

## Взаимодействие электромагнитных волн с периодическими решетками микро- и нанолент графена в терагерцовом диапазоне

© О.А. Голованов,<sup>1</sup> Г.С. Макеева,<sup>2</sup> А.Б. Ринкевич<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Пензенский филиал военной академии Материально-технического обеспечения, 440005 Пенза-5, Пензенская обл., Россия

<sup>2</sup> Пензенский государственный университет, 440026 Пенза, Россия

<sup>3</sup> Институт физики металлов УрО РАН, 620990 Екатеринбург, Россия  
e-mail: rin@imp.uran.ru

(Поступило в Редакцию 25 декабря 2014 г.)

Разработана математическая модель взаимодействия электромагнитных волн с периодическими решетками микро- и нанолент графена в терагерцовом (THz) диапазоне, базирующаяся на решении краевой задачи дифракции для уравнений Максвелла с электродинамическими граничными условиями и материальными уравнениями среды. Проведен электродинамический расчет коэффициентов прохождения ТЕМ-волны через 2D-решетки микро- и нанолент графена в зависимости от частоты для различных значений химического потенциала при изменении периода решетки, геометрических размеров лент. Из результатов расчета следует, что если вектор напряженности электрического поля волны ортогонален лентам графена, то спектр прохождения имеет минимум в THz-диапазоне, обусловленный плазмонным резонансом фундаментальной моды в графене, и пики поглощения на более высоких частотах в верхней части THz-диапазона, обусловленные плазмонными модами высшего порядка.

### Введение

Необходимость освоения терагерцового (THz) диапазона диктуется потребностью увеличения объема передаваемой информации в системах связи и системах локации. Разработка методов и средств генерации и приема излучения в THz-диапазоне связана с созданием элементов высокоскоростной электроники на основе графена и нанотрубок с целью создания высокоэффективных устройств нанофотоники для обработки сигналов с использованием новых принципов, новых материалов и структур.

Графен имеет уникальные электронные и оптические свойства [1–3] для создания устройств, реализующих принципы баллистической электроники, спинтроники, оптоэлектроники, наноплазмоники. Наноматериалы на основе лент графена перспективны для применений в THz-диапазоне для создания высокоскоростных электрически управляемых сверхмикроминиатюрных устройств и антенн [4].

Целью настоящей работы является исследование взаимодействия электромагнитных волн с периодическими решетками микро- и нанолент графена конечной длины. Решена краевая задача дифракции для уравнений Максвелла совместно с материальными уравнениями среды, где проводимость графена определена с применением формулы Кубо. Установлено, что частотными зависимостями коэффициента прохождения можно эффективно управлять действием внешнего постоянного электрического поля. Рассмотрено влияние геометриче-

ских размеров нанолент и размерных эффектов в THz-диапазоне.

### Уравнения электродинамики для структур на основе графена

Математическая модель дифракции и взаимодействия электромагнитных волн с электродинамическими структурами на основе графена базируется на решении краевой задачи дифракции для системы уравнений Максвелла

$$\begin{aligned} \operatorname{rot}\mathbf{H}(t) &= \frac{\partial\mathbf{D}(t)}{\partial t} + \mathbf{J}(t), & \operatorname{rot}\mathbf{E}(t) &= -\frac{\partial\mathbf{B}(t)}{\partial t}, \\ \operatorname{div}\mathbf{D}(t) &= \rho, & \operatorname{div}\mathbf{B}(t) &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

совместно с материальными уравнениями среды (графена)

$$\begin{aligned} \mathbf{D}(t) &= \varepsilon_0\varepsilon\mathbf{E}(t), & \mathbf{B}(t) &= \mu_0\mu\mathbf{H}(t), \\ \mathbf{J}(t) &= \sigma\mathbf{E}(t) \end{aligned}$$

и дополненной электродинамическими граничными условиями. Здесь  $\mathbf{E}(t)$ ,  $\mathbf{H}(t)$  — векторы напряженностей электрического и магнитного полей;  $\mathbf{D}(t)$ ,  $\mathbf{B}(t)$  — векторы электрической и магнитной индукций;  $\mathbf{J}(t)$  — плотность тока;  $\varepsilon$ ,  $\mu$  — относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости среды;  $\sigma$  — объемная удельная проводимость среды;  $\rho$  — объемная плотность электрического заряда;  $\varepsilon_0$ ,  $\mu_0$  — электрическая и магнитная постоянные.

Монослой графена характеризуется поверхностной проводимостью  $\sigma_s$ , определяемой выражением, полученным применением формулы Кубо [5]:

$$\sigma_s(\omega, \mu_c) = \frac{-ie^2 k_b T}{\pi \hbar^2 (\omega - i2\Gamma)} \times \left( \frac{\mu_c}{k_b T} + 2 \ln \left( \exp \left( \frac{-\mu_c}{k_b T} \right) + 1 \right) \right) - \frac{ie^2 (\omega - i2\Gamma)}{\pi \hbar^2} \times \int_0^\infty \frac{\left( \exp \left( \frac{-\xi - \mu_c}{k_b T} \right) + 1 \right)^{-1} - \left( \exp \left( \frac{\xi - \mu_c}{k_b T} \right) + 1 \right)^{-1}}{(\omega - i2\Gamma)^2 - \left( \frac{2\xi}{\hbar} \right)^2} d\xi, \quad (2)$$

где  $e$  — заряд электрона,  $k_b$  — постоянная Больцмана,  $\hbar$  — постоянная Планка,  $T$  — температура,  $\Gamma$  — частота релаксации,  $\mu_c$  — химический потенциал,  $\omega = 2\pi f$  — круговая частота. Поверхностная проводимость  $\sigma_s$  графена является комплексной величиной с положительной действительной частью  $\sigma'_s$ . Мнимая часть поверхностной проводимости  $\sigma''_s$  содержит отрицательный вклад от внутривозонной проводимости и положительный от межзонной.

В уравнения Максвелла (1) входит объемная удельная проводимость  $\sigma$ , которую необходимо выразить через поверхностную проводимость  $\sigma_s$ . Для монослоя графена вводится комплексная диэлектрическая проницаемость [5]:

$$\varepsilon(\omega, \mu_c) = 1 + \frac{i\sigma(\omega, \mu_c)}{\varepsilon_0 \omega d}, \quad (3)$$

где  $d$  — эффективная толщина монослоя графена, а поверхностная  $\sigma_s$  и объемная  $\sigma$  проводимости связаны между собой соотношением  $\sigma = \sigma_s/d$ . Уравнения Максвелла для роторов для электродинамических структур на основе графена запишутся в виде

$$\begin{cases} \text{rot}\mathbf{H}(t) = \varepsilon_0 \varepsilon_b \frac{\partial \mathbf{E}(t)}{\partial t} = \frac{\sigma_s}{d} \mathbf{E}(t), \\ \text{rot}\mathbf{E}(t) = -\mu_0 \mu_b \frac{\partial \mathbf{H}(t)}{\partial t}, \end{cases} \quad (4)$$

где  $\varepsilon_b, \mu_b$  — диэлектрическая и магнитная относительные проницаемости графена, которые считаем скалярными величинами. Считаем, что нескомпенсированный электрический заряд отсутствует [6]. С учетом (3) запишем уравнения Максвелла (4) для гармонических колебаний

$$\begin{aligned} \text{rot}\mathbf{H}(t) &= i\omega \varepsilon_0 \varepsilon_b(\omega, \mu_c) \mathbf{E}, \\ \text{rot}\mathbf{E}(t) &= -i\omega \mu_0 \mu_b \mathbf{H}. \end{aligned} \quad (5)$$

### Проводимость графена в терагерцовом диапазоне частот

Расчет поверхностной проводимости графена проведен по формуле (2) для комнатной температуры  $T = 300$  К. Приняты следующие значения параметров: частота релаксации  $\Gamma = 10^{12}$  1/с, эффективная толщина

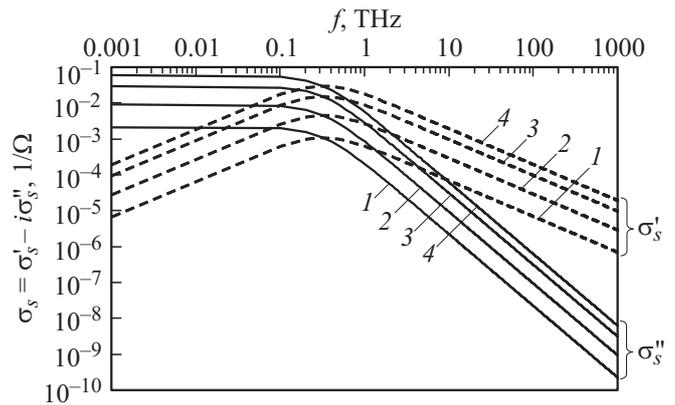


Рис. 1. Частотные зависимости действительной и мнимой частей поверхностной проводимости графена в СВЧ, ТГц- и ИК-диапазонах при различных значениях химического потенциала: 1 —  $\mu_c = 0.0$ , 2 — 0.15, 3 — 0.5, 4 —  $\mu_c = 1.0$  eV.

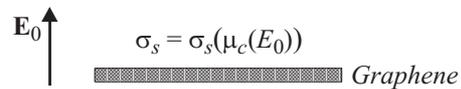


Рис. 2. Схема управления проводимостью графена при изменении химического потенциала приложенным внешним электрическим полем  $E_0$ .

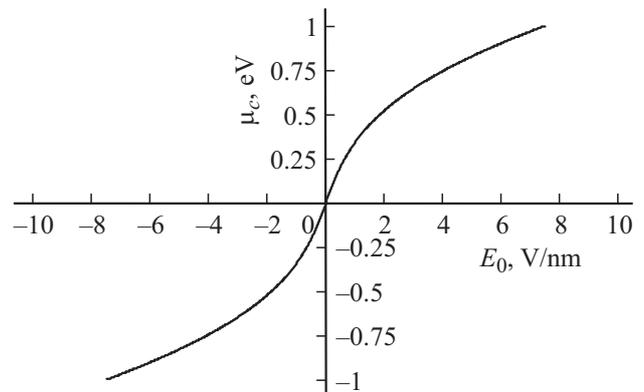
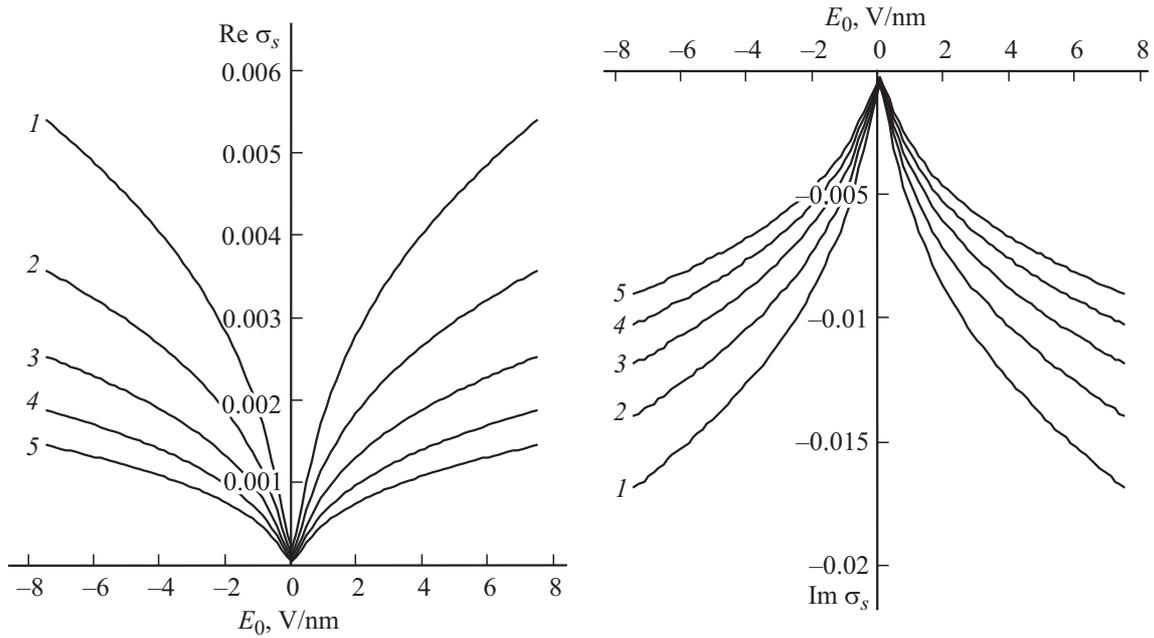


Рис. 3. Зависимость химического потенциала  $\mu_c$  от напряженности внешнего постоянного электрического поля  $E_0$ .

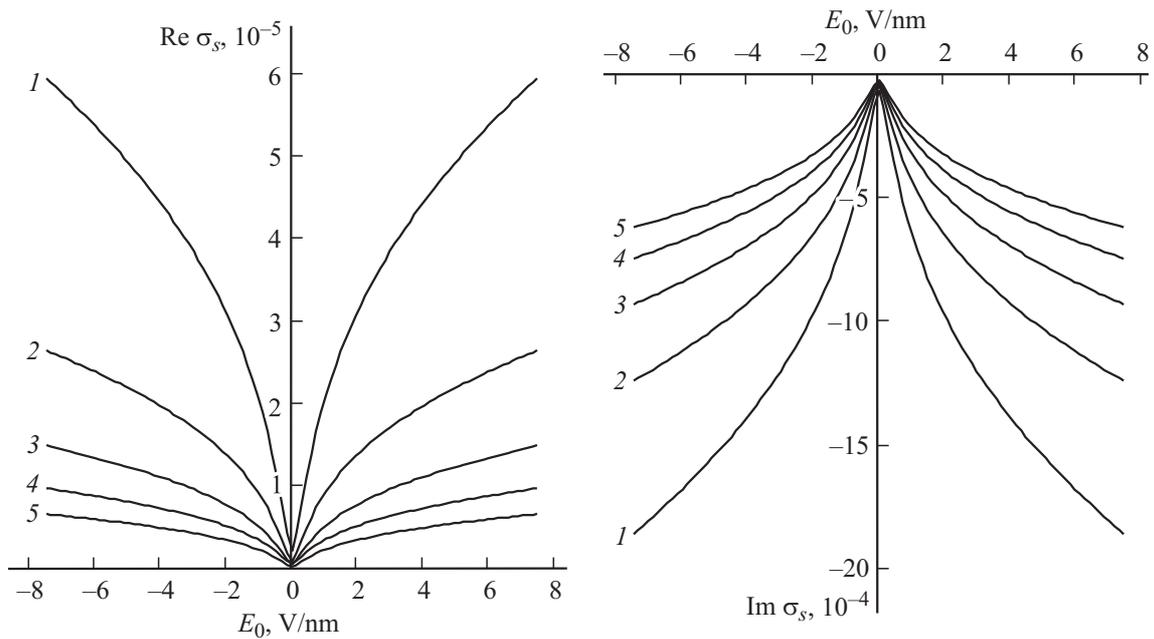
слоя графена  $d = 1 \cdot 10^{-9}$  м. Диапазон изменения химического потенциала  $\mu_c = 0-1$  eV. Зависимости поверхностной проводимости  $\sigma_s$  графена от частоты в широком интервале частот от 1 до 1000 ТГц, который включает СВЧ, терагерцовый и инфракрасный (ИК) диапазоны, показаны на рис. 1.

Из рис. 1 видно, что в диапазоне частот от 0.001 до 0.1 ТГц действительная часть  $\sigma'_s$  проводимости графена является практически постоянной величиной.

Проводимость графена в ТГц-диапазоне определяется, согласно модели (2), химическим потенциалом, который можно изменять, например, приложением внешнего электрического поля [5]. При изменении химического



**Рис. 4.** Зависимость действительной и мнимой частей поверхностной проводимости графена от напряженности внешнего постоянного электрического поля  $E_0$ : кривая 1 —  $f = 1$ , 2 — 1.25, 3 — 1.5, 4 — 1.75, 5 — 2 THz.



**Рис. 5.** Зависимость действительной и мнимой частей поверхностной проводимости графена от напряженности внешнего постоянного электрического поля  $E_0$ : кривая 1 —  $f = 10$ , 2 — 15, 3 — 20, 4 — 25, 5 — 30 THz.

потенциала от 0 до 1 eV поверхностная проводимость графена  $\sigma_s$  увеличивается почти в 20 раз (рис. 1). Изменение химического потенциала осуществляется составляющей вектора напряженности внешнего электрического поля  $E_0$ , нормальной к плоскости графена [7] (см. рис. 2). Для учета влияния зависимости химического потенциала  $\mu_c$  от внешнего электрического поля  $E_0$  на поверхностную проводимость графена

нужно соответствующую зависимость  $\mu_c(E_0)$  учесть в формуле (2).

Нормальная к плоскости графена составляющая вектора электрической индукции равна [6]

$$D_0 = \epsilon_b \epsilon_0 E_0 = e n_s / 2, \tag{6}$$

где  $\epsilon_0 \epsilon_b$  — диэлектрическая проницаемость графена,  $n_s$  —  $2D$ -поверхностная плотность электрического за-

ряда. Поверхностная плотность заряда  $n_s$  определяется выражением [6], [8]

$$n_s = \frac{2}{\pi \hbar^2 v_F^2} \int_0^\infty \varepsilon (f_d(\varepsilon) - f_d(\varepsilon + 2\mu_c)) d\varepsilon, \quad (7)$$

где  $f_d(\varepsilon) = (\exp(\frac{\varepsilon - \mu_c}{k_b T}) + 1)^{-1}$  — функция распределения Ферми–Дирака,  $\varepsilon$  — энергия электрона,  $v_F = \frac{3\gamma_0 b}{2\hbar}$ , где  $\gamma_0 = 2.7 \text{ eV}$ , расстояние между соседними атомами в структуре графена  $b = 0.142 \text{ nm}$ . Из (6), (7) получаем выражение, связывающее между собой напряженность внешнего электрического поля  $E_0$  и химический потенциал  $\mu_c$ :

$$E_0 = \frac{e}{\pi \hbar^2 v_F^2 \varepsilon_b} \int_0^\infty \varepsilon (f_d(\varepsilon) - f_d(\varepsilon + 2\mu_c)) d\varepsilon. \quad (8)$$

Зависимость химического потенциала  $\mu_c$  от напряженности внешнего постоянного электрического поля  $E_0$ , рассчитанная по формуле (8), показана на рис. 3.

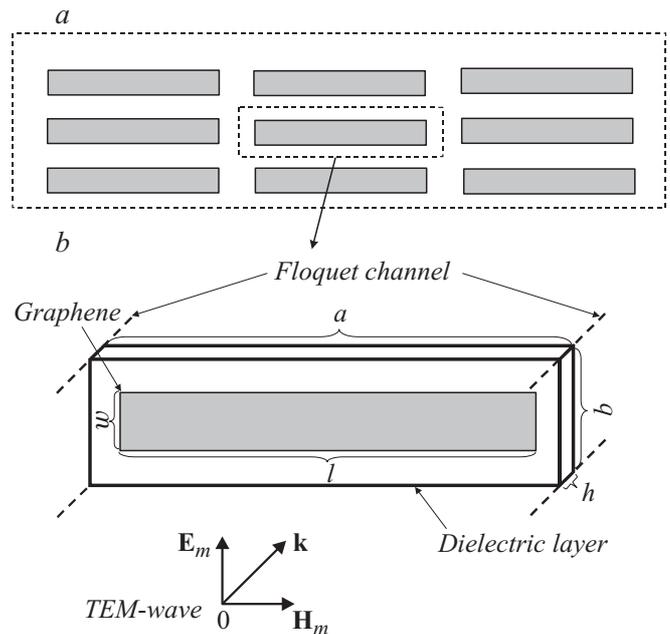
Зависимости поверхностной проводимости графена от напряженности внешнего постоянного электрического поля  $E_0$ , рассчитанные по формуле (6) с учетом (8), для различных частот ТГц-диапазона приведены на рис. 4, 5. Зависимости являются симметричными и нелинейными, особенно сильно нелинейность проявляется вблизи точки  $E_0 = 0$ .

### Проекционная модель в интегральной форме

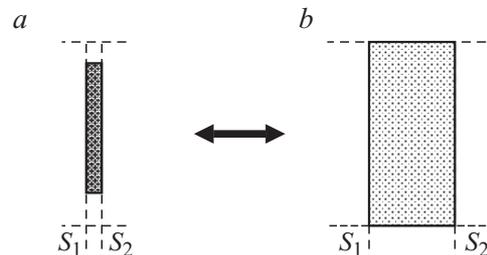
Рассмотрим 3D-задачу дифракции электромагнитной волны на 2D-периодической структуре из лент графена конечной длины, расположенных на диэлектрическом слое (рис. 6). Пусть на периодическую 2D-структуру из лент графена конечной длины падает плоская однородная электромагнитная волна (ТЕМ-волна)  $\mathbf{E} = E_x \mathbf{x}_0$ ,  $\mathbf{H} = H_y \mathbf{y}_0$  с волновым вектором  $\mathbf{k}$ , частотой  $\omega$  и амплитудой  $C_{1(1)}^+(\omega)$ . Волна распространяется вдоль оси  $z$ , вектор напряженности электрического поля  $\mathbf{E} = E_x \mathbf{x}_0$  ТЕМ-волны ориентирован поперечно по отношению к лентам графена (рис. 6).

Краевую 3D-задачу дифракции для уравнений (5) с соответствующими электродинамическими граничными условиями на периодической 2D-структуре из лент графена конечной длины (рис. 6) решаем на основе декомпозиционного подхода [9].

Элементарную ячейку периодической 2D-структуры (рис. 6, b) с геометрическими размерами  $a, b, h$ , содержащую отрезок канала Флоке с неоднородным заполнением в виде ленты графена конечной длины и диэлектрического слоя, будем рассматривать как волноводный трансформатор [10]. Этот волноводный трансформатор рассматриваем как каскадное соединение двух волноводных трансформаторов — для канала Флоке с лентой



**Рис. 6.** Периодическая 2D-структура из лент графена конечной длины (вектор электрического поля ТЕМ-волны ортогонален лентам графена): *a* — 2D-периодическая структура из лент графена конечной длины на диэлектрическом слое, *b* — ячейка 2D-периодической структуры в виде волноводного трансформатора.



**Рис. 7.** Каскадное соединение двух волноводных трансформаторов: *a* — канал Флоке с лентой графена конечной длины; *b* — канал Флоке с диэлектрическим слоем.

графена конечной длины и канала Флоке с диэлектрическим слоем с входными сечениями  $S_1, S_2$  (рис. 7). На сечениях  $S_1, S_2$  введены локальные системы координат. Вычислительный алгоритм определения дескрипторов (матриц проводимости) волноводных трансформаторов построен на основе решения краевых 3D-задач проекционным методом Галеркина [11].

Построим вычислительный алгоритм определения матрицы проводимости  $\mathbf{Y}$  для канала Флоке с лентой графена конечной длины. Сформулируем краевую 3D-задачу дифракции для волноводного трансформатора с включением в виде ленты графена и виртуальными каналами Флоке на входных сечениях  $S_1$  и  $S_2$  (рис. 7, a). Электромагнитное поле в области ленты графена  $V$  (рис. 7, a) должно удовлетворять уравнениям Максвелла (5). В остальной области  $V_0 - V$  волноводного

трансформатора — уравнениям Максвелла

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{H} &= i\omega \varepsilon_0 \mathbf{E}, \\ \operatorname{rot} \mathbf{E} &= -i\omega \mu_0 \mathbf{H}, \end{aligned} \quad (9)$$

на входных сечениях  $S_1$  и  $S_2$  условию неасимптотического излучения [12]

$$\int_{S_\alpha} (\mathbf{E}_\alpha \mathbf{h}_{k(\alpha)}^*) dS_\alpha - \int_{S_\alpha} (\mathbf{e}_{k(\alpha)} - \mathbf{H}_{k(\alpha)}^*) dS_\alpha = a_{k(\alpha)} - b_{k(\alpha)}. \quad (10)$$

Построим проекционную модель в интегральной форме [11] для системы дифференциальных уравнений (5), (9). Запишем уравнения Максвелла (5), (9) в виде

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{H} &= i\omega \varepsilon_0 \varepsilon_a \mathbf{E}, \\ \operatorname{rot} \mathbf{E} &= -i\omega \mu_0 \mu_a \mathbf{H}, \end{aligned} \quad (11)$$

где  $\varepsilon_a = \varepsilon_b$ ,  $\mu_a = \mu_b$  в области  $V$ ;  $\varepsilon_a = \varepsilon_0$ ,  $\mu_a = \mu_0$  в области  $V_0 - V$ . В качестве проекционного базиса используются собственные функции краевой задачи для прямоугольного резонатора

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{H}_k &= i\omega_k \varepsilon_0 \varepsilon_1 \mathbf{E}_k, \\ \operatorname{rot} \mathbf{E}_k &= -i\omega_k \mu_0 \mu_1 \mathbf{H}_k \end{aligned} \quad (12)$$

однородно-периодическими граничными условиями на стенках [13]. Запишем уравнения (11) относительно комплексно-сопряженных функций

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{H}_k^* &= -i\omega_k \varepsilon_0 \mathbf{E}_k^*, \\ \operatorname{rot} \mathbf{E}_k^* &= i\omega_k \mu_0 \mathbf{H}_k^*. \end{aligned} \quad (13)$$

Из уравнений (11) и (13) составим линейную комбинацию уравнений следующего вида:

$$\mathbf{E}_k^* \operatorname{rot} \mathbf{H} - \mathbf{H} \operatorname{rot} \mathbf{E}_k^* = i\omega \varepsilon_0 \varepsilon_a \mathbf{E} \mathbf{E}_k^* - i\omega_k \mu_0 \mathbf{H} \mathbf{H}_k^*,$$

$$\operatorname{Erot} \mathbf{H}_k^* - \mathbf{H}_k^* \operatorname{rot} \mathbf{E} = -i\omega_k \varepsilon_0 \mathbf{E} \mathbf{E}_k^* + i\omega \mu_0 \mu_a \mathbf{H} \mathbf{H}_k^*. \quad (14)$$

Применяя тождество  $\mathbf{b} \operatorname{rot} \mathbf{a} - \mathbf{a} \operatorname{rot} \mathbf{b} = \operatorname{div}(\mathbf{a} \times \mathbf{b})$  и формулу Остроградского–Гаусса, получаем из (14) проекционную модель в интегральной форме

$$\begin{aligned} \oint_{S_\Sigma} (\mathbf{H} \times \mathbf{E}_k^*) d\mathbf{S} &= i\omega \varepsilon_0 \int_{V_0} \varepsilon_a \mathbf{E} \mathbf{E}_k^* dV - i\omega_k \mu_0 \int_{V_0} \mathbf{H} \mathbf{H}_k^* dV, \\ \oint_{S_\Sigma} (\mathbf{E} \times \mathbf{H}_k^*) d\mathbf{S} &= -i\omega \mu_0 \int_{V_0} \mu_a \mathbf{H} \mathbf{H}_k^* dV \\ &+ i\omega_k \varepsilon_0 \int_{V_0} \mathbf{E} \mathbf{E}_k^* dV, \quad k = 1, 2, \dots, \end{aligned} \quad (15)$$

где  $S_\Sigma = S_1 \cup S_2$ ;  $\varepsilon_a = \varepsilon_b$ ,  $\mu_a = \mu_b$  в области  $V$ ;  $\varepsilon_a = \varepsilon_0$ ,  $\mu_a = \mu_0$  в области  $V_0 - V$ .

Решение системы уравнений (15) ищем в виде рядов Фурье по системам функций  $\{\mathbf{E}_n\}$ ,  $\{\mathbf{H}_n\}$  (собственные

функции прямоугольного резонатора),  $\{\mathbf{e}_{l(\beta)}\}$ ,  $\{\mathbf{h}_{l(\beta)}\}$ , (собственные функции каналов Флоке) [13]. В области  $V_0$  волноводного трансформатора (рис. 7, а)

$$\mathbf{E} = \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{a}_n \mathbf{E}_n, \quad \mathbf{H} = \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{b}_n \mathbf{H}_n. \quad (16)$$

На входных сечениях  $S_1$  и  $S_2$  волноводного трансформатора

$$\mathbf{E}_\beta = \sum_{l=1}^{\infty} a_{l(\beta)} \mathbf{e}_{l(\beta)}, \quad \mathbf{H}_\beta = \sum_{l=1}^{\infty} b_{l(\beta)} \mathbf{h}_{l(\beta)}, \quad \beta = 1, 2. \quad (17)$$

Подставляя (16), (17) в (15) и (17) в (10), учитывая при этом нормировки [10], получаем следующую систему алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} \mathbf{N} \mathbf{a} - \mathbf{d} \tilde{\mathbf{a}} - \tilde{\mathbf{B}} \tilde{\mathbf{b}} = 0, \\ \mathbf{M} \mathbf{b} - \mathbf{A} \tilde{\mathbf{a}} - \mathbf{d} \tilde{\mathbf{b}} = 0, \\ \mathbf{U} \tilde{\mathbf{b}} = \mathbf{b}, \end{cases} \quad (18)$$

где  $\mathbf{N}$ ,  $\mathbf{d}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{U}$  — матрицы с элементами

$$N_{kl(\beta)} = \int_{S_\beta} (\mathbf{e}_{l(\beta)} \mathbf{H}_k^*) dS_\beta,$$

$$d_{kn} = i\omega_k \delta_{kn},$$

$$B_{kn} = i\omega \delta_{kn} + i\omega \mu_0 (\mu_b - 1) \int_V (\mathbf{H}_n \mathbf{H}_k^*) dV,$$

$$M_{kl(\beta)} = \int_{S_\beta} (\mathbf{h}_{l(\beta)} \mathbf{E}_k^*) dS_\beta,$$

$$A_{kn} = i\omega \delta_{kn} + i\omega \varepsilon_0 (\varepsilon_2 - 1) \int_V (\mathbf{E}_n \mathbf{E}_k^*) dV,$$

$$U_{q(\alpha)n} = \int_{S_\alpha} (\mathbf{e}_{q(\alpha)} \mathbf{H}_n^*) dS_\alpha,$$

$$\alpha, \beta = 1, 2, \quad k, n = 1, 2, \dots, N, \quad q, l = 1, 2, \dots, L.$$

Здесь  $N$ ,  $L$  — число базисных функций, учтенных в объеме  $V_0$  и на входных сечениях  $S_1$ ,  $S_2$  волноводного трансформатора соответственно. Векторы  $\tilde{\mathbf{a}}$ ,  $\tilde{\mathbf{b}}$ ,  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$  (18) составлены из коэффициентов  $\{\tilde{a}_n\}$ ,  $\{\tilde{b}_n\}$  и  $\{a_{l(\beta)}\}$ ,  $\{b_{l(\beta)}\}$  рядов Фурье (16) и (17) соответственно. Исключая векторы  $\tilde{\mathbf{a}}$ ,  $\tilde{\mathbf{b}}$  из системы алгебраических уравнений (18), получаем следующее матричное уравнение:

$$\mathbf{b} = ((\mathbf{U} \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{M} - \mathbf{I})^{-1} \mathbf{U} \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{d}^{-1} \mathbf{N}) \mathbf{a}, \quad (19)$$

где  $\mathbf{Q} = \mathbf{d} - \mathbf{A} \mathbf{d}^{-1} \mathbf{B}$ ,  $\mathbf{I}$  — единичная матрица.

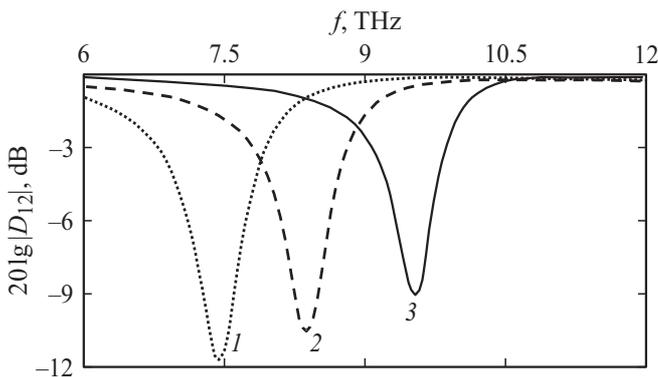
Из матричного уравнения (19) следует матрица проводимости  $\mathbf{Y}$  волноводного трансформатора с включением в виде ленты графена конечной длины и каналами Флоке на входных сечениях (рис. 7, а):

$$\mathbf{Y} = (\mathbf{U} \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{M} - \mathbf{I})^{-1} \mathbf{U} \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{d}^{-1} \mathbf{N}, \quad (20)$$

где  $\mathbf{Q} = \mathbf{d} - \mathbf{A} \mathbf{d}^{-1} \mathbf{B}$ ,  $\mathbf{I}$  — единичная матрица.

Матрицу рассеяния  $\mathbf{S}$  можно получить, используя выражение

$$\mathbf{S} = (\mathbf{I} + \mathbf{Y})^{-1} (\mathbf{I} - \mathbf{Y}).$$



**Рис. 8.** Частотные зависимости коэффициента прохождения  $|D_{12}|$  ТЕМ-волны через решетку микроленг графена (для плазмонной моды 1-го порядка) при изменении соотношения ширины лент  $w$  и периода решетки  $p$ :  $p = 2 \mu\text{m}$ ,  $h = 1 \mu\text{m}$ ,  $\varepsilon = 4$ ,  $\mu_c = 0.5 \text{ eV}$ ; кривые 1 —  $w/p = 0.6$ , 2 — 0.5, 3 — 0.4.

## Результаты математического моделирования

С помощью вычислительного алгоритма, разработанного на основе проекционной модели в интегральной форме, проведено математическое моделирование дифракции ТЕМ-волны на решетках микроленг графена (бесконечной длины) и периодических структурах 2D из микро- и нанолент графена конечной длины при нормальном падении ТЕМ-волны с ориентацией вектора электрического поля ортогонально лентам графена (рис. 6, *b*) с учетом геометрических размерных эффектов в ТГц-диапазоне.

Результаты электродинамического расчета частотных зависимостей коэффициента прохождения  $|D_{12}|$  ТЕМ-волны через решетку микроленг графена (для фундаментальной плазмонной моды) при изменении соотношения ширины лент  $w$  и периода решетки  $p$  ( $p = \text{const}$ ) при постоянном значении химического потенциала  $\mu_c$  приведены на рис. 8.

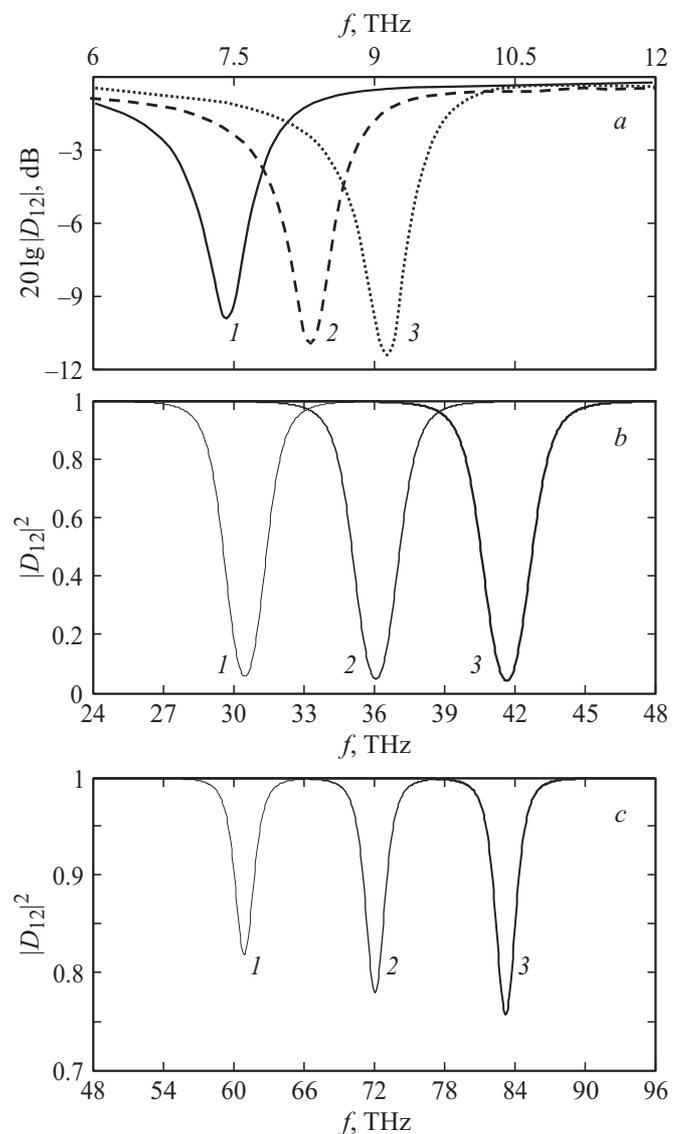
Из результатов рис. 8 следует, что спектр прохождения ТЕМ-волны (вектор напряженности электрического поля ТЕМ-волны ортогонален лентам графена) в ТГц-диапазоне имеет минимум, обусловленный плазмонным резонансом фундаментальной моды 1-го порядка в графене, в интервале частот 1–10 ТГц. При уменьшении ширины  $w$  лент графена по отношению к периоду решетки  $p$  минимумы коэффициента прохождения ТЕМ-волны через решетку микроленг графена смещаются в сторону более высоких частот ТГц-диапазона.

Результаты расчета зависимостей коэффициента прохождения  $|D_{12}|$  ТЕМ-волны через решетку микроленг графена от частоты для различных значений химического потенциала  $\mu_c$  (для плазмонных мод 1, 2 и 3-го порядков) приведены на рис. 9, *a, b, c* соответственно.

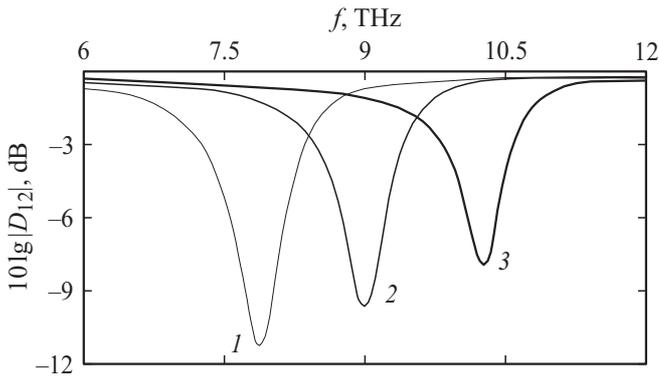
Из рис. 9 следует, что спектр прохождения ТЕМ-волны через решетку микроленг графена имеет пики поглощения и на более высоких частотах ТГц-диапазона,

что определяется плазмонным резонансом мод высшего порядка в прямоугольниках графена. При увеличении значения химического потенциала ( $\mu_c = 0-1 \text{ eV}$ ) частоты минимумов коэффициента прохождения ТЕМ-волны сдвигаются к более высоким значениям частоты, т. е. этими частотами можно управлять приложением внешнего постоянного электрического поля.

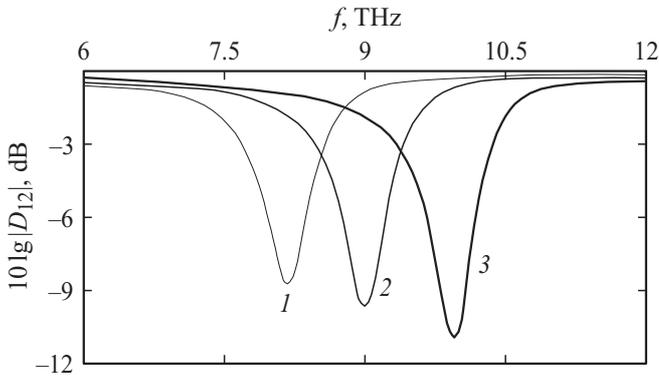
Рассчитаны частотные зависимости коэффициента прохождения  $|D_{12}|^2$  ТЕМ-волны через периодические 2D-структуры микро- и нанолент графена конечной длины при изменении соотношения геометрических размеров ячеек 2D-структуры в зависимости от химического потенциала в ТГц-диапазоне. Результаты расчета частотных зависимостей коэффициента прохождения  $|D_{12}|^2$



**Рис. 9.** Частотные зависимости коэффициента прохождения  $|D_{12}|^2$  ТЕМ-волны через решетку микроленг графена для плазмонных мод 1 (*a*), 2 (*b*) и 3-го (*c*) порядков при изменении химического потенциала  $\mu_c$  (внешнего электрического поля):  $w = 1 \mu\text{m}$ ,  $w/p = 0.5$ ,  $h = 1 \mu\text{m}$ ,  $\varepsilon = 4$ ; кривые 1 —  $\mu_c = 0.4$ , 2 — 0.5, 3 — 0.6 eV.



**Рис. 10.** Частотные зависимости коэффициента прохождения  $|D_{12}|^2$  ТЕМ-волны через периодическую  $2D$ -структуру из микролент графена конечной длины при изменении периода структуры  $b$  (плотности упаковки решетки):  $a = 15 \mu\text{m}$ ,  $l/a = 0.75$ ,  $w = h = 1 \mu\text{m}$ ,  $\mu_c = 0.5 \text{eV}$ ,  $\epsilon = 2.2$ ; кривые 1 —  $b = 2.5$ , 2 — 2, 3 —  $1.5 \mu\text{m}$ .



**Рис. 11.** Частотные зависимости коэффициента прохождения  $|D_{12}|^2$  ТЕМ-волны через  $2D$ -решетку микролент графена при изменении химического потенциала  $\mu_c$ :  $a = 2 \mu\text{m}$ ,  $l/a = 0.75$ ,  $w = h = 1 \mu\text{m}$ ,  $b = 2 \mu\text{m}$ ,  $\epsilon = 2.2$ ; кривые 1 —  $\mu_c = 0.4$ , 2 — 0.5, 3 — 0.6 eV.

при изменении периода  $2D$ -структуры  $b$  при постоянной ширине микролент  $w = \text{const}$ , для постоянного значения химического потенциала  $\mu_c$  приведены на рис. 10.

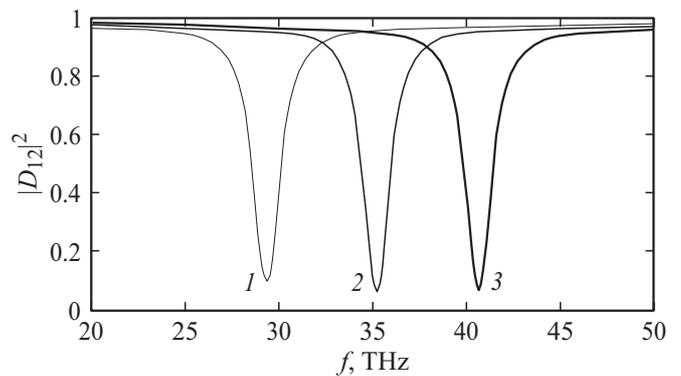
Результаты электродинамического расчета зависимостей коэффициента прохождения  $|D_{12}|^2$  ТЕМ-волны через периодическую  $2D$ -структуру из микролент графена конечной длины (для основной плазмонной моды) от частоты при изменении химического потенциала  $\mu_c$  (при приложении внешнего электрического поля) приведены на рис. 11.

Как следует из результатов математического моделирования (рис. 10, 11), при микронных размерах ширины лент графена и периода  $2D$ -структуры минимум коэффициента прохождения лежит в интервале частот 1–10 THz, его положение и значение управляются изменением химического потенциала (путем приложения внешнего постоянного электрического поля) в широком интервале THz-частот и его положение зависит от соот-

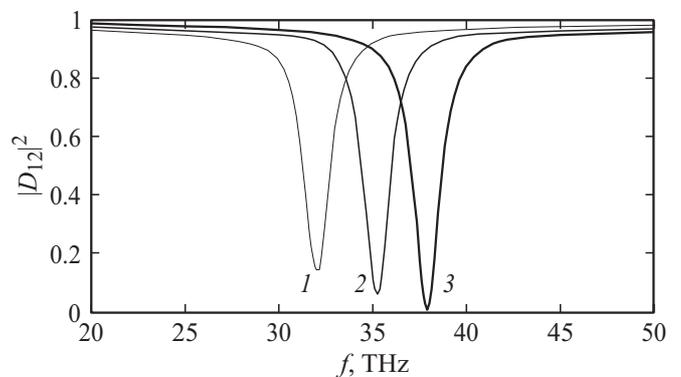
ношения геометрических размеров микролент и периода структуры.

Результаты электродинамического расчета частотных зависимостей коэффициента прохождения  $|D_{12}|^2$  ТЕМ-волны через периодическую  $2D$ -структуру из нанолент графена конечной длины при уменьшении ширины  $w$  нанолент графена и периода структуры  $b$  (при условии  $w/b = \text{const}$ ) для постоянного значения химического потенциала  $\mu_c$  приведены на рис. 12.

Как следует из результатов моделирования (рис. 10, 12), частоты минимумов коэффициента прохождения при уменьшении ширины  $w$  лент графена от микро- к наноразмерам сдвигаются в сторону более высоких частот. Положение минимумов коэффициента прохождения ТЕМ-волны существенно зависит от соотношения геометрических размеров ячеек структуры (не только ширины, но и длины лент) к периоду решетки.



**Рис. 12.** Частотные зависимости коэффициента прохождения  $|D_{12}|^2$  ТЕМ-волны через периодическую  $2D$ -структуру из нанолент графена конечной длины при изменении ширины  $w$  нанолент графена ( $w/b = \text{const}$ ):  $\mu_c = 0.5 \text{eV}$ ,  $h = 0.5 \mu\text{m}$ ,  $a = 2 \mu\text{m}$ ,  $l/a = 0.75$ ,  $\epsilon = 2.2$ ; кривые 1 —  $b = 0.58 \mu\text{m}$ ,  $w = 0.26 \mu\text{m}$ ; 2 —  $b = 0.4 \mu\text{m}$ ,  $w = 0.2 \mu\text{m}$ ; 3 —  $b = 0.3 \mu\text{m}$ ,  $w = 0.15 \mu\text{m}$ .



**Рис. 13.** Частотные зависимости коэффициента прохождения  $|D_{12}|^2$  ТЕМ-волны через периодическую  $2D$ -структуру из нанолент графена конечной длины при изменении химического потенциала:  $h = 0.5 \mu\text{m}$ ,  $a = 2 \mu\text{m}$ ,  $l/a = 0.75$ ,  $b = 0.4 \mu\text{m}$ ,  $w = 0.2 \mu\text{m}$ ,  $\epsilon = 2.2$ ; кривые 1 —  $\mu_c = 0.4$ ; 2 — 0.5, 3 — 0.6 eV.

Результаты расчета зависимостей коэффициента прохождения  $|D_{12}|^2$  ТЕМ-волны через периодическую 2D-структуру из нанолент графена конечной длины от частоты при изменении химического потенциала  $\mu_c$  (при приложении внешнего электрического поля) приведены на рис. 13.

Из полученных результатов математического моделирования (рис. 9–12) следует, что спектр прохождения ТЕМ-волны имеют минимумы коэффициента прохождения, их положение и значение управляются изменением химического потенциала (внешнего электрического поля) в широком интервале частот ТГц-диапазона, и с уменьшением геометрических размеров прямоугольников графена (от микро- к наноразмерам) и при увеличении плотности упаковки 2D-структуры сдвигаются в сторону вплоть до верхней границы ТГц-диапазона (к ближнему ИК-диапазону).

## Заключение

Получены результаты электродинамического расчета частотных зависимостей коэффициентов прохождения ТЕМ-волны через решетки микро- и нанолент графена при изменении периода и ширины лент и в зависимости от химического потенциала. Из результатов расчета следует, что спектр прохождения в случае, когда вектор напряженности электрического поля волны ортогонален лентам графена, в ТГц-диапазоне имеет минимум, обусловленный плазмонным резонансом фундаментальной моды в графене, и пики поглощения на более высоких частотах в верхней части ТГц-диапазона, обусловленные плазмонными модами высшего порядка. При микронных размерах ширины лент графена и периода решетки минимум коэффициента прохождения лежит в интервале частот 1–10 GHz, а ширина минимума управляется изменением значения химического потенциала (т.е. величиной внешнего постоянного электрического поля) и зависит от соотношения ширины микролент и периода решетки. Показано, что при увеличении значения химического потенциала от 0.3 до 1 eV и уменьшении ширины лент графена частоты минимума сдвигаются в сторону частот ближнего ИК-диапазона. Определены способы и эффективность управления частотными зависимостями коэффициента прохождения действием внешнего постоянного электрического поля в терагерцовом, ИК-диапазонах.

Результаты электродинамического расчета могут быть использованы для создания устройств ТГц-диапазона на основе периодических 2D-структур с элементами в виде микро- и нанолент графена конечной длины: поляризаторов, быстро перестраиваемых оптических фильтров и сверхбыстрых пространственных модуляторов с управляемой электрическим полем широкой полосой частот.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований грант № 12-02-97025-р\_поволжье\_а и выполнена частично в рамках темы „Спин“ № 1201463330.

## Список литературы

- [1] Graphene. Scientific Background on the Nobel Prize in Physics. Royal Swedish Academy of Sciences. 2010. Revised Nov. 29.
- [2] *Novoselov K.S. et al. // Nature. 2005. Vol. 438. P. 197.*
- [3] *Морозов С.В., Новоселов К.С., Гейм А.К. // УФН. 2008. Т. 178. № 7. С. 776–780.*
- [4] *Gao W., Shu J., Qiu C. et al. // ACS Nano. 2012. Vol. 6(9). P. 7806–7813.*
- [5] *Hanson G.W. // J. Appl. Phys. 2008. Vol. 103. P. 064302.Q.*
- [6] *Ryzhii V., Satou A., Otsuji T. // J. Appl. Phys. 2007. Vol. 101. P. 024509(1–5).*
- [7] *Bolotin K.I., Sikes K.J., Jiang Z., Klima M., Fudenberg G., Hone J., Kim P., Stormer H.L. // Sol. Stat. Commun. 2008. Vol. 146. P. 351–355.*
- [8] *Falkovsky L.A. // Phys. Rev. B. 2007. Vol. 75. P. 033409(1–4).*
- [9] *Никольский В.В. Декомпозиционный подход к задачам электродинамики. М.: Наука, 1983. 297 с.*
- [10] *Никольский В.В. Электродинамика и распространение радиоволн. М.: Наука, 1973. 608 с.*
- [11] *Никольский В.В. // Сборник научно-методических статей по прикладной электродинамике. М.: Высшая школа, 1977. С. 4–23.*
- [12] *Голованов О.А. // РЭ. 1990. Т. 35. № 9. С. 1853–1863.*
- [13] *Голованов О.А. // РЭ. 2006. Т. 51. № 12. С. 1423–1430.*