругого равновесия

$$\text{grad div}\mathbf{U} - a \text{rot rot}\mathbf{U} = 0$$

с нулевыми смещениями на бесконечности

$$|\mathbf{U}| \rightarrow 0$$

при

$$r = (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)^{1/2} \rightarrow \infty,$$

действующей на блок объемом V силой, равной нулю,

$$F_i = \int \sigma_{ij} n_j dS = 0$$

и отличным от нуля моментом сил, не зависящим от размера блока,

$$K_i = \int x_k e_{ikl} \sigma_{lj} dS_j \neq f(R_0).$$

Здесь $a = (1 - 2\nu)/(1 - \nu)$, ν — коэффициент Пуассона, e_{ikl} — тензор Леви-Чивиты, n_j — нормаль к элементу поверхности блока dS , по которой производится интегрирование в последних двух выражениях. Нижний индекс i в выражениях для силы F_i и момента силы K_i в ортогональной системе координат x_i пробегает значения $i = 1, 2, 3$. В соответствии с общим правилом по повторяющимся индексам проводится суммирование; $f(x)$ — произвольная функция.

Нами получено аналитическое решение задачи в области $r > R_0$ в сферической системе координат (r, θ, φ) с началом $r = 0$ в центре блока и с плоскостью $\theta = 0$, ортогональной собственному моменту, для момента силы K

$$K = -8\pi^{3/2} \Omega R_0^4 \sqrt{\frac{\rho G}{5}} \sin \beta / 2. \quad (2)$$

Знак „минус“ означает, что момент действует на геоблок со стороны окружающего его тела — земной коры. При этом энергия W определяется равенством

$$W = \frac{16}{15} \pi \rho \Omega^2 R_0^5 \sin^2 \beta / 2, \quad (3)$$

а симметричный тензор напряжений определяется выражением

$$\sigma_{r\varphi} = \sigma_{\varphi r} = 4\Omega R_0^4 r^{-3} \sqrt{\frac{\rho G}{5\pi}} \sin \theta \sin \beta / 2, \quad r \geq R_0. \quad (4)$$

Остальные компоненты тензора напряжений равны нулю. Здесь $\rho \approx 3 \text{ g/cm}^3$ и $G \approx 10^{12} \text{ dyn/cm}^2$ — плотность и модуль сдвига геосреды, $\Omega = 7.3 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s}$ — угловая скорость вращения Земли вокруг своей оси. Прямой подстановкой полученных решений (2)–(4) в исходные уравнения можно убедиться, что они являются точными.

Для землетрясений с магнитудами $M \approx 8$ (7.5–8.5), для которых характерны очаги с „радиусами“ $R_0 \approx 100 \text{ km}$, при отмеченных выше значениях плотности и модуля сдвига геосреды, а также и угловой скорости вращения Земли вокруг своей оси теоретические величины $K \approx 10^{27} \text{ din} \cdot \text{cm}$ и $\sigma \approx 10^2 - 10^3 \text{ bar}$, полученные на основании модельных соотношений (2) и (4), практически совпадают с экспериментально определенными значениями сейсмического момента и сброшенных в очаге напряжений [28]. Как видно из соотношения (2), величина сейсмического момента прямо пропорциональна произведению центробежной скорости $V_R = \Omega R_0$ на объем очага $\sim R_0^3$. Углы поворотов блоков — очагов землетрясений — при этом составляют $\beta_0 = 10^{-4} - 10^{-2} \text{ rad}$, что при повторяемости таких землетрясений в одном месте один раз в 100–1000 лет соответствует угловой скорости $10^{-7} - 10^{-4}$ радиан

в год, определенной на основании инструментальных геодезических [29] и геофизических [30] измерений. Как видим, диапазон угловых скоростей поворота геоблоков, отвечающих ротационной модели, „пересекается“ с диапазоном инструментально определенных геодинамических скоростей, что может свидетельствовать в пользу как построенной ротационной блоковой модели [31], так и полученных в ее рамках следствий [13,17,32,33].

4. Взаимодействие блоков: дальное действие и близкое действие

В модели двух блоков R_{01} и R_{02} , расположенных на расстоянии l друг от друга, оказалось возможным аналитически рассчитать энергию их взаимодействия W_{int} [31]. Для этого в выражении энергии, обусловленной взаимодействием двух блоков ($W = G \int (a_1 + a_2)^2 dV = G \int a_1^2 dV + G \int a_2^2 dV + 2G \int a_1 a_2 dV = W_1 + W_2 + W_{\text{int}}$, где $a_{1,2}$ — тензоры упругой деформации, создаваемые каждым из двух поворачивающихся блоков в отдельности), рассчитывалось третье слагаемое, равное удвоенному произведению первого и второго инвариантов тензора напряжений для упругой энергии. В результате для энергии такого взаимодействия получено выражение

$$W_{\text{int}} = \frac{3}{2} \pi \rho \Omega^2 R_{01}^4 R_{02}^4 l^{-3} \cos \phi, \quad (5)$$

где ϕ — угол между моментами блоков. Каждый блок за счет этой энергии стремится повернуть другой блок. Момент силы, обусловленный взаимодействием блоков, определяется дифференцированием (5) по углу ϕ :

$$K_{\text{int}} = -\frac{3}{2} \pi \rho \Omega^2 R_{01}^4 R_{02}^4 l^{-3} \sin \phi. \quad (6)$$

Момент силы (6) приложен со стороны упругого поля к поверхности каждого из блоков и направлен таким образом, чтобы уменьшить энергию их взаимодействия. Этот момент для обоих блоков имеет одно и то же абсолютное значение, но для разных блоков он направлен в противоположные стороны.

Для равновеликих блоков $R_{01} = R_{02} = R_0$ отношение момента взаимодействия блоков (6) к собственному моменту блока (2) находится из соотношения

$$\frac{K_{\text{int}}}{K} = \frac{3}{16\sqrt{5\pi}} \frac{\Omega R_0}{V_S} \left(\frac{R_0}{l} \right)^3 \frac{\sin \phi}{\sin \beta/2} = \chi,$$

из которого видно, что моментное взаимодействие становится тем более существенным, чем больше центробежная скорость $V_R = \Omega R_0$ (т.е. чем с большей скоростью Ω вращается тело и чем больше размер блока R_0 ; $V_S = \sqrt{G/\rho}$ — скорость поперечных сейсмических волн). Максимальное ($\sin \phi = 1$) „моментное“ расстояние $l = l_{0K}$, на котором момент упругого поля K_{int} (6) будет равным ($\chi = 1$) собственному моменту

блока K (2), при принятых выше параметрах модели запишется в виде

$$l_{0K} = \sqrt[3]{\frac{3}{8\sqrt{5\pi}} \beta_0^{-1/3} \left(\frac{V_R}{V_S} \right)^{1/3}} R_0 \approx R_0. \quad (7)$$

Таким образом, „предельное“ моментное взаимодействие между геоблоками распространяется на небольшие расстояния (не превышающие размеров блока) и, как и силы молекулярного взаимодействия между частицами среды в классической теории упругости, по сути может являться близкоддействующим.

Аналогичным образом, рассчитывая отношение энергии взаимодействия блоков (5) к собственной энергии блока (3) для расстояния $l = l_{0W}$, характеризующего „предельное“ энергетическое взаимодействие, получаем выражение

$$l_{0W} = \sqrt[3]{6} R_0 \beta_0^{-2/3} \approx 10^2 R_0. \quad (8)$$

Из него следует, что ротационное упругое поле, ответственное за „энергетическое“ взаимодействие, распространяется на существенно большие расстояния (на два порядка превышающие размеры блоков) и может являться, таким образом, дальнедействующим.

Итак, геосреда в рамках представленной ротационной модели характеризуется своеобразным корпускулярно-волновым типом взаимодействия между блоками. Во-первых, близкоддействием — путем обмена рядом расположенных блоков моментами K_{int} (6), а не за счет (как в моментной теории упругости) трения вдоль их границ, которое в рамках ротационной модели препятствует взаимодействию блоков. Примеры такого взаимодействия в сейсмологии известны. К ним, в первую очередь, относятся сильнейшие землетрясения-дуплеты (и мультиплеты) с близкорасположенными очагами [13, С. 119–123]. Здесь кроме сильнейших сотрясений на обширных участках поверхности Земли всегда возбуждаются интенсивные собственные колебания планеты. Во-вторых, дальнедействием — путем обмена энергиями W_{int} (5) между блоками на больших (много больше размера блока) расстояниях. Примеры такого взаимодействия в сейсмологии также широко известны. Это „миграция“ очагов землетрясений вдоль сейсмических поясов на многие десятки тысяч километров [33], удаленные форшоки и афтершоки и происходящие на коротких временных интервалах пары землетрясений с очагами на расстояниях много больше их размеров [13, С. 119–123].

Близкоддействие и дальнедействие в физике часто связываются с корпускулярным (через границы частиц) и волновым (через среду, в которой частицы находятся) взаимодействиями. В рамках описанной в работе блоковой концепции геосреды слагающие ее структурные элементы могут рассматриваться как „элементарные“ частицы. Следовательно, геодинамическое взаимодействие блоков в рамках ротационной модели может

являться физическим аналогом общего принципа — корпускулярно-волнового дуализма: в движении геофизических блоков, тектонических плит и других геологических структур проявляются как корпускулярные, так и волновые черты. Покажем это на примере взаимодействия блоков геосреды между собой в рамках авторской ротационной модели [13,31].

5. Уравнение движения цепочки блоков

Для блока, генерирующего собственное упругое поле с моментом силы (2) и в соответствии с (5) и (6) взаимодействующего с собственными упругими полями других равновеликих блоков цепочки, в безразмерной форме получен закон движения в виде уравнения синус-Гордона (СГ) [13,15]

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} - \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} = \sin \theta,$$

где $\theta = \beta/2$, $\xi = k_0 z$ и $\eta = v_0 k_0 t$ — безразмерные координаты, z — расстояние вдоль цепочки масс (блоков), t — время. Принимая длину волны близкой к размеру блока $\lambda \approx R_0$ (тектоническое приближение [10]), волновое число $k_0 = 2\pi/R_0$, для характерной скорости развития процесса v_0 получаем

$$v_0 = \sqrt{\frac{15}{8\pi^2 \sqrt{5\pi}} \Omega R_0 \sqrt{G/\rho}} \approx \sqrt{\frac{\sqrt{15}}{8\pi^2}} V_R V_S = 0.2 \sqrt{V_R V_S}. \quad (9)$$

Вид закона движения цепочки блоков предопределен выражением для момента силы упругого поля в виде (2). Поэтому полученное авторами [31] СГ-уравнение является прямым следствием закона сохранения момента. Это принципиальный момент, который позволяет в геодинамической ротационной задаче о цепочке взаимосвязанных между собой блоков геосреды не прибегать к их взаимодействию за счет трения, как это предполагается в моментной теории упругости (см., например, [10]). Как следствие, такой подход при условии, что решения (2) и (3) ротационной задачи получены в рамках классической теории упругости [14] с симметричным тензором напряжений (4), дает возможность физически „прозрачно“ интерпретировать характерную скорость геодинамического процесса, описываемого уравнением СГ.

При фиксированных параметрах (G , ρ , R_0) скорость v_0 (9) зависит только от угловой скорости Ω , т.е. причиной возникновения данного типа деформации является вращение Земли [19]. Отсюда и название модели, данное ей авторами, — ротационная [13,31]. При принятых выше параметрах земной коры значение характерной скорости составляет $v_{0,max} = 10-10^2$ м/с.

6. Ротационные волны

Анализировался в большей степени соответствующий реальному геодинамическому процессу случай цепочки с неоднородными вращениями блоков, характеризующимися отклонениями моментов сил от равновесных положений μ , с учетом сил трения α_f вдоль их границ. Здесь трение снова рассматривается не как механизм взаимодействия блоков между собой в результате их „зацепления“ друг за друга, как в моментной теории упругости, а как диссипативный фактор, который в результате действия сил трения между блоками геосреды препятствует их ротационному взаимодействию. В результате закон движения блока в цепочке получен в виде модифицированного уравнения СГ

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} - \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} = \sin \theta + \alpha_f \frac{\partial \theta}{\partial \eta} + \mu \delta(\xi) \sin \theta,$$

которое решалось численно методом возмущений МакЛафлина–Скотта. Здесь $\delta(\xi)$ — функция Дирака. Начальные условия соответствовали средней скорости деформирования в сейсмоактивных областях. При модельных расчетах коэффициенты α_f и μ соответствовали реальным разломам. Анализ показал, что в течение большого периода сейсмического цикла взаимодействие блоков (очагов землетрясений) между собой сопровождается в основном медленными движениями — крипом — со скоростью передачи ротационных деформаций $c_{0,max} \approx 1-10$ см/с [19].

Таким образом, с учетом того, что функциональная зависимость скорости c_0 такая же, как и для v_0 (9): $c_0 \approx v_0 \approx \sqrt{V_R V_S}$, а их максимальные значения соотносятся как $c_{0,max}/v_{0,max} = \gamma' = 10^{-3}$, характерные скорости передачи ротационных деформаций (напряжений с моментом силы) в рамках модели блоковой геосреды могут быть представлены в виде [15]

$$c_0 = \gamma' v_0 \approx \gamma \sqrt{V_R V_S}, \quad c_{0,max} \approx 1-10 \text{ см/с}, \quad (10)$$

где $\gamma = 10^{-4}$. Равенство $\gamma = K^{-1}$, где $K \approx 10^4$ (10^3-10^5) — коэффициент нелинейности геосреды, равный отношению модулей упругости третьего порядка к модулям упругости второго порядка (линейным модулям упругости) [34], представляется неслучайным и позволяет интерпретировать параметр γ как нелинейный параметр, характеризующий реальную (разновеликую и неравномерно вследствие трения вращающуюся) цепочку блоков (т.е. совокупность очагов землетрясений, заполняющих собой сейсмический пояс).

СГ-уравнение имеет много решений. Моделируя движения в длинных молекулярных цепях, Давыдов показал [35], что волновые движения в таких цепях описываются нелинейным модифицированным уравнением синус-Гордона, решениями которого являются два типа возмущений: солитоны и экситоны — решения 1 и 2 на рис. 2 соответственно. Характерными для таких решений

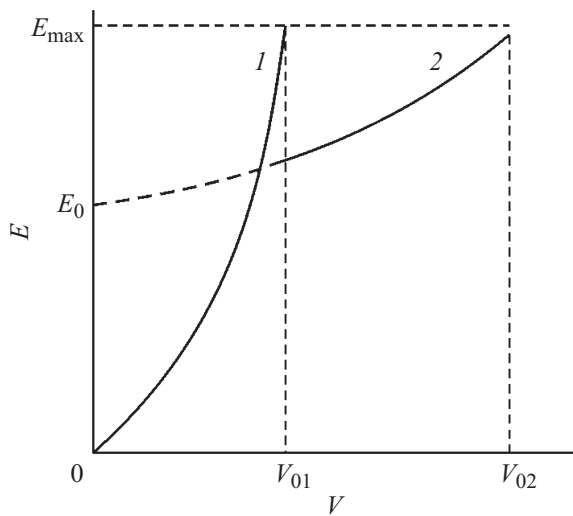


Рис. 2. Волновые решения $E(V)$ СГ-уравнения [35]. 1 — солитоны, 2 — экситоны. V_{01} , V_{02} — характерные скорости процесса, соответствующие „предельным“ энергиям $E = E_{\max}$ солитонного ($0 \leq V \leq V_{01}$) и экситонного ($0 \leq E_0 \leq E \leq E_{\max}$, $V_{01} \leq V \leq V_{02}$) решений соответственно. E_{\max} — максимальное значение энергии, соответствующие наибольшим значениям магнитуд землетрясений, E_0 — значение энергии, соответствующее коллективному возбуждению всей совокупности молекул в цепочке [35] (очагов землетрясений в сейсмическом поясе, как целого), при котором цепочка остается неподвижной (скорость $V_0 = 0$); „нулевая частота“ такого колебания сейсмического пояса определяет нутацию полюса планеты — колебание Чандлера.

являются „предельные“ скорости V_{01} и V_{02} , соответствующие максимальным энергиям возбуждения E_{\max} .

Все опубликованные и полученные авторами скорости миграции очагов тихоокеанских землетрясений [18,32] представлены на рис. 3. Глобальная — вдоль всего сейсмического пояса (I) — и локальная — в пределах

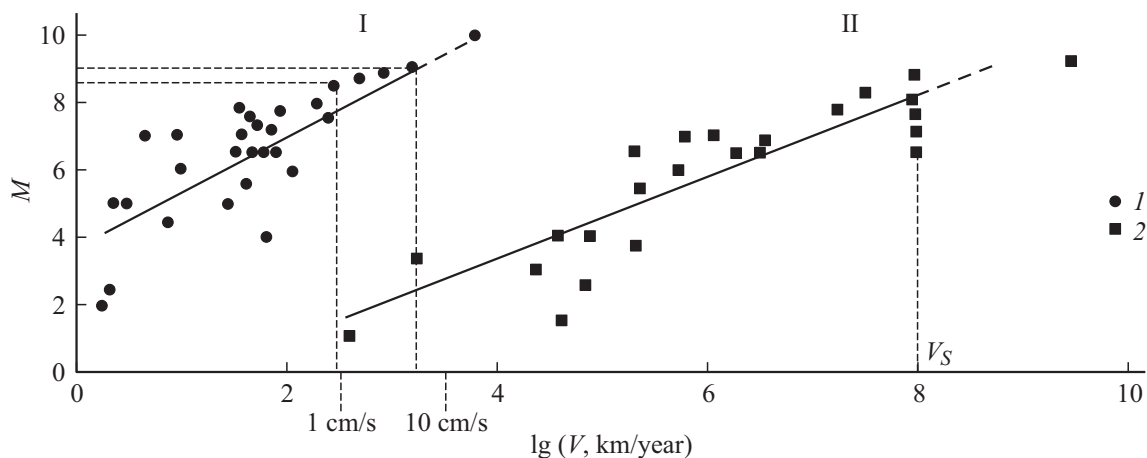


Рис. 3. Значения скоростей глобальной (I — вдоль всей окраины Тихого океана) и локальной (2 — в пределах индивидуальных очагов сильных тихоокеанских землетрясений) миграций землетрясений как функции их магнитуд M [18,32]. I, II — глобальная и локальная зависимости $M(\lg V)$ соответственно, определенные методом средних квадратов, V_S — скорость поперечных сейсмических волн.

очагов сильных землетрясений (II) — миграционные зависимости $M_{1,2}(\lg V_{1,2})$, предельные значения скоростей $V_{1,2,\max}$ и соответствующие им наибольшие магнитуды $M_{1,2,\max}$ равны:

$$M_1 \approx 2 \lg V_1, \quad V_{1,\max} \approx 1-10 \text{ cm/s}, \quad M_{1,\max} = 8.5-9, \quad (11)$$

$$M_2 \approx \lg V_2, \quad V_{2,\max} \approx V_S - V_P \approx 4-8 \text{ km/s}, \quad M_{2,\max} = 8.5. \quad (12)$$

Здесь $V_P \approx 8 \text{ km/s}$ и $V_S \approx 4 \text{ km/s}$ — значения продольной и поперечной сейсмических скоростей для земной коры.

Сравнение данных рис. 2 и 3, на которых магнитуда землетрясения M и сбрасываемая при землетрясении упругая энергия E связаны известным соотношением $M \approx \lg E$, $[E] = J$, показывает следующее. Теоретические модельные для молекулярных цепей (рис. 2) и экспериментальные миграционные для цепочек очагов землетрясений (рис. 3) зависимости качественно совпадают между собой. Это позволяет интерпретировать экспериментальные миграционные зависимости (11) и (12) как солитонное и экситонное решения СГ-уравнения, имеющие характерные предельные скорости $V_{01} = V_{1,\max}$ и $V_{02} = V_{2,\max}$. При этом предельная скорость солитонного (I на рис. 2) решения $V_{01} = 1-10 \text{ cm/s}$ совпадает с наибольшим значением характерной скорости $c_{0,\max}$ (10), определенной в рамках модели ротационной блоковой нелинейной геосреды, что позволяет интерпретировать последнюю как скорость солитонного решения СГ-уравнения: $c_0 = V_{01}$.

Таким образом, математическая близость решений волновых уравнений для цепочек, составленных из блоков (I и II на рис. 3, соотношения (11) и (12)) и молекул (I и 2 на рис. 2), которые являются одномерными и длинными, позволила допустить, что и взаимодействия их элементарных составляющих имеют одинаковую физическую природу. Известно, что солитонные решения СГ-уравнения характеризуются рядом важных свойств,

соответствующих свойствам реальных элементарных частиц [36], в то время как экситоны являются такими возмущениями, которые в линейном приближении вырождаются в обычные волны [35], в нашем случае в продольные V_P и поперечные V_S сейсмические волны. Поэтому выявленные в рамках ротационной модели солитонное и экситонное решения с предельными скоростями $V_{01} \approx c_{0,\max}$ и $V_{02} = V_S - V_P$ по сути могут являться новым типом упругих волн в твердых телах — ротационными волнами [17,19], которые во вращающихся блоковых средах (геосреде) могут отвечать за корпускулярно-волновые взаимодействия блоков между собой. Такие же по сути быстрые (экситонные) и медленные (солитонные) деформационные [37] и маятниковые [38] волны инструментально зарегистрированы в шахтах и смоделированы в лабораторных условиях [39]. Более полно геофизические взаимосвязи между ротационными, маятниковыми и деформационными волнами рассмотрены в работах [15,16].

Вывод о существовании „нового типа уединенных волн“, „скорость которых ограничена некоторыми предельными значениями“, сформулирован для нелокально упругих твердых тел [40]. Существование „медленной“ моды, „скорость распространения которой гораздо меньше скорости звука в жидкости, материале твердых гранул и в газе“, теоретически и экспериментально обосновано в [41]. „Медленная динамика“ и ее влияние на „упругие свойства материалов“ установлены в [42]. Находит подтверждение и вывод ротационной модели о „нулевой“ частоте колебания всего сейсмического пояса как целого (рис. 2) [43]. Так, при увеличении растяжения интерметаллической пленки спектр собственных частот продольных колебаний падает до нуля [44], что может приводить к увеличению взаимодействия между мезодефектами пленки и превращению ее в единую структуру с нулевой (равной нулю) частотой колебания.

7. Реидные (сверхпластичные) свойства геосреды

Имеется много свидетельств визуально наблюдаемого движения земной поверхности в направлении от очагов землетрясений в виде „горбов Земли“ (обзоры работ см. в [30,32]). Например, „по поверхности террасы прошла волна высотой 20–30 см — совершенно бесшумно, и земная твердь на мгновение превратилась в пластическую субстанцию, ... а еще через мгновение поверхность террасы опять стала плоской и абсолютно ровной. И никаких следов деформации!“ [25, С. 5]. Летом 2011 г. достаточно большой участок побережья Таманского полуострова протяженностью 435 м и шириной 50 м, вероятно, в течение одного месяца испытал поднятие с максимальной амплитудой до 3.4 м; при этом ни сейсмическая, ни вулканическая активность в районе поднятия и вблизи от него не зафиксированы [15]. Или: „во время землетрясения... по бетонному шоссе и

тротуарам шли волны высотой 1.2–1.8 м и длиной 3 м, но на бетоне не появилось ни одной трещины“ [16] — деформации до 0.5 и более [32]! Анализ всех таких геолого-геофизических движений с характерными временами от минут-часов до дней-месяцев, а также инструментально зарегистрированные движения в очагах сильных землетрясений и вблизи них позволили сделать вывод, что такие движения грунта, скорее, характерны для жидкого состояния вещества [45].

Геофизические и геологические данные о таких „медленных“ движениях геосреды позволили геологам в 1930-х годах ввести в рассмотрение реидные [26], или сверхпластичные, деформации Земли „как течение материала в твердом состоянии“ [25]. Покажем, что такое состояние блоковой по строению геосреды может являться прямым следствием ее ротационного движения [15].

Согласно обзору развития представлений о реологических свойствах вещества Земли [32], температура Дебая θ_d для геосреды может быть записана в виде [46]

$$\theta_d \approx 10^{-3} \sqrt{V(H)} \sqrt{\rho(H)}, \quad (13)$$

где V — средняя скорость возбуждений в геосреде [см/с], ρ — плотность среды [г/см³], H — глубина. При средней скорости (определяемой продольной V_P и поперечной V_S сейсмическими скоростями) для литосферы и верхней мантии, изменяющейся в пределах 1–10 км/с, температура Дебая достаточно высока; для глубины $H = 100$ км она составляет $\theta_d \approx 1000$ К и хорошо согласуется с общепринятой моделью физики Земли [46].

Ситуация кардинальным образом меняется при переходе к ротационной моде c_0 (10) — „глобальным“ геодинамическим движениям с предельной скоростью $c_{0,\max}$ (I на рис. 3), определяемым коллективными движениями совокупностей геофизических блоков, тектонических плит и геологических структур. Характерное для такой моды предельное значение $c_{0,\max}$, как видно из (10), на пять порядков меньше поперечной и продольной сейсмических скоростей, и температура Дебая для нее не превышает ничтожно малую величину

$$\theta_d \approx 10^{-2} \text{ К},$$

что может определять возможность реидного [26] движения геосреды и/или ее „сверхпластичное течение в твердом состоянии“ [25].

Физическим аналогом реидного течения геосреды, отвечающего коллективному движению слагающих ее блоков, на наш взгляд, может являться сверхтекучесть квантовой жидкости, соответствующая „состояниям всей жидкости в целом“ [47], поскольку „в квантово-механической системе сильно взаимодействующих друг с другом частиц, каковой является квантовая жидкость, понятие о состояниях отдельных атомов вообще не имеет никакого смысла“ [48]. Подробнее эта аналогия блоковая геосреда—квантовая жидкость рассмотрена далее.

Температура Дебая определяет „максимальный квант энергии, способный возбудить колебания всей решетки“ в целом [49]. В случае Земли — всего сейсмоактивного пояса, характерной частотой которого, как показано нами [13, С. 244–258; 43], является частота Чандлера — частота колебания полюса планеты. Именно движение с $V_0 = 0$ всего пояса как целого и может определяться энергией „нулевых“ колебаний E_0 (рис. 2).

8. Обсуждение результатов

Итак, для геосреды в предположении, что ее „элементарный“ блок является недеформируемым объемом с собственным моментом, построена ротационная модель. В рамках такой модели оказывается возможным объяснить природу сейсмического момента землетрясения, который по сути является собственным моментом блока земной коры, в котором располагается очаг этого землетрясения. Сформулирован вывод о существовании нового типа ротационных геодинамических волн, который подтверждается теоретическими и экспериментальными данными физической акустики [40–42], данными физики твердого тела [1–3,44], инструментальными наблюдениями в шахтах [37,50] и лабораторными исследованиями цепочек массивных блоков [38,51]. Оказалось возможным дать объяснение ряду геодинамических (сейсмических, геофизических, вулканологических, тектонических) закономерностей с привлечением концепции симметричного тензора напряжений [13,15–17,32,33]. Другими словами, для геосреды в рамках ротационной модели „шапку Мономаха“ [6] удастся „удержать“. Представляется, что элементы описанной в работе ротационной геодинамической модели могут быть использованы и в механике сплошной среды, и физике твердого тела.

1. Геологическая среда является „энергонасыщенной“ [23] „собственной“ энергией [20], постоянно излучающей сейсмическую эмиссию [27]. Собственный момент блока такой геосреды является по сути спином [24]. Именно такая интерпретация собственного момента блока геосреды, величина которого при размерах блоков до сотен километров при большой скорости вращения Земли составляет значительную величину (до $K = 10^{27}$ дун · см и более), и позволяет трактовать полученные на ее основе результаты с самых общих позиций.

Во-первых, спин по определению является одним из специфических понятий квантовой механики, отражающих саму ее суть [52]. И в то же время спин является таким же „первым“ свойством частицы, как и ее „вполне классические“ параметры (масса, заряд) [53]. При таком определении спина становится несущественным вопрос о его происхождении, поэтому собственный момент может быть приписан частице вне зависимости от того, является ли она „элементарной“ или „сложной“ [52], имеющей микро- или макроразмеры.

Во-вторых, большое количество экспериментального материала показывает, что спиновые свойства элемен-

тарных частиц играют огромную роль как в области микропроявлений, так и в поведении макроскопических систем [54]. Такие свойства спина, с одной стороны, предопределили введение формализма квазичастиц [48], а с другой — позволили предположить существование собственного момента у макроскопических по размерам частей тела [24].

В-третьих, число блоков, слагающих земную кору, чрезвычайно велико. Общий характер закономерностей систем, состоящих из такого большого количества частиц, в значительной степени не зависит от того, какой механикой описывается движение отдельных частиц — классической или квантовой. Эти так называемые статистические закономерности, обусловленные именно наличием большого числа составляющих тело частиц, не могут быть сведены к чисто механическим закономерностям. Их специфичность проявляется в том, что они теряют всякое содержание при переходе к механическим системам с небольшим числом степеней свободы [55].

Как видим, с одной стороны, использование концепции „собственный момент–спин“ [24] геоблока в задачах геодинамики физически вполне обосновано. С другой стороны, именно использование концепции „собственный момент–спин“ в качестве базовой и позволило объяснить такое „коллективное“ свойство геологической среды, как ее реидное течение [26], которое, как и сверхтекучесть квантовой жидкости [47,48], понять „обычным“ образом, по-видимому, не представляется возможным [15,56].

Ротационные волны и реидное состояние тесно связаны с так называемыми „вихревыми“ движениями геосреды — вихревыми геологическими структурами с размерами от десятков метров до 1000 km и более, которые формировались „в твердом состоянии на месте и за счет вещества верхней мантии как дугообразные, а не механически изгибались из первоначально прямолинейных структур“ [15,32]. Кратко суть явления описана в работах [32,56], подробно — в монографии [57]. В настоящей работе вихревые движения геосреды не рассматривались.

2. Физически более информативной для описания деформационного процесса в рамках ротационной модели является не величина угла поворота блока β , а ее производная по времени, т.е. скорость поворотного деформирования, являющаяся функцией угловой скорости вращения Земли вокруг своей оси Ω и скорости распространения волны поворота, представляющая собой уединенную поперечную волну, поляризованную перпендикулярно направлению распространения [19]. Анализ дисперсионных свойств таких сложных блоковых систем показывает [11], что в них появляются характеризующие внутренние вращения сред волны микро- и макровращений, которые по своим свойствам аналогичны спиновым волнам [58].

Выше уже отмечалось, что быстрые и медленные волны, по своим скоростным характеристикам близкие к ротационным волнам (экситонам и солитонам соответственно), как волны деформации экспериментально

зарегистрированы на рудниках [37,38] и как маятниковые волны смоделированы в лабораторных условиях [39]. Такой волновой характер возмущения режима сейсмоэнергетического выделения оказался важным диагностическим показателем уровня напряженно-деформированного состояния контролируемых участков породного массива [59,60]. Более того, при анализе механизма возникновения маятниковых волн был отмечен эффект „исчезновения“ трения между взаимодействующими блоками [38]. Эти данные могут являться подтверждением вывода ротационной модели о существовании взаимосвязи между волновыми движениями геосреды и ее реологическими свойствами — возможностью реидного (без трения) объемного [25,26] течения.

Объединение таких на первый взгляд противоречивых данных о свойствах геосреды в принципе оказывается возможным провести, в том числе, и в рамках известных моделей пластического течения вещества. Действительно, показано, что локализация пластического течения в металлах и сплавах имеет ярко выраженный волновой характер и на разных стадиях скольжения наблюдаемые картины локализации суть разные типы волновых процессов [61,62].

За рамками настоящей работы остался вопрос о взаимосвязи ротационных геодинамических явлений (в том числе и об инструментально зарегистрированных „поплавковых колебаниях“ Земли — колебаниях Земли, как целой, перпендикулярных плоскости ее вращения вокруг Солнца) с гравитацией, который подробно обсуждался в работах [63,64].

3. Квазичастицы, в том числе солитоны и экситоны, разными авторами [35,36,48,49,55,65] определяются, вообще говоря, по-разному. В этой работе под солитонами и экситонами понимаются возбуждения в смысле [35].

Земная кора является твердым телом, состоящим в основном (на глубинах, больших первых километров) из кристаллизованных пород. Поэтому применение теории Дебая к геодинамическим задачам представляется физически обоснованным. Для доказательства возможности перехода в теории Дебая к ротационной моде c_0 (9), (10) необходимо от упругих фононов, являющихся квантами взаимодействия „точечных“ (с нулевыми размерами, без собственных моментов) атомов в кристаллической решетке, перейти к тектоническим солитонам (9), (10), являющимся переносчиками геодинамического взаимодействия между блоками (вращающейся) геосреды, которые имеют значительные размеры и, как следствие, обладают собственными моментами импульса (1), (2) (рис. 1).

4. Глобальное ротационное упругое поле Земли, как показано в работе, складывается из своеобразных „квантов“ — локальных полей, генерируемых как каждым поступательно движущимся вдоль поверхности вращающейся Земли блоком (плитой, геологической структурой) в отдельности (рис. 1, соотношения (2)–(4)), так и взаимодействиями этих геологических объектов между собой (соотношения (5) и (6)). Момент силы

(соотношения (2) и (6)) является таким же „неотъемлемым“ характерным параметром каждого ротационного локального поля, как, например, спин фотона — кванта электромагнитного поля — и/или электрона — элементарной частицы. В рамках разрабатываемой нами ротационной концепции „генетическая“ взаимосвязь понятий „поле упругих напряжений“ и „момент силы“ обеспечивается выполнением закона сохранения момента импульса, что на макроскопическом планетарном уровне и может являться объяснением природы дуализма геодинамического поля: характерных для него свойств и волны, и частицы.

9. Заключение

Основные трудности континуальной теории („установление физического смысла моментных напряжений и связи между материальными константами среды и параметрами ее структуры“ [8]), как показано в работе, удается устранить. Действительно, в рамках ротационной модели с симметричным тензором напряжений оказывается возможным совместить блоковое строение геосреды с ее волновыми и реологическими свойствами. Обоснованность и важность двух основных положений описанной в работе геодинамической ротационной модели — блоковое строение геосреды и возможность учета поворотов блоков — следуют и из результатов, полученных в рамках разных научных направлений: физики твердого тела [1,2,9] и разрушения [60,66], физической мезомеханики [4,8], инженерной геологии [37,51,59]. Возможность волнового описания движения блоков геосреды подтверждается результатами исследований в области мезомеханики [11], физики твердого тела [35,65], физической акустики [40], макролокализации пластического течения [61,62], тектонофизики и практической геологии [38,50]. Другими словами, в работе удалось физически обоснованно связать воедино „до сих пор не совместимое“ [6]: классическую физическую теорию упругости с представлениями о структуре сплошной среды. Полученные в рамках ротационной геодинамической модели результаты подтверждаются большим объемом как полевых геологических и инструментальных геофизических наблюдений за напряженным состоянием горных массивов, так и экспериментальными данными физического плана, полученными в лабораторных условиях.

Размеры зерен „лабораторного“ твердого тела по величине на много порядков меньше размеров блоков геосреды. Поэтому в „обычных“ телах ротационные взаимодействия зерен между собой на фоне других взаимодействий могут быть незначительными. Тем не менее эффект усталости материалов (необратимого накопления деформаций), по сути близкий к энергонасыщенности горных пород, позволяет предположить, что моментные напряжения (с моментом силы) в „лабораторных“ твердых телах все же могут „работать“.

В механике сплошной среды, как представляется, в связи с проблемами симметричности [14,15] — несимметричности [7,10] тензора напряжений и „шапки Мономаха“ [6] сложилась на первый взгляд противоречивая ситуация. С одной стороны, модель Коссера и ей подобные являются математическими [10,11] и физически противоречивыми [12,13], с другой — данное направление тем не менее активно разрабатывается теоретически [8], и получаемые результаты находят практическое применение [9]. Объяснение этого противоречия можно пытаться понять из высказываний двух лауреатов Нобелевской премии. Так, Р. Фейнман утверждал: „Мне кажется, я смело могу сказать, что квантовую механику никто не понимает“ [67]. Тем не менее, по мнению Гелл-Манна, ее „прекрасно научились использовать“ [68].

Авторы признательны В.С. Куксенко за активную поддержку работы на всех ее этапах в течение последних 25 лет.

Список литературы

- [1] В.В. Рыбин, И.М. Жуковский. ФТТ **19**, 8, 1474 (1977).
- [2] В.И. Владимиров, А.Е. Романов. Дисклинации в кристаллах. Наука, Л. (1986). 223 с.
- [3] В.В. Мохова, Д.А. Волков, А.В. Тилькунов, Н.И. Орлов. ФТТ **57**, 4, 775 (2015).
- [4] В.Е. Панин. Физ. мезомеханика **1**, 1, 5 (1998).
- [5] В.А. Лихачев, В.Е. Панин, Е.Э. Засимчук. Кооперативные деформационные процессы и локализация деформации. Наук. думка, Киев (1989). 320 с.
- [6] В.И. Ерофеев. Волновые процессы в твердых телах с микроструктурой. Изд-во МГУ, М. (1999). 328 с.
- [7] В.И. Ерофеев. Вычислительная механика сплошных сред **2**, 4, 5 (2009).
- [8] И.С. Павлов. Метод структурного моделирования в механике обобщенных континуумов. Докт. дис. ИПМ РАН, Н.Новгород (2013). 221 с.
- [9] В.В. Мошев, О.К. Гаришин. Успехи механики **2**, 3, 3 (2005).
- [10] В.Н. Николаевский. Докл. РАН **341**, 3, 405 (1995).
- [11] А.И. Потапов. Волны деформации в среде с внутренней структурой. ИПФ РАН, Н.Новгород (2005). 140 с.
- [12] Дж. Хирт, И. Лотэ. Теория дислокаций. Атомиздат, М. (1972). 600 с.
- [13] А.В. Викулин. Сейсмичность. Вулканизм. Геодинамика: избранные труды. КамГУ, Петропавловск-Камчатский (2011). 407 с.
- [14] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Теория упругости. Физматлит, М. (2003). 264 с.
- [15] А.В. Викулин, А.Г. Иванчин. ФТПРПИ **3**, 67, (2013).
- [16] A.V. Vikulin, Kh.F. Makhmudov, G.I. Korshunov. Int. J. Mod. Educ. Res. (AASCIT) **1**, 1 (2014).
- [17] А.В. Викулин. Геология и геофизика **49**, 6, 559 (2008).
- [18] А.В. Викулин. Геодинамика и тектонофизика **1**, 2, 119 (2010).
- [19] А.В. Викулин, В.Г. Быков, М.Н. Лунева. Вычислительные технологии **5**, 1, 31 (2000).
- [20] А.В. Пейве. Изв. АН СССР. Сер. геол. **3**, 36 (1961).
- [21] М.А. Садовский, В.Ф. Писаренко. Сейсмический процесс в блоковой среде. Наука, М. (1991). 96 с.
- [22] А.В. Викулин, А.Г. Иванчин. Науч.-техн. журн. **1(29)**, 435 (2002).
- [23] В.С. Пономарев. Энергонасыщенность геологической среды. Наука, М. (2008). 379 с.
- [24] Л.И. Седов. Механика сплошной среды. Наука, М. (1973). Т. 2. 536 с.
- [25] М.Г. Леонов. Тектоника консолидированной коры. Наука, М. (2008). 457 с.
- [26] Геологический словарь / Под ред. К.Н. Паффенгольца. Недра, М. (1978). Т. 2. 436 с.
- [27] Л.Н. Рыкунов, О.Ю. Хаврошкин, В.В. Цыплаков. Изв. АН СССР. Физика Земли **11**, 72 (1979).
- [28] К. Касахара. Механика землетрясений. Мир, М. (1985). 264 с.
- [29] С.И. Кузиков, Ш.А. Мухамедиев. Физика Земли **7**, 33 (2010).
- [30] Е.Е. Милановский. Ротационные процессы в геологии и физике. КомКнига, М. (2007). 528 с.
- [31] А.В. Викулин, А.Г. Иванчин. Вычислительные технологии **2**, 2, 20 (1997).
- [32] А.В. Викулин. Физика Земли и геодинамика. КамГУ, Петропавловск-Камчатский (2009). 463 с.
- [33] А.В. Викулин, И.В. Мелекесцев, Д.Р. Акманова, А.Г. Иванчин, Г.М. Водинчар, А.А. Долгая, В.К. Гусьяков. Вычислительные технологии **17**, 3, 34 (2012).
- [34] А.В. Николаев. В сб.: Проблемы нелинейной сейсмологии. Наука, М. (1987). С. 5–20.
- [35] А.С. Давыдов. УФН **138**, 4, 603 (1982).
- [36] А.В. Гапонов-Грехов, М.И. Рабинович. УФН **128**, 4, 624 (1979).
- [37] О.А. Хачай, О.Ю. Хачай. В сб.: Материалы Третьей Тектонофизической конф. ИФЗ РАН, М. (2012). Т. 2. С. 418
- [38] В.Н. Опарин, В.Ф. Юшкин, Б.Ф. Симонов, Л.А. Назаров, В.И. Востриков, Ю.В. Погарский. Геомеханические и технические основы увеличения нефтеотдачи пластов в виброволновых технологиях. Наука, Новосибирск (2010). 404 с.
- [39] В.В. Адушкин, В.Н. Опарин. ФТПРПИ **2**, 3 (2013).
- [40] Е.А. Памятных, А.В. Урусов. Акуст. журн. **58**, 2, 193 (2012).
- [41] О.В. Руденко, А.Л. Собисевич, Л.Е. Собисевич, К.М. Хедберг, Н.В. Шамаев. Акуст. журн. **58**, 1, 112 (2012).
- [42] А.И. Коробов, Н.И. Одина, Д.М. Мехедов. Акуст. журн. **59**, 4, 438 (2013).
- [43] A.V. Vikulin, A.N. Krolevetz. Acta Geophys. Pol. **50**, 3, 395 (2002).
- [44] М.А. Ильгамов. ФТТ **57**, 5, 950 (2015).
- [45] В.В. Кузнецов. Физ. мезомеханика **12**, 6, 87 (2009).
- [46] В.Н. Жарков. Внутреннее строение Земли и планет. Наука, М. (1983). 416 с.
- [47] Л.Д. Ландау. Теория сверхтекучести гелия II. Собрание трудов. Наука, М. (1969). Т. 1. С. 352–385.
- [48] Е.М. Лифшиц. Сверхтекучесть (теория). В кн.: В. Кeesом. Гелий. ИИЛ, М. (1949). С. 385–429.
- [49] Дж. Займан. Принципы теории твердого тела. Мир, М. (1974). 472 с.

- [50] О.А. Хачай, О.Ю. Хачай, В.К. Клишко, О.В. Шипев. В сб.: Геодинамика и напряженное состояние недр Земли. Тр. XX Всерос. научн. конф. ИГД СО РАН, Новосибирск (2013). С. 38–42.
- [51] В.Н. Опарин, А.С. Танайно, В.Ф. Юшкин. ФТПРПИ 3,6 (2007).
- [52] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Квантовая механика. Наука, М. (1974). 752 с.
- [53] Э. Ферми. Квантовая механика. Мир, М. (1968). 368 с.
- [54] В.Г. Левич, Ю.А. Вдовин, В.А. Мямлин. Курс теоретической физики. Т. II. Квантовая механика. Квантовая статистика и физическая кинетика. Наука, М. (1971). 936 с.
- [55] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Статистическая физика. Наука, М. (1964). 568 с.
- [56] А.В. Викулин. Вестн. КРАУНЦ. Науки о Земле 1 (21), 163 (2013).
- [57] А.В. Викулин. Мир вихревых движений. КГТУ, Петропавловск-Камчатский (2008). 230 с.
- [58] А.И. Ахизер, В.Г. Барьяхтар, С.В. Пелетминский. Спиновые волны. Наука, М. (1967). 368 с.
- [59] В.Н. Опарин, А.В. Леонтьев, А.А. Козырев, А.Д. Сашурин, В.В. Ружич, А.Ф. Еманов. Деструкция земной коры и процессы самоорганизации в области сильного техногенного воздействия. Изд-во СО РАН, Новосибирск (2012). 621 с.
- [60] В.С. Куксенко, Х.Ф. Махмудов, Б.Ц. Манжиков. ФТПРПИ 4, 29 (2010).
- [61] Л.Б. Зуев, В.И. Данилов, С.А. Баранникова. Физика макролокализации пластического течения. Наука, Новосибирск (2008). 328 с.
- [62] А.В. Порубов. Локализация нелинейных волн деформации. Физматлит, М. (2009). 208 с.
- [63] А.В. Викулин. Пространство и время 1(15), 196 (2014).
- [64] A.V. Vikulin, A.A. Dolgaya, S.A. Vikulina. Geodynamics&Tectonophysics. 5, 1, 291 (2014).
- [65] А.С. Давыдов. Теория твердого тела. Наука, М. (1976). 640 с.
- [66] С.Н. Журков. Вестн. АН СССР 3, 46 (1968).
- [67] Ю.С. Владимиров. Метафизика. БИНОМ, М. (2009). 568 с.
- [68] М. Гелл-Манн. В сб.: Фундаментальная структура материи. Мир, М. (1984). С. 266.