

05,13

## Трехмерное моделирование нерегулярной динамики топологических солитонов в движущихся границах магнитных доменов

© В.В. Зверев<sup>1</sup>, Б.Н. Филиппов<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Уральский федеральный университет им. Б.Н. Ельцина, Екатеринбург, Россия

<sup>2</sup> Институт физики металлов УрО РАН, Екатеринбург, Россия

E-mail: vvzverev49@gmail.com

(Поступила в Редакцию 21 июля 2015 г.)

На основе микромагнитного подхода выполнено трехмерное компьютерное моделирование динамических процессов, происходящих в движущейся доменной границе, находящейся в магнитно-мягкой магнитно-одноосной пленке с плоскостной анизотропией. Показано, что движение сопровождается топологическими перестройками распределения намагниченности, представляющими собой „быстрые“ процессы, связанные с рождением и уничтожением вихрей, антивихрей и сингулярных (блоховских) точек. Использован метод визуализации топологической структуры распределений намагниченности, основанный на численном определении значений топологических зарядов двух типов, выполняемом путем интегрирования по контурам и поверхностям с изменяющейся геометрией. Получены данные, свидетельствующие о том, что выбор начальной конфигурации предопределяет динамический сценарий топологических перестроек.

Работа выполнена в рамках программы фундаментальных научных исследований по теме „Магнит“ № 01201463328, при частичном финансировании УрО РАН, проект №15-9-2-33, и при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ на основе госзадания, проект № 2705.

### 1. Введение

Разбитый на домены ферромагнитный образец, помещенный в постоянное магнитное поле  $\mathbf{H}$ , представляет собой пример открытой диссипативной неравновесной системы, в которой рост доменов с намагниченностью  $\mathbf{M}$ , ориентированной вдоль поля, обеспечивает приток энергии и инициирует диссипативные динамические процессы. Известно, что динамика открытых диссипативных систем с постоянным притоком энергии может быть как регулярной, так и существенно нерегулярной [1]. В нашем случае динамические процессы имеют вид движения доменных границ (ДГ), сопровождающегося перестройками структуры этих границ. Особенность ферромагнетика состоит в том, что имеется большое число метастабильных конфигураций намагниченности, переходы между которыми сопровождаются топологическими перестройками. Если такие переходы происходят, глобальная динамика ДГ становится нерегулярной. Это объясняется тем, что при каждом переходе, в момент преодоления энергетического барьера, система попадает в состояние неустойчивого равновесия. Можно увидеть определенную аналогию между динамическими процессами в ферромагнетике, сопровождающимися топологическими перестройками, и динамическим поведением стандартных моделей, рассматриваемых в теории динамического хаоса [2]. В обоих случаях движение перестает быть регулярным вследствие того, что в определенные моменты времени система становится чувствительной к малым воздействиям.

В данной работе, опираясь на результаты трехмерного численного моделирования, мы рассмотрим нерегулярную динамику намагниченности в области вихреподобной асимметричной ДГ, связанную с движением самой ДГ, в магнитно-мягкой ферромагнитной пленке с магнитно-одноосной анизотропией в плоскости пленки. В такой системе топологические перестройки структуры  $\mathbf{M}$  связаны с движением, рождением и уничтожением вихрей и антивихрей на граничных поверхностях пленки, а также сингулярных (блоховских) точек (СТ) в объеме пленки. С течением времени стадии „медленного“ движения конфигураций с определенной топологией сменяются „быстрыми“ процессами (событиями) топологических перестроек, подчиняющимися законам сохранения топологических зарядов двух типов.

Впервые движение ДГ в поле  $\mathbf{H}$  было рассмотрено Ландау и Лифшицем [3]. Эти авторы ограничились случаем перемещения не меняющей структуры (жесткой) ДГ в бесконечной среде в стационарных условиях. Позже Деринг показал [4], что следует учитывать изменение магнитной энергии при изменении скорости ДГ. В работе [5] и ряде более поздних работ движение ДГ в слабых полях описывалось с помощью линейных уравнений, получавшихся из уравнений Ландау–Лифшица. В работе Шрайера и Уокера [6] были найдены численные решения нелинейных уравнений, описывающих движение одномерной  $180^\circ$  ДГ в неограниченной среде. Было установлено, что при  $H < H_c$  ( $H$  — величина внешнего магнитного поля, направленного вдоль  $\mathbf{M}$  одного из доменов,  $H_c$  — некоторое критическое значение этого поля) в установившемся режиме ДГ движется

с постоянной скоростью. Если  $H > H_c$ , то движение ДГ происходит со скоростью, периодически изменяющейся во времени. При этом средняя по периоду поступательная скорость оказывается отличной от нуля. Возникновение такого движения связано с появлением при  $H > H_c$  прецессии намагниченности вокруг оси легкого намагничивания (ОЛН). Такая прецессия, в свою очередь, связана с нарушением в поле  $H = H_c$  баланса вращающего момента, существующего при  $H < H_c$ .

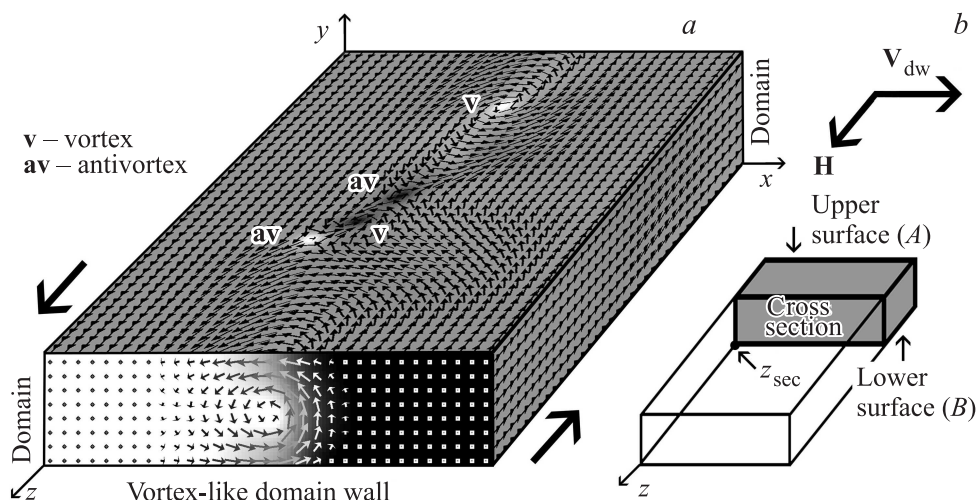
Для магнитных пленок результаты работы [6] сохраняют силу только на качественном уровне, поскольку условия, в которых находится намагниченность внутри пленки и на ее граничных поверхностях, различны. Это означает, что при построении корректной количественной теории распределение намагниченности в ДГ нельзя считать одномерным. Обзор результатов, полученных в рамках двумерной модели ДГ, дан в работе [7]. Оказалось, что имеется большое число состояний двумерной ДГ с качественно различными конфигурациями намагниченности. При движении ДГ различные структуры такого типа подвергаются гладким деформациям либо превращаются одна в другую, причем иногда такой переход связан с преодолением энергетического барьера, так что соответствующие состояния являются метастабильными. Характерным свойством двумерных ДГ в достаточно толстых пленках является наличие вихревых структур в сечении пленки, перпендикулярном ОЛН (с одним [8], двумя [9] и даже несколькими [10] вихрями). Отметим, что физической причиной появления метастабильных состояний в пленках и образцах конечных размеров является вытекающее из условия минимизации магнитостатической энергии требование замыкания магнитного потока внутри образца. Это требование оказывается нарушенным, если на границе возникают области, в которых намагниченность направлена по отношению к границе не тангенциально (магнитостатические полюса). Если при превращении одной структуры в другую такие области появляются с неизбежностью, структуры оказываются разделенными энергетическим барьером. В момент его преодоления спиновая система ферромагнетика находится в неустойчивом состоянии, чувствительном к внешним воздействиям. В случае движения двумерной ДГ с переменной скоростью ( $H > H_c$ ) неустойчивые состояния возникают в каждом цикле колебаний.

В рамках двумерной модели распределения намагниченности  $\mathbf{M}$  предполагается, что вдоль ОЛН структура ДГ остается трансляционно-инвариантной. Используя трехмерную модель ДГ, мы получаем возможность изучать динамику ДГ, не обладающую инвариантностью такого типа. Даже если трансляционная инвариантность имела у начального распределения  $\mathbf{M}$ , она может нарушаться с течением времени из-за развития продольной (вдоль ОЛН) неустойчивости. Такое поведение, действительно наблюдаемое в численных экспериментах, можно объяснить тем, что вдоль ДГ образуются полосы магнитостатических полюсов, спонтанное дробление которых,

уменьшающее суммарную магнитостатическую энергию, приводит к появлению локализованных полюсов — вихрей и антивихрей. В результате ДГ оказывается разбитой на сегменты, разделенные различными переходными структурами [11].

На границе магнитно-мягкого ферромагнитного образца, находящегося в состоянии, соответствующем минимуму полной энергии, намагниченность почти везде параллельна граничной поверхности. Хотя это условие и не выполняется математически строго, принимая его во внимание, легко понять причины появления тех или иных конфигураций  $\mathbf{M}$ . Важным следствием сформулированного условия является то, что намагниченность в приповерхностном слое подчиняется почти тем же закономерностям, что и  $\mathbf{M}$  в двумерном ферромагнетике [12]. В частности, могут существовать поверхностные вихри и антивихри — топологические солитоны, при рождении и уничтожении которых выполняется закон сохранения топологического заряда первого типа, называемого числом вращения [13]. Сингулярные точки относящиеся к третьему типу топологических солитонов, являются существенно трехмерными объектами и располагаются внутри образца. Допустимы лишь те процессы рождения и уничтожения вихрей, антивихрей и СТ, которые подчиняются правилам отбора, следующим из закона сохранения топологического заряда второго типа — скирмионного числа [12–15] (строгие определения топологических зарядов будут даны ниже).

Приведем краткий обзор результатов, касающихся динамики вихревых структур в ферромагнетиках, акцентируя внимание на процессах топологических перестроек. Найденные в [12] точные решения, отвечающие топологическим солитонам в классическом двумерном гейзенберговском ферромагнетике, позволили описать плоские вихревые конфигурации намагниченности аналитически. Полуаналитические методы описания вихревых структур и их динамики развиты в [16–20]. Далее [21–26] были использованы методы моделирования, основанные на строгом микромагнитном подходе и конечно-разностных схемах. В последние годы особое внимание уделяется методам быстрого преобразования магнитных структур в наноразмерных дисках и полосках (страйпах) в результате воздействия магнитных полей или (и) спин-поляризованных токов, что связано с возможностью использования таких объектов в устройствах записи и обработки информации [21–31]. Установлено, что изменение направления  $\mathbf{M}$  в центральной части (коре) вихря при приложении постоянного магнитного поля  $\mathbf{H}$ , перпендикулярного плоскости диска, происходит за счет рождения СТ и ее прохождения вдоль кора [21]. Перемагничивание вихря, вызываемое импульсным [23,25] или осциллирующим [26–28] магнитным полем, параллельным плоскости диска, происходит иначе: „медленное“ изменение намагниченности прерывается „быстрым“ процессом рождения дополнительной пары вихрь-антивихрь, а позже —



**Рис. 1.** Геометрия задачи и распределение намагниченности в вихревой ДГ, содержащей переходные структуры (а). Поверхность параллелепипеда с изменяющимся положением грани, используемая при вычислении скирмионного числа (б).

„быстрым“ процессом аннигиляции антивихря с вихрем, имевшимся в начальном распределении намагниченности. Из закона сохранения скирмионного числа следует, что при аннигиляции вихря и антивихря с антипараллельными векторами  $\mathbf{M}$  в корях происходит рождение СТ; если же эти векторы параллельны, СТ не возникает [24]. В [29] отмечено, что перемагничивание нанодиска обязательно сопровождается появлением СТ в одном из „быстрых“ процессов. Путем увеличения амплитуды возмущающего магнитного поля можно добиться множественного рождения пар вихрь-антивихрь, при этом движение становится хаотическим. „Быстрые“ процессы рождения и уничтожения вихрей и антивихрей наблюдаются и при движении ДГ в нанострайпах. В работах [30,31] показано, что увеличение поля  $\mathbf{H}$ , вызывающего движение ДГ в страйпе, сопровождается последовательной сменой динамических режимов, при которых скорость: (i) постоянна, (ii) осциллирует, (iii) изменяется хаотически (турбулентный режим); в случае (ii) можно наблюдать периодическую последовательность „быстрых“ процессов рождения и уничтожения вихрей (антивихрей); в случае (iii) происходит множественное хаотическое рождение и уничтожение вихрей (антивихрей).

Ниже, опираясь на результаты трехмерного микромагнитного моделирования, мы покажем, что при движении ДГ в пленке можно наблюдать практически все типы „быстрых“ процессов, при которых сохраняются топологические заряды двух типов, включая те, которые происходят в наноразмерных дисках и страйпах.

## 2. Постановка задачи

Будем считать, что образец  $V$  в форме прямоугольного параллелепипеда (рис. 1, а) имеет размер  $L_x \times L_y \times L_z$  и является фрагментом магнитно-одноос-

ной пленки с фактором качества  $Q = K/4\pi M_s^2 \ll 1$ , где  $K$  — константа анизотропии и  $M_s$  — намагниченность насыщения. Пусть ось  $y$  перпендикулярна поверхности пленки, а ось  $z$  расположена вдоль ОЛН. Полагая, что поле  $\mathbf{M}$  подчиняется условию  $\mathbf{M}^2 = M_s^2$ , введем нормированную намагниченность  $\mathbf{m} = \mathbf{M}/M_s$ . Условия на границах доменов

$$\mathbf{m}|_{x=0} = \mathbf{k}, \quad \mathbf{m}|_{x=L_x} = -\mathbf{k}, \quad (1)$$

дополним циклическим граничным условием

$$\mathbf{m}|_{z=0} = \mathbf{m}|_{z=L_z}, \quad (2)$$

позволяющим избежать учета эффектов, связанных с обрыванием распределения  $\mathbf{M}$  на плоскостях  $z = 0, z = L_z$ , ограничивающих отрезок ДГ ( $\mathbf{k}$  — единичный орт оси  $z$ ). Полагаем, что на поверхностях пленки  $y = 0, y = L_y$  намагниченность не закреплена [32]. Распределения  $\mathbf{M}$  в образце, используемые в качестве начальных условий, получаются путем минимизации полной энергии образца, представленной в виде

$$E = \iiint_V (w_e + w_a + w_m) d\mathbf{r}. \quad (3)$$

Плотности неоднородной обменной  $w_e$ , анизотропной  $w_a$  и магнитостатической  $w_m$  энергий определяются выражениями

$$w_e = A \left\{ \left( \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial z} \right)^2 \right\},$$

$w_a = -K(\mathbf{km})^2$ ,  $w_m = -\frac{1}{2} M_s \mathbf{m} \mathbf{H}^{(m)}$  ( $A$  — параметр обменного взаимодействия). Поле  $\mathbf{H}^{(m)}$  определялось из уравнений магнитостатики с соответствующими граничными условиями. При его вычислении предполагалось,

что вдоль оси  $z$  расположена цепочка из 5 областей с одинаковыми распределениями  $\mathbf{M}$ . Описание динамики намагниченности достигается путем численного решения уравнения Ландау–Лифшица–Гильберта

$$\frac{d\mathbf{m}}{dt} = -|\gamma|[\mathbf{m} \times \mathbf{H}_{\text{eff}}] + \alpha \left[ \mathbf{m} \times \frac{d\mathbf{m}}{dt} \right], \quad (4)$$

имеющего в правой части гиромангнитное отношение  $\gamma$ , параметр затухания  $\alpha$  и эффективное поле  $\mathbf{H}_{\text{eff}} = \mathbf{H}_e + \mathbf{H}_a + \mathbf{H}^{(m)} + \mathbf{H}$ , состоящее из обменного поля  $\mathbf{H}_e = 2AM_s^{-1}\Delta\mathbf{m}$ , поля магнитной анизотропии  $\mathbf{H}_a = 2KM_s^{-1}\mathbf{k}(\mathbf{k}\mathbf{m})$ , магнитостатического поля  $\mathbf{H}^{(m)}$  и постоянного однородного поля  $\mathbf{H} = \mathbf{k}H$ .

Расчеты проводились с помощью пакета программ MuMAX3 [33] для образца, имеющего размеры  $L_x = 400 \text{ nm}$ ,  $L_y = 100 \text{ nm}$ ,  $L_z = 800 \text{ nm}$  и разбитого на кубические ячейки со стороной куба  $3.125 \text{ nm}$ . В результате применения процедуры минимизации энергии (3), при специально подобранных начальных конфигурациях  $\mathbf{M}$ , были получены новые конфигурации, представляющие собой или однородную одновихревую ДГ, или два сегмента такой ДГ [7,8], разделенные разными переходными областями: I — с двумя СТ, II — с двумя вертикальными блоховскими линиями. Каждая из линий связывает вихрь и антивихрь, лежащие на противоположных граничных поверхностях пленки. В соответствии с классификацией, данной в [11], в случае I переходные области относятся к типу A, а в случае II — к типу C. Далее, конфигурации I и II использовались как начальные условия при решении уравнения (4), описывающего динамику ДГ. Благодаря наличию переходных структур движение ДГ сопровождается генерацией разнообразных динамических структур, классификация которых составляет одну из задач настоящей работы. Были выбраны параметры, характерные для пермалловых пленок безмагнитострикционно-го состава:  $A = 10^{-11} \text{ J/m}$ ,  $K = 10^2 \text{ J/m}^3$ ,  $M_s = 800 \text{ G}$ . Рассматривалась динамика ДГ в поле  $H = 100 \text{ Oe}$ , значение которого немного меньше критического значения  $H_c$  для однородной одновихревой ДГ. При решении уравнения (4) использовался прием смещения мгновенного распределения  $\mathbf{M}$  относительно сетки, позволяющий рабочей области „следовать“ за движущейся ДГ.

Использование микромагнитного подхода и конечно-разностных схем предполагает, что векторы намагниченности, взятые в соседних узлах кристаллической решетки, в близких точках континуального поля намагниченности или в соседних узлах расчетной сетки, должны мало отличаться один от другого. Рассчитывая конфигурации намагниченности, содержащие СТ, мы опираемся на результаты работы [21], в которой показано, что хотя в окрестности СТ требования непрерывности оказываются нарушенными, вычислительные процедуры остаются корректными, поскольку дополнительные вклады в значение полной энергии, связанные с наличием СТ, малы.

### 3. Расчет траекторий вихрей, антивихрей и сингулярных точек

Поскольку, как было отмечено выше, на граничных поверхностях пленки нормальная компонента вектора  $\mathbf{M}$  почти везде равна нулю, для нахождения положений центров поверхностных вихрей и антивихрей удобно использовать формулу для топологического инварианта первого типа — числа вращений [13,14]

$$J = \frac{1}{2\pi} \oint_{\Gamma} \mathbf{j} \left[ \tilde{\mathbf{m}} \times \frac{d\tilde{\mathbf{m}}}{d\tau} \right] d\tau, \quad (5)$$

где  $\tau$  — параметр, при изменении которого точка пробегает замкнутый контур  $\Gamma$ , лежащий на граничной плоскости, и

$$\tilde{\mathbf{m}} = (\mathbf{i} m_x + \mathbf{k} m_z) / \sqrt{m_x^2 + m_z^2}$$

— поле нормированных проекций намагниченности на граничную плоскость [11] ( $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$  — единичные базисные орты координатных осей). Определение (5) примет вид  $J = \int d\Phi(\tau)$ , если ввести угол поворота  $\Phi$  вектора  $\tilde{\mathbf{m}}$  с помощью равенств  $\cos \Phi = \tilde{m}_x$ ,  $\sin \Phi = \tilde{m}_z$ . Отсюда ясно, что число  $|J|$  равно числу полных поворотов вектора  $\tilde{\mathbf{m}}$  при однократном обходе  $\Gamma$ , при том что  $J$  положительно (отрицательно), если при таком обходе направления вращения  $\tilde{\mathbf{m}}$  и вектора, касательного к  $\Gamma$ , совпадают (противоположны).

Выполняя интегрирование по прямоугольным контурам с переменным положением сторон

$$\Gamma_{\bar{y}}(z) = \left\{ (0 \rightarrow L_x, \bar{y}, 0), (L_x, \bar{y}, 0 \rightarrow z), \right. \\ \left. (L_x \rightarrow 0, \bar{y}, z), (0, \bar{y}, z \rightarrow 0) \right\}, \quad (6)$$

$$\Gamma_{\bar{y}}(x) = \left\{ (0 \rightarrow x, \bar{y}, 0), (x, \bar{y}, 0 \rightarrow L_z), \right. \\ \left. (x \rightarrow 0, \bar{y}, L_z), (0, \bar{y}, L_z \rightarrow 0) \right\}, \quad (7)$$

лежащим на нижней ( $\bar{y} = 0$ ) или на верхней ( $\bar{y} = L_y$ ) границах пленки (поверхности A и B на рис. 1, b), с помощью (5) находим функции  $J_{\bar{y}}(z)$  и  $J_{\bar{y}}(x)$ . В том случае, если в точке  $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$  находится центр вихря или антивихря, на графике первой (второй) функции в точке  $z = \bar{z}$  ( $x = \bar{x}$ ) будет иметься скачок  $\pm 1$ . Соответственно, на графиках конечно-разностных производных тех же функций обнаружатся  $\delta$ -образные всплески [11,34], что дает возможность найти положение центра вихря.

Чтобы найти положение СТ, необходимо использовать процедуру вычисления топологического инварианта второго типа  $\chi$ , равного степени отображения замкнутой поверхности  $S$  в координатном пространстве на сферу  $|\mathbf{m}| = 1$  [13–15,35] (в последние годы эту величину стали называть скирмионным числом; мы также будем использовать этот термин). Инвариант  $\chi$  может быть

представлен в виде интеграла от плотности гиротропного вектора  $\mathbf{g}$  по поверхности  $S$

$$\chi = \frac{1}{4\pi} \iint_S \mathbf{g} ds, \quad (8)$$

$$\mathbf{g} = [\nabla \cos \Theta, \nabla \Phi] = -[\nabla m_\alpha, \nabla m_\beta]/m_\gamma. \quad (9)$$

В левой формуле для  $\mathbf{g}$  использованы угловые переменные, определяющие положения вектора намагниченности:  $\mathbf{m} = (\sin \Theta \cos \Phi, \sin \Theta \sin \Phi, \cos \Theta)$ . Переходя от интегрирования по замкнутой поверхности  $S$  (по направлениям внешних нормалей) к интегрированию по телесному углу, можно записать (8) в виде  $\chi = \iint d\Omega(\theta, \phi)$ , где  $d\Omega = \sin \Theta d\Theta d\Phi$  — элемент телесного угла в пространстве векторов  $\mathbf{m}$ ; углы же  $\theta$  и  $\phi$  определяют положение точки на единичной сфере в координатном пространстве. Таким образом, число  $|\chi|$  равно числу покрытий вектором  $\mathbf{m}$  сферы  $|\mathbf{m}| = 1$  в случае, если  $\theta$  и  $\phi$  один раз пробегают все значения, соответствующие полному телесному углу. Правая формула для  $\mathbf{g}$  справедлива, если  $(\alpha, \beta, \gamma) = (x, y, z), (z, x, y)$  или  $(y, z, x)$ ; с ее помощью удобно находить значения  $\chi$  численно.

Чтобы отыскать  $z$ -координату СТ, нужно найти функцию  $\chi$ , вычисляя интеграл в формуле (8) по граничной поверхности  $S(z)$  каждого из параллелепипедов

$$V(z) = \{(x', y', z'), x' \in [0, L_x], y' \in [0, L_y], z' \in [0, z]\} \quad (10)$$

(на рис. 1,  $b$  это параллелепипед с закрашенными гранями). Если в точке  $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$  находится СТ, на графике функции  $\chi(z)$  при  $z = \bar{z}$  будет иметься скачок  $\pm 1$ ; на графике же ее конечно-разностной производной появится  $\delta$ -образный всплеск. Другие координаты СТ можно найти аналогичным образом, производя интегрирование по граничным поверхностям параллелепипедов, у которых переменное положение имеет грань, перпендикулярная либо к оси  $x$ , либо к оси  $y$ .

Рассчитывая значения скирмионного числа, можно находить положения не только СТ, но и вихрей (антивихрей). Для этого следует использовать формулы (8), (9), выполняя интегрирование по незамкнутой поверхности  $S$  (например, по отдельным граням закрашенного параллелепипеда, изображенного на рис. 1,  $b$ ). Можно показать [36,37], что если  $S$  является частью одной из граничных поверхностей пленки и включает в себя вихрь (антивихрь),  $\chi = -\lambda q/2$ , где  $q = 1$  для вихря,  $q = -1$  для антивихря. Если  $\mathbf{M}$  в центре вихря (антивихря) направлена вдоль нормали к поверхности  $S$ , выбранной определенным образом при взятии интеграла в (8), то  $\lambda = 1$ . Если намагниченность направлена против нормали, то  $\lambda = -1$ . Выбирая в качестве прямоугольнички, ограниченные контурами, можно найти графики функций  $\chi_{\bar{y}}(z)$ ,  $\chi_{\bar{x}}(x)$  и, отыскивая на них скачки  $\mp 1/2$ , установить положения центров вихрей (антивихрей).

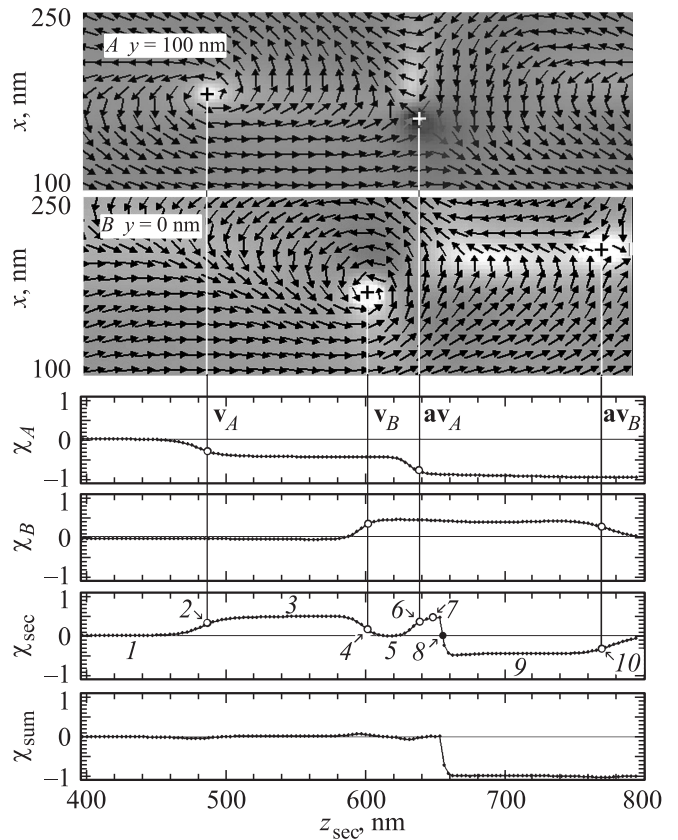
#### 4. Линейные магнитные вихри

Рассматривая сечения пленки, параллельные граничным поверхностям, нетрудно убедиться в том, что вихревая структура намагниченности, присущая поверхностному вихрю (антивихрю), сохраняется и во внутренних сечениях. Таким образом, каждому поверхностному вихрю соответствует трехмерное вихревое образование с одномерным кором. Цилиндрический вихрь [15,37], являющийся простейшей конфигурацией такого типа, в случае кора, параллельного оси  $z$ , описывается формулами

$$m_z = \lambda \cos \Theta(\rho),$$

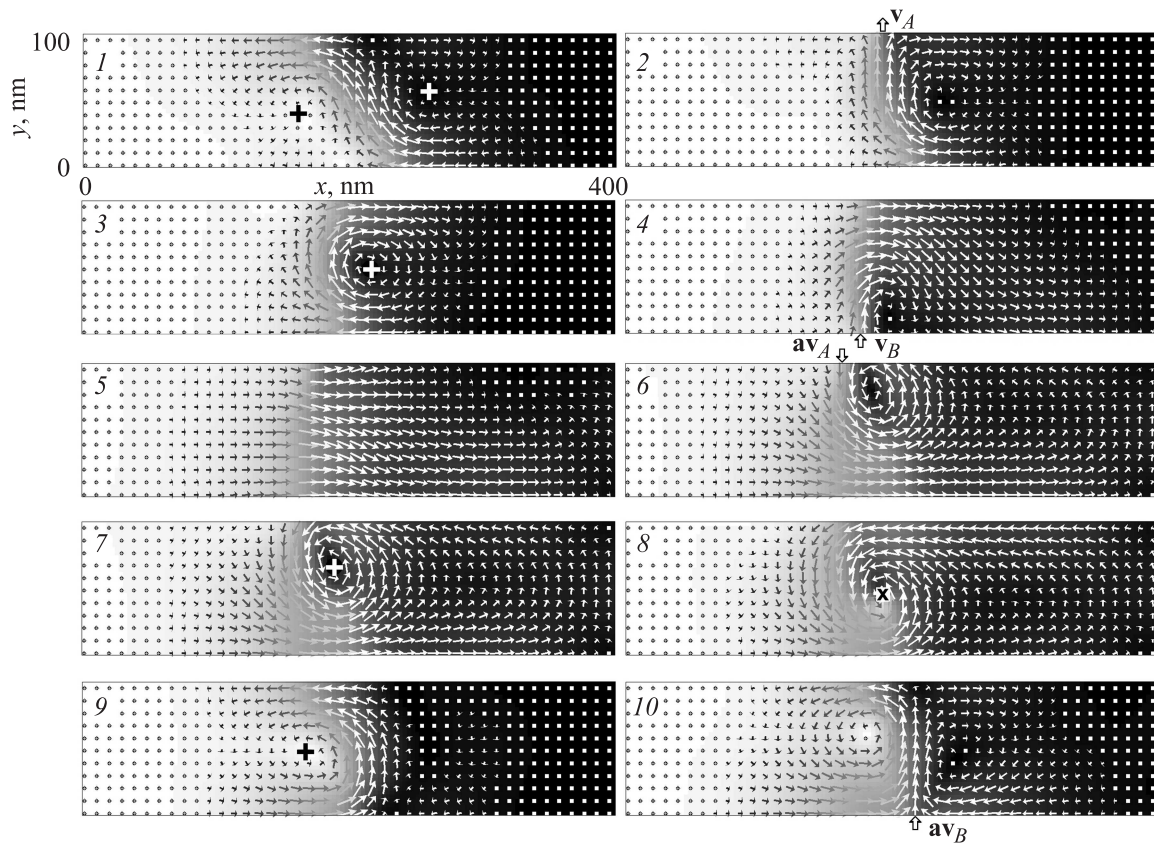
$$m_x + im_y = \sin \Theta(\rho) e^{iq(\phi - \phi_0)}, \quad (11)$$

если  $x = \rho \cos \phi$ ,  $y = \rho \sin \phi$ , а также  $\Theta(0) = 0$ ,  $\Theta(\infty) = \pi/2$ . Подвергая распределение (11) статическим или зависящим от времени гладким деформациям, можно описывать одиночные неподвижные и движущиеся линейные вихри, в частности: вихри в дисках [17–21], вихревые ДГ [7–10], вихри в ДГ с перетяжками [38], и т.д. Вместе с тем пока неясно, какую роль играют линейные вихри в ферромагнитном образце, находящемся в сильно неравновесном состоянии. Полученные



**Рис. 2.** Распределения намагниченности на граничных поверхностях образца и графики зависимостей от  $z$  вкладов в скирмионное число (сверху вниз): верхней грани  $A$ , нижней грани  $B$ , передней (секущей) грани параллелепипеда, изображенного на рис. 1,  $b$ . Внизу — график суммарной величины.





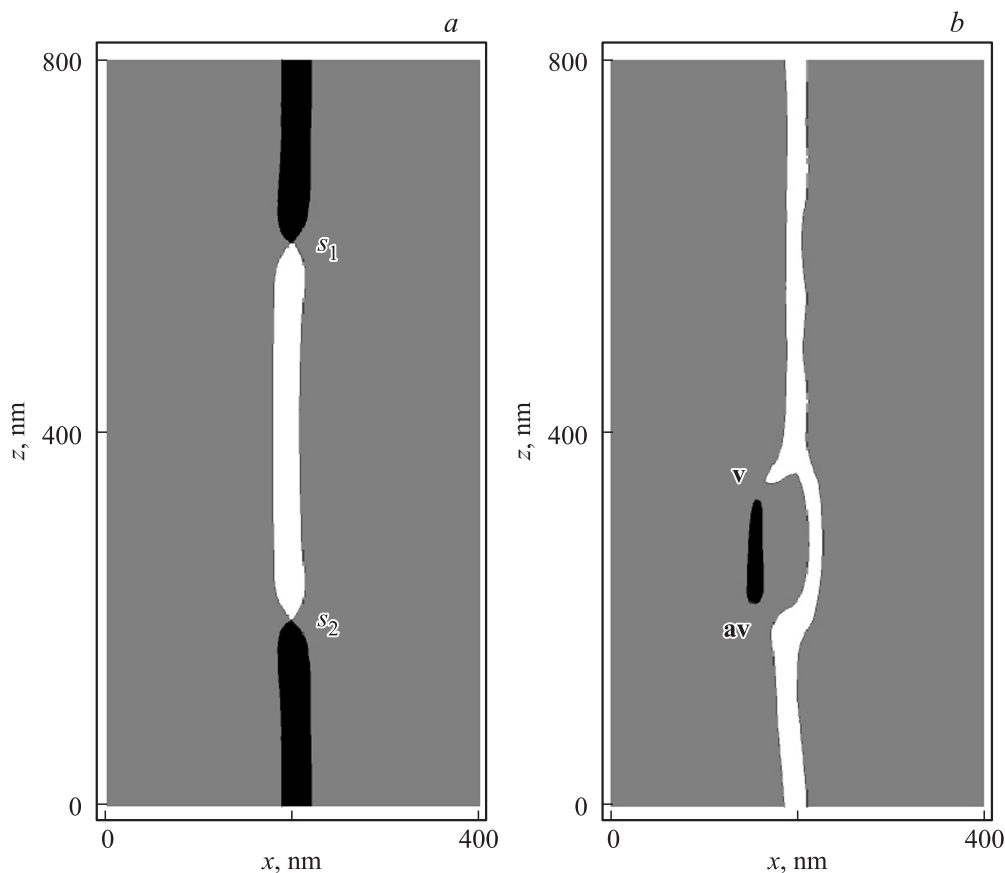
**Рис. 3.** Распределения намагниченности в сечениях, соответствующих различным положениям передней грани параллелепипеда, изображенного на рис. 1, *b*.

нами численно результаты позволяют предположить, что вихревая структура всегда имеет в своей основе систему коров, имеющих вид непрерывных кривых, замыкающихся внутри образца или выходящих на граничные поверхности; в изолированных точках, расположенных на этих кривых, могут находиться СТ. Это предположение основывается на следующем наблюдении: вклады  $\pm 1/2$  в значение интеграла (8) от вихрей (антивихрей) на поверхности  $S$  имеются в случае поверхности с краем, но отсутствуют в случае замкнутой поверхности. Это можно объяснить тем, что замкнутая поверхность и непрерывная линия коров всегда пересекаются в четном числе точек  $2N$ , причем половина поверхностных вихрей (антивихрей), имеющих центры в точках пересечения, дают вклад  $+N/2$ , а другая половина — вклад  $-N/2$ . Суммарный вклад, таким образом, оказывается равным нулю.

Рассмотрим частный пример, иллюстрирующий это утверждение. Взяв распределение намагниченности  $\mathbf{I}$  в качестве начального и моделируя движение ДГ в течение 2.4 ns, получаем распределение  $\mathbf{M}$  с парой вихрь-антивихрь на верхней границе  $A$  (векторы намагниченности в корах противоположны), парой вихрь-антивихрь на нижней границе  $B$  (векторы намагниченности в корах сонаправлены) и со СТ. Найдем вклады в скирмионное число (8) от отдельных граней параллелепипеда (10), изображенного на рис. 1, *b*, а

также результат суммирования по всей его граничной поверхности (считаем, что нормали направлены вовне по отношению к параллелепипеду). Распределения намагниченности на верхней и нижней границах пленки, а также графики вкладов верхней грани  $\chi_A(z)$ , нижней грани  $\chi_B(z)$ , передней (секущей) грани  $\chi_{\text{sec}}(z)$  и график суммарной величины  $\chi_{\text{sum}}(z)$ , изображены на рис. 2. Легко видеть, что приращения величин  $\chi_A$  и  $\chi_B$ , связанные с попаданием вихря или антивихря в область интегрирования, описываются формулой  $\chi = -\lambda q/2$  (на изображениях поверхностных распределений коры с  $m_y = 1$  выделены светлым, кор с  $m_y = -1$  выделен темным). На графике функции  $\chi_{\text{sum}}(z)$  эти приращения отсутствуют, поскольку каждое из них компенсируется приращением с противоположным знаком, имеющимся на графике вклада  $\chi_{\text{sec}}(z)$ ; остается только вклад от СТ.

Рассмотрим теперь рис. 3, на котором изображены конфигурации  $\mathbf{M}$  в различных сечениях образца, производимых гранью  $z = z_{\text{sec}}$  (здесь изменение цвета фона от светлого к темному отражает изменение  $m_z$  от  $+1$  к  $-1$ ). Сечения с четными номерами проходят через переходные структуры, разделяющие ДГ на сегменты; сечения с нечетными номерами проходят через внутренние точки сегментов, содержащих ДГ известных типов [7–10,39]: 1 — двухвихревую ДГ; 3, 7, 9 — одновихревую ДГ; 5 — неелевскую ДГ.



**Рис. 4.** Изображения коров вихревых структур: (а) сегменты одновихревой ДГ разделены СТ, (б) сегменты одновихревой и двухвихревой ДГ разделены блоховскими линиями.

Поскольку в сечении имеются только вихри, используя формулу для  $\chi$ , следует положить  $q = 1$ , что позволяет найти значения  $\chi_{\text{sec}1} = \chi_{\text{sec}5} = 0$ ,  $\chi_{\text{sec}3} = \chi_{\text{sec}7} = 1$ ,  $\chi_{\text{sec}9} = -1$ , согласующиеся с графиком функции  $\chi_{\text{sec}}(z)$ .

Можно найти изображения проекций коров на координатные плоскости, определяя семейства значений  $\chi(x, z)$  путем интегрирования в (8) по поверхностям

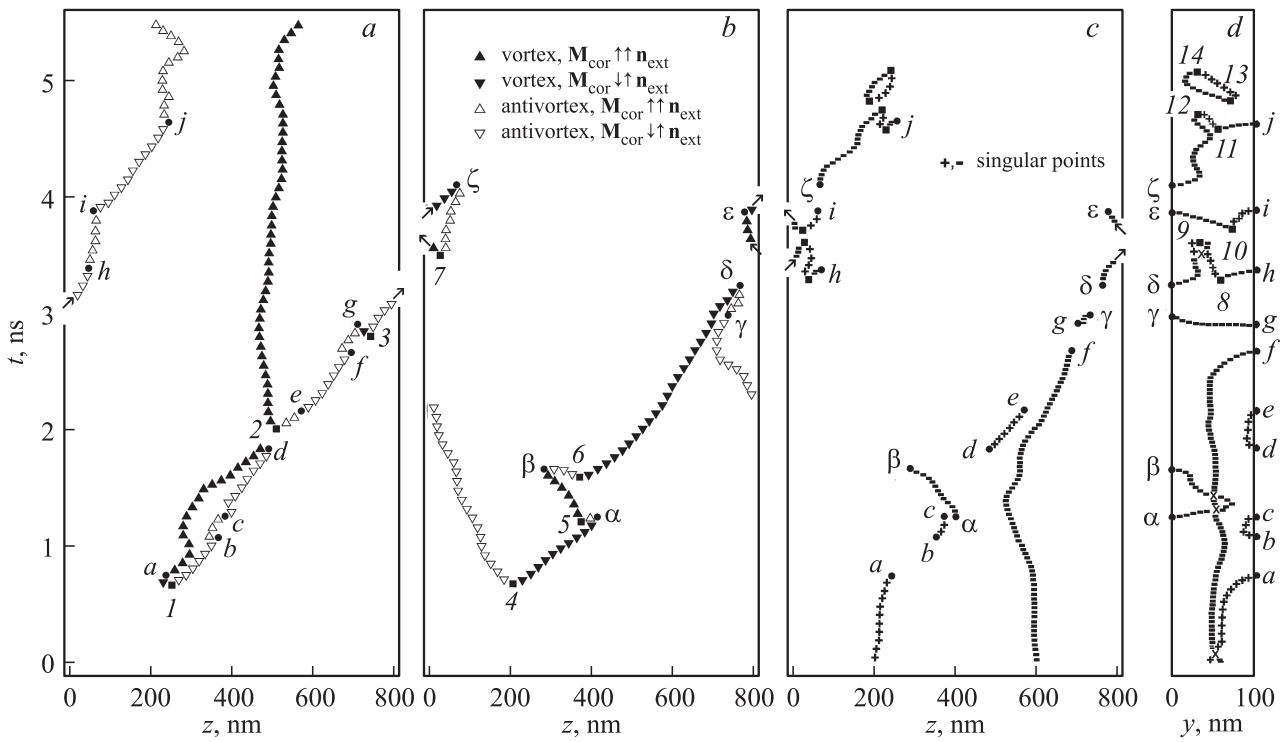
$$S(x, z) = \{(x', y', z), x' \in [0, x], y' \in [0, L_y]\}.$$

Находя при каждом значении  $z$  конечно-разностную производную функции  $\chi(x, z)$  по  $x$ , имеющую всплеск в месте локализации кора, нетрудно построить соответствующий график. На рис. 4, а изображен кор одновихревой ДГ, разделенной на сегменты двумя СТ (конфигурация минимизирует энергию и может быть статической [11]). На рис. 4, б сегменты одновихревой и двухвихревой ДГ разделены переходными структурами с вихрем и антивихрем (конфигурация наблюдается только как динамическая). Описанный метод дает хорошие результаты только в достаточно простых случаях, поскольку в окрестностях коров внутренних вихрей намагниченность меняется достаточно плавно и бывает трудно определить точную локализацию отдельного кора и разрешить изображения коров различных вихрей.

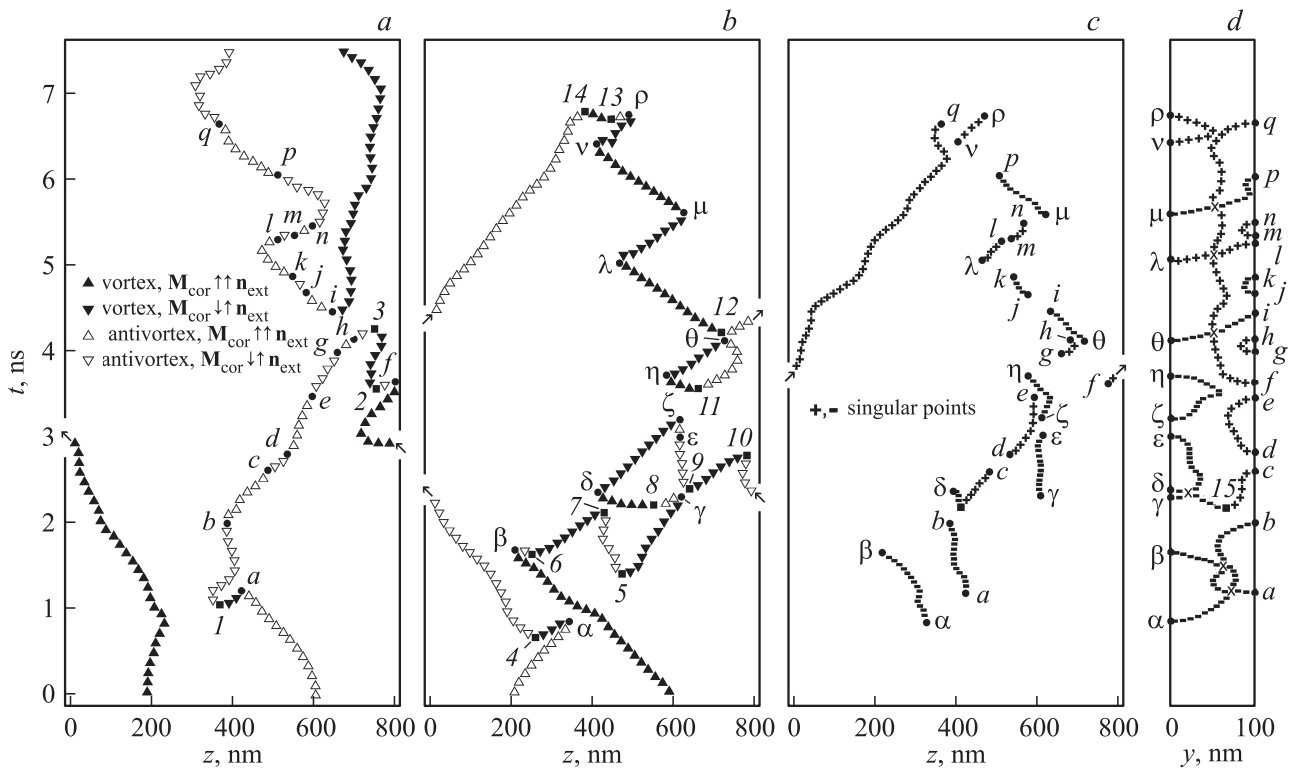
## 5. Нерегулярная динамика и перестройки топологической структуры намагниченности

Выполняя трехмерное моделирование движения ДГ в поле  $\mathbf{H}$ , можно наблюдать как затухание неоднородностей, искусственно введенных в начальное распределение, так и спонтанное превращение первоначально однородной стенки в неоднородную. Последнее можно объяснить тем, что вследствие неустойчивости движения ДГ происходит усиление „флуктуаций“, связанных с сеточной аппроксимацией и приближенным характером вычислений. Далее, выбирая в качестве начальных распределения I и II с переходными областями, мы рассмотрим перестройки топологической структуры в движущейся ДГ при  $H < H_c$ , где  $H_c$  — критическое поле для однородной стенки.

Результаты для различных начальных условий представлены на рис. 5–7. Последовательно (слева направо) изображены зависимости от времени  $z$ -координат вихрей и антивихрей, расположенных на верхней (а) и нижней (б) границах пленки, а также  $z$ -координат (с) и  $y$ -координат (д) СТ. Отыскание координат вихрей и антивихрей производилось с помощью формулы (5),

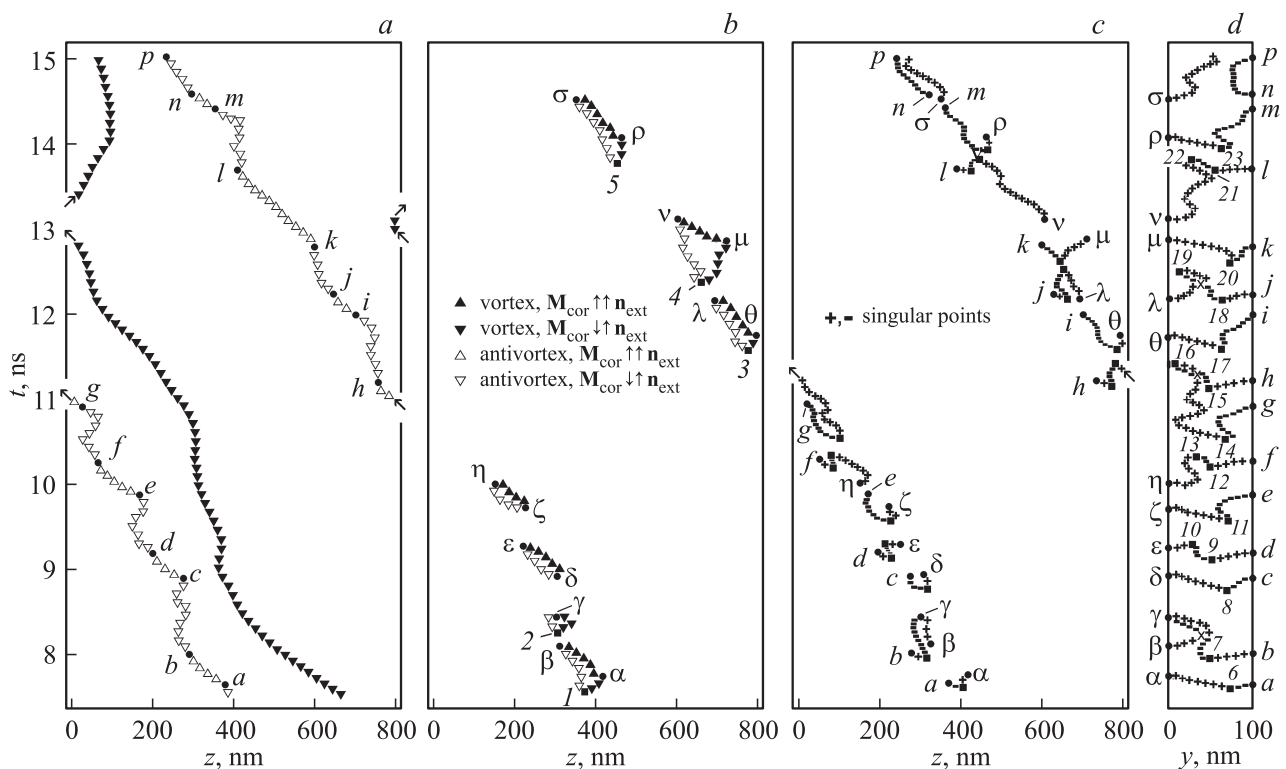


**Рис. 5.** Топологические перестройки ДГ в случае начального распределения I, содержащего две СТ; промежуток времени моделирования  $t = 0-5.5$  ns.



**Рис. 6.** Топологические перестройки ДГ в случае начального распределения II, содержащего две блоховские линии; промежуток времени моделирования  $t = 0-7.5$  ns.





**Рис. 7.** Топологические перестройки ДГ в случае начального распределения II, содержащего две блоховские линии; промежуток времени моделирования  $t = 7.5\text{--}15$  ns.

с интегрированием по контурам (6); координаты СТ находились с помощью формул (8), (9), с интегрированием по граничным поверхностям параллелепипедов, имеющих грань с изменяющимся положением. Темным треугольникам соответствуют вихри, светлым — антивихри; треугольникам с горизонтальными сторонами, расположенными внизу (вверху), соответствуют вихри или антивихри, у которых векторы намагниченности в корах сонаправлены с внешними нормальями (противонаправлены внешним нормальям). Кривые, описывающие положения СТ с топологическими зарядами  $\chi$ , равными  $+1$  и  $-1$ , нарисованы соответственно с помощью символов (+) и (-). Символами „X“ помечены точки пересечения проекций кривых, в которых сами кривые не пересекаются. Символами „черный квадрат“ расположены в точках, в которых происходят „быстрые“ процессы с участием двух топологических солитонов: рождения (аннигиляции) пар вихрь–антивихрь (с сонаправленными векторами намагниченности в корах), либо пар СТ ( $\chi = +1$ )–СТ ( $\chi = -1$ ); на рис. 5–7, *a, b, d* эти точки перенумерованы. „Быстрые“ процессы с участием трех солитонов происходят в точках, расположенных на границах пленки и отмеченных символами „черный круг“; точки, обозначенные латинскими буквами, лежат на нижней границе, греческими — на верхней границе.

Динамические сценарии топологических перестроек зависят от начальных условий. Для случая начального распределения с двумя СТ результаты приведены на

рис. 5. Те СТ, которые имелись изначально, связаны с кором одновихревой ДГ и имеют сравнительно большие времена жизни 0.75 и 2.65 ns; при их исчезновении происходит переориентация вихря (точка *a*) и антивихря (точка *b*) на верхней границе. Появление и исчезновение новых СТ связано (*i*) с переориентацией поверхностных вихрей и антивихрей, (*ii*) с рождениями и аннигиляциями пар вихрь–антивихрь, у которых  $\mathbf{M}$  в корах имеет противоположные направления, или (*iii*) с процессами одновременного рождения (исчезновения) вихря, антивихря и СТ (процессы (*i*) и (*ii*) наблюдались в нанодисках [22–26,29]). Времена жизни таких СТ могут быть малы, а скорости — велики. К примеру, скорость СТ, выходящей на нижнюю границу в точке  $\epsilon$ , равна примерно 560 m/s (для сравнения, оценка скорости СТ в нанодисках [24] 300–500 m/s). То, что пары СТ–СТ начинают рождаться внутри пленки не ранее  $t = 3$  ns, можно объяснить накоплением в образце энергии спиновых волн (отметим процессы 13 и 14: рождение и аннигиляцию пары СТ–СТ без участия вихрей и антивихрей).

На рис. 6, 7 приведены результаты для случая начального распределения с двумя вертикальными блоховскими линиями, каждая из которых на одной границе пленки принимает вид вихря, а на другой границе — вид антивихря. Рассмотрим основные особенности движения в этом случае. На верхней границе в течение длительного промежутка времени существует вихрь с

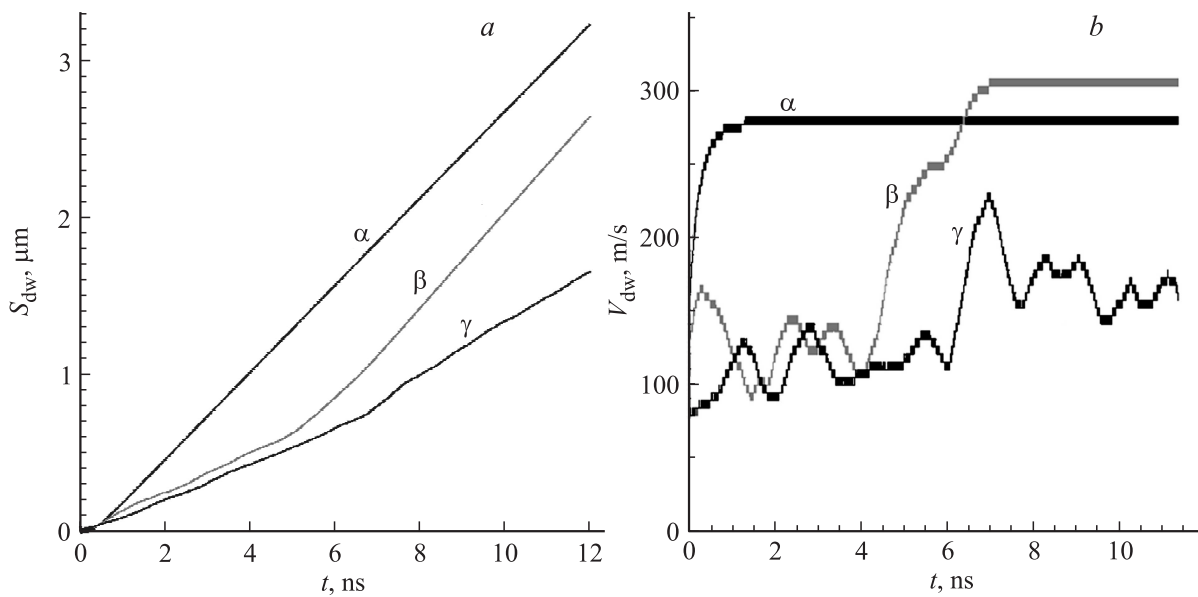


Рис. 8. Графики смещений и скоростей ДГ, соответствующие различному выбору начальных условий.

сохраняющейся ориентацией намагниченности в коре. Наряду с ним имеется антивихрь, часто меняющий ориентацию и испускающий (поглощающий) СТ (последовательности событий  $d, c, \dots, h$  и  $i, j, \dots, q$ ). Наличие на нижней границе пар близких точек, в которых происходят „быстрые“ процессы (6 и  $\beta$ , 7 и  $\delta$ ,  $\gamma$  и 9,  $\theta$  и 12 на рис. 6,  $b$ ) можно объяснить тем, что спиновые волны, испускаемые в одном процессе, индуцируют

другой. Пары вихрь–антивихрь с противоположенными векторами намагниченности в корах, движущиеся между точками  $\alpha$  и  $\beta$ ,  $\delta$  и  $\varepsilon$ ,  $\xi$  и  $\eta$ ,  $\theta$  и  $\lambda$ ,  $\mu$  и  $\nu$ ,  $\rho$  и  $\sigma$  (рис. 7,  $b$ ) можно рассматривать как диполи, имеющие целочисленные значения скирмионного числа  $\chi$  и являющиеся, таким образом, топологическими эквивалентами скирмионов [40]. Предсказанное в работе [37] вращение таких диполей наблюдается непосредственно перед их

Символические обозначения возможных магнитных структур

Process	I		II, $t = 1-7.5$ ns		II, $t = 7.5-15$ ns	
$\blacktriangle + \nabla \rightarrow (+)$	$d$	0.03	$f$	0.02	$\beta, \varepsilon, \eta, \lambda, \nu, \sigma$	0.12
$\blacktriangledown + \triangle \rightarrow (-)$	$\alpha \delta, \xi g$	0.13	$a, \alpha, \gamma, \xi, \theta$	0.09	—	—
$(+) \rightarrow \blacktriangle + \nabla$	—	—	—	—	$\delta, \xi$	0.04
$(-) \rightarrow \blacktriangledown + \triangle$	—	—	$i$	0.02	—	—
$\blacktriangle + (-) \rightarrow \blacktriangledown$	$\varepsilon$	0.03	$\delta, \eta$	0.05	—	—
$\blacktriangledown + (+) \rightarrow \blacktriangle$	$a$	0.03	—	—	$\alpha, \theta, \mu, \rho$	0.08
$\triangle + (+) \rightarrow \nabla$	$c, e, i$	0.1	$c, e, h, l, n, q$	0.14	$b, d, f, h, j, l$	0.12
$\nabla + (-) \rightarrow \triangle$	$f, j, \gamma$	0.1	$b, k, \rho, \varepsilon$	0.09	$a, c, e, g, i, k, m, p$	0.16
$\blacktriangle \rightarrow \blacktriangledown + (+)$	—	—	$\lambda, \nu$	0.05	—	—
$\blacktriangledown \rightarrow \blacktriangle + (-)$	—	—	$\mu$	0.02	—	—
$\triangle \rightarrow \nabla + (-)$	—	—	$j$	0.02	$n$	0.02
$\nabla \rightarrow \triangle + (+)$	$b, h$	0.07	$d, g, m$	0.07	—	—
$\blacktriangle + \nabla + (-) \rightarrow$	$\beta$	0.03	$\beta$	0.02	—	—
$\blacktriangledown + \triangle + (+) \rightarrow$	—	—	$\rho$	0.02	—	—
$\blacktriangledown + \nabla + (+) + (-) \rightarrow$	—	—	—	—	$\gamma$	0.02
$\rightarrow \blacktriangledown + \nabla$	1, 3, 4, 6	0.13	1, 2, 4, 5, 6, 9	0.14	1, 2, 3, 4, 5	0.1
$\blacktriangledown + \nabla \rightarrow$	—	—	3, 7, 10	0.07	—	—
$\rightarrow \blacktriangle + \triangle$	2, 5, 7	0.1	8, 11, 12, 13	0.09	—	—
$\blacktriangle + \triangle \rightarrow$	—	—	14	0.02	—	—
$\rightarrow (+) + (-)$	8, 10, 11, 13	0.13	15	0.02	6, 7, 8, 9, 11, 12, 14, 15, 17, 18, 20, 21, 23	0.25
$(+) + (-) \rightarrow$	9, 12, 14	0.1	—	—	10, 13, 16, 19, 22	0.1

превращением в СТ. Пары СТ–СТ начинают рождаться и аннигилировать сравнительно часто не ранее  $t = 7.5$  ns, что, как и в предыдущем случае (рис. 5), можно объяснить „разогревом“ спин-волновой подсистемы.

Список „быстрых“ процессов, наблюдавшихся при численном моделировании, приведен в левом столбце таблицы. Правее, во втором, четвертом и шестом столбцах, даны списки индексов, указывающих местоположение точек, в которых происходят эти процессы (рис. 5–7). В третьем, пятом и седьмом столбцах для каждого процесса указана относительная частота его появления. Нетрудно проверить, что в каждом процессе суммарные значения топологических зарядов  $J$  и  $\chi$  остаются неизменными.

На рис. 8 изображены графики (а) смещений  $S_{dw}$  и (б) скоростей  $V_{dw}$  ДГ для случаев, когда начальное распределение выбрано в виде однородной одновихревой ДГ ( $\alpha$ ), конфигурации I с двумя СТ ( $\beta$ ) и конфигурации II с двумя блоховскими линиями ( $\gamma$ ). При построении графика  $V_{dw}$  производилось сглаживание путем усреднения по временным интервалам 0.4 ns. В случае ( $\alpha$ ) после завершения короткого переходного процесса, в течение которого ДГ деформируется, но сохраняет свою топологическую структуру, одновихревая ДГ движется с постоянной скоростью  $V_\alpha$ . В случае ( $\beta$ ) более длительный переходный процесс, в течение которого ДГ претерпевает внутренние перестройки и движется нерегулярно, завершается формированием двухвихревой ДГ, которая движется с постоянной скоростью  $V_\beta > V_\alpha$ . В случае ( $\gamma$ ) моделирование движения в течение 12 ns не приводит к установлению регулярного режима.

## 6. Заключение

Возникновение динамической стохастизации намагниченности ферромагнетика отмечалось в работах [30,41], посвященных моделированию процессов в массивах наноразмерных дисков и в страйпах. Изучение турбулентных режимов в динамике намагниченности представляет интерес с нескольких точек зрения. „Быстрые“ процессы топологических перестроек являются источниками спиновых волн [42,43]. Это излучение является одним из механизмов диссипации, определяющей качественные особенности динамики намагниченности [44]. Управляемые топологические структуры могут быть использованы в магноники [45]. Наконец, ферромагнетик наиболее удобен для изучения фундаментальных закономерностей топологических перестроек, поскольку уравнения движения намагниченности хорошо известны.

Отметим наиболее важные результаты, полученные в работе.

1. Найден способ анализа трехмерных конфигураций намагниченности, основанный на расчете значений топологических зарядов двух типов.

2. Показано, что вихревая структура намагниченности ферромагнетика имеет в своей основе сеть одномерных объектов — коров магнитных вихрей.

3. Обнаружено, что динамика топологических перестроек в магнитных пленках представляет собой последовательность „быстрых“ и „медленных“ фаз движения, являясь при этом в целом нерегулярной. Показано, что возможны различные сценарии протекания топологических перестроек.

Авторы благодарны А.Б. Борисову, В.В. Киселеву, Ф.Н. Рыбакову за участие в обсуждении работы и ценные замечания.

## Список литературы

- [1] Ю.Л. Климонтович. Турбулентное движение и структура хаоса. Наука, М. (1990), 320 с.
- [2] H.G. Schuster, W. Just. Deterministic chaos. Wiley-VCH, Weinheim (2005). 287 p.
- [3] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Phys. Z. Sowjet 8, 155 (1935).
- [4] W. Döring. Z. Naturforsch. 3a, 372 (1948).
- [5] R. Becker. Z. Phys. 133, 134 (1952).
- [6] N.L. Schryer, L.R. Walker. J. Appl. Phys. 45, 5406 (1974).
- [7] Б.Н. Филиппов. Физика низких температур 28, 991 (2002).
- [8] A.E. LaBonte. J. Appl. Phys. 40, 2450 (1969).
- [9] A. Hubert. Phys. Stat. Sol. 32, 519 (1969).
- [10] Б.Н. Филиппов. ФТТ 50, 644 (2008).
- [11] В.В. Зверев, Б.Н. Филиппов. ЖЭТФ 144, 126 (2013).
- [12] А.А. Белавин, А.М. Поляков. Письма в ЖЭТФ 22, 503 (1975).
- [13] Б.А. Дубровин, С.П. Новиков, А.Т. Фоменко. Современная геометрия. Наука, М. (1979). 760 с.
- [14] Г.Е. Воловик, В.П. Минеев. ЖЭТФ 72, 2256 (1977).
- [15] А.М. Косевич, Б.А. Иванов, А.С. Ковалев. Нелинейные волны намагниченности. Динамические и топологические солитоны. Наукова думка, Киев (1983). 192 с.
- [16] A. Aharoni. J. Appl. Phys. 68, 2892 (1990).
- [17] N.A. Usov, S.E. Peschany. JMMM, 118, L290 (1993).
- [18] K.L. Metlov. Arxiv:cond-mat/0012146v1 (2000).
- [19] K.Yu. Guslenko, K.L. Metlov. Phys. Rev. B 63, 100403-1 (2001).
- [20] K.Yu. Guslenko, V. Novosad, Y. Otani, Y. Shima, K. Fukamichi. Appl. Phys. Lett. 78, 3848 (2001).
- [21] A. Thiaville, J.M. Garsia, R. Dittrich, J. Miltat, T. Schrefl. Phys. Rev. B 67, 094410 (2003).
- [22] Ki-Suk Lee, Byoung-Woo Kang, Yong-Sang Yu, Sang-Koog Kim. Appl. Phys. Lett. 85, 1568 (2004).
- [23] Q.F. Xiao, J. Rudge, B.C. Choi, Y.K. Hong, G. Donohoe. Appl. Phys. Lett. 89, 262507 (2006).
- [24] R. Hertel, C.M. Schneider. Phys. Rev. Lett. 97, 177202 (2006).
- [25] R. Hertel, S. Gliga, M. Fähnle, C.M. Schneider. Phys. Rev. Lett. 98, 117201 (2007).
- [26] Ki-Suk Lee, K.Yu. Guslenko, Jun-Young Lee, Sang-Koog Kim. Phys. Rev. B 76, 174410 (2007).
- [27] K.Yu. Guslenko, Ki-Suk Lee, Sang-Koog Kim. Phys. Rev. Lett. 100, 027203 (2008).
- [28] K.Yu. Guslenko, A.N. Slavin, V. Tiberkevich, Sang-Koog Kim. Phys. Rev. Lett. 101, 247203 (2008).

- [29] M. Noske, H. Stoll, M. Fähnle, R. Hertel, G. Schütz. *Phys. Rev. B* **91**, 014 414 (2015).
- [30] Jun-Young Lee, Ki-Suk Lee, S. Choi, K.Yu. Guslenko, Sang-Koog Kim. *Phys. Rev. B* **76**, 184 408 (2007).
- [31] K.Yu. Guslenko, Jun-Young Lee, Sang-Koog Kim. *IEEE Trans. Magn.* **44**, 3079 (2008).
- [32] УФ. Браун. *Микромагнетизм*. Мир, М. (1979). 160 с.
- [33] A. Vansteenkiste, J. Leliaert, M. Dvornik. *AIP Advances* **4**, 107 133 (2014).
- [34] В.В. Зверев, Б.Н. Филиппов, М.Н. Дубовик. *ФТТ* **56**, 1725 (2014).
- [35] А. Малоземов, Дж. Слонзуски. *Доменные стенки с цилиндрическими магнитными доменами*. Мир, М. (1982). 384 с.
- [36] O.A. Tretiakov, O. Tchernyshyov. *Phys. Rev. B* **75**, 012 408 (2007).
- [37] S. Komineas. *Phys. Rev. Lett.* **99**, 117 202 (2007).
- [38] M. Redjdal, A. Kakay, M.F. Ruane, F.B. Humphrey. *IEEE Trans. Magn.* **38**, 2471 (2002).
- [39] A. Hubert, R. Schafer. *Magnetic domains. The analysis of magnetic microstructures*. Springer, Berlin, Heilderberg, N. Y. (2009). 686 p.
- [40] N.S. Kiselev, A.N. Bogdanov, R. Schäfer, U.K. Röbler. *J. Phys. D: Appl. Phys.* **44**, 392 001 (2011).
- [41] Mi-Young Im, Ki-Suk Lee, A. Vogel, Jung-II Hong, G. Meier, P. Fisher. *Nature Comm.* **5**, 5620 (2014).
- [42] Ki-Suk Lee, S. Choi, Sang-Koog Kim. *Appl. Phys. Lett.* **87**, 195 502 (2005).
- [43] S. Choi, Ki-Suk Lee, K.Yu. Guslenko, Sang-Koog Kim. *Phys. Rev. Lett.* **98**, 087 205 (2007).
- [44] R. Wieser, E.Y. Vedmedenko, R. Wiesendanger. *Phys. Rev. B* **81**, 024 405 (2010).
- [45] V.V. Kruglyak, S.O. Demokritov, D. Grundler. *J. Phys. D: Appl. Phys.* **43**, 264 001 (2010).